集合（set）とは

<u>相異なる</u>要素（element）の集まり

要素 a,b,c からなる集合：S

$$S = \{a, b, c\}$$

順序は考慮しない

要素 a が集合 A に含まれるとき

$a \in A$ （a is in capital A）

要素 a が集合 A に含まれないとき

$a \notin A$ （a is not in capital A）

集合の記述方法

・要素を列挙する方法

例　0と1からなる集合

$$\{0, 1\}$$

・条件を指定する方法

例　　性質 P(x)をみたす x の集合

$$\{x \mid P(x)\}$$

P(x)の例

P(x):　$-1 \leq x \leq 1$　かつ　x は整数

$$\{x \mid P(x)\} = \{-1, 0, 1\}$$

空集合(empty set)

要素を1つも含まない集合のこと，ϕであらわす

全要素からなる集合　全体集合(universal set) U

集合 P の要素が集合 Q の要素であるとき P は Q の部分集合（subset）であるという

$$P \subseteq Q \quad \text{(P is a subset of Q)}$$

任意の集合 P について

$$P \subseteq P, \quad \phi \subseteq P, \quad P \subseteq U$$

集合 P, Q について

P⊆Q かつ Q⊆P の時 P と Q は等しい

$$P = Q \quad \text{(P is equal to Q)}$$

要素が有限個の集合：有限集合(finite set)

要素が無限個の集合：無限集合(infinite set)

集合の演算（Operations on sets）

集合：A, B

A と B の和集合(union of A and B)

$A \cup B = \{ x \mid x \in A$ または $x \in B \}$

集合 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ の和集合

$A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$

$= \{ x \mid x \in A_1$ または $x \in A_2$ または$\cdots x \in A_n \}$

$$= \bigcup_{i=1}^{n} A_i$$

A と B の積集合(intersection of A and B)

$A \cap B = \{ x \mid x \in A$ かつ $x \in B \} = \{ x \mid x \in A, x \in B \}$

↑

「かつ」は省略されることが多い！

$A \cap B = \phi$の時 A と B は互いに素(mutually disjoint)であるという

集合 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ の積集合

$$A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$$

$$= \{ x \mid x \in A_1, x \in A_2, \cdots, x \in A_n \}$$

$$= \bigcap_{i=1}^{n} A_i$$

A から B を引いた差集合（difference of A minus B）

$A - B = \{ x \mid x \in A, x \notin B \}$

$\overline{A} = U - A$：A の補集合（complement of A）

種々の公式

べき等律（idempotent law） $A \cup A = A \cap A = A$

交換律（commutative law） $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$

ド・モルガンの法則（De Morgan's laws）

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}, \qquad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

結合律（associative law）

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

分配律（distributive law）

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C),$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$$

吸収律（absorption law） $A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B) = A$

べき集合（power set）

ある集合の全ての部分集合からなる集合族（集合の集合）

A のべき集合：2^A