

サーマルグリッドシステム運用最適化のための数理計画モデルの構成法

Mathematical Programming Approach for Acquiring the Optimal Operation of Thermal Grid Systems

○ 清水 謙吾, 大原 誠, 松本 卓也, 玉置 久

*Kengo Shimizu, Makoto Ohara, Takuya Matsumoto, Hisashi Tamaki

Abstract Recently, an autonomous decentralized energy system has attracted attention as a solution to energy problems and natural disasters. In this research, we focus on a thermal grid system that enables thermal conduction between buildings in air conditioning loads. In this lecture, we present two construction methods and discuss the effectiveness and possibility through calculation examples.

1 諸言

近年、二酸化炭素の過剰排出による地球温暖化の進行や、自然災害によるエネルギー供給の低下などが問題視されている。このような背景のもと空調等の熱エネルギーの削減に注目し、一次エネルギー消費量削減の期待ができること、自然災害によるエネルギー供給の柔軟性があることから、自立分散型エネルギーシステムの一つであるサーマルグリッドシステムが注目されているところである [1, 2, 3, 4]。

空調システムは、冷温水を生成する熱源機、それを利用して冷暖房を行う空調機、熱源機と空調機を接続する配管およびポンプによって構成される。サーマルグリッドシステムでは、既存の建物群に分散した熱源機と空調機を配管によって接続する。そのため、効率の高い熱源機を優先的に高負荷点で稼働することが可能になり、運用の自由度が高く省エネルギー化への期待も大きい。しかしながら、サーマルグリッドシステムではその運用の自由度の高さゆえ、運用方策・運用計画の立案が難しいといった課題も残されている。

これまでの研究で、サーマルグリッドシステムを運用するための数理計画モデルにおいて、モデル中の式に存在する非線形項の回避方法が一つ示されている。[4] 本研究ではそれに加え、もう一つの回避方法を提示し、それぞれのモデルにおいてエネルギー消費量削減と共に効率的に運用するための線形の数理計画モデルを再構築し、計算結果を示すことで両モデルの特徴、結果の違いについて考察する。

2 対象システム

サーマルグリッドシステムの構成の一例を図 1 に示す。サーマルグリッドシステムは長方形ブロックによって示される熱源機 (R), および空調機 (AC), ならびに直線によって示される配管, そしてポンプから構成される。矢印を付している配管については、矢印は水の流れる方向を示し、矢印を付していない配管については、水の流れる方向はあらかじめ定められていない。また、丸で示されている箇所は熱源機, 空調機, 配管が接続されている箇所を表す。

サーマルグリッドシステムでは、これらの熱源機, 空調機を 2 重のループ配管を用いて接続している。

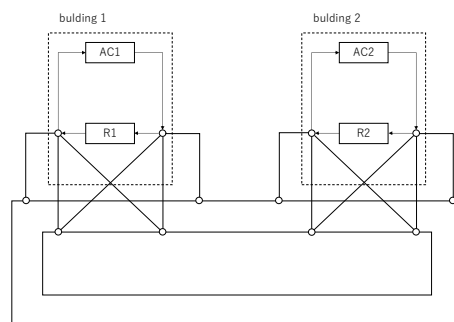


図 1: サーマルグリッドシステムの構成例

3 期の定義

本モデルでは複数期を対象とした最適運用計画の導出を行う。そこで、定数 Δ を単位として時間の離散化を行う。つまり Δ ごとに時間を区切り、それぞれの間を 1 期とする。時間の離散化の概念を図 2 に示す。

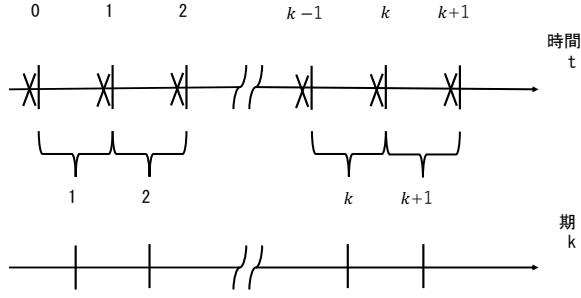


図 2: 期の定義

4 最適運用計画モデル

- 期 $k \in K$
時間を離散化した 1 つの単位．期末を期の代表点とする．
- ノード $i \in V$
ノードは，熱源機，空調機，および配管の接続点を表す．
- アーク $(i, j) \in E (i \in V, j \in V, i \neq j)$ アークは，熱源機，空調機，および配管を表す．機器ごとに，各アークを以下のように分類する．
 - 熱源機を表すアークの集合： R
 - 空調機を表すアークの集合： A
 - 配管を表すアークの集合： P

4.1 非線形項の線形化

空調機で冷暖房を行うためのエネルギーである熱量流量 $q[\text{cal/s}]$ は，流れる水の温度 $t[^\circ\text{C}]$ および質量流量 $m[\text{m}^3/\text{s}]$ によって決定される．熱量流量，水温，質量流量の関係式を式 (1) に示す．

$$q = cm(t^{\text{OUT}} - t^{\text{IN}}) \quad (1)$$

t^{OUT} および t^{IN} は機器から出力，入力される水の温度 $[^\circ\text{C}]$ ， c は水の比熱 $[\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$ である．サマルグリッドシステムでは熱源機によって水の温度，質量流量を変化させることで熱量流量を生成し，それを消費し空調を行う．

4.1.1 量子化モデル

従来の数理計画モデルとして，単一期でのエネルギー消費量（熱源機に投入されるエネルギー消費量，ポンプで消費されるエネルギー消費量）を最小とするようなサマルグリッドシステムの運用パターンを導出するものがある [4]．このモデルは複雑な熱の特性や配管の物理特性などを緻密に考慮した非常に精緻なモデルとなっており，流れる水の温度，質量流量，熱量流量の 3 つを変数として採用している．しかしこの 3 つの変数は，式 (1) に示す通り非線形の関係となっている．一般的に非線形の数理計画問題は複雑であり，最適解の導出が困難である．そこで従来モデルでは，質量流量，水の温度を量子化することで，非線形な問題を混合整数線形計画問題に帰着させて解を導出する手法を採用している．この手法を用いて非線性を回避したモデルを以後，量子化モデルと呼ぶ．本研究では，複雑な熱の特性や配管の物理特性などは考慮せず，複数期での運用計画を導出する数理計画モデルを再構築した．量子化モデルで式 (1) を線形にした式を以下に示す．

$$\sum_{n=1}^{N_{i,j}} \delta_{i,j,n}[k] = 1 \quad (2)$$

$$m_{i,j}[k] = \sum_{n=1}^{N_{i,j}} m_{i,j,n}[k] \delta_{i,j,n}[k] \quad (3)$$

$$t_{i,j}^{\text{IN}}[k] = \sum_{n=1}^{N_{i,j}} t_{i,j,n}^{\text{IN}}[k] \delta_{i,j,n}[k] \quad (4)$$

$$t_{i,j}^{\text{OUT}}[k] = \sum_{n=1}^{N_{i,j}} t_{i,j,n}^{\text{OUT}}[k] \delta_{i,j,n}[k] \quad (5)$$

$$\begin{aligned} &(((i, j) \in E), (k \in K)) \\ q_{i,j}[k] &= cm_{i,j}[k](t_{i,j}^{\text{OUT}}[k] - t_{i,j}^{\text{IN}}[k]) \quad (6) \\ &(((i, j) \in R \cup A), (k \in K)) \end{aligned}$$

$N_{i,j}$ は用意したサンプル ($m_{i,j}$, $T_{i,j}^{\text{OUT}}$ および $T_{i,j}^{\text{IN}}$ のペア) 数を示す．式 (2)-式 (5) において $\delta_{i,j,n}$ でただ一つのサンプルを採用し，それらを式 (9) に適応している．

4.1.2 サンプルの刻み

量子化モデルにおいて，用意するサンプルの刻みの定義を図 3 に示す．ここで， \underline{x} および \bar{x} は，それぞれ用意するサンプルの最小値および最大値を示す．今回の計算で用意したサンプルは，質量流量の最小値を $\underline{x} = 0$ ，最大値を $\bar{x} = 15$ とし，水の温度の最小値を $\underline{x} = 27$ ，最大値を $\bar{x} = 29$ ，つまり水の温度差の最小値が 0，最大値を 2 とした．量子化モデルでの最適値を M^s とし， $M^s(n_m, n_t)$

を質量流量の刻み n_m 、水の温度差の刻み n_t での最適値とする。例えば、 $M^s(2,3)$ の時、質量流量は 0,5,10,15 が用意され、水の温度差は 0,0.5,1,1.5,2 が用意される。

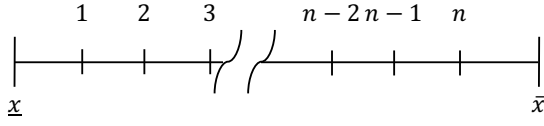


図 3: サンプルの刻みの定義

4.1.3 線形化モデル

本研究では、もう一つの非線形性の回避方法として、水の温度差を機器の取りうる最大値として定数にする手法を採用した。この手法を用いて非線性を回避したモデルを以後、線形化モデルと呼ぶ。線形化モデルでは、質量流量の容量制約の中で熱量流量だけを考慮した計算となっている。そのため、熱量流量から質量流量および水の温度の正確な値に分解する方法がわかっていない。線形化モデルで式 (1) を線形にした式を以下に示す。

$$m_{i,j}[k] \geq \nu \Delta q_{i,j}[k] \quad (((i,j) \in A), (k \in K)) \quad (7)$$

$$m_{i,j}[k] \geq -\nu \Delta q_{i,j}[k] \quad (((i,j) \in R), (k \in K)) \quad (8)$$

$$m_{i,j}[k] \geq \nu q_{i,j}^{\text{IN}}[k] \quad (((i,j) \in P), (k \in K)) \quad (9)$$

ここで、 ν は水の最大温度差を取った時の必要最低額の m を算出する変換係数とする。

4.2 量子化モデルに存在する制約条件

・熱源機では、エネルギーの投入量に応じて熱量流量が生成される。

$$q_{i,j}[k] = \gamma e_{i,j}[k] \quad (((i,j) \in R), (k \in K)) \quad (10)$$

ここで、 γ は熱源機の効率、 $e_{i,j}[k]$ は k 期に熱源機を稼働させるのに消費される一次エネルギーを示す。

・各空調機で変化する室温は、前期での室温、空調機での熱量流量、熱容量、室温の自然変化量によって決定する。

$$t_{i,j}[k+1] = t_{i,j}[k] + \alpha(t^O[k] - t_{i,j}[k]) + t_{i,j}^C[k] - q_{i,j}[k]/c_{i,j} \quad (((i,j) \in A), (k \in K)) \quad (11)$$

ここで α は自然変化率、 $t^O[k]$ は k 期の外気温、 $t_{i,j}^C[k]$ は k 期の内部発熱量、 $c_{i,j}$ は各建物の熱容量を示す。

・各期 k において、ノード p に流入する熱量流量の和とノード p から流出する熱量流量の和は等しくなる。

$$\sum_{(p,j) \in E} m_{p,j}[k] t_{p,j}^{\text{IN}}[k] = \sum_{((i,p) \in E), (k \in K)} m_{i,p}[k] t_{i,p}^{\text{OUT}}[k] \quad (12)$$

・各期 k において、ノード p に流入する水の温度と、ノード p から流出する水の温度は等しくなる。

$$t_{p,j}^{\text{IN}}[k] = t_{p,i}^{\text{IN}}[k] \quad (((p,i), (p,j) \in E), (k \in K)) \quad (13)$$

4.3 線形化モデルに存在する制約条件

・空調機では、熱源機で生成した熱量流量を使用する。

$$\Delta q_{i,j}[k] = -q_{i,j}^A[k] \quad (((i,j) \in A), (k \in K)) \quad (14)$$

・熱源機では、熱量流量が生成される。

$$\Delta q_{i,j}[k] = q_{i,j}^R[k] \quad (((i,j) \in R), (k \in K)) \quad (15)$$

・熱源機では、エネルギーの投入量に応じて熱量流量が生成される。

$$q_{i,j}^R[k] = \gamma e_{i,j}[k] \quad (((i,j) \in R), (k \in K)) \quad (16)$$

・配管では熱量流量は発生しない

$$\Delta q_{i,j}[k] = 0 \quad (((i,j) \in P), (k \in K)) \quad (17)$$

・熱源機、空調機、配管では流れることができる最大の質量流量が定められている。

$$m_{i,j}[k] \leq m_{i,j}^{\text{MAX}} \quad (((i,j) \in E), (k \in K)) \quad (18)$$

・熱源期では、定められた上限熱量流量を超えて熱量流量を生成することはできない。

$$-q_{i,j}^{\text{MAX}} \leq q_{i,j}^R[k] \leq q_{i,j}^{\text{MAX}} \quad (((i,j) \in R), (k \in K)) \quad (19)$$

・各空調機で変化する室温は、前期での室温、空調機での熱量流量、熱容量、室温の自然変化量によって決定する。

$$t_{i,j}[k+1] = t_{i,j}[k] + \alpha(t^O[k] - t_{i,j}[k]) + t_{i,j}^C[k] - q_{i,j}^A[k]/c_{i,j} \quad (((i,j) \in A), (k \in K)) \quad (20)$$

・各期 k において、ノード p に流入する熱量流量の和と、ノード p から流出する熱量流量の和は等しくなる。

$$\sum_i q_{i,p}^{\text{OUT}}[k] = \sum_j q_{p,j}^{\text{IN}}[k] \quad ((p \in V), (k \in K)) \quad (21)$$

ここで、 q^{OUT} および q^{IN} は機器から出力、入力される熱量流量を示す。

4.4 共通して存在する制約条件

・熱源機，空調機，配管ではポンプを稼働して水を運搬する．ポンプを動かす際に投入されるエネルギー量は各機器の長さ，流れる質量流量より算出される．

$$e_{i,j}^P[k] = \beta m_{i,j}[k] l_{i,j} \quad (((i,j) \in E), (k \in K)) \quad (22)$$

ここで， $e_{i,j}^P[k]$ は k 期にポンプで消費されるエネルギー量， β は質量流量からポンプ動力を算出する係数， $l_{i,j}$ は各機器の長さを示す．

・配管では，同一期に両方向に水が流れることはない．

$$b_{i,j}[k] + b_{j,i}[k] \leq 1 \quad (((i,j) \in P), (k \in K)) \quad (23)$$

$$m_{i,j}[k] \leq m_{i,j}^{\text{MAX}} b_{i,j}[k] \quad (((i,j) \in P), (k \in K)) \quad (24)$$

・熱源期の投入エネルギー量は，稼働状態時には最大エネルギー量を超えて投入することはできない．

$$-\delta_{i,j}^\gamma[k] e_{i,j}^{\text{MAX}} \leq e_{i,j}[k] \leq \delta_{i,j}^\gamma[k] e_{i,j}^{\text{MAX}} \quad (((i,j) \in R), (k \in K)) \quad (25)$$

ここで $\delta_{i,j}^\gamma[k]$ は k 期の熱源機の稼働フラグを示す．

・熱源機は起動フラグが立つと，準備状態期間を経て稼働状態になる．停止フラグが立つと，その時点で停止状態となる．また，起動フラグと停止フラグが同じ期に立つことはない．

$$-\delta_{i,j}^\alpha[k-1] + \delta_{i,j}^\alpha[k] + s_{i,j}^{\text{ON}}[k] - s_{i,j}^{\text{OFF}}[k] = 0 \quad (((i,j) \in R), (k \in K)) \quad (26)$$

$$s_{i,j}^{\text{ON}}[k] + s_{i,j}^{\text{OFF}}[k] \leq 1 \quad (((i,j) \in R), (k \in K)) \quad (27)$$

$$\Delta k s_{i,j}^{\text{ON}}[k] \leq \sum_{k=k+\Delta k-1}^k \delta_{i,j}^\beta[k] \quad (((i,j) \in R), (k \in K)) \quad (28)$$

ここで， $\delta_{i,j}^\alpha[k]$ は k 期の熱源機の停止フラグ， $s_{i,j}^{\text{ON}}[k]$ は k 期の熱源機の起動命令フラグ， $s_{i,j}^{\text{OFF}}[k]$ は k 期の熱源機の停止命令フラグ， $\delta_{i,j}^\beta[k]$ は k 期の熱源機の準備状態フラグを示す．

・熱源期は常に，停止状態，準備状態，稼働状態のいずれかにある．

$$\delta_{i,j}^\alpha[k] + \delta_{i,j}^\beta[k] + \delta_{i,j}^\gamma[k] = 1 \quad (((i,j) \in R), (k \in K)) \quad (29)$$

・各期 k において，ノード p に流入する質量流量の和とノード p から流出する質量流量の和は等しくなる．

$$\sum_i m_{i,p}[k] = \sum_j m_{p,j}[k] \quad ((p \in V), (k \in K)) \quad (30)$$

4.5 目的関数

本モデルの評価基準は熱源機へのエネルギー投入量及びポンプを稼働するために投入するエネルギー量の総和と，空間の目標温度と空間の温度との差（目標とのズレ）の総和の最小化である．ここで， w_1, w_2 は重み係数である．なお， s_1, s_2 は正規化するための定数係数である．

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & w_1 s_1 \sum_k \left(\sum_{(i,j) \in R} |e_{i,j}[k]| + \sum_{(i,j) \in E} e_{i,j}^P[k] \right) \\ & w_2 s_2 \sum_k \sum_{(i,j) \in A} |t_{i,j}^G[k] - t_{i,j}[k]| \end{aligned} \quad (31)$$

ここで， $t_{i,j}^G[k]$ は k 期の目標室温を示す．

5 最適化計算

本章では，4章に示した数理計画モデルによる，実際の例題を用いた計算例を示し，構築した量子化モデル及び線形化モデルについてそれぞれ考察する．なお，求解には，数理計画パッケージ CPLEX12[5] を用いた．

5.1 問題設定

計算単位は1時間とし，計算の対象とするシステムのネットワーク構造を図4に示す．ここで，アーク(1,2),(3,4)は空調機を表し，アーク(2,1),(4,3)は熱源機を表す．また，その他のアークは配管を表す．また，各機器（熱源機，空調機，配管）の長さを表す??に示す．

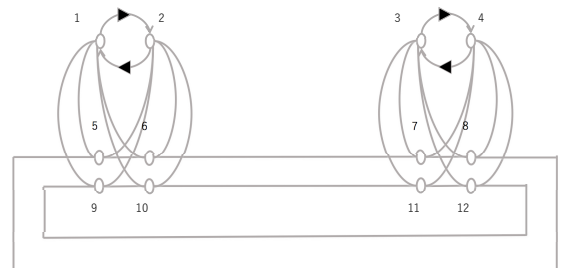


図4: 例題とするサーマルグリッドシステムのネットワーク構造

表 1: 建物に存在するパラメータ

(i,j)	$c_{i,j}$	$\alpha_{i,j}$	t^C	$\gamma_{i,j}$	Δk	q^{MAX}
(1,2)	10	0.3	0	-	-	-
(3,4)	10	0.3	0	-	-	-
(2,1)	-	-	-	0.5	1	30
(4,3)	-	-	-	1.0	1	30

表 2: 各機器の長さ

(i,j)	長さ	(i,j)	長さ	(i,j)	長さ
(1,2)	20	(1,5)	10	(1,6)	12
(1,9)	14	(2,1)	20	(2,5)	12
(2,6)	10	(2,9)	16	(2,10)	14
(3,4)	20	(3,7)	10	(3,8)	12
(3,11)	14	(3,12)	16	(4,3)	20
(4,7)	12	(4,8)	10	(4,11)	16
(4,12)	14	(5,6)	5	(5,8)	120
(6,7)	20	(7,8)	5	(9,10)	5
(9,12)	110	(10,11)	20	(11,12)	5

表 3: 各期の温度に関するパラメータ

n 期	外気温	目標室温	初期室温
0	-	-	25.0
1	25.0	-	-
2	24.8	-	-
3	25.2	-	-
4	25.5	-	-
5	26.1	-	-
6	26.8	23.0	-
7	28.0	23.0	-
8	28.4	23.0	-
9	29.4	24.0	-
10	31.0	24.0	-
11	31.8	25.0	-
12	31.0	-	-
13	29.8	-	-
14	28.0	-	-
15	27.3	28.0	-
16	27.0	28.0	-
17	26.8	24.0	-
18	26.5	24.0	-
19	26.6	24.0	-
20	26.5	-	-

5.2 計算結果 1

まず、線形化モデルで 20 期分の最適化計算を行った結果を図 5 および図 6 に示し、表 4 に目的関数値と計算時間を示す。計算には表 3 のパラメータを用いた。この時、水の温度差はこの例題における最大値である 2°C とした。また、重み係数はそれぞれ $w_1 = 0.3$, $w_2 = 0.7$ として計算した。各期の目標室温と室温を図 5 に、各期の各熱源機で生成される熱量流量を図 6 に示す。この結果から、サーマルグリッドシステムの特徴である高効率熱源機の優先稼働、目標室温の先読み運転がみられる。4.1.3 節で述べたように、線形化モデルでは、質量流量の容量制約の中で熱量流量だけを考慮した計算となっている。そのため、図 5 に示されるように、目標室温をかなり正確に追従することができ、かつ高速で計算することができるが、計算された熱量流量から質量流量と水の温度に分解する方法がわかっていない。一方量子化モデルでは、あらかじめ機器の容量制約の中で用意されたサンプルを採用するため、熱量流量、質量流量および水の温度が全て得られる。しかし、サンプルは多く用意すると、式 2 のサンプルを選ぶバイナリ変数が多くなるため、計算時間が長くなる。

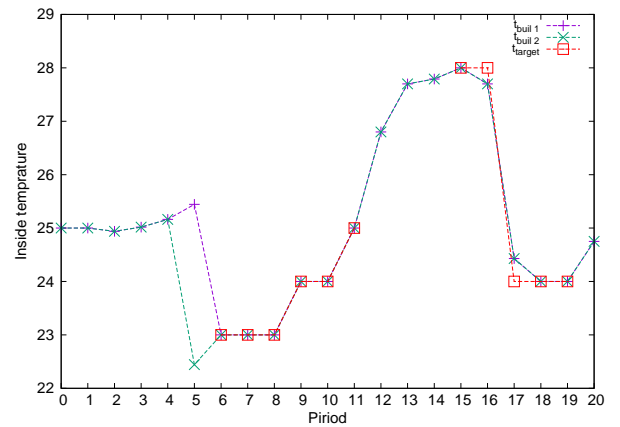


図 5: 線形化モデルでの各建物の室温

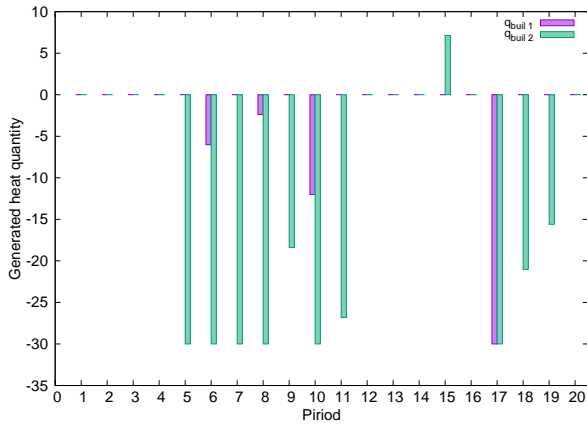


図 6: 線形化モデルでの各熱源機の生成熱量流量

表 4: 目的関数値と計算時間

目的関数値	計算時間
0.11056	0.84

5.3 計算結果 2

次に、線形化モデル、量子化モデルで5期分の同じ問題を解いた。計算には表5のパラメータを用いた。線形化モデルで得られた目的関数値 (M^l) を量子化モデルで得られた目的関数値 ($M^s(n_m, n_t)$) で割った値、量子化モデルで要した計算時間をプロットした図を図7に示す。この二つが見やすくなるよう、計算時間については最大値が1をとるようにスケーリングし、計算時間および解の良さのどちらも考慮できるようにした。線形化モデルで得られる目的関数値は、下界値となるため $M^l/M^s(n_m, n_t)$ の値が大きいほど、良い解が得られたと考えることができる。図7から、計算時間から解の良さを引いた差が最小となる、 $M^s(3, 2)$ がこの中で計算時間効率が良く、良い解が得られると考えることができる。この時の量子化モデルおよび線形化モデルによって得られた結果を図8 - 図11に示し、それぞれのモデルの目的関数値と計算時間を表6に示す。この結果から、線形化モデルで得られた解とかなり近い値を取れたことがわかった。

表 5: 各期の温度に関するパラメータ

n 期	外気温	目標室温	初期室温
0	-	-	20.0
1	20.0	-	-
2	21.0	-	-
3	22.0	18.0	-
4	23.0	18.0	-
5	25.0	-	-

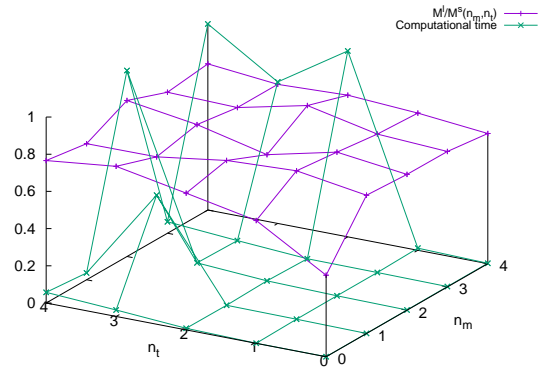


図 7: 量子化モデルに対する線形化モデルの目的関数値と計算時間

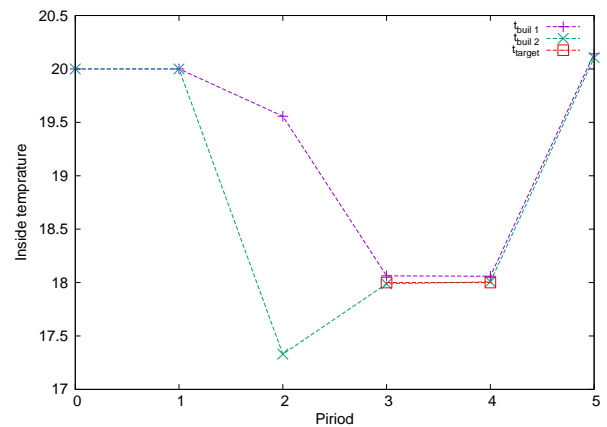


図 8: 量子化モデルでの各建物の室温

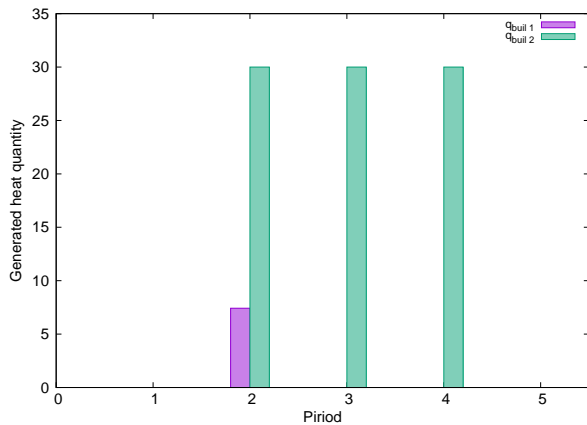


図 9: 量子化モデルでの各熱源機の生成熱量流量

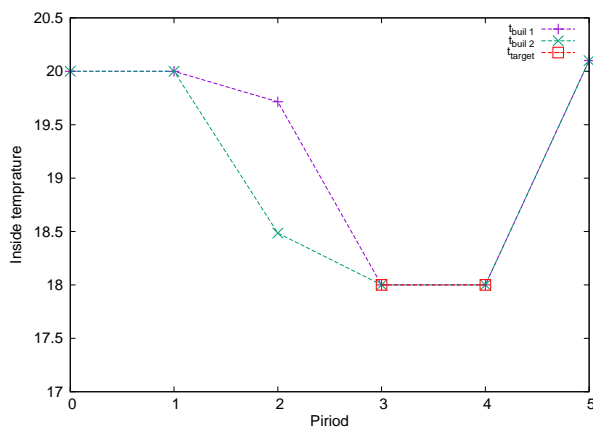


図 10: 線形化モデルでの各建物の室温

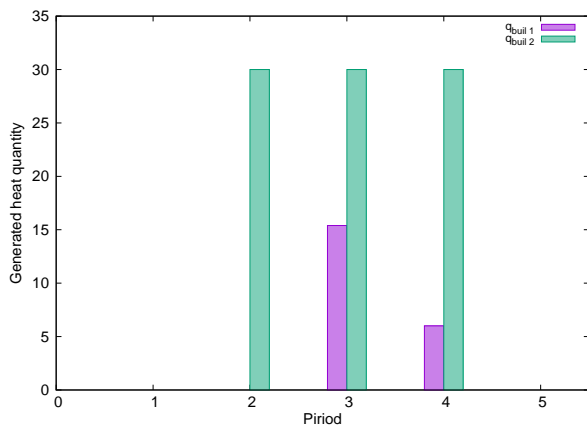


図 11: 線形化モデルでの各熱源機の生成熱量流量

表 6: 目的関数値と計算時間

モデル	目的関数値	計算時間
量子化モデル	0.208004	27.18
線形化モデル	0.172836	0.09

6 結論

本研究では、複数の熱源機および空調機から構成され、それらを配管によって接続したネットワーク構造に対して、従来モデルの数値計画モデルを再構築した量子化モデルおよび線形化モデルを提案し、サーマルグリッドシステムの最適運用計画を導出し、それぞれの結果について検討した。その結果、以下の結論が得られた。

- 線形化モデルでは熱量流量についての最適解が得られるが、得られた熱量流量から質量流量および水の温度に分解することができないため、実際の運用が難しい
- 量子化モデルでは、実際の質量流量、水の温度がわかり、用意するサンプルの刻みを細かくするとより良い解が得られるが、計算時間が長くなってしまった。このことから、線形化モデルによって得られる目的関数値と量子化モデルによって得られる目的関数値をそれぞれ比較し、計算時間を考慮することで、サンプルをどの刻みで計算するのが合理的であるかを検討することができた。

今後の課題として、以下の二点が挙げられる。

- 量子化モデルによるより良い最適解の探索方法の考慮
- 線形化モデルによって得られた熱量流量から質量流量および水の温度への分解法の考慮

最後に、日頃から親身に研究のご相談にのって頂き、貴重なご意見を頂きました、富山県立大学工学部情報システム学科榊原一紀准教授、大阪大学大学院情報科学研究科谷口一徹准教授に深く感謝の意を示します。

参考文献

- [1] T. Nagahiro, "Sakishima Smart Community Osaka Japan," <http://sakishima-smart.jp/> (2014)
- [2] Studio Marco Vermeulen, "Dutch Smart Thermal Grid —Towards a Sustainable Heat Supply," <http://www.dutchsmartthermalgrid.nl> (2016)

- [3] 横山 良平, 小野島 一, 長廣 剛, 磯崎 日出雄, 中尾 正喜, 小林 陽一, 吉川 敏弘, ” インテックス大阪 (展示場) におけるサーマルグリッド の適用と効果検証 (第 4 報, 最適化手法とその適用), ” 平成 28 年度空調和・衛生工学会大会 (9 月, 鹿児島), 学術講演論文集, 10, pp. 161-164 (2016)
- [4] 横山 良平, 北野 裕之, 涌井 徹也, ” 配管ネットワークを考慮した熱供給システムの最適運用 (実システムへの適用の試み) , ” 第 58 回自動制御連合講演会, Paper No. 1A3-1 (2015), pp. 1-8.
- [5] IBM ILOG, ” CPLEX 12.5, ” <https://www.ibm.com/analytics/data-science/prescriptive-analytics/cplex-optimizer/> (2012)