

# Lista 2: Introdução à Análise de Algoritmos

Márcio Moretto Ribeiro

3 de dezembro de 2021

## Problema da Mochila

**Entrada:** Duas sequências de números naturais – uma representando pesos  $(w_1, \dots, w_n)$  e outra valores  $(v_1, \dots, v_n)$  de  $n$  objetos – e um valor natural  $W$  que representa a capacidade da mochila.

**Saída:** Um conjunto de índices  $I$  tais que a soma dos pesos não supere a capacidade ( $\sum_{i \in I} w_i \leq W$ ) e a soma dos valores  $\sum_{i \in I} v_i$  seja a maior possível.

**Exercício 1:** Escreva um algoritmo guloso que selecione objetos em ordem do maior valor para o de menor valor que não excedam a capacidade  $W$ . Mostre com um exemplo que este algoritmo não resolve o problema da mochila.

**Exercício 2:** Escreva um algoritmo de programação dinâmica que resolva o problema da mochila. Em função de  $W$  e  $n$ , assintoticamente qual o tempo de processamento de pior caso deste algoritmo? Também em função das mesmas variáveis, assintoticamente qual é o espaço de memória ocupado no pior caso?

**Exercício 3:** Considere um arranjo de  $k$  bits  $A$  representando um número natural em notação binária. Esse arranjo começa com todas posições com 0 e é incrementado de um em um utilizando o seguinte algoritmo:

INCREMENTA( $A$ )

```
1   $i \leftarrow 1$ 
2  while  $i < k$  e  $A[i] = 1$ 
3      do  $A[i] \leftarrow 0$ 
4       $i \leftarrow i + 1$ 
5  if  $i < k$ 
6      then  $A[i] \leftarrow 1$ 
```

Mostre, utilizando a técnica do *contador* para análise amortizada, que o tempo total e  $n$  operações de incremento tomam tempo total  $O(n)$ .