

A Figura 7.10 mostra o progresso da busca em profundidade no grafo direcionado da Figura 7.10(a). Ao lado de cada vértice é mostrada a cor branca, cinza ou preta (b, c ou p), e entre parênteses tempo-de-descoberta/tempo-de-término.

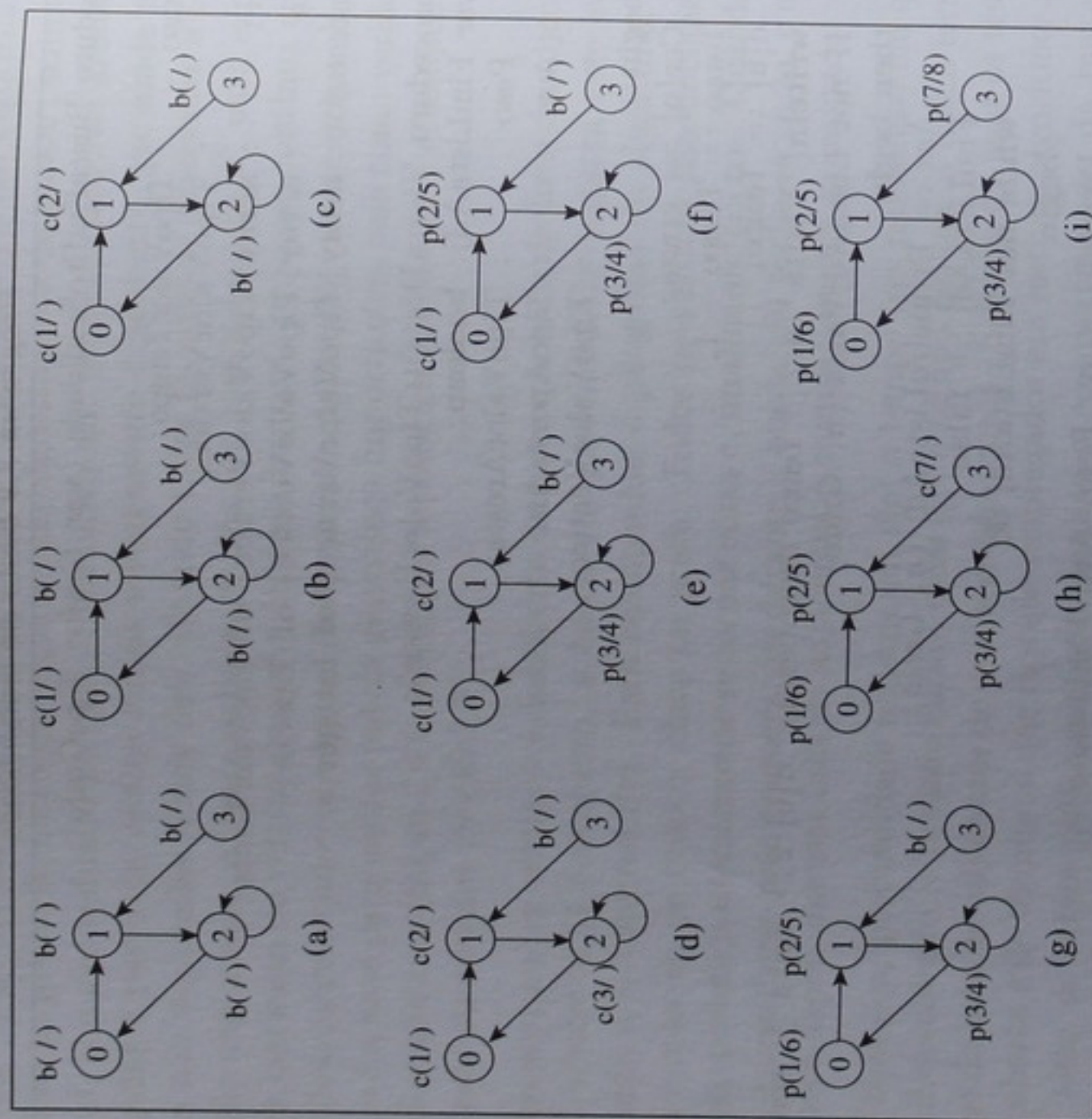


Figura 7.10 Progresso da busca em profundidade em um grafo direcionado.

Análise Os dois anéis da BuscaEmProfundidade têm custo $O(|V|)$ cada um, a menos da chamada do procedimento $VisitaDfs(u)$ no segundo anel. O procedimento $VisitaDfs$ é chamado exatamente uma vez para cada vértice $u \in V$, desde que $VisitaDfs$ seja chamado apenas para vértices brancos e a primeira ação é pintar o vértice de cinza. Durante a execução de $VisitaDfs(u)$, o anel principal é executado $|Adj[u]|$ vezes. Desde que

$$\sum_{u \in V} |Adj[u]| = O(|A|),$$

o tempo total de execução de $VisitaDfs$ é $O(|A|)$. Logo, a complexidade total da BuscaEmProfundidade é $O(|V| + |A|)$.

Classificação de Arestas

Outra propriedade importante da busca em profundidade é que ela pode ser usada para a **classificação de arestas** do grafo de entrada $G = (V, A)$. Esse tipo de informação pode ser útil para derivar outros algoritmos, como aquele para verificar se um grafo direcionado é acíclico, mostrado na próxima seção.

Podemos definir quatro tipos de arestas a partir do efeito da busca em profundidade em G , a saber:

1. **Arestas de árvore** são arestas de uma árvore de busca em profundidade. A aresta (u, v) é uma aresta de árvore se v foi descoberto pela primeira vez ao percorrer a aresta (u, v) .
2. **Arestas de retorno** são arestas (u, v) que conectam um vértice u com um antecessor v em uma árvore de busca em profundidade. As arestas *self-loops* são consideradas arestas de retorno.
3. **Arestas de avanço** são arestas (u, v) que não pertencem à árvore de busca em profundidade, mas conectam um vértice u a um descendente v que pertence à árvore de busca em profundidade.
4. **Arestas de cruzamento** são todas as outras arestas, que podem conectar vértices na mesma árvore de busca em profundidade ou em duas árvores de busca em profundidade diferentes.

Na busca em profundidade cada aresta pode ser classificada no momento em que a aresta é percorrida. Cada aresta (u, v) pode ser classificada pela cor do vértice v alcançado quando a aresta é percorrida pela primeira vez:

1. Branco indica uma **aresta de árvore**. Esse caso é imediato a partir da especificação do algoritmo.
2. Cinza indica uma **aresta de retorno**. Nesse caso, basta observar que vértices cinza sempre formam uma cadeia linear de descendentes que correspondem à pilha de chamadas recursivas a $VisitaDfs$ que estão ativas: o número de vértices cinza é um a mais do que a profundidade do vértice mais recentemente descoberto na árvore de busca. O caminho prossegue sempre a partir do vértice cinza mais profundo, logo uma aresta que atinge um vértice cinza atinge um antecessor que forma assim uma aresta de retorno.
3. Preto indica uma **aresta de avanço** ou uma **aresta de cruzamento**. Uma aresta (u, v) é de avanço quando $d[u] < d[v]$ e de cruzamento quando $d[u] > d[v]$.

A Figura 7.11 apresenta um grafo direcionado. Ao lado de cada aresta é mostrado se o tipo de aresta é de árvore, de retorno, de avanço ou de cruzamento (arv, ret, avan ou cruz).