順序対（ordered pair）

2 つの要素 a,b を(a,b)と並べたもの

a：第 1 成分（first entry）

b：第 2 成分（second entry）

(a,b) = (c,d) ⇔ a=c かつ b=d

一般化して

n 組（*n*-tuple）($a_1, a_2, \cdots, a_n$)

直積（direct product）

A, B：集合

A と B の直積：$A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A, b \in B \}$

$| A \times B | = |A| \times |B|$

$A=B$ のとき A^2 で表す

一般化して $A_1, A_2, \cdots, A_n$ の直積

$A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$

$= \{ (a_1, a_2, \cdots, a_n) \mid a_1 \in A_1,$

$a_2 \in A_2, \cdots, a_n \in A_n \}$

$| A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n | = | A_1 | \times | A_2 | \times \cdots \times | A_n |$

二項関係(binary relation)

A×B の任意の部分集合を A と B の二項関係(relation from A to B)とよぶ

A^2 の任意の部分集合を A 上の二項関係(binary relation on A)とよぶ

一般化して

n 項関係(n-ary relation)

$A_1, A_2, \cdots, A_n$ の n 項関係とは

$A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$ の任意の部分集合

注意:二項関係 R について

$(a,b) \in R$ を aRb とも書く

$(a,b) \notin R$ を $a \not R b$ とも書く

二項関係の性質（properties of binary relations）

R：集合 A 上の二項関係

R：binary relation on set A

1）反射的（reflexive）

$$a \in A \rightarrow (a, a) \in R$$

2）対称的（symmetric）

$$(a, b) \in R \rightarrow (b, a) \in R$$

3）反対称的（anti-symmetric）

$$(a, b) \in R, (b, a) \in R \rightarrow a = b$$

4）推移的（transitive）

$$(a, b), (b, c) \in R \rightarrow (a, c) \in R$$

二項関係 R が反射，対称，推移的であるとき R を同値関係（equivalence relation）とよぶ

A binary relation R is an equivalence relation if R is reflexive, symmetric and transitive.

二項関係 R が反射，反対称，推移的であるとき半順序関係（partial ordered relation）とよぶ

同値類（equivalence class）

R:集合 A 上の同値関係

$a \in A$ に対して a と同値関係にある要素の集合を a の同値類（equivalence class of *a*）とよぶ

$$[a] = \{ x \mid (a, x) \in R \}$$

次の命題が成り立つ

1） $\forall x \in A,\ \exists [a],\ x \in [a]$

2） $[a] \neq [b] \rightarrow [a] \cap [b] = \phi$

このような集合族$\{[a],[b],\cdots\}$を A の分割（partition）とよぶ

何らかの方法で一つ選んだ $x \in [a]$を$[a]$の代表元（representative）という

集合 A の R に関する互いに素である同値類全体の集合を A の R に関する商集合（quotient set）とよぶ

$$A/R = \{ [a] \mid a \in A \}$$

定理:集合 $A(\neq \phi)$，同値関係 R において A/R は A の分割となる