

Artigo Científico - Pesquisa Operacional

Título: Aplicação da Programação Linear para Otimização de Planejamento de Produção na Pinocchio S.A.

Autores: Vinícius Arantes Emrich Leão, Kennedy Rodrigo Torres e João Pedro Guimarães Bonfim

Grupo: EC3

Instituição: Universidade Católica de Brasília - UCB

Resumo

Este artigo apresenta a aplicação da Programação Linear (PL) para resolver um problema de otimização de produção na Pinocchio S.A., fabricante de brinquedos de madeira. O objetivo inicial é maximizar o lucro semanal sujeito a restrições de capacidade de mão de obra (acabamento e carpintaria) e demanda. O modelo matemático é formulado e resolvido via análise gráfica e computacional (os gráficos foram gerados a partir do RStudio), identificando as soluções ótimas alternativas. Posteriormente, um cenário de minimização de custos é explorado, demonstrando a versatilidade da PL na tomada de decisão gerencial. Os resultados indicam os gargalos produtivos e a variação ideal de produção em cada cenário.

1. Introdução

A Pesquisa Operacional (PO) emprega modelos matemáticos e estatísticos para fornecer suporte à decisão em sistemas complexos, visando otimizar resultados e alocar recursos de forma eficiente. A Programação Linear (PL) é uma das técnicas centrais da PO, aplicada para maximizar ou minimizar uma função objetivo linear, respeitando um conjunto de restrições também lineares.

O presente estudo foca no Planejamento Semanal de Produção da Pinocchio S.A.. A empresa busca determinar a quantidade ideal de dois produtos – Bonecos (B) e Trens (T) – a ser fabricada, considerando a limitação de recursos. O objetivo primário é maximizar o lucro, um problema clássico de alocação de recursos em manufatura.

2. Cenário I: Maximização de Lucro

A metodologia da análise seguiu as etapas do processo de Programação Linear, utilizando a formulação matemática e a resolução computacional.

2.1. Modelagem Matemática

- **Variáveis de Decisão:** B (Bonecos) e T (Trens)
- **(Lucro Unitário: R\$4,00 para B e R\$2,00 para T):**
- **Função Objetivo:** $\text{Max } Z = 4B + 2T$ $\text{Max } Z = 4B + 2T$
- **Restrições:**

Acabamento: $2B + T \leq 100$

Carpintaria: $B + T \leq 80$

Demanda de Bonecos: $B \leq 40$

Não-negatividade: $B, T \geq 0$

2.2. Resolução Técnica

A Resolução Computacional por meio da linguagem R e do pacote lpSolve proporcionarão a identificação dos valores ótimos, região viável e geração do gráfico

```
1 # Se você não tiver o pacote, instale-o primeiro com:
2 #install.packages("lpSolve")
3
4 # Carrega a biblioteca
5 library(lpSolve)
6
7 # 1. Coeficientes da Função Objetivo ( $Z = 4B + 2T$ )
8 f.obj <- c(4, 2)
9
10 # 2. Matriz de Restrições (cada linha é uma restrição)
11 # (Acabamento:  $2B + 1T$ )
12 # (Carpintaria:  $1B + 1T$ )
13 # (Demanda:  $1B + 0T$ )
14 f.con <- matrix(c(2, 1,
15                  1, 1,
16                  1, 0), nrow = 3, byrow = TRUE)
17
18 # 3. Direções das Restrições (todas são "menor ou igual a")
19 f.dir <- c("<=",
20           "<=",
21           "<=")
22
23 # 4. Lado Direito (Recursos disponíveis)
24 # (100h de Acabamento)
25 # (80h de Carpintaria)
26 # (40 Bonecos)
27 f.rhs <- c(100,
28           80,
29           40)
30
```

```
31 # 5. Resolve o problema (maximização)
32 # Usando os mesmos nomes de argumentos da sua imagem de exemplo
33 solucao <- lp(direction = "max",
34              objective.in = f.obj,
35              const.mat = f.con,
36              const.dir = f.dir,
37              const.rhs = f.rhs,
38              compute.sens = TRUE) # compute.sens = TRUE calcula a
39
40 # 6. Exibe os resultados
41 print(paste("Lucro Máximo (Z):", solucao$objval))
42 print(paste("Quantidade de Bonecos (B):", solucao$solution[1]))
43 print(paste("Quantidade de Trens (T):", solucao$solution[2]))
44
45
46
47 # --- Código para desenhar o gráfico da Região Viável ---
48
49 # 1. Definir os vértices da região viável (que já encontramos)
50 B_vertices <- c(0, 40, 40, 20, 0)
51 T_vertices <- c(0, 0, 20, 60, 80)
52
53 # 2. Configurar o gráfico (plot)
54 # Definimos os limites dos eixos X (B) e Y (T)
55 plot(NULL, xlim=c(0, 110), ylim=c(0, 110),
56      xlab="Bonecos (B)", ylab="Trens (T)",
57      main="Resolução Gráfica - Pinocchio S.A.")
58
59 # 3. Desenhar a Região Viável
60 # A função polygon() usa os vértices para desenhar o polígono
61 polygon(B_vertices, T_vertices,
62        col=rgb(0.2, 0.2, 0.2, 0.3), # Cor de preenchimento (cinza
63        border="black") # Cor da borda
64
```

```
# 4. Desenhar as LINHAS de restrição
# R1:  $2B + T = 100$  (ou  $T = 100 - 2B$ )
abline(a=100, b=-2, col="red", lty=2)
# R2:  $B + T = 80$  (ou  $T = 80 - B$ )
abline(a=80, b=-1, col="blue", lty=2)
# R3:  $B = 40$ 
abline(v=40, col="green", lty=2)

# 5. Desenhar a LINHA da Função Objetivo Ótima
#  $Z = 200$  (Lucro Máximo)  $\Rightarrow 200 = 4B + 2T \Rightarrow T = 100 - 2B$ 
# (Note que ela é PARALELA à restrição de Acabamento!)
abline(a=100, b=-2, col="purple", lty=1, lwd=3) # lwd=3 deixa a linha mais grossa

# 6. Adicionar Legenda
legend("topright",
      legend=c("Acabamento (R1)", "Carpintaria (R2)", "Demanda (R3)",
              "Região Viável", "Lucro Ótimo ( $Z=200$ )"),
      col=c("red", "blue", "green", "grey", "purple"),
      lty=c(2, 2, 2, 1, 1),
      lwd=c(1, 1, 1, 10, 3))
```

A análise dos pontos extremos da região viável irá demonstrar o Lucro Máximo de R\$ 200,00. Este valor é obtido em soluções ótimas alternativas, localizadas no segmento de reta que conecta os vértices (20,60) e (40,20).

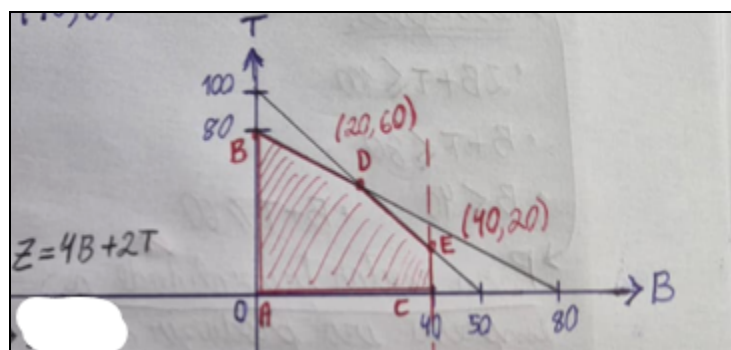
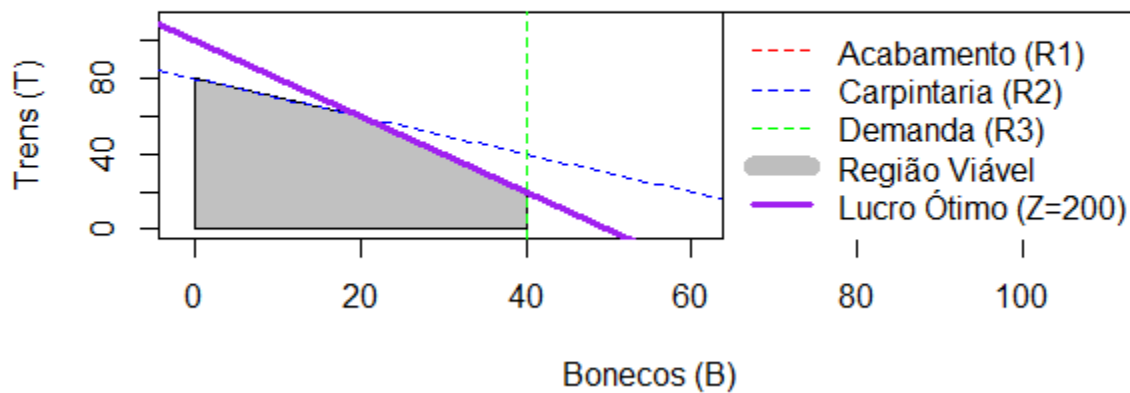
Tabela 1: Avaliação dos Vértices para Solução Ótima (Maximização de Lucro)

Localização da Solução Ótima (Maximização)			
Ponto	Vértice (B, T)	Cálculo do Lucro ($Z = 4B + 2T$)	Lucro (R\$)
A	(0, 0)	$4(0)+2(0)$	R\$0
B	(0, 80)	$4(0)+2(80)$	R\$160
C	(40, 0)	$4(40)+2(0)$	R\$160
D	(20, 60)	$4(20)+2(60)=80+120$	R\$200
E	(40, 20)	$4(40)+2(20)=160+40$	R\$200

2.3 Representação Gráfica

A Figura a seguir apresenta a representação gráfica, onde a linha de Lucro Ótimo ($Z = 200$) coincide com a restrição de Acabamento ($2B + T = 100$) no trecho de soluções ótimas. Isso indica que o acabamento é um recurso totalmente consumido e ativo (gargalo) no ponto ótimo.

Resolução Gráfica - Pinocchio S.A. - Máximo Lucro



Sendo assim, o lucro máximo pode ser encontrado em qualquer ponto do segmento de reta DE, pois terão o lucro equivalente a R\$200,00.

3. Cenário II: Minimização de Custos (Extensão)

A extensão do problema propõe a minimização da função custo $C = 5B + 3T$. Para evitar a solução trivial ($B = 0, T = 0$), é imposta uma restrição de produção mínima de 60 unidades, ou seja: $B + T \geq 60$.

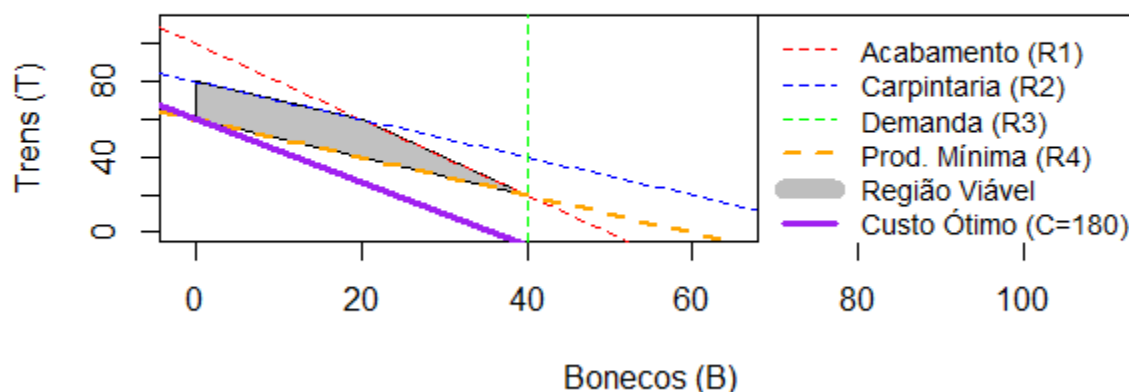
Tabela 2: Avaliação dos Vértices para Solução Ótima (Minimização de Lucro)

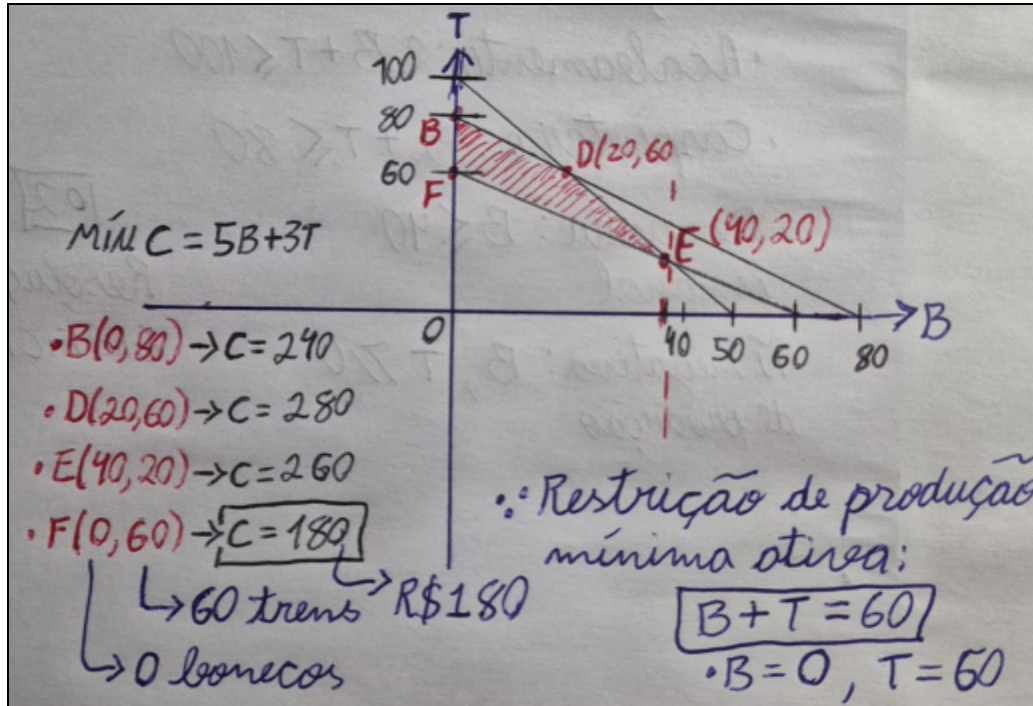
Localização da Solução Ótima (Minimização)			
Ponto	Vértice (B, T)	Cálculo do Custo ($C = 5B + 3T$)	Custo Total (R\$)
B	(0, 80)	$5(0)+3(80)$	R\$240
D	(20, 60)	$5(20)+3(60)=100+180$	R\$280
E	(40, 20)	$5(40)+3(20)=200+60$	R\$260
F	(0, 60)	$5(0)+3(60)$	R\$180

3.1 Representação Gráfica

O Custo Mínimo de R\$ 180,00 é obtido na produção de 0 Bonecos e 60 Trens. A figura a seguir ilustra a nova região viável e o ponto ótimo.

Resolução Gráfica - Minimização de Custos (Pinocchio S.A.)





A restrição de produção mínima ($B + T \geq 60$) tornou-se ativa no ponto ótimo, forçando a produção a um custo de R\$ 180,00. A solução de custo mínimo concentra a produção no Trem (custo R\$ 3,00) em detrimento do Boneco (custo R\$ 5,00).

3.2 Representação Técnica

A partir dessa solução em R foi gerado o gráfico para o caso da minimização de custo

```

3 # 1. Definir os vértices da NOVA região viável
4 B_vertices_min <- c(0, 0, 20, 40)
5 T_vertices_min <- c(60, 80, 60, 20)
6
7 # 2. Configurar o gráfico (plot)
8 plot(NULL, xlim=c(0, 110), ylim=c(0, 110),
9       xlab="Bonecos (B)", ylab="Trens (T)",
10      main="Resolução Gráfica - Minimização de Custos (Pinocchio S.A.)")
11
12 # 3. Desenhar a Região Viável
13 polygon(B_vertices_min, T_vertices_min,
14         col=rgb(0.2, 0.2, 0.2, 0.3), # Cor de preenchimento
15         border="black")
16
17 # 4. Desenhar as LINHAS de restrição
18 # R1:  $2B + T = 100$  (ou  $T = 100 - 2B$ )
19 abline(a=100, b=-2, col="red", lty=2)
20 # R2:  $B + T = 80$  (ou  $T = 80 - B$ )
21 abline(a=80, b=-1, col="blue", lty=2)
22 # R3:  $B = 40$ 
23 abline(v=40, col="green", lty=2)
24 # R4 (Nova):  $B + T = 60$  (ou  $T = 60 - B$ )
25 abline(a=60, b=-1, col="orange", lty=2, lwd=2)

```

```

27 # 5. Desenhar a LINHA da Função Objetivo Ótima
28 # C = 180 (Custo Mínimo) => T = 60 - (5/3)B
29 abline(a=60, b=-(5/3), col="purple", lty=1, lwd=3)
30
31 # 6. Adicionar Legenda
32 legend("topright",
33       legend=c("Acabamento (R1)", "Carpintaria (R2)", "Demanda (R3)",
34               "Prod. Mínima (R4)", "Região Viável", "Custo Ótimo (C=180)"),
35       col=c("red", "blue", "green", "orange", "grey", "purple"),
36       lty=c(2, 2, 2, 2, 1, 1),
37       lwd=c(1, 1, 1, 2, 10, 3),
38
39       cex = 0.9) # <-- Adicionei 'cex = 0.8' para diminuir o tamanho

```

4. Análise Comparativa: Lucro vs. Custo

A mudança do objetivo gerencial de maximização de lucro para minimização de custos alterou radicalmente a estratégia de produção. A Tabela , a seguir, sintetiza essa mudança estratégica.

Maximização de Lucro vs. Minimização de Custo				
Cenário	Objetivo	Foco Estratégico	Solução Ótima (B, T)	Resultado
Anterior	Maximizar Lucro $Z = (4B+2T)$	O Boneco era o produto-chave (R\$ 4 de lucro vs R\$ 2).	(20, 60) ou (40, 20)	R\$ 200 (Lucro)
Novo	Minimizar Custo $C = (5B+3T)$	O Trem é o produto-chave (R\$ 3 de custo vs R\$ 5).	(0, 60)	R\$ 180 (Custo)

No cenário de Maximização de Lucro, o "Boneco" (B) era o produto-chave, pois seu lucro unitário (R\$ 4,00) é o dobro do "Trem" (T) (R\$ 2,00). Isso levou a empresa a produzir o máximo de bonecos que seus gargalos (Acabamento e Demanda) permitiam.

Em contrapartida, no cenário de Minimização de Custos, o "Trem" (T) tornou-se o produto-chave, pois seu custo (R\$ 3,00) é significativamente menor que o do "Boneco" (R\$ 5,00). Para atender à restrição de produção mínima ($B+T \geq 60$) da forma mais barata possível, a solução ótima eliminou completamente o produto mais caro, resultando em uma solução ótima com nenhum boneco e 60 trens (0, 60). Essa inversão no mix de produção demonstra que o "foco estratégico" é ditado diretamente pela função objetivo.

5. Conclusões

O estudo demonstrou a eficácia da Programação Linear para otimizar o planejamento de produção em cenários de múltiplos objetivos, sendo uma ferramenta robusta para tomada de decisão.

1. **Gargalos e Otimização (Máximo Lucro):** O lucro máximo é de R\$ 200,00, limitado primariamente pela capacidade de Acabamento. A existência de soluções ótimas alternativas (segmento C-D) fornece flexibilidade gerencial.
2. **Impacto do Objetivo (Mínimo Custo):** A mudança para minimização de custo forçou a produção a concentrar-se no produto de menor custo unitário (Trem), atingindo o mínimo de R\$ 180,00, uma vez que a restrição de produção mínima ($B+T \geq 60$) foi requisitada.
3. **Decisão Gerencial:** A comparação direta entre ambas evidencia a principal lição do estudo: o mix de produção ideal não é fixo, mas uma resposta direta ao objetivo estratégico (lucro ou custo).

6. Referências

Repositório do Github com os códigos desenvolvidos em R:
https://github.com/Kennedy-Torres/Pesquisa_Operacional.git