vras, é possível re-rotular os vértices de G para serem rótulos de G' mantendo as arestas correspondentes em G e G'. A Figura 7.2 mostra dois grafos isomorfos G e G' com conjuntos de vértices $V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ e $V' = \{s, t, u, v, w, x, y, z\}$, respectivamente.

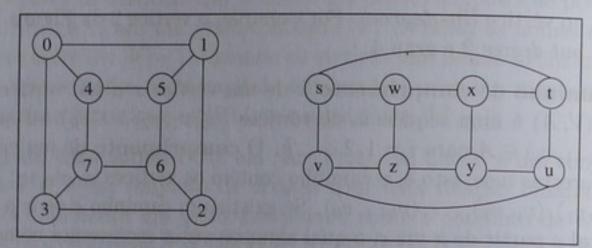


Figura 7.2 Dois grafos isomorfos.

Um grafo G'=(V',A') é um subgrafo de G=(V,A) se $V'\subseteq V$ e $A'\subseteq A$. Dado um conjunto $V'\subseteq V$, o subgrafo induzido por V' é o grafo G'=(V',A'), em que $A'=\{(u,v)\in A|u,v\in V'\}$. O subgrafo induzido pelo conjunto de vértices $\{1,2,4,5\}$ na Figura 7.1(a) é mostrado na Figura 7.3 e possui o conjunto de arestas $\{(1,2),(2,2),(5,4)\}$.

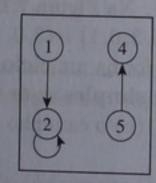


Figura 7.3 Subgrafo do grafo da Figura 7.1(a) induzido pelo conjunto de vértices $\{1,2,4,5\}$.

A versão direcionada de um grafo não direcionado G = (V, A) é um grafo direcionado G' = (V', A'), em que $(u, v) \in A'$ se e somente se $(u, v) \in A$. Ou seja, cada aresta não direcionada (u, v) em G é substituída por duas arestas direcionadas (u, v) e (v, u), conforme ilustra a Figura 7.4.

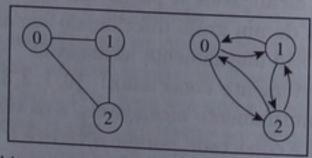


Figura 7.4 Versão direcionada de um grafo não direcionado.

A versão não direcionada de um grafo direcionado G=(V,A) é um grafo não direcionado G'=(V',A'), no qual $(u,v)\in A'$ se e somente se $u\neq v$ e $(u,v)\in A$ ou $(v,u)\in A$. Ou seja, a versão não direcionada contém as arestas de G sem a direção e sem os self-loops. A Figura 7.5 apresenta a versão não direcionada do grafo direcionado apresentado na Figura 7.1(a). Em um grafo direcionado G=(V,A), um vizinho de um vértice u é qualquer vértice adjacente a u na versão não direcionada de G. Em um grafo não direcionado, u e v são vizinhos se eles forem adjacentes.

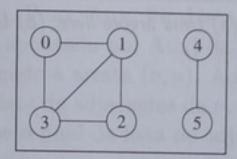


Figura 7.5 Versão não direcionada do grafo direcionado apresentado na Figura 7.1(a).

Um grafo ponderado possui pesos associados às suas arestas. Esses pesos podem representar, por exemplo, custos ou distâncias. Um grafo bipartido é um grafo não direcionado G=(V,A), no qual V pode ser particionado em dois conjuntos V_1 e V_2 tal que $(u,v)\in A$ implica que $u\in V_1$ e $v\in V_2$ ou $u\in V_2$ e $v\in V_1$, isto é, todas as arestas ligam os dois conjuntos V_1 e V_2 .

Um hipergrafo é como um grafo não direcionado em que cada aresta conecta um número arbitrário de vértices, em vez de conectar dois vértices apenas. Hipergrafos são utilizados na Seção 5.5.4 sobre *hashing* perfeito. Na Seção 7.10 é apresentada uma estrutura de dados mais adequada para representar um hipergrafo.

Um grafo completo é um grafo não direcionado no qual todos os pares de vértices são adjacentes, isto é, possui arestas ligando todos os vértices entre si. Como um grafo direcionado pode ter no máximo $|V|^2$ arestas, então o grafo completo possui $(|V|^2 - |V|)/2 = |V|(|V| - 1)/2$ arestas, pois do total de $|V|^2$ pares possíveis de vértices devemos subtrair |V| self-loops e dividir por 2, já que cada aresta ligando dois vértices é contada duas vezes no grafo direcionado. O número total de grafos diferentes com |V| vértices é $2^{|V|(|V|-1)/2}$, valor que corresponde ao número de maneiras diferentes de escolher um subconjunto a partir de |V|(|V|-1)/2 possíveis arestas.

Uma árvore livre é um grafo não direcionado acíclico e conectado. É comum omitir-se o adjetivo "livre" quando dizemos que o grafo é uma árvore. Uma floresta é um grafo não direcionado acíclico, podendo ou não ser conectado. A Figura 7.6(a) mostra uma árvore livre e a Figura 7.6(b) mostra uma floresta. Na literatura é comum chamar um grafo direcionado acíclico de dag (do inglês directed acyclic graph). Uma árvore geradora de um grafo conectado G = (V, A) é um subgrafo que contém todos os vértices de G e forma uma árvore, conforme