

Qual é a influência de um sistema de **paginação** no comportamento de uma árvore B? Como o número de níveis de uma árvore B é muito pequeno (apenas três ou quatro) se comparado ao número de molduras de páginas, o sistema de paginação garante que a página raiz esteja sempre presente na memória principal, desde que a política de reposição de páginas adotada seja a política LRU. O esquema LRU faz também que as páginas a serem particionadas em uma inserção estejam automaticamente disponíveis na memória principal.

Finalmente, é importante observar que a escolha do tamanho adequado da ordem  $m$  da árvore B é geralmente feita levando em conta as características de cada computador. Por exemplo, em um computador com memória virtual paginada, o tamanho ideal da página da árvore corresponde ao tamanho da página do sistema, e a transferência de dados da memória secundária para a memória principal e vice-versa é realizada pelo sistema operacional. Esses tamanhos variam entre 512 bytes e 4.096 bytes, em múltiplos de 512 bytes.

## Notas Bibliográficas

O material utilizado na Seção 6.1 sobre um modelo de computação para memória secundária veio de Lister (1975). As árvores B foram introduzidas por Bayer e McCreight (1972). Comer (1979) discute árvores B sob um ponto de vista mais prático. Wirth (1976) apresenta uma implementação dos algoritmos de inserção e de retirada; Gonnet e Baeza-Yates (1991) apresentam uma implementação do algoritmo de inserção. A principal referência utilizada no item concorrência em árvores B veio de Bayer e Schkolnick (1977).

## Exercícios

### 1. Memória Virtual

a) Um sistema de memória virtual pode ser usado eficientemente como mecanismo de ordenação de arquivos que não caibam inteiramente na memória principal? Justifique sua resposta.

b) Um sistema de memória virtual melhora ou não o desempenho de um algoritmo de pesquisa em uma árvore B? Por quê?

### 2. Localidade de Referência (Meira Jr., 2008).

a) Conceitue **localidade de referência espacial**.

b) Descreva uma estratégia de medição de localidade de referência espacial.

c) Conceitue **localidade de referência temporal**.

d) Descreva uma estratégia de medição de localidade de referência temporal.

e) Apresente um trecho de programa que tenha localidade de referência ruim (temporal e/ou espacial) e explique porque ele exibe esse comportamento.

f) Discuta o que pode ser feito para melhorar a localidade de referência do trecho de programa apresentado e como a sua estratégia de medição auxilia para detectar o problema e indicar uma solução.

### 3. Árvore B

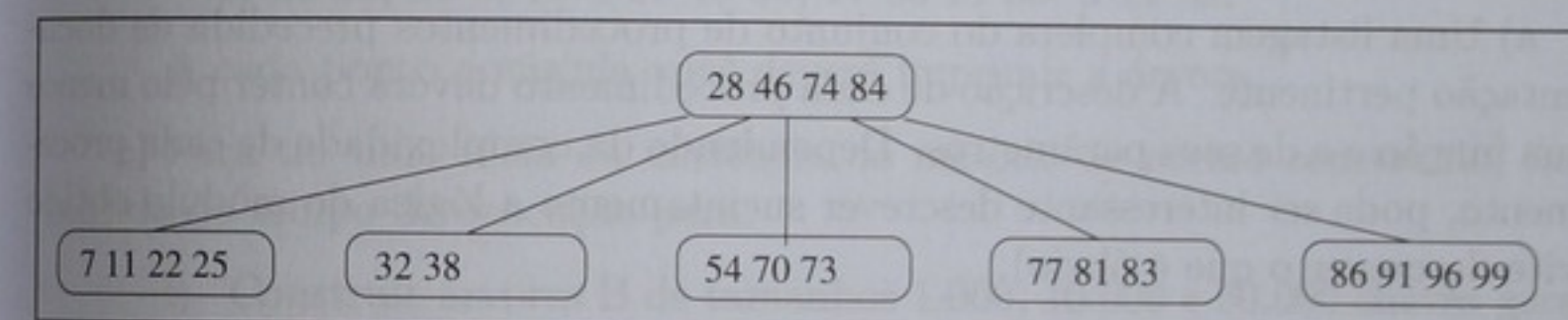
a) Construa uma árvore B de ordem  $m = 1$  para as seguintes chaves: 15, 10, 30, 40, 5, 20, 12.

b) Retire a chave 15 e depois a chave 20 da árvore obtida no primeiro item.

c) Considere acesso concorrente. Explique como se processa a retirada da chave 15 no item anterior usando um protocolo para processos modificadores.

### 4. Árvore B (Meira Jr., 2008).

Considere uma árvore B em que cada folha pode conter até 4 registros. Seja  $M$  o dia do seu nascimento. Na retirada de registros que estejam em nós internos, considere apenas o antecessor. A árvore inicial é:



a) Mostre a árvore após serem inseridos os seguintes registros:  $M$ , 61, 71, 65 e 55, nessa ordem.

b) Insira as chaves 58, 60, 2 e 4 na árvore criada no item anterior e mostre a árvore resultante.

c) Retire as chaves  $M$ , 54, 32 e 28 da árvore criada no item anterior e mostre a árvore resultante.

d) Retire as chaves 4, 11, 38 e 22 da árvore criada no item anterior e mostre a árvore resultante.

### 5. Árvore B.

a) Obtenha analiticamente o valor da altura  $h$  de uma árvore 2-3 para o melhor e o pior caso.

b) Obtenha empiricamente os resultados a seguir. Utilize um gerador de números aleatórios para gerar as chaves. Repita o experimento para valores diferentes de  $n$ . Para cada valor de  $n$ , repita o experimento um certo número de vezes para que a média seja representativa.

i) A altura esperada  $h$  de uma árvore 2-3 randômica com  $n$  chaves. Assuma que a altura esperada é aproximadamente  $\log_x n + 1$ . Determine empiricamente o valor de  $x$ .