ゲージ理論

標準理論に出てくるゲージ理論では、SU(3), SU(2), U(1)がある。これらの物理的な解釈を空間回転を表す SO(N)と併せて見ていく。

空間回転:　特殊直交群 SO(3)

SO(N)はゲージ変換ではないが、身近な回転群である。自由度は$\frac{N(N-1)}{2}$ と表せる。SO(3)は 3 次元空間における回転を表す。SO(3)の生成子は次の 3 つである。

$$J_x \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad J_y \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad J_z \equiv \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

微小回転の演算子は

$$R_i = \exp(iJ_i\theta)$$

と表せるが、これは $\theta \ll 1$の時

$$R_z = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & \theta & 0 \\ -\theta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

であることに対応する。

特殊ユニタリ群 SU(N)

本題の sU(N)についてである。自由度は$N^2 - 1$で表せられる。