vras, é possível re-rotular os vértices de G para serem rótulos de G' mantendo as arestas correspondentes em G e G'. A Figura 7.2 mostra dois grafos isomorfos G e G' com conjuntos de vértices $V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ e $V' = \{s, t, u, v, w, x, y, z\}$, respectivamente.

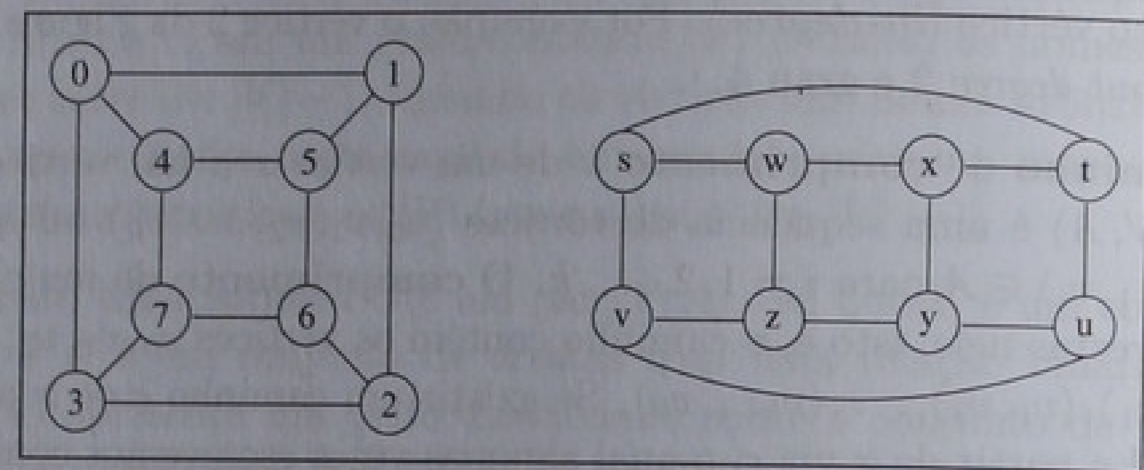

Figura 7.2 *Dois grafos isomorfos.*

Um grafo $G' = (V', A')$ é um **subgrafo** de $G = (V, A)$ se $V' \subseteq V$ e $A' \subseteq A$. Dado um conjunto $V' \subseteq V$, o subgrafo induzido por V' é o grafo $G' = (V', A')$, em que $A' = \{(u, v) \in A | u, v \in V'\}$. O subgrafo induzido pelo conjunto de vértices $\{1, 2, 4, 5\}$ na Figura 7.1(a) é mostrado na Figura 7.3 e possui o conjunto de arestas $\{(1, 2), (2, 2), (5, 4)\}$.

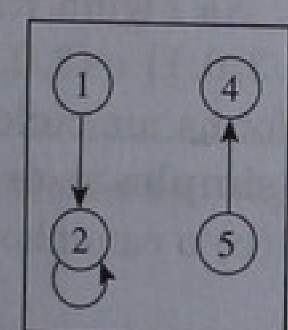

Figura 7.3 *Subgrafo do grafo da Figura 7.1(a) induzido pelo conjunto de vértices* $\{1, 2, 4, 5\}$.

A versão direcionada de um grafo não direcionado $G = (V, A)$ é um grafo direcionado $G' = (V', A')$, em que $(u, v) \in A'$ se e somente se $(u, v) \in A$. Ou seja, cada aresta não direcionada (u, v) em G é substituída por duas arestas direcionadas (u, v) e (v, u), conforme ilustra a Figura 7.4.

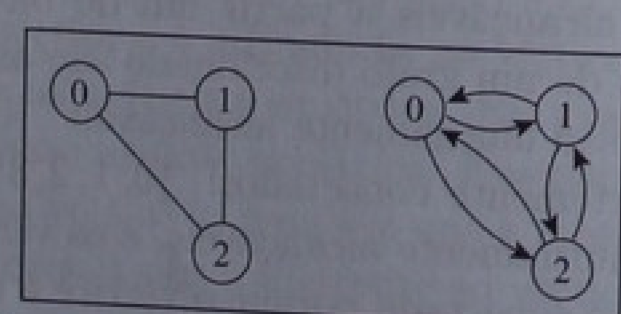

Figura 7.4 *Versão direcionada de um grafo não direcionado.*

A versão não direcionada de um grafo direcionado $G = (V, A)$ é um grafo não direcionado $G' = (V', A')$, no qual $(u, v) \in A'$ se e somente se $u \neq v$ e $(u, v) \in A$ ou $(v, u) \in A$. Ou seja, a versão não direcionada contém as arestas de G sem a direção e sem os *self-loops*. A Figura 7.5 apresenta a versão não direcionada do grafo direcionado apresentado na Figura 7.1(a). Em um grafo direcionado $G = (V, A)$, um **vizinho** de um vértice u é qualquer vértice adjacente a u na versão não direcionada de G. Em um grafo não direcionado, u e v são vizinhos se eles forem adjacentes.

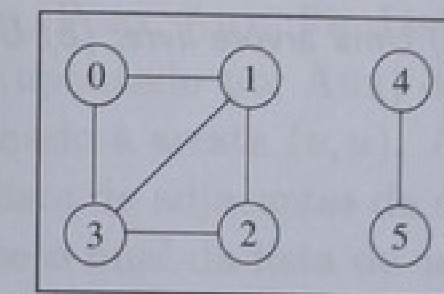

Figura 7.5 *Versão não direcionada do grafo direcionado apresentado na Figura 7.1(a).*

Um **grafo ponderado** possui pesos associados às suas arestas. Esses pesos podem representar, por exemplo, custos ou distâncias. Um **grafo bipartido** é um grafo não direcionado $G = (V, A)$, no qual V pode ser particionado em dois conjuntos V_1 e V_2 tal que $(u, v) \in A$ implica que $u \in V_1$ e $v \in V_2$ ou $u \in V_2$ e $v \in V_1$, isto é, todas as arestas ligam os dois conjuntos V_1 e V_2.

Um **hipergrafo** é como um grafo não direcionado em que cada aresta conecta um número arbitrário de vértices, em vez de conectar dois vértices apenas. Hipergrafos são utilizados na Seção 5.5.4 sobre ***hashing* perfeito**. Na Seção 7.10 é apresentada uma estrutura de dados mais adequada para representar um hipergrafo.

Um **grafo completo** é um grafo não direcionado no qual todos os pares de vértices são adjacentes, isto é, possui arestas ligando todos os vértices entre si. Como um grafo direcionado pode ter no máximo $|V|^2$ arestas, então o grafo completo possui $(|V|^2 - |V|)/2 = |V|(|V| - 1)/2$ arestas, pois do total de $|V|^2$ pares possíveis de vértices devemos subtrair $|V|$ *self-loops* e dividir por 2, já que cada aresta ligando dois vértices é contada duas vezes no grafo direcionado. O número total de **grafos diferentes** com $|V|$ vértices é $2^{|V|(|V|-1)/2}$, valor que corresponde ao número de maneiras diferentes de escolher um subconjunto a partir de $|V|(|V| - 1)/2$ possíveis arestas.

Uma **árvore livre** é um grafo não direcionado acíclico e conectado. É comum omitir-se o adjetivo "livre" quando dizemos que o grafo é uma árvore. Uma **floresta** é um grafo não direcionado acíclico, podendo ou não ser conectado. A Figura 7.6(a) mostra uma árvore livre e a Figura 7.6(b) mostra uma floresta. Na literatura é comum chamar um **grafo direcionado acíclico** de *dag* (do inglês *directed acyclic graph*). Uma **árvore geradora** de um grafo conectado $G = (V, A)$ é um subgrafo que contém todos os vértices de G e forma uma árvore, conforme