ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4 Модель Энгсета (M/M/V/0/N)

Цель работы – получение навыков расчета качества обслуживания по модели Энгсета.

1. Основные сведения

В системе с коммутацией каналов малой емкости, когда число источников нагрузки N (абонентов) мало, параметр потока от одного источника a сравним с суммарным потоком вызовов. В этом случае суммарный поток вызовов зависит от числа источников и от состояния $\{x\}$, (x=0, 1,...V) системы обслуживания. Такой поток называется примитивным потоком с простым последействием. Для него $\lambda_0 \neq \lambda_1 \neq ... \neq \lambda_{V-1} > 0$, $\mu_x = x\mu$.

Модель Энгсета для расчета вероятности потерь справедлива при предположениях:

- параметр поступающего потока вызовов в момент занятости x выходов пропорционален числу свободных источников, т.е.

$$\lambda_{x} = (N - x)\alpha, \qquad 0 \le x \le V,$$

где N — число источников вызовов (число входов в КП), $\alpha > 0$ — интенсивность поступления вызова от свободного источника;

- длительность занятия подчиняется экспоненциальному распределению с параметром $\mu > 0$;
- вызов, заставший хотя бы одну свободную линию обслуживается немедленно, в противном случае теряется, не влияя на моменты поступления последующих вызовов;
- любой из V выходов пучка доступен, когда он свободен, для любого поступающего вызова;
 - исходной для расчета является поступающая нагрузка;
 - система находится в стационарном режиме.

Распределение вероятностей состояний находится как

$$[x] = C_N^x A^x \left[\sum_{i=0}^V C_N^i A^i \right]^{-1},$$

где $A = \alpha/\mu$ — пуассоновская нагрузка *второго рода*.

Финальная вероятность того, что вызов не будет обслужен немедленно

$$P_{t} = [V] = E_{N,V}(A) = C_{N}^{V} A^{V} \left[\sum_{i=0}^{V} C_{N}^{i} A^{i} \right]^{-1} = C_{N}^{V} A^{V} [0]$$

определяет потери по времени и носит название формулы Энгсета.

При численных расчетах пуассоновскую нагрузку второго рода A находят используя реальную удельную нагрузку a на по формуле A=a/(1-a).

Параметр потерянного потока вызовов

$$\lambda_{\pi} = \lambda_{V}[V] = (N - V)\alpha[V] = (N - V)\alpha E_{N,V}(A) = (N - V)\alpha P_{t}.$$

Потери по вызовам

$$P_{c} = \frac{[V]\lambda_{V}}{\sum_{x=0}^{V} [x]\lambda_{x}} = \frac{C_{N}^{V}A^{V}[0](N-V)\alpha}{\sum_{x=0}^{V} C_{N}^{x}A^{x}[0](N-x)\alpha} = \frac{C_{N-1}^{V}A^{V}}{\sum_{x=0}^{V} C_{N-1}^{x}A^{x}} = E_{N-1,V}(A).$$

Потери по нагрузке

$$P_{y} = \frac{Na - \sum_{x=0}^{V} x[x]}{Na} = \frac{C_{N-1}^{V} A^{V}}{\sum_{x=0}^{V} C_{N}^{x} A^{x}} = \frac{N - V}{N} E_{N,V}(A) = (1 - \frac{V}{N}) P_{t}.$$

Обслуженная нагрузка (число вызовов в системе)

$$A_s = \sum_{x=0}^{V} x[x] = (N - (N - V)P_t)a = Na(1 - P_y).$$

2. Содержание работы

2.1. К учрежденческой АТС подключено 15 абонентов и x2 соединительных линий (СЛ). Удельная нагрузка от абонента на СЛ составляет 0.2 Эрланг.

Вычислите распределение вероятностей и постройте график.

2.2. К учрежденческой АТС подключено x2 абонентов и x2 соединительных линий (СЛ). Удельная нагрузка от абонента на СЛ составляет 0,2 Эрланг.

Вычислите потери по времени и вызовам.

2.3. К учрежденческой АТС подключено 50 абонентов и 2*(x1+x2) соединительных линии (СЛ). Удельная нагрузка от абонента на СЛ составляет 0,25 Эрланг.

Вычислите потери по времени, вызовам и нагрузке.