

Figura 5.18 O passo de ranking constrói a estrutura de dados usada para computar a função $rank : [0, 5] \rightarrow [0, 2]$ em tempo $O(1)$.

A função *rank* pode ser implementada utilizando um algoritmo proposto por Pagh (2001). O algoritmo usa ϵM bits adicionais, onde $0 < \epsilon < 1$ para armazenar explicitamente o *rank* de cada k -ésimo índice de g em uma tabela *TabRank*, onde $k = \lfloor \log(M)/\epsilon \rfloor$. Para garantir uma avaliação da função $rank(u)$ em tempo $O(1)$, é necessário usar uma tabela T_r auxiliar. A Figura 5.19 mostra as tabelas *TabRank* e T_r para o exemplo da Figura 5.18.

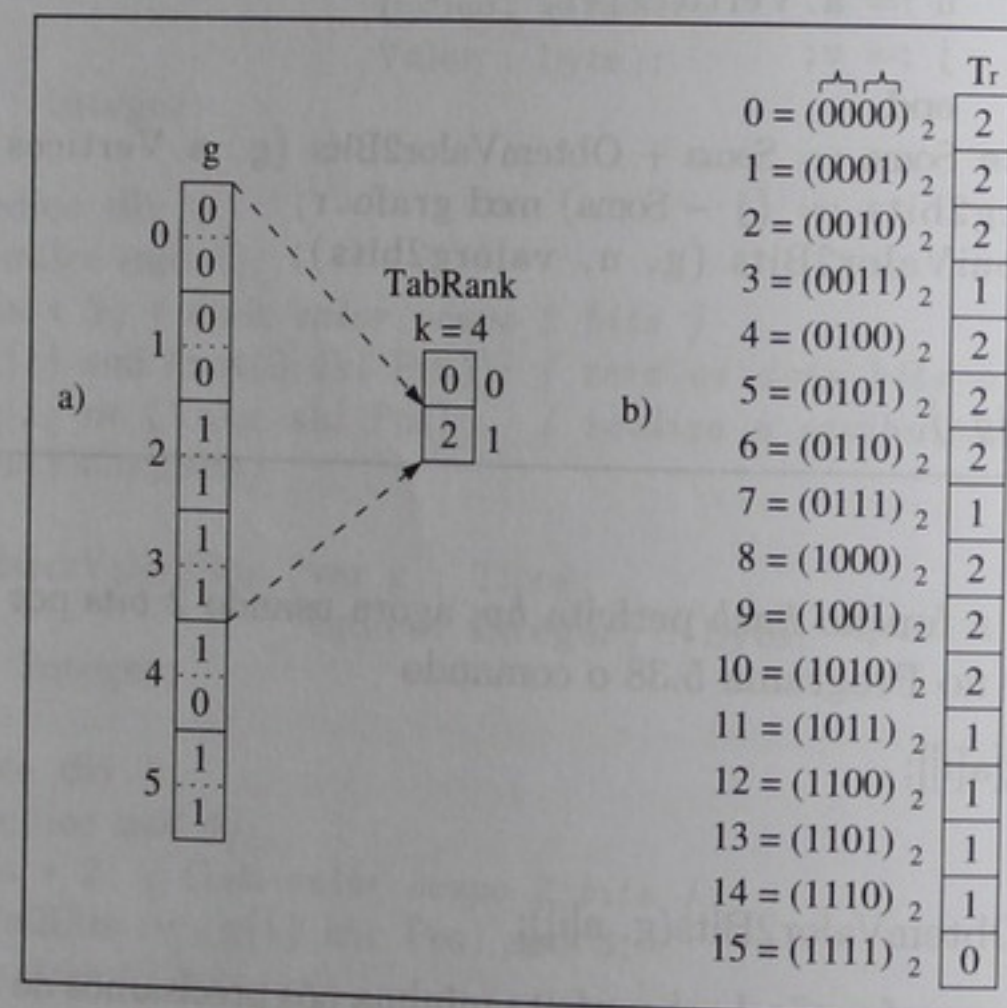


Figura 5.19 O uso das tabelas *TabRank* e T_r .

A tabela *TabRank* mostrada na Figura 5.19(a) armazena em cada entrada o número total de valores de 2 bits diferentes de $r = 3$ até cada k -ésima posição do arranjo g (exclusive). No exemplo consideramos $k = 4$. Assim, existem 0 valores até a posição 0 e 2 valores até a posição 4 de g . O Programa 5.40 mostra o procedimento para gerar a tabela *TabRank*.

Programa 5.40 Gera a tabela *TabRank*

```

Procedure GeraTabRank (var g      : Tipog;
                        Tamg      : TipoValorVertice;
                        k          : TipoK;
                        var TabRank: TipoTabRank);

var i, Soma: Integer;
begin
    Soma := 0;
    for i := 0 to Tamg - 1 do
        begin
            if (i mod k = 0) then TabRank[i div k] := Soma;
            if (ObtemValor2Bits(g, i) <> NAOATRIBUIDO) then Soma := Soma + 1;
        end;
    end; { GeraTabRank }

```

Para calcular o $rank(u)$ usando as tabelas *TabRank* e T_r são necessários dois passos: (i) obter o *rank* do maior índice precomputado $v \leq u$ em *TabRank*; e (ii) usar T_r para contar o número de vértices atribuídos da posição v até $u - 1$. No exemplo da Figura 5.19(b) a tabela T_r possui 16 entradas necessárias para armazenar todas as combinações possíveis de 4 bits. Por exemplo, a posição 0, cujo valor binário é $(0000)_2$, contém dois valores diferentes de $r = 3$; na posição 3, cujo valor binário é $(0011)_2$, contém apenas um valor diferente de $r = 3$, e assim por diante. Cabe notar que cada valor de $r \geq 2$ requer uma tabela T_r diferente que deve ser gerada a priori pelo Programa 5.41. O procedimento para gerar a tabela T_r considera que T_r é indexada por um número de 8 bits e, portanto, $MaxTrValue = 255$. Além disso, no máximo 4 vértices podem ser empacotados em um *byte*, razão pela qual o *anel interno* vai de 1 a 4.

Programa 5.41 Gera a tabela T_r

```

Procedure GeraTr (var Tr: TipoTr);
var i, j, v, Soma: Integer;
begin
    Soma := 0;
    for i := 0 to MAXTRVALUE do
        begin
            Soma := 0; v := i;
            for j := 1 to 4 do
                begin
                    if ((v and 3) <> NAOATRIBUIDO) then Soma := Soma + 1;
                    v := v shr 2;
                end;
            Tr[i] := Soma;
        end;
    end; { GeraTr }

```

A função *hash* perfeita mínima resultante tem a seguinte forma:

$$hpm(x) = rank(hp(x)) \quad (5.2)$$