



Universidade Federal do Ceará  
Centro de Tecnologia  
Departamento de Engenharia de Teleinformática  
Sistemas de Comunicações Digitais - TI0069

## **Trabalho 01: Modulação Digital**

**Aluno:**

Lucas de Souza Abdalah 385472

**Professor:** André Almeida

**Data de Entrega do Relatório:** 28/03/2021

Fortaleza  
2021

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Simulações</b>	<b>2</b>
2.1	Problema 1 - $M$ -QAM . . . . .	2
2.1.1	Energia da Constelação . . . . .	2
2.1.2	Distância Mínima entre Símbolos . . . . .	2
2.1.3	Modulador (Codificação de Gray) . . . . .	3
2.1.4	Demodulador . . . . .	6
2.2	Problema 2 - Probabilidade de Erro . . . . .	7
2.3	Problema 3 - Canal RAGB . . . . .	8
2.4	Problema 4 - Modulação $M$ -PSK . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Conclusão e Resultados</b>	<b>13</b>
	<b>Referências</b>	<b>14</b>

# 1 Introdução

## 2 Simulações

### 2.1 Problema 1 - $M$ -QAM

Considere a modulação  $M$ -QAM, em que o sinal em banda base é dado por:

$$s_m(t) = (A_m^{(\text{real})} + jA_m^{(\text{imag})})g(t),$$

em que  $g(t)$  é um pulso transmitido,  $A_m^{(\text{real})}$  e  $A_m^{(\text{imag})}$  são amplitudes da parte real e imaginária da forma de onda transmitida, respectivamente.

Considere  $\int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt = \mathcal{E}_g = 1$ , isto é, o pulso  $g(t)$  possui energia unitária. Suponha a transmissão de uma sequência de símbolo  $\{s_m\}$  de tamanho  $L = 26400$  bits

1. A energia média  $\mathcal{E}_m$  de cada constelação;
2. A distância mínima  $d_{\min}$  entre dois símbolos;
3. O modulador (mapeamento bit-símbolo) usando a codificação de Gray;
4. O demodulador (mapeamento símbolo-bit).

#### 2.1.1 Energia da Constelação

O desenvolvimento é citado em [1], [2].

$$\mathcal{E}_{\text{media}} = \frac{M-1}{3} \mathcal{E}_g$$

$$\mathcal{E}_{\text{media}(\text{bit})} = \frac{M-1}{3 \log_2 M} \mathcal{E}_g$$

#### 2.1.2 Distância Mínima entre Símbolos

Como calcular os coeficiente para constelação  $M$ -QAM retangular, onde  $\sqrt{M}$  assume valores inteiros. Os coeficientes em quadratura  $a_i$  e  $b_i$  são obtidos através da equação:  $\{(2i - \sqrt{M} - 1)d\}_{i=1}^{\sqrt{M}}$

A distância euclidiana entre os sinais na modulação QAM é

$$\begin{aligned} d_{mn} &= \sqrt{\|s_m - s_n\|^2} \\ &= \sqrt{\frac{\mathcal{E}_g}{2} [(A_{mi} - A_{ni})^2 + (A_{mq} - A_{nq})^2]} \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{3\mathcal{E}_{media}}{2(M-1)}}$$

$M$ -QAM	$\mathcal{E}_{media}$	$\mathcal{E}_{media(bit)}$	$d$
$M$	$\frac{M-1}{3}\mathcal{E}_g$	$\frac{M-1}{3\log_2 M}\mathcal{E}_g$	$\sqrt{\frac{3\mathcal{E}_{media}}{2(M-1)}}$
4	1	$1.67 \times 10^{-1}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
16	5	$4.67 \times 10^{-1}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
64	21	$1.17 \times 10^0$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Tabela 1: Informações gerais calculadas para a modulação  $M$ -QAM.

### 2.1.3 Modulador (Codificação de Gray)

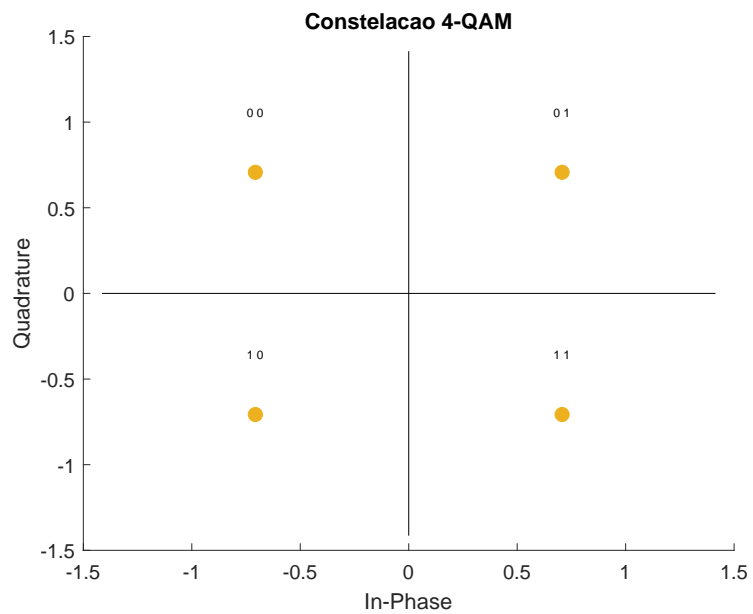


Figura 1: Exemplo de 4-QAM plot.

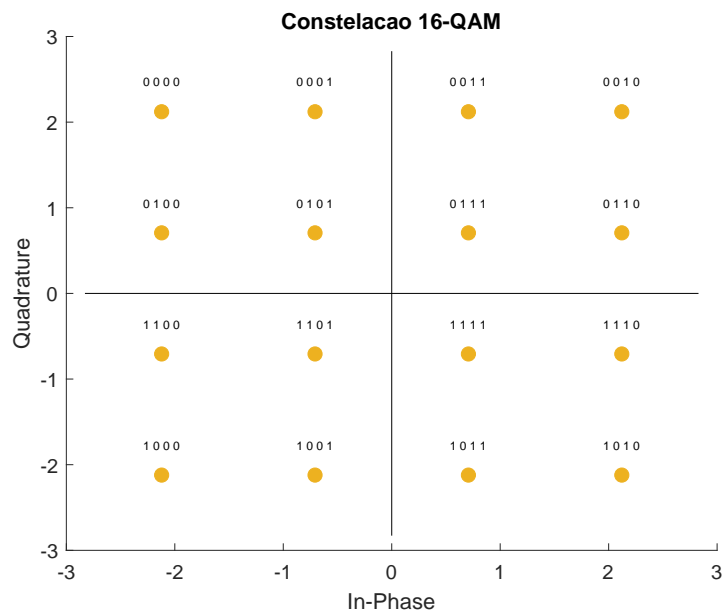


Figura 2: Exemplo de 16-QAM plot.

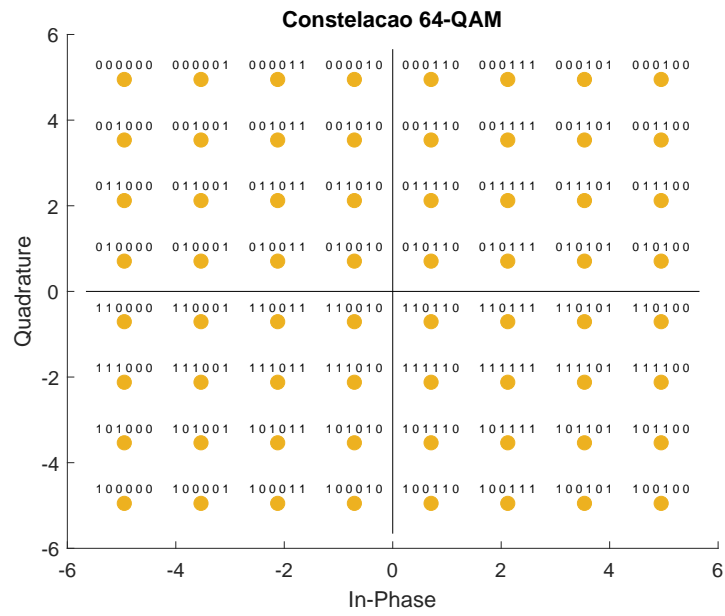


Figura 3: Exemplo de 64-QAM plot.

#### 2.1.4 Demodulador

Considerando  $\mathcal{E}_g = \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt = 1$ , a energia média da constelação pode ser calculada por  $\epsilon$

## 2.2 Problema 2 - Probabilidade de Erro

Para calcular a probabilidade de erro  $P(e)$  de cada constelação 1 desenvolvida em [2].

$$P(e) = 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left( \sqrt{\frac{3}{M-1} \frac{E_s}{N_0}} \right) - 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 Q^2 \left( \sqrt{\frac{3}{M-1} \frac{E_s}{N_0}} \right) \quad (1)$$

Para valores mais elevados de  $SNR$ , a equação da probabilidade do  $M$ -QAM pode ser reduzida para 2, pois o segundo termo ao quadrado passa a ser irrelevante.

$$P(e) = 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left( \sqrt{\frac{3}{M-1} \frac{E_s}{N_0}} \right) \quad (2)$$

Nas simulações realizadas, as curvas utilizando ambas as equações são bem semelhantes, principalmente para constelação 4-QAM, além de reduzir o custo computacional. Entretanto, para manter a fidedignidade do gráfico mostrado na 4, a probabilidade  $P(e)$  é calculada a partir da equação completa 1.

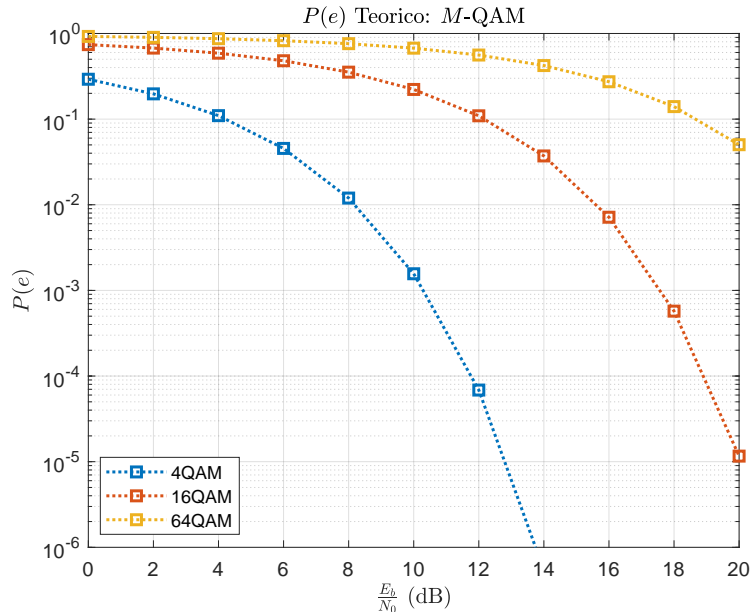


Figura 4: Probabilidade de erro ( $P(e)$ ) teórico  $M$ -QAM.



## 2.3 Problema 3 - Canal RAGB

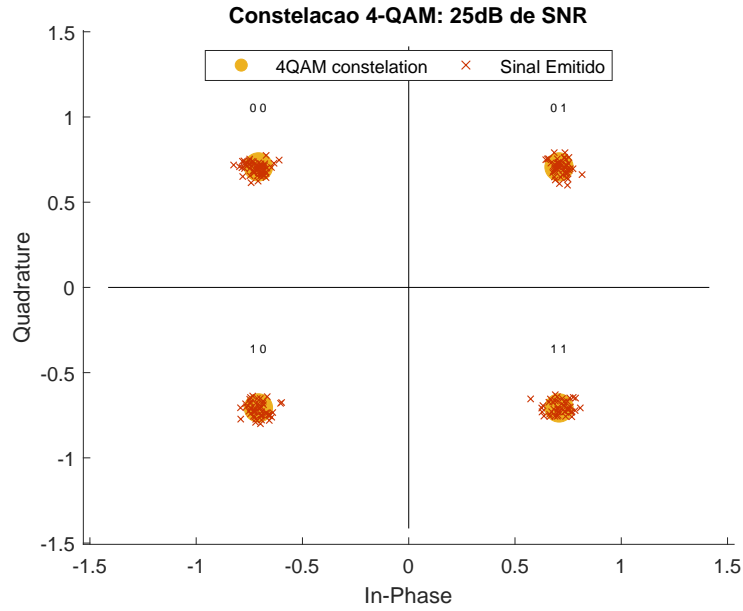


Figura 5: Simulação de transmissão 4-QAM, com  $SNR$  de 25dB.

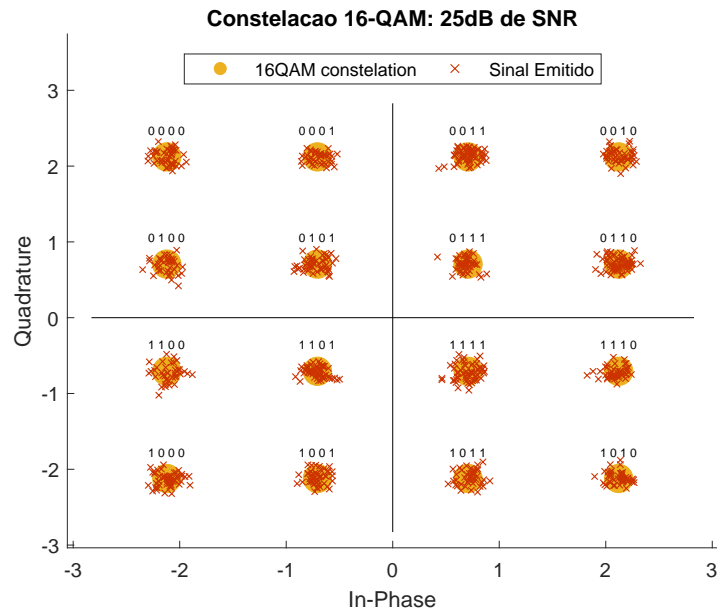


Figura 6: Simulação de transmissão 16-QAM, com  $SNR$  de 25dB.

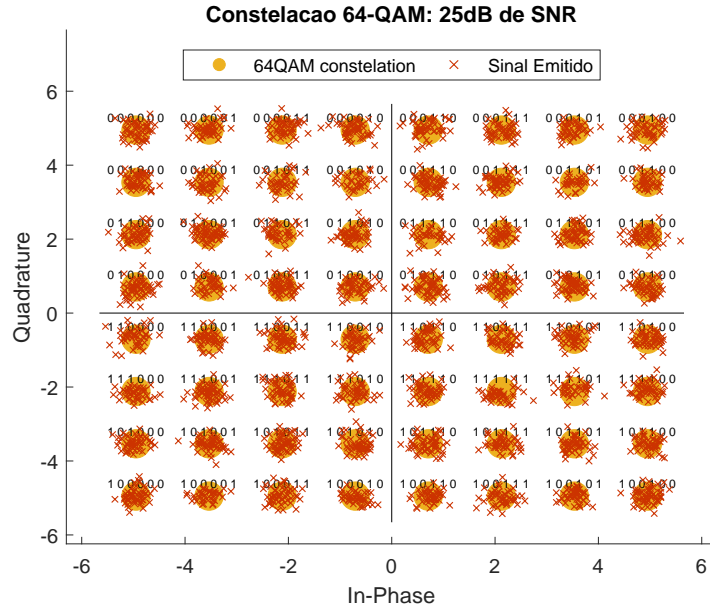


Figura 7: Simulação de transmissão 64-QAM, com  $SNR$  de 25dB.

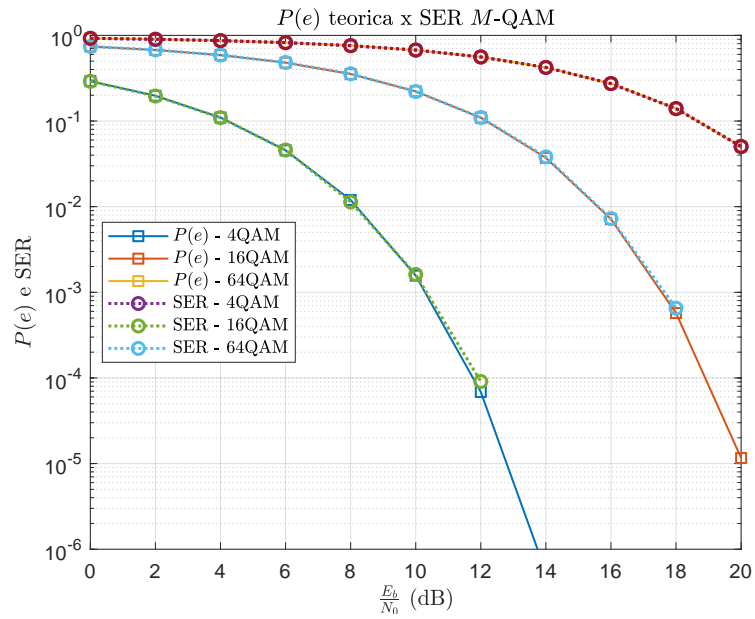


Figura 8: Probabilidade teórica de erro vs. simulação de transmissão  $M$ -QAM em canal RAGB.

## 2.4 Problema 4 - Modulação $M$ -PSK

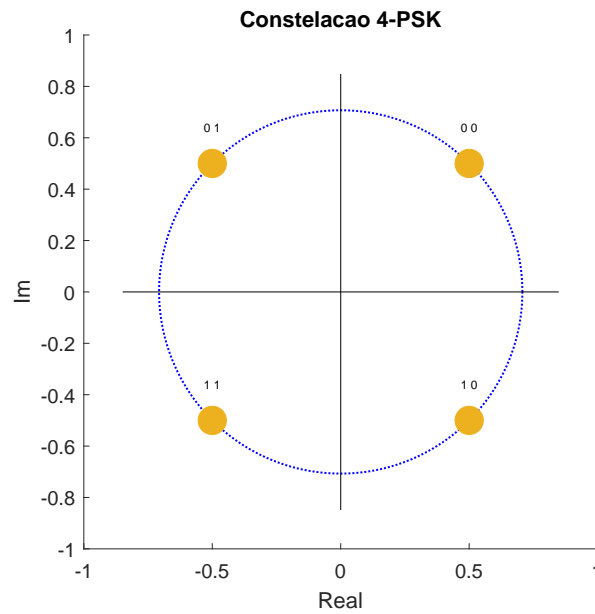


Figura 9: Constelação 4-PSK com codificação de Gray.

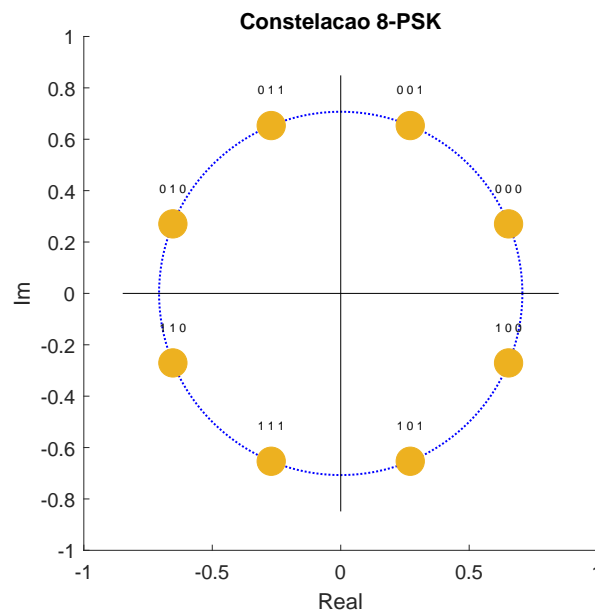


Figura 10: Constelação 8-PSK com codificação de Gray.

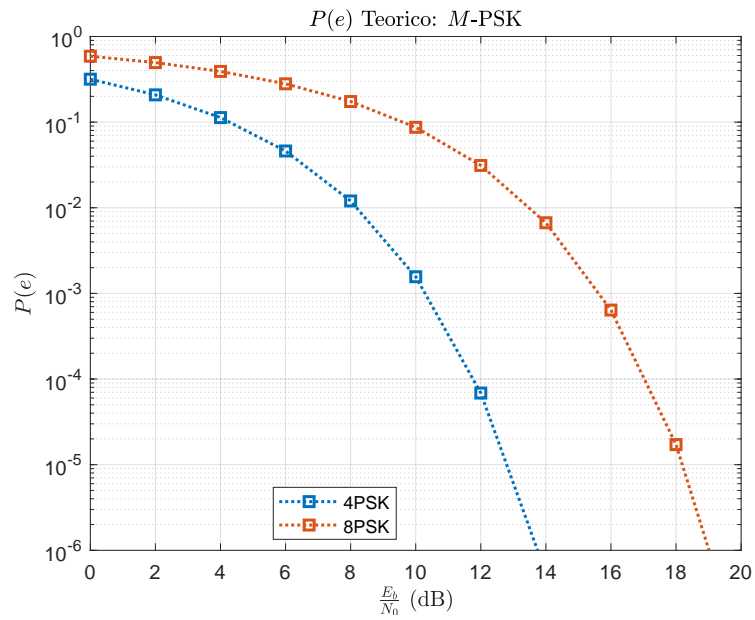


Figura 11: Probabilidade de erro ( $P(e)$ ) teórico  $M$ -PSK.

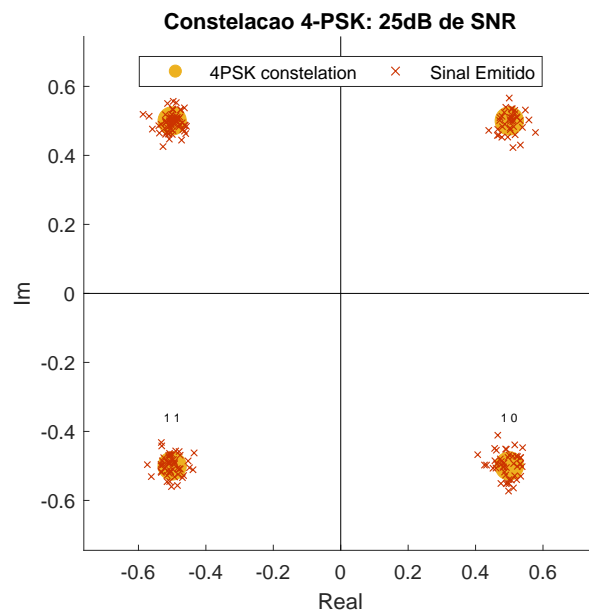


Figura 12: Probabilidade de erro ( $P(e)$ ) teórico  $M$ -PSK.

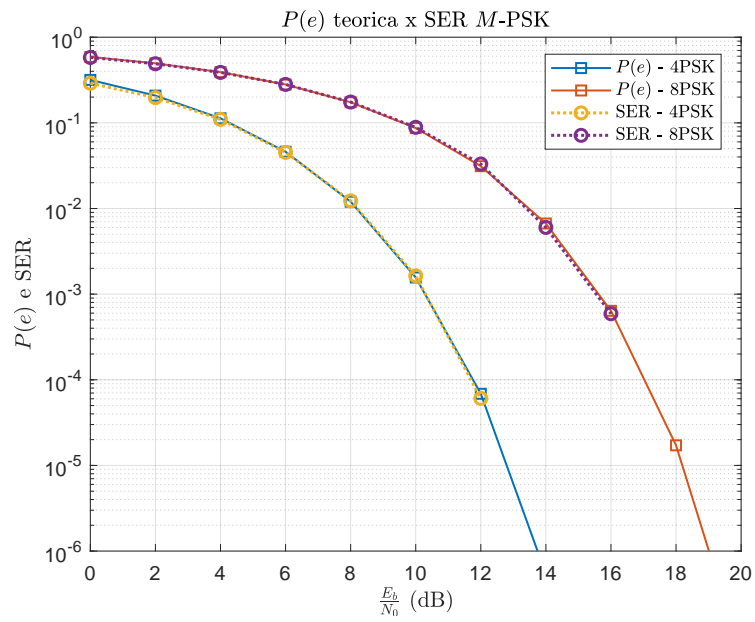


Figura 13: Probabilidade teórica de erro vs. simulação de transmissão  $M$ -PSK em canal RAGB.

### **3 Conclusão e Resultados**

## Referências

- [1] J. G. Proakis e M. Salehi, *Digital Communications*, 5<sup>a</sup> ed. 1995.
- [2] C. Pimentel, *Comunicação Digital*, 1<sup>a</sup> ed. 2007.