Lista 2: Introdução à Análise de Algoritmos

Márcio Moretto Ribeiro

3 de dezembro de 2021

Problema da Mochila

Entrada: Duas sequências de números naturais – uma represntando pesos (w_1, \ldots, w_n) e outra valores (v_1, \ldots, v_n) de n objetos – e um valor natual W que representa a capacidade da mochila.

Saída: Um conjunto de indices I tais que a soma dos pesos não supere a capacidade $(\sum_{i \in I} w_i \leq W)$ e a soma dos valores $\sum_{i \in I} v_i$ seja a maior possível.

Exercício 1: Escreva um algoritmo guloso que selecione objetos em ordem do maior valor para o de menor valor que não excedam a capacidade W. Mostre com um exemplo que este algoritmo não resolve o problema da mochila.

Exercício 2: Escreva um algoritmo de programação dinâmica que resolva o problema da mochila. Em função de W e n, assintoticamente qual o tempo de processamento de pior caso deste algoritmo? Também em função das mesmas variáveis, assintoticamente qual é o espaço de memória ocupado no pior caso?

Exercício 3: Considere um arranjo de k bits A representando um número natural em notação binária. Esse arranjo começa com todas posições com 0 e é incrementado de um em um utilizando o seguinte algoritmo:

```
\begin{array}{ll} \operatorname{Incrementa}(A) \\ 1 & i \leftarrow 1 \\ 2 & \mathbf{while} \ i < k \ \mathrm{e} \ A[i] = 1 \\ 3 & \mathbf{do} \ A[i] \leftarrow 0 \\ 4 & i \leftarrow i + 1 \\ 5 & \mathbf{if} \ i < k \\ 6 & \mathbf{then} \ A[i] \leftarrow 1 \end{array}
```

Mostre, utilizando a técnica do contador para análise amortizada, que o tempo total e n operações de incremento tomam tempo total O(n).