

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5

Системы с ожиданием без потерь (М/М/1 и М/Д/1)

Цель работы – исследование однолинейных систем с ожиданием без потерь (М/М/1 и М/Д/1), получение навыков расчета качества обслуживания однолинейных систем с ожиданием без потерь.

1 . Основные сведения

Для системы М/М/1:

вероятности состояния $\{x\}$

$$[0]^{-1} = \frac{1}{1-a}, \quad [x] = a^x (1-a), \quad [1] = a(1-a),$$

вероятность ожидания начала обслуживания (потери по времени) –

$$P_t = P(>0) = \frac{V}{V-A} [V]_{|V=1} = a,$$

среднее число вызовов в очереди (место ожидания последнего вызова) –

$$Q_w = \sum_{k=V+1}^{\infty} (k-V) \cdot [k] = \frac{A \cdot V}{(V-A)^2} \cdot [V]_{|V=1} = \frac{a^2}{1-a},$$

среднее число вызовов в обслуживании – $Q_s = a$,

среднее число вызовов в системе –

$$Q_e = Q_w + Q_s = \frac{A \cdot V}{(V-A)^2} \cdot [V] + A_{|V=1} = \frac{a^2}{1-a} + a = \frac{a}{1-a},$$

среднее время ожидания начала обслуживания –

$$tw = \frac{Q_w}{\lambda} = \frac{1}{\mu} \frac{V}{(V-A)^2} [V]_{|V=1} = \frac{1}{\mu} \frac{a}{1-a|_{a=0}} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\infty} = 0,$$

среднее время пребывания вызова в системе –

$$te = tw + ts = \frac{1}{\mu} \frac{a}{1-a} + \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu - \lambda|_{\lambda=0}} = \frac{1}{\mu} = 0,$$

ФРВ ожидания начала обслуживания – $F_w(t) = 1 - a \cdot e^{-(1-a)\mu t}$,

ФРВ конца обслуживания – $F_e(t) = 1 - e^{-(1-a)\mu t}$, $a > 0$.

Для системы М/Д/1:

Суммируя вышеизложенное для системы М/Д/1 при $0 < a < 1$ получаем:
вероятность постановки в очередь (потери по времени) –

$$P(>0) = A = a = \lambda / \mu,$$

среднее число вызовов в очереди (место ожидания последнего вызова) –

$$Q_w = \lambda \cdot tw = -\frac{a^2}{\ln a},$$

среднее число вызовов в обслуживании – $Q_s = a$,

среднее число вызовов в системе –

$$Q_e = Q_w + Q_s = \frac{-a^2}{\ln a} + a = \frac{a \cdot \ln a - a^2}{\ln a},$$

среднее время ожидания начала обслуживания – $t_w = \frac{Q_w}{\lambda} = -\frac{a}{\mu} \frac{1}{\ln a}$,

среднее время пребывания вызова в системе – $t_e = t_w + \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu} \frac{\ln a - a}{\ln a}$,

ФРВ ожидания начала обслуживания – $F_w(t) = 1 - a \cdot a^{\mu t}$, $0 < a < 1$,

ФРВ окончания обслуживания вызова в системе M/D/1

$$F_e(t) = 1 - a \cdot a^{\mu t - 1} = 1 - a^{\mu t}, \quad t \geq 1/\mu.$$

2. Содержание работы

На процессор поступает в среднем $(x_1 + x_2)$ заявок в секунду. Среднее время обслуживания заявки x_2 миллисекунд.

2.1. Для экспоненциального времени обслуживания вычислите:

- вероятность немедленного обслуживания;
- среднее время ожидания начала обслуживания;
- вероятность нахождения в очереди трех заявок;
- среднюю длину очереди.

2.2. Постройте графики ФРВО конца обслуживания

- для экспоненциального времени обслуживания.
- для постоянного времени обслуживания.

2.3. Вычислите среднее время ожидания начала обслуживания и среднее время ожидания конца обслуживания

- для экспоненциального времени обслуживания.
- для постоянного времени обслуживания.