

宇宙論の物理 2 章

02. July 2025

1 RW 計量

ロバートソンウォーカー計量は宇宙時間 t と共同座標 x^i が直行することなどから次のように定まる。

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\gamma_{ij}dx^i dx^j \quad (1)$$

γ_{ij} を具体的に求めるに極座標を採用する。原点からの距離が一定の2次元球の面積が $4\pi r^2$ となるように動径方向の座標 r を定める。空間曲率が0でない限りは r と物理的距離は一致しない。また動径方向と球面方向は直交するから

$$\gamma_{ij}dx^i dx^j = F(r)dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (2)$$

となる。宇宙原理を満たすには3次元スカラー曲率 $^{(3)}R$ が場所によらない定数でなければならない。

$$^{(3)}R = \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \left[r \left(1 - \frac{1}{F} \right) \right] \quad (3)$$

より $^{(3)}R = 6K$ とおき、定数 K を空間曲率とよぶ。