

vras, é possível re-rotular os vértices de  $G$  para serem rótulos de  $G'$  mantendo as arestas correspondentes em  $G$  e  $G'$ . A Figura 7.2 mostra dois grafos isomorfos  $G$  e  $G'$  com conjuntos de vértices  $V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  e  $V' = \{s, t, u, v, w, x, y, z\}$ , respectivamente.

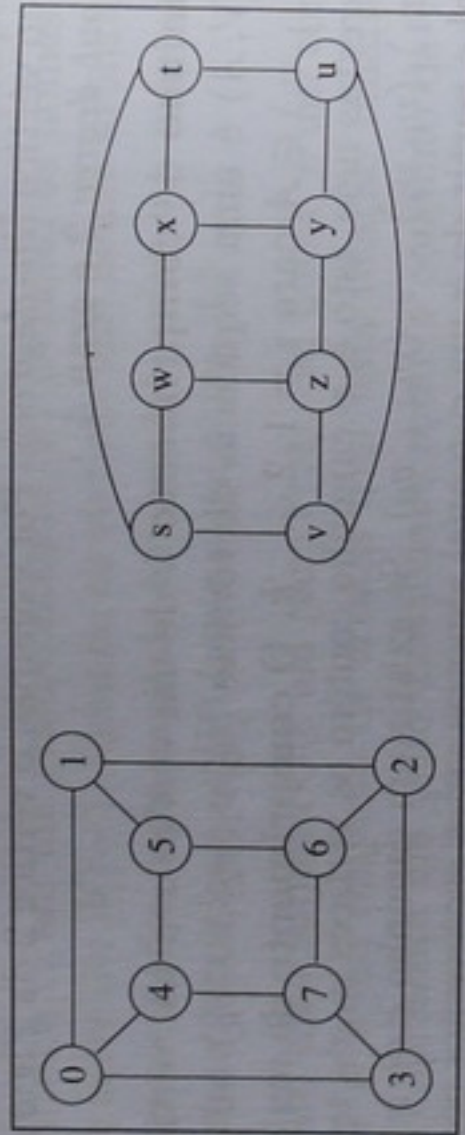


Figura 7.2 Dois grafos isomorfos.

Um grafo  $G' = (V', A')$  é um **subgrafo** de  $G = (V, A)$  se  $V' \subseteq V$  e  $A' \subseteq A$ . Dado um conjunto  $V' \subseteq V$ , o subgrafo induzido por  $V'$  é o grafo  $G' = (V', A')$ , em que  $A' = \{(u, v) \in A | u, v \in V'\}$ . O subgrafo induzido pelo conjunto de vértices  $\{1, 2, 4, 5\}$  na Figura 7.1(a) é mostrado na Figura 7.3 e possui o conjunto de arestas  $\{(1, 2), (2, 2), (5, 4)\}$ .

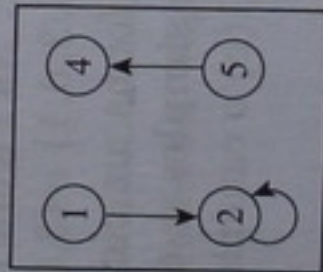


Figura 7.3 Subgrafo do grafo da Figura 7.1(a) induzido pelo conjunto de vértices  $\{1, 2, 4, 5\}$ .

A versão direcionada de um grafo não direcionado  $G = (V, A)$  é um grafo direcionado  $G' = (V', A')$ , em que  $(u, v) \in A'$  se e somente se  $(u, v) \in A$ . Ou seja, cada aresta não direcionada  $(u, v)$  em  $G$  é substituída por duas arestas direcionadas  $(u, v)$  e  $(v, u)$ , conforme ilustra a Figura 7.4.

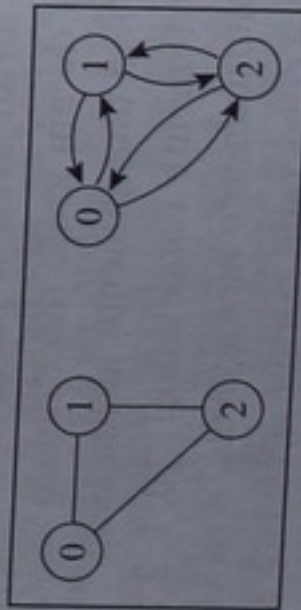


Figura 7.4 Versão direcionada de um grafo não direcionado.

A versão não direcionada de um grafo direcionado  $G = (V, A)$  é um grafo não direcionado  $G' = (V', A')$ , no qual  $(u, v) \in A'$  se e somente se  $u \neq v$  e  $(u, v) \in A$  ou  $(v, u) \in A$ . Ou seja, a versão não direcionada contém as arestas de  $G$  sem a direção e sem os *self-loops*. A Figura 7.5 apresenta a versão não direcionada do grafo direcionado apresentado na Figura 7.1(a). Em um grafo direcionado  $G = (V, A)$ , um **vizinho** de um vértice  $u$  é qualquer vértice adjacente a  $u$  na versão não direcionada de  $G$ . Em um grafo não direcionado,  $u$  e  $v$  são vizinhos se eles forem adjacentes.

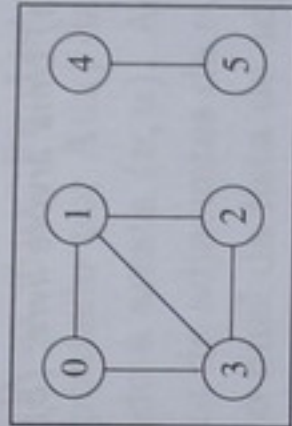


Figura 7.5 Versão não direcionada do grafo direcionado apresentado na Figura 7.1(a).

Um **grafo ponderado** possui pesos associados às suas arestas. Esses pesos podem representar, por exemplo, custos ou distâncias. Um **grafo bipartido** é um grafo não direcionado  $G = (V, A)$ , no qual  $V$  pode ser particionado em dois conjuntos  $V_1$  e  $V_2$  tal que  $(u, v) \in A$  implica que  $u \in V_1$  e  $v \in V_2$  ou  $u \in V_2$  e  $v \in V_1$ , isto é, todas as arestas ligam os dois conjuntos  $V_1$  e  $V_2$ .

Um **hipergrafo** é como um grafo não direcionado em que cada aresta conecta um número arbitrário de vértices, em vez de conectar dois vértices apenas. Hipergrafos são utilizados na Seção 5.5.4 sobre **hashing perfeito**. Na Seção 7.10 é apresentada uma estrutura de dados mais adequada para representar um hipergrafo.

Um **grafo completo** é um grafo não direcionado no qual todos os pares de vértices são adjacentes, isto é, possui arestas ligando todos os vértices entre si. Como um grafo direcionado pode ter no máximo  $|V|^2$  arestas, então o grafo completo possui  $(|V|^2 - |V|)/2 = |V|(|V| - 1)/2$  arestas, pois do total de  $|V|^2$  pares possíveis de vértices devemos subtrair  $|V|$  *self-loops* e dividir por 2, já que cada aresta ligando dois vértices é contada duas vezes no grafo direcionado. O número total de **grafos diferentes** com  $|V|$  vértices é  $2^{|V|(|V|-1)/2}$ , valor que corresponde ao número de maneiras diferentes de escolher um subconjunto a partir de  $|V|(|V| - 1)/2$  possíveis arestas.

Uma **árvore livre** é um grafo não direcionado acíclico e conectado. É comum omitir-se o adjetivo “livre” quando dizemos que o grafo é uma árvore. Uma **floresta** é um grafo não direcionado acíclico, podendo ou não ser conectado. A Figura 7.6(a) mostra uma árvore livre e a Figura 7.6(b) mostra uma floresta. Na literatura é comum chamar um **grafo direcionado acíclico** de *dag* (do inglês *directed acyclic graph*). Uma **árvore geradora** de um grafo conectado  $G = (V, A)$  é um subgrafo que contém todos os vértices de  $G$  e forma uma árvore, conforme