no caso da operação de retirada de registros em árvores binárias de pesquisa. conforme mostrado na Seção 5.3. Para localizar uma chave antecessora, basta procurar pela página folha mais à direita na subárvore à esquerda. Por exemplo, a antecessora da chave 30 na árvore da Figura 6.11 (d) é a chave 28.

Tão logo o registro seja retirado da página folha, é necessário verificar se pelo menos m registros passam a ocupar a página. Quando menos de m registros passam a ocupar a página, isso significa que a propriedade árvore B é violada. Para reconstituir a propriedade árvore B, é necessário tomar emprestado um registro da página vizinha. Conforme pode ser verificado na Figura 6.12, existem duas possibilidades:

- 1. O número de registros na página vizinha é maior do que m: basta tomar um registro emprestado e trazê-lo para a página em questão via página pai. A Figura 6.12 (a) mostra a retirada da chave 3.
- 2. Não existe um número suficiente de registros na página vizinha (a página vizinha possui exatamente m registros): nesse caso, o número total de registros nas duas páginas é 2m-1 e, consequentemente, as duas páginas têm de ser fundidas em uma só, tomando emprestado da página pai o registro do meio, o que permite liberar uma das páginas. Esse processo pode propagar-se até a página raiz, e, no caso em que o número de registros da página raiz fica reduzido a zero, ela é eliminada, causando redução na altura da árvore. A Figura 6.12 (b) mostra a retirada da chave 3.

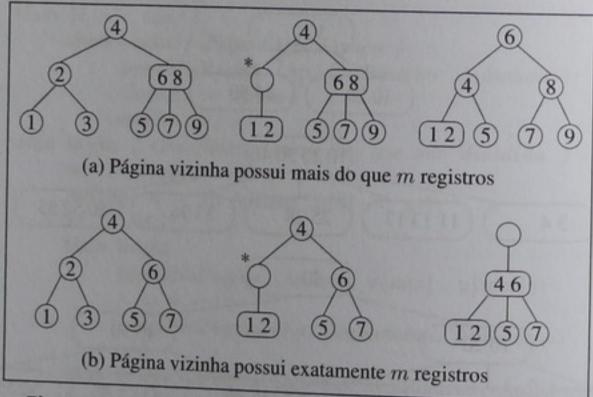


Figura 6.12 Retirada da chave 3 na árvore B de ordem m=1.

O procedimento Retira é apresentado no Programa 6.9 e contém outro procedimento interno recursivo, de nome Ret. No procedimento Ret, quando a página que contém o registro a ser retirado é uma página folha, a operação é simples. No caso de não ser uma página folha, a tarefa de localizar o registro antecessor é realizada pelo procedimento Antecessor. A condição de que menos do que  $\boldsymbol{m}$ 

registros passam a ocupar a página é sinalizada pelo parâmetro Diminuiu, fazendo que o procedimento Reconstitui seja ativado.

## Programa 6.9 Procedimento Retira

```
procedure Retira (Ch: TipoChave; var Ap: TipoApontador);
var Diminuiu: Boolean;
        : TipoApontador;
 procedure Ret(Ch: TipoChave; var Ap: TipoApontador; var Diminuiu: Boolean);
 var Ind, j: Integer;
   procedure Reconstitui (ApPag: TipoApontador; ApPai: TipoApontador;
                          PosPai: Integer; var Diminuiu: Boolean);
               : TipoApontador;
      DispAux, j: Integer;
   begin
     if PosPai < ApPai^.n
    then begin { Aux = Pagina a direita de ApPag }
         Aux := ApPai^.p[PosPai+1];
         DispAux := (Aux^n - M + 1) div 2;
         ApPag^.r[ApPag^.n+1] := ApPai^.r[PosPai+1];
         ApPag^.p[ApPag^.n+1] := Aux^.p[0];
         ApPag^n := ApPag^n + 1;
         if DispAux > 0
         then begin { Existe folga: transfere de Aux para ApPag }
              for j := 1 to DispAux -1 do
                InsereNaPagina (ApPag, Aux^.r[j], Aux^.p[j]);
                ApPai^.r[PosPai+1] := Aux^.r[DispAux];
                Aux^n := Aux^n - DispAux;
                for j := 1 to Aux^.n do Aux^.r[j]:=Aux^.r[j+DispAux];
                for j := 0 to Aux^.n do Aux^.p[j]:=Aux^.p[j+DispAux];
                Diminuiu := false
                end
         else begin { Fusao: intercala Aux em ApPag e libera Aux }
              for j := 1 to M do
                InsereNaPagina (ApPag, Aux^.r[j], Aux^.p[j]);
              dispose (Aux);
              for j := PosPai + 1 to ApPai^.n - 1 do with ApPai^ do
                begin
                r[j] := r[j+1]; p[j] := p[j+1]
                end:
              ApPai^n := ApPai^n - 1;
              if ApPai^.n >= M
              then Diminuiu := false;
              end
         end
```