

# 1121DS TA #05

TAs：朱孟淇、藍振恩、李冠穎、陳柏翰



# Outline

- 規則
- Floyd-Warshall Algorithm 介紹
- Practice-最低車流量



# 規則

通過 HackerRank 系統 (網頁型judge評分工具) 的評測，使用瀏覽器即可submit程式碼。

- HackerRank網址：<https://www.hackerrank.com/ds-fp>
- 請在 HackerRank 系統 Setting 設定自己的 **Your Username** 為登入 moodle的帳號(舉例: Z91234567，z\_201234)，未設定成規定格式導致成績無法登錄時**後果自負**。
- 其他規則詳見 Moodle 文件。



# Floyd-Warshall Algorithm 介紹

- Floyd-Warshall 演算法可以求出全部節點配對的最短路徑，是一個全配對最短路徑(all-pair shortest path)演算法。
- 此演算法可以處理有負邊的圖，但是不能用以檢查有負迴圈的圖。也就是說，當圖有負邊但是沒有負循環時，Floyd-Warshall 演算法仍然可以求出正確的最短路徑。
- 【原理】採用動態規劃策略(DP)解決問題

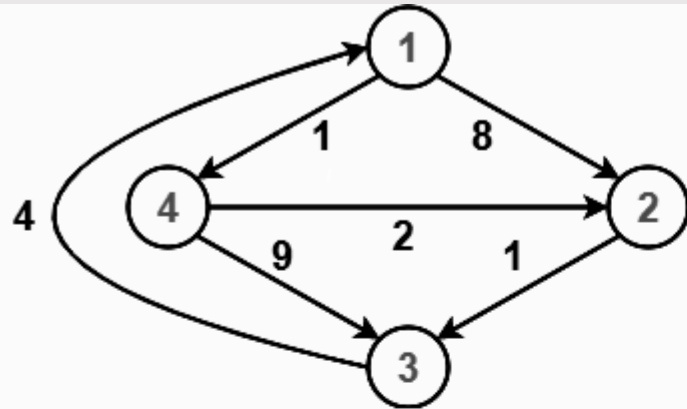


# Floyd-Warshall Algorithm 介紹

- 【實作】
- 節點數量為  $(1 \dots k)$ 
  - 以最短路徑為舉例
  - $D[i][j]$  表示  $i$  到  $j$  的最短距離
  - 除了  $D[i][i] = 0$  其他設定為無限大
  - 加入其他邊
  - 如果最短路徑會經過  $k$  點，則  $D[i][k] + D[k][j] < D[i][j]$ ，替換答案
- 【複雜度】( $N$  為頂點)
  - 時間複雜度： $O(N^3)$ ，因需檢查所有點到所有點且中間點為其他點的路徑
  - 空間複雜度： $O(N^2)$ ，利用一個  $N \times N$  ( $N$  為節點總數) 的二維陣列來記錄每一節點配對間的最短路徑成本或距離。



# Floyd-Warshall Algorithm 介紹

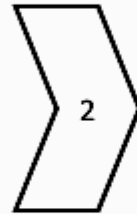
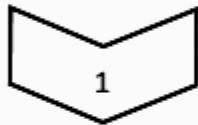


$D_1 =$

	1	2	3	4
1	0	8	$\infty$	1
2	$\infty$	0	1	$\infty$
3	4	12	0	5
4	$\infty$	2	9	0

$D_2 =$

	1	2	3	4
1	0	8	9	1
2	$\infty$	0	1	$\infty$
3	4	12	0	5
4	$\infty$	2	3	0



$D_0 =$

	1	2	3	4
1	0	8	$\infty$	1
2	$\infty$	0	1	$\infty$
3	4	$\infty$	0	$\infty$
4	$\infty$	2	9	0

$D_3 =$

	1	2	3	4
1	0	8	9	1
2	5	0	1	6
3	4	12	0	5
4	7	2	3	0

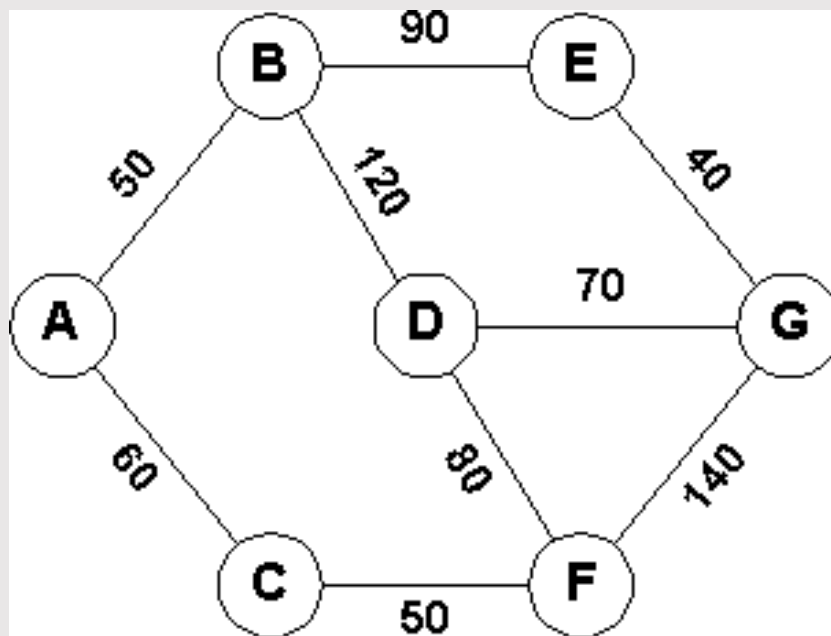
$D_4 =$

	1	2	3	4
1	0	3	4	1
2	5	0	1	6
3	4	7	0	5
4	7	2	3	0

1+2=3  
3 < 8 → 3

# Practice-最低車流量

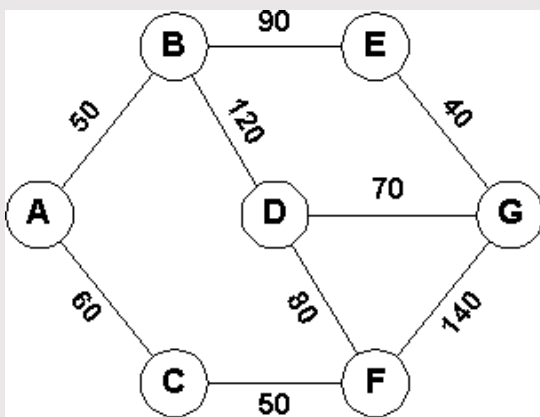
- 現在有一件工程是「車流」的疏通，車流只要超過130就會堵塞，而最適當的車流量大約是60到65，較繁忙的路徑大概是70到80。
- 以下的百貨公司旁代表街道，點代表十字路口。在邊上的整數代表這條街平均的車流大小。



# Practice-最低車流量

- 從A到G，你可以走這樣的路徑：ACFG，而你必須忍受的最高車流量就是140。而ACFDG是最舒服的路徑了，因為你面臨的車流量最大不會超過80。
- 請你找出從某個點到某個點你所必須忍受的最低車流量。
- 範例輸入說明:第一行有一數字，代表問題數，每行會有2個點，分別為起點和終點
- 例如第一行3為詢問3條路徑，1 7代表找出從A開始走到G的必須忍受的最低車流量，對應的輸出為80 (路徑為ACFDG)

註:若欲找尋頂點沒有邊連接ex.若AB和AC不存在，則欲找起點或終點為A的最低車流量為no path



範例輸入	範例輸出
3	80
1 7	60
2 6	60
6 2	





# Practice-最低車流量

```
#include<iostream>
#include<string>
using namespace std;
const int maxn = 100 + 100;
const int INF = 0x3f3f3f3f; //設定為無限大
int c, s, q; //宣告c為頂點數量 s為邊數 q為需要求出解答的路徑數量
int c1, c2, d;
int dist[maxn][maxn]; //宣告一個二維矩陣做路徑儲存
void Floyd()
{
    for(int k = 1; k <= c; k++)
    {
        for(int i = 1; i <= c; i++)
            for(int j = 1; j <= c; j++)
                dist[i][j] = min(dist[i][j], max(dist[i][k], dist[k][j])); //車流量大小比較
    }
}
```



# Practice-最低車流量

```
int main()
{
    int cnt = 0;
    c = 7; //頂點7個
    s = 9; //邊9條
    cin >> q;
    for(int i = 1; i <= c; i++)
        for(int j = 1; j <= c; j++)
            dist[i][j] = INF; //先將依照頂點數量所建構的二維矩陣做初始值無限大設定
    dist[1][2] = dist[2][1] = 50; //AB邊車流量為50
    dist[1][3] = dist[3][1] = 60; //AC邊車流量為60
    dist[2][4] = dist[4][2] = 120;
    dist[2][5] = dist[5][2] = 90;
    dist[3][6] = dist[6][3] = 50;
    dist[4][6] = dist[6][4] = 80;
    dist[4][7] = dist[7][4] = 70;
    dist[5][7] = dist[7][5] = 40;
    dist[6][7] = dist[7][6] = 140;
    Floyd(); //設定好頂點和邊的設定後進行計算
    for(int i = 0; i < q; i++)
    {
        cin >> c1 >> c2; //輸入起點和終點
        if(dist[c1][c2] == INF) //若此路徑為無限大(即無邊連接)
            cout << "no path" << endl; //代表沒有路可走
        else //若有車流量
            cout << dist[c1][c2] << endl; //輸出所求的車流量
    }
}
```



# Thanks



## Problem C

### Chang Kung Kingdom

Time limit: 3 seconds

Memory limit: 512 MB

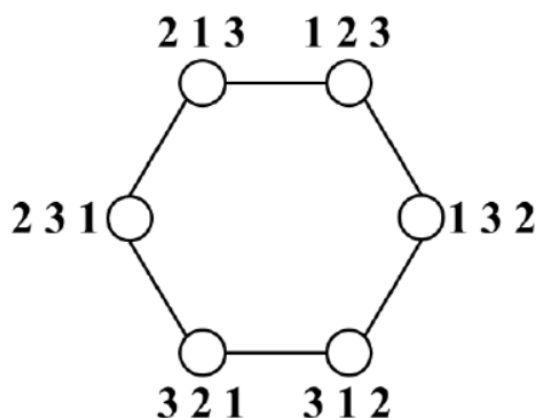
#### 題目內容

腸功王國共有  $3!$  座城市。每座城市由 3 個數字組成，它們是由 1 2 3 的排列組合。腸功王國的城堡位於 1 2 3 的城市中。 $a_1 a_2 a_3$  和  $b_1 b_2 b_3$  分別是城市 A 和城市 B 的編碼，在王國的 A 和 B 之間修建了一條距離為 1 的道路，且僅當存在一個  $i$  ( $1 \leq i < 3$ )，且滿足以下兩個條件時，該道路才會被修建。

1.  $a_i = b_{i+1}$  and  $a_{i+1} = b_i$ ;
2.  $a_j = b_j$  for  $j \in \{1, 2, 3\} \setminus \{i, i+1\}$

有一天，國王邀請所有市長到城堡開會。請幫市長們計算他們到城堡的路程。請注意，城堡所在城市的編碼為 1 2 3。

舉下圖為例：王國共有 6 座城市，即  $n$  值為 3。每座城市都以 1 2 3 的排列編碼。



#### 輸入說明

第一行包含一個整數  $m$ ,  $1 \leq m \leq 5$ ，表示接下來會有幾組測試。下一行由  $\{1, 2, 3\}$  中排列組合組成，表示城市的編碼，兩個數字之間有一個空格隔開。

#### 輸出說明

對於每組測試，輸出一個整數，表示給定城市與城堡之間的距離。每筆輸出之間有一個換行隔開。

### 範例輸入 #1

5

1 3 2

2 1 3

3 1 2

2 3 1

3 2 1

### 範例輸出 #1

1

1

2

2

3