

no caso da operação de retirada de registros em árvores binárias de pesquisa, conforme mostrado na Seção 5.3. Para localizar uma chave antecessora, basta procurar pela página folha mais à direita na subárvore à esquerda. Por exemplo, a antecessora da chave 30 na árvore da Figura 6.11 (d) é a chave 28.

Tão logo o registro seja retirado da página folha, é necessário verificar se pelo menos  $m$  registros passam a ocupar a página. Quando menos de  $m$  registros passam a ocupar a página, isso significa que a propriedade árvore B é violada. Para reconstituir a propriedade árvore B, é necessário tomar emprestado um registro da página vizinha. Conforme pode ser verificado na Figura 6.12, existem duas possibilidades:

1. O número de registros na página vizinha é maior do que  $m$ : basta tomar um registro emprestado e trazê-lo para a página em questão via página pai. A Figura 6.12 (a) mostra a retirada da chave 3.
2. Não existe um número suficiente de registros na página vizinha (a página vizinha possui exatamente  $m$  registros): nesse caso, o número total de registros nas duas páginas é  $2m - 1$  e, consequentemente, as duas páginas têm de ser fundidas em uma só, tomando emprestado da página pai o registro do meio, o que permite liberar uma das páginas. Esse processo pode propagar-se até a página raiz, e, no caso em que o número de registros da página raiz fica reduzido a zero, ela é eliminada, causando redução na altura da árvore. A Figura 6.12 (b) mostra a retirada da chave 3.

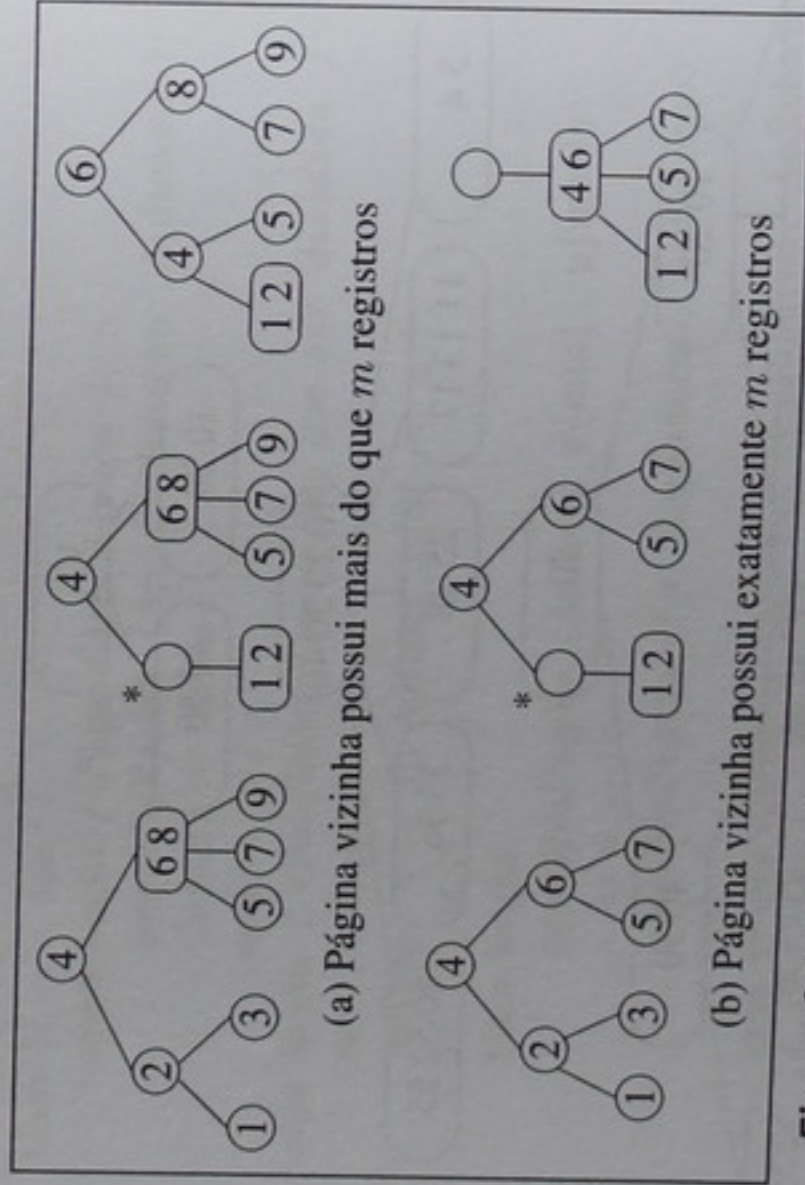


Figura 6.12 Retirada da chave 3 na árvore B de ordem  $m = 1$ .

O procedimento Retira é apresentado no Programa 6.9 e contém outro procedimento interno recursivo, de nome Ret. No procedimento Ret, quando a página que contém o registro a ser retirado é uma página folha, a operação é simples. No caso de não ser uma página folha, a tarefa de localizar o registro antecessor é realizada pelo procedimento Antecessor. A condição de que menos do que  $m$

registros passam a ocupar a página é sinalizada pelo parâmetro Diminuiu, fazendo que o procedimento Reconstitui seja ativado.

### Programa 6.9 Procedimento Retira

```

procedure Retira (Ch: TipoChave; var Ap: TipoApontador);
var Diminuiu: Boolean;
    Aux: TipoApontador;

procedure Ret(Ch: TipoChave; var Ap: TipoApontador; var Diminuiu: Boolean);
var Ind, j: Integer;

    procedure Reconstitui (ApPag: TipoApontador; ApPai: TipoApontador;
        PosPai: Integer; var Diminuiu: Boolean);
    var Aux: TipoApontador;
        DispAux, j: Integer;
    begin
        if PosPai < ApPai^.n
        then begin { Aux = Página a direita de ApPag }
            Aux := ApPai^.p[PosPai+1];
            DispAux := (Aux^.n - M + 1) div 2;
            ApPag^.r[ApPag^.n+1] := ApPai^.r[PosPai+1];
            ApPag^.p[ApPag^.n+1] := Aux^.p[0];
            ApPag^.n := ApPag^.n + 1;
            if DispAux > 0
            then begin { Existe folga: transfere de Aux para ApPag }
                for j := 1 to DispAux - 1 do
                    InereNaPagina (ApPag, Aux^.r[j], Aux^.p[j]);
                    ApPai^.r[PosPai+1] := Aux^.r[DispAux];
                    Aux^.n := Aux^.n - DispAux;
                    for j := 1 to Aux^.n do Aux^.r[j] := Aux^.r[j+DispAux];
                    for j := 0 to Aux^.n do Aux^.p[j] := Aux^.p[j+DispAux];
                    Diminuiu := false
                end
            end
        else begin { Fusao: intercala Aux em ApPag e libera Aux }
            for j := 1 to M do
                InereNaPagina (ApPag, Aux^.r[j], Aux^.p[j]);
                dispose (Aux);
            for j := PosPai + 1 to ApPai^.n - 1 do with ApPai^ do
                begin
                    r[j] := r[j+1]; p[j] := p[j+1]
                end;
                ApPai^.n := ApPai^.n - 1;
                if ApPai^.n >= M
                then Diminuiu := false;
            end
        end
    end

```