

# Lista 1: Introdução à Análise de Algoritmos

Márcio Moretto Ribeiro

7 de outubro de 2021

## Problema da 3-soma

**Entrada:** Três sequência de  $n \in \mathbb{N}$  valores cada  $a_1, \dots, a_n$ ,  $b_1, \dots, b_n$  e  $c_1, \dots, c_n$  em que  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{Z}$  para  $1 \leq i \leq n$ .

**Saída:** A quantidade de  $is$ ,  $js$  e  $ks$  tais que  $a_i + b_j + c_k = 0$ .

### Exercício 1:

Considere o seguinte algoritmo:

```
3SOMA( $A, B, C$ )
1   $m \leftarrow 0$ 
2  for  $i \leftarrow 1$  até  $n$ 
3      do for  $j \leftarrow 1$  até  $n$ 
4          do for  $k \leftarrow 1$  até  $n$ 
5              if  $a_i + b_j + c_k = 0$ 
6                  then  $m \leftarrow m + 1$ 
7  return  $m$ 
```

Calcule o tempo de processamento em função do tamanho  $n$  da entrada assumindo que:

- Cada iteração de variável toma tempo constante  $c_1$
- Cada atribuição toma tempo constante  $c_2$
- Cada soma toma tempo constante  $c_3$

- A saída toma tempo constante  $c_4$
- Cada comparação toma tempo constante  $c_5$

**Exercício 2:** Mostre que o tempo de processamento do algoritmo 3Soma é  $\Theta(n^3)$  no pior caso.

**Exercício 3:** Descreva em pseudo-código um algoritmo cujo tempo de processamento no pior caso é  $\Theta(n^2 \log(n))$ . Dica: ordene a sequência  $c_1, \dots, c_n$  usando qualquer um dos métodos visto em aula e use a busca binária.

**Exercício 4:** Considere agora o seguinte algoritmo de ordenação:

BUBBLESORT( $A$ )

```

1  ▷ Recebe uma sequência  $a_1, \dots, a_n$ 
2  ▷ Reordena a sequência de forma que seus elementos fiquem em ordem crescente
3  for  $i \leftarrow 1$  até  $n$ 
4      do for  $j \leftarrow n$  até  $i + 1$ 
5          if  $a_j < a_{j-1}$ 
6              then  $a_j \leftrightarrow a_{j-1}$ 
```

Mostre que este algoritmo é correto, ou seja, que ele resolve o problema da ordenação.

**Exercício 5: (Extra)** Mostre que o algoritmo da 3Soma apresentado no exercício 1 é correto.