

Санкт-Петербургский Государственный  
Электротехнический Университет "ЛЭТИ"  
кафедра физики

Индивидуальное задание №1  
по разделу «Электростатика»  
Название: Определение положения  
устойчивого равновесия

Фамилия И.О.:	Аннеков К.А.
группа:	2370
Преподаватель:	Альтмарк А.М.
Итоговый балл:	
Крайний срок сдачи:	1.04

Санкт-Петербург

2023

### Условие ИДЗ1

Определить угловые координаты трех тел  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ , соответствующих устойчивому равновесию системы (рис.1), представляющей собой точечные грузы с массами  $m_1, m_2$  и  $m_3$  и соответствующими зарядами  $q_1, q_2$  и  $q_3$ , которые могут двигаться вдоль полуокружности с радиусом  $R$ . Ускорение свободного падения направлено вертикально вниз. Угловые координаты отчитываются от вертикальной пунктирной линии, как показано на рисунке.

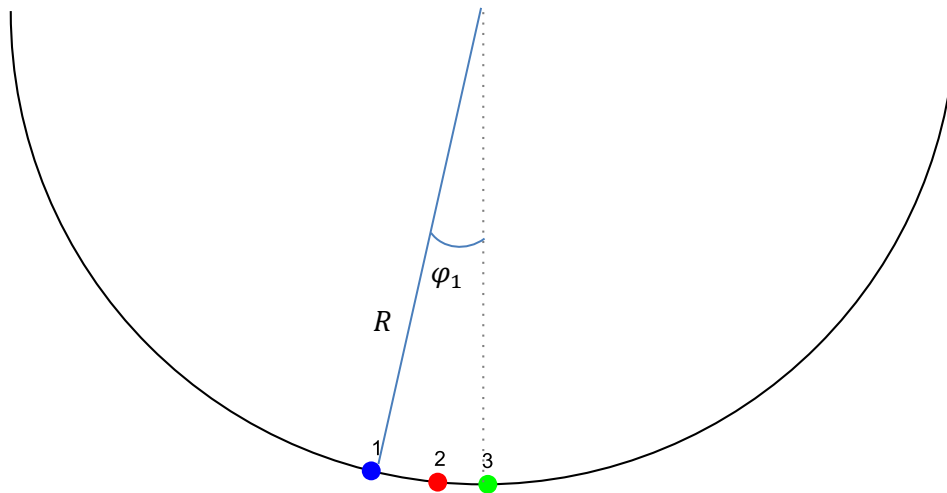


Рисунок 1

Таблица 1

Вар	<b>R, м</b>	<b>m1, кг</b>	<b>m2, кг</b>	<b>m3, кг</b>
5	9.841492193711527	0.7343073003976608	0.33073871662846566	0.08387721089343624

Вар	<b>q1, Кл</b>	<b>q2, Кл</b>	<b>q3, Кл</b>
5	3.3672159657600858e-6	1.8071597980584805e-6	3.0400936963972114e-6

Решение:

1. Задам некоторые параметры, такие как радиус сферы  $R$ , массы  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ , заряды  $q_1$ ,  $q_2$  и  $q_3$ , ускорение свободного падения  $g$ , константа Кулона  $k$  и константа  $c$ :

$$R=9.841492193711527;$$

$$m_1=0.7343073003976608;$$

$$m_2=0.33073871662846566;$$

$$m_3=0.08387721089343624;$$

$$q_1=3.3672159657600858 \cdot 10^{(-6)};$$

$$q_2=1.8071597980584805 \cdot 10^{(-6)};$$

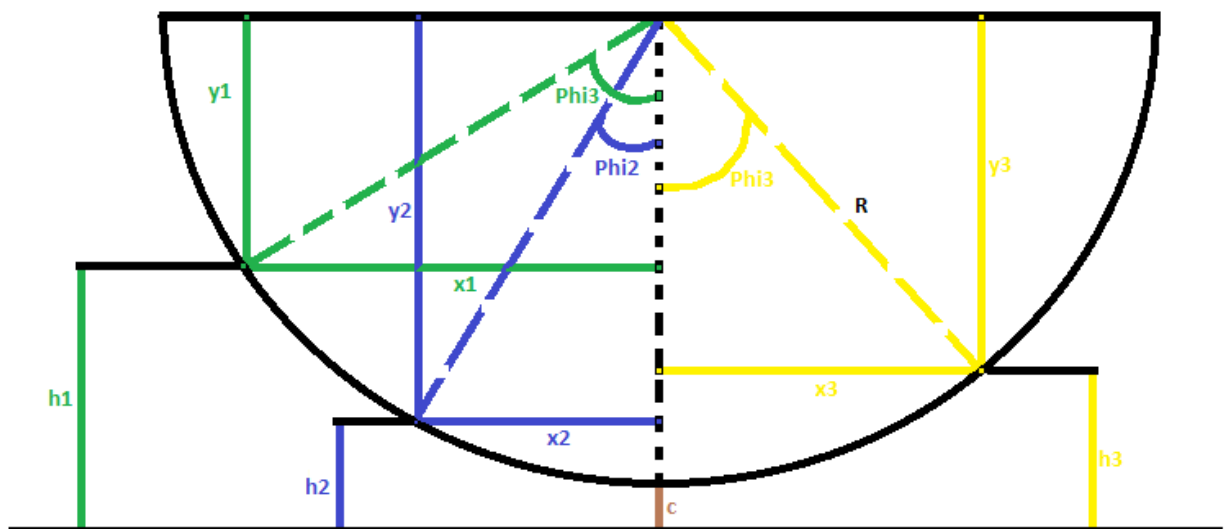
$$q_3=3.0400936963972114 \cdot 10^{(-6)};$$

$$g=9.81;$$

$$k=8.99 \cdot 10^9;$$

$$c=1;$$

2. Определяю функции  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $h_1$ ,  $x_2$ ,  $y_2$ ,  $h_2$ ,  $x_3$ ,  $y_3$ ,  $h_3$ , которые вычисляют координаты трех точек на сфере в зависимости от углов  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  и  $\phi_3$ .



$$x_1[\phi_1] := R \cdot \sin[\phi_1];$$

$$y_1[\phi_1] := R \cdot \cos[\phi_1];$$

$$h1[\varphi1\_]:=R+c-y1[\varphi1];$$

$$x2[\varphi2\_]:=R*\text{Sin}[\varphi2];$$

$$y2[\varphi2\_]:=R*\text{Cos}[\varphi2];$$

$$h2[\varphi2\_]:=R+c-y2[\varphi2];$$

$$x3[\varphi3\_]:=R*\text{Sin}[\varphi3];$$

$$y3[\varphi3\_]:=R*\text{Cos}[\varphi3];$$

$$h3[\varphi3\_]:=R+c-y3[\varphi3];$$

3. Определим функции  $r12$ ,  $r13$  и  $r23$ , которые вычисляют расстояния между парами точек на сфере.

$$r12[\varphi1\_,\varphi2\_]:= \text{Sqrt}[(x1[\varphi1]-x2[\varphi2])^2+(h1[\varphi1]-h2[\varphi2])^2];$$

$$r13[\varphi1\_,\varphi3\_]:= \text{Sqrt}[(x1[\varphi1]-x3[\varphi3])^2+(h1[\varphi1]-h3[\varphi3])^2];$$

$$r23[\varphi2\_,\varphi3\_]:= \text{Sqrt}[(x2[\varphi2]-x3[\varphi3])^2+(h2[\varphi2]-h3[\varphi3])^2];$$

4. Вычислю взаимодействия между зарядами на сфере

$$W12[\varphi1\_,\varphi2\_]:= (k*q1*q2)/r12[\varphi1,\varphi2];$$

$$W13[\varphi1\_,\varphi3\_]:= (k*q1*q3)/r13[\varphi1,\varphi3];$$

$$W23[\varphi2\_,\varphi3\_]:= (k*q2*q3)/r23[\varphi2,\varphi3];$$

5. Вычислю полную потенциальную энергию системы, состоящей из трех точек на сфере и трех зарядов.

$$Wp[\varphi1\_,\varphi2\_,\varphi3\_]:= m1 * g * h1[\varphi1] + m2 * g * h2[\varphi2] + m3 * g * h3[\varphi3] + W12[\varphi1,\varphi2] + W13[\varphi1,\varphi3] + W23[\varphi2,\varphi3]$$

Начальное значение выбирается таким образом, чтобы алгоритм оптимизации мог начать поиск с достаточно хорошего стартового положения. В идеале, это значение должно быть достаточно близко к оптимальному решению, чтобы алгоритм мог быстро сойтись к этому решению, но не должно быть слишком близко, чтобы избежать застревания в локальных минимумах.

6. Функция FindMinimum находит минимальное значение функции Wp с помощью метода оптимизации. В данном случае, начальные значения углов  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  для поиска минимума устанавливаются в -0.6, -0.3 и -0.1 соответственно. Отметим, что результаты этой оптимизации зависят от начальных значений и могут быть различными в разных запусках программы.

FindMinimum[Wp[ $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ ], {{ $\varphi_1$ , -0.1}, { $\varphi_2$ , 0}, { $\varphi_3$ , 0.1}}]

$$\varphi_1 \rightarrow -0.02808895032449577$$

$$\varphi_2 \rightarrow 0.031146388605711152$$

$$\varphi_3 \rightarrow 0.12339229716729866$$

в градусах:

$$\text{Angle1} = \varphi_1 * 180 / \text{Pi}$$

$$\text{Angle1} = \varphi_2 * 180 / \text{Pi}$$

$$\text{Angle1} = \varphi_3 * 180 / \text{Pi}$$

Ответ:

$$\varphi_1 = -1.6093783045462318$$

$$\varphi_2 = 1.7845566141816056$$

$$\varphi_3 = 7.069857852110276$$