



Universidade Federal do Ceará
Centro de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Teleinformática
Eletromagnetismo Aplicado - TI0115

Trabalho 2

Métodos dos Momentos

Discente: Lucas de Souza Abdalah
Matrícula: 385472
Docente: Dr. Sérgio Antenor

Fortaleza, 23 de novembro de 2018

Conteúdo

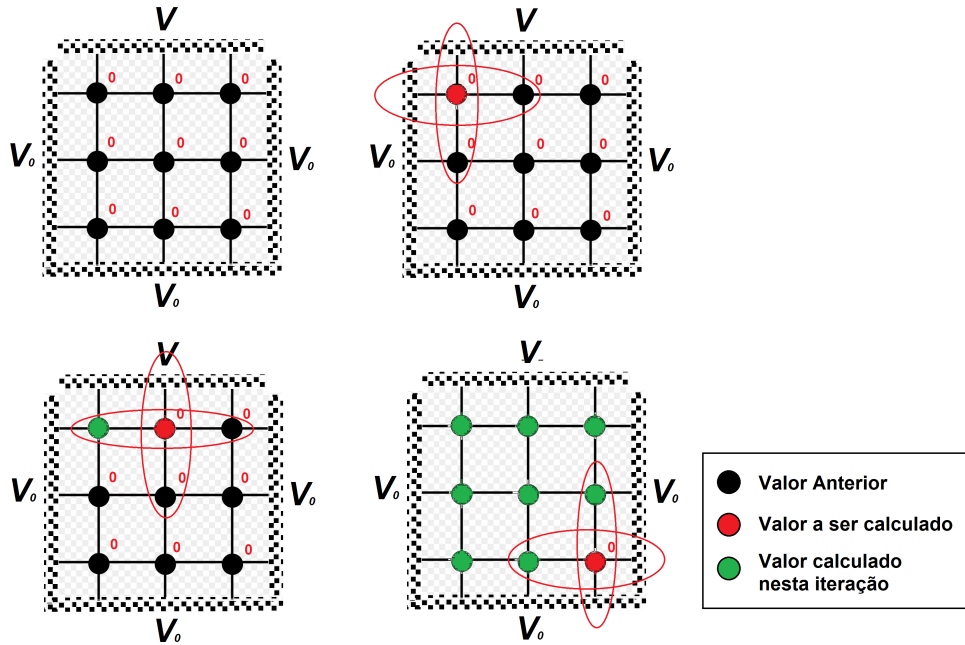
1	Introdução	1
1.1	Método Iterativo	1
1.2	Método dos Momentos	2
2	Problemas	2
2.1	Questão 1	2
2.1.1	Parte 1	3
2.1.2	Parte 2	6
	Referências	7

1 Introdução

1.1 Método Iterativo

Este método é bem simples, dado que consiste apenas em calcular uma média dos potenciais elétricos entre quatro pontos adjacentes a um ponto específico de uma grade. Esse cálculo é feito ao longo de iterações e seu critério de parada é justamente a diferença entre pontos da iteração atual e anterior, se essa for suficientemente pequena (critério do usuário), o método pode cessar os cálculos.

Figura 1: Exemplo da iteração do método.



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$V_0 = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}{4}$$

Sendo o potencial de índice zero o valor da iteração atual (a ser calculado) e os índices diferentes, são os potenciais adjacentes. É interessante, pois a primeira vista não há uma grande complexidade computacional associada, simplesmente soma e divisão de escalares.

1.2 Método dos Momentos

O método em si é de simples compreensão, enquanto 1.1 visa solução de equações diferenciais, o intuito do MOM é resolução de equações integrais.

Dado que o potencial V é dado por: $V = \int \frac{\rho_v dv}{4\pi\epsilon_0 r}$, deduzido a partir da lei de Coulomb, como lidar quando ρ_v é desconhecido?

A discretização do elemento é feita e a modelagem gera uma equação do tipo $[B] = [A][p]$, que em linhas gerais descrevem o potencial, o espaçamento/geometria e a distribuição de carga, respectivamente.

$$[B] = 4\pi\epsilon_0 V_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & & & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & A_{NN} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[\rho] = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_N \end{bmatrix} \quad (3)$$

Sendo o potencial V_0 em 1 conhecido e distribuição ρ em 3 desconhecida, a equação é dada por

$$[\rho] = [A]^{-1}[B] \quad (4)$$

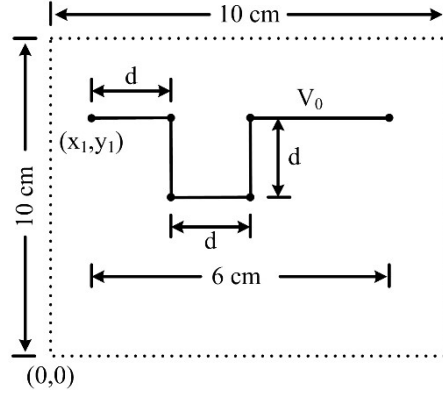
2 Problemas

2.1 Questão 1

Para a geometria definida na figura calcule a distribuição de potencial e o campo elétrico na região. Plote a distribuição de potencial e a direção do campo elétrico. Analise os resultados mostrando quais regiões temos o campo elétrico mais intenso. Use o método das diferenças finitas iterativo e o método dos momentos. Faça a comparação entre os resultados obtidos pelos dois métodos.

Dados p/ resolução: $V_0 = 11V$, $X_1 = 3cm$, $Y_1 = 2cm$, $d = 2cm$.

Figura 2: Geometria para cálculo da distribuição de potencial e campo elétrico.

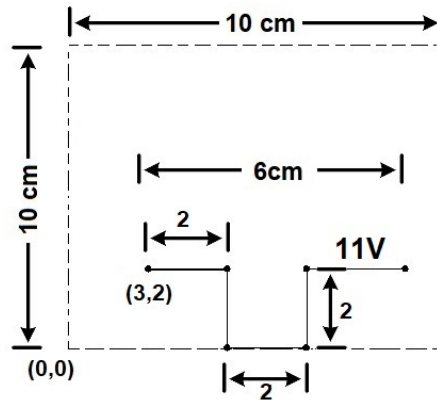


Solução:

2.1.1 Parte 1

Na formulação do problema, o caminho que liga (X_1, Y_1) ao fim do percurso tem um potencial conhecido, e os pontos restantes são desconhecidos, logo as ponderações iniciais são extremamente importantes para compreender a análise. Assumindo que os pontos deste caminho tem o potencial $V_0 = 11V$, pode-se formular a forma iterativa do cálculo do potencial e do campo vetorial. É assumida tolerância de 10^{-6} , ou seja, se após n iterações, a variação menor que tol , pode ser desconsiderada, logo a distribuição potencial já foi obtida com sucesso.

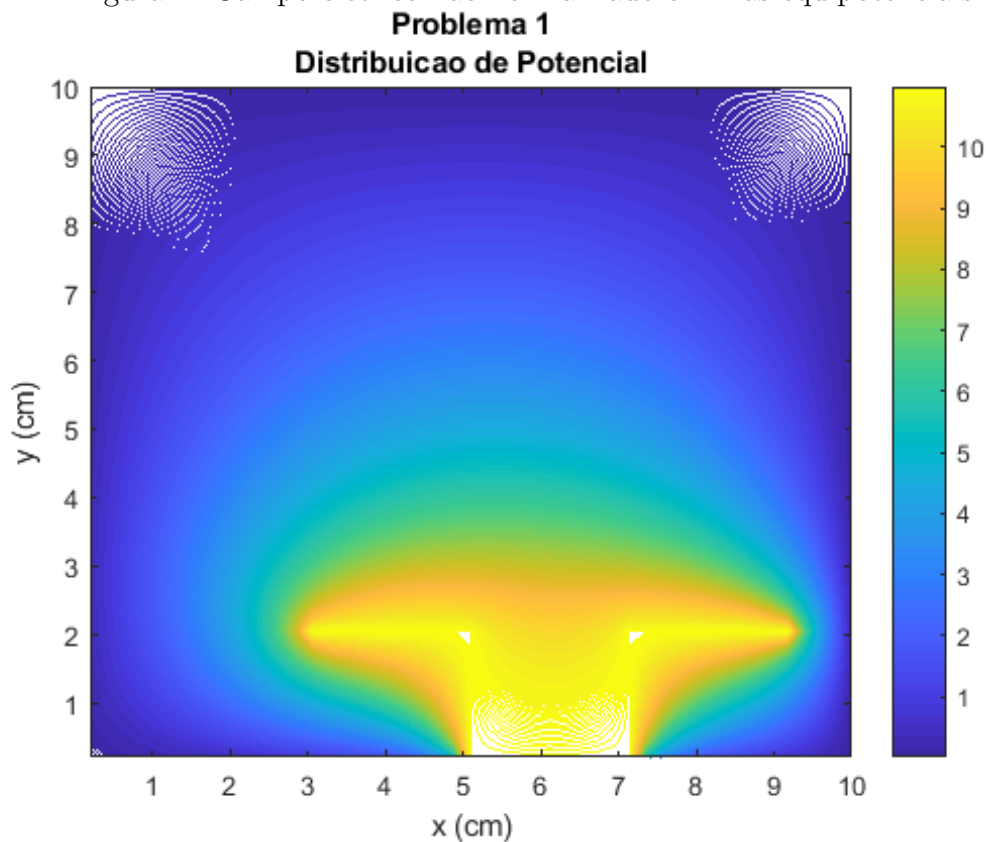
Figura 3: Geometria da Proposta e Exemplo de Grade.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observe que o comportamento da distribuição está como o esperado, o potencial da geometria com V_0 conhecido e os pontos com potencial desconhecidos são obtidos através das iterações recorrentes do método aplicado. O gráfico indica que ao se afastar do material carregado a tendência é justamente de uma redução de potencial. Interessante observar as dimensões dos eixos X e Y estão graduadas em centímetros, escolha feita por mera conveniência computacional para autor deste trabalho.

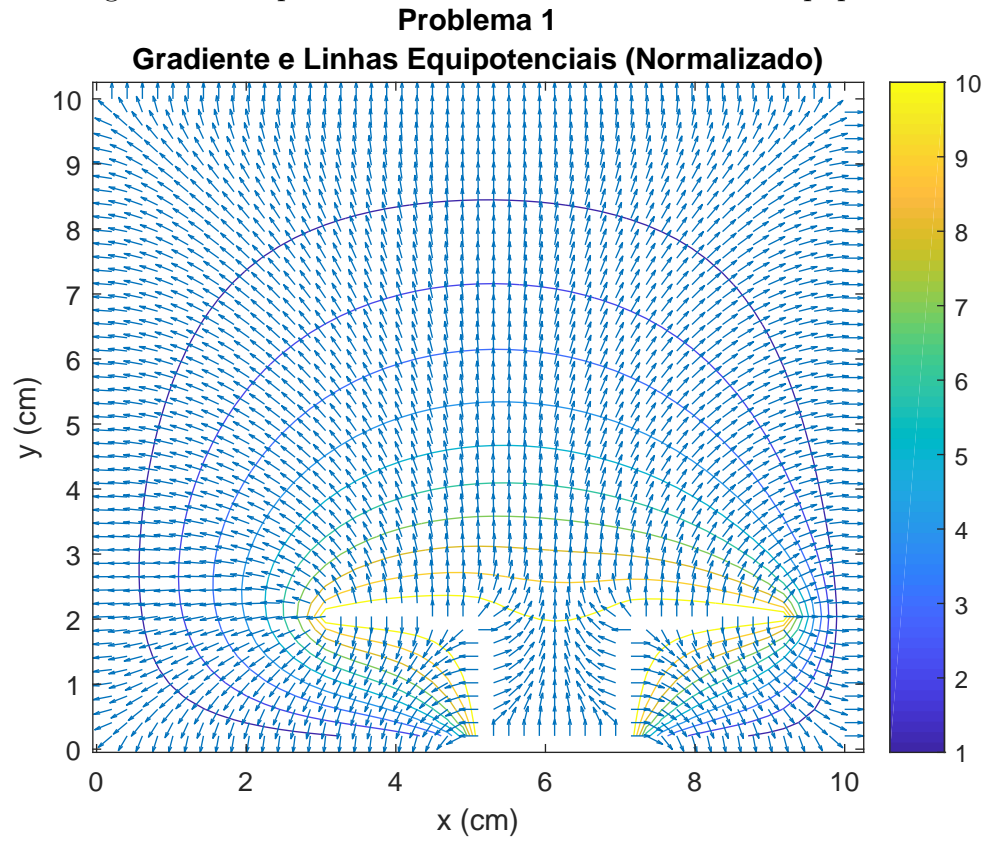
Figura 4: Campo elétrico não normalizado e linhas equipotenciais.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O gráfico seguinte mostra as linhas equipotenciais e o campo elétrico gerado pelo potencial fornecido pelo objeto, utilizando as funções do *MATLAB*. Interessante observar a tendência do campo vetorial no centro da geometria, que tende a ficar paralelo ao eixo Y , no sentido positivo.

Figura 5: Campo elétrico não normalizado e linhas equipotenciais.



Fonte: Elaborado pelo autor.

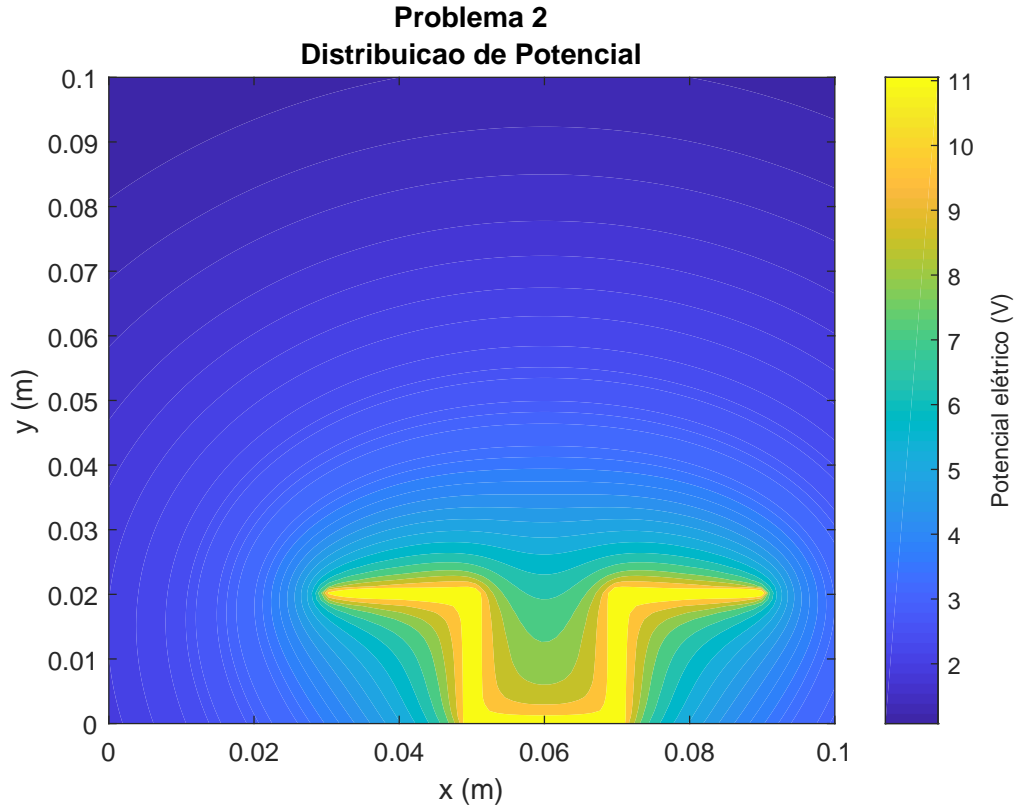
2.1.2 Parte 2

Seguindo o método dos momentos, a equação linear proposta em 4 é solucionada, após a criação da matriz $[A]$ correspondente à grade de pontos e $[B]$ com o potencial V_0 conhecido é proposta a solução justamente da integral que modela o problema.

Se observado no gráfico seguinte, a distribuição segue uma tendência claramente semelhante ao gráfico 4, obtido no método iterativo.

Como neste aplicação foi dada uma descrição bem acurada da geometria e a computação mais detalhada da matriz da $[A]$ o resultado aparenta uma aproximação bem fidedigna.

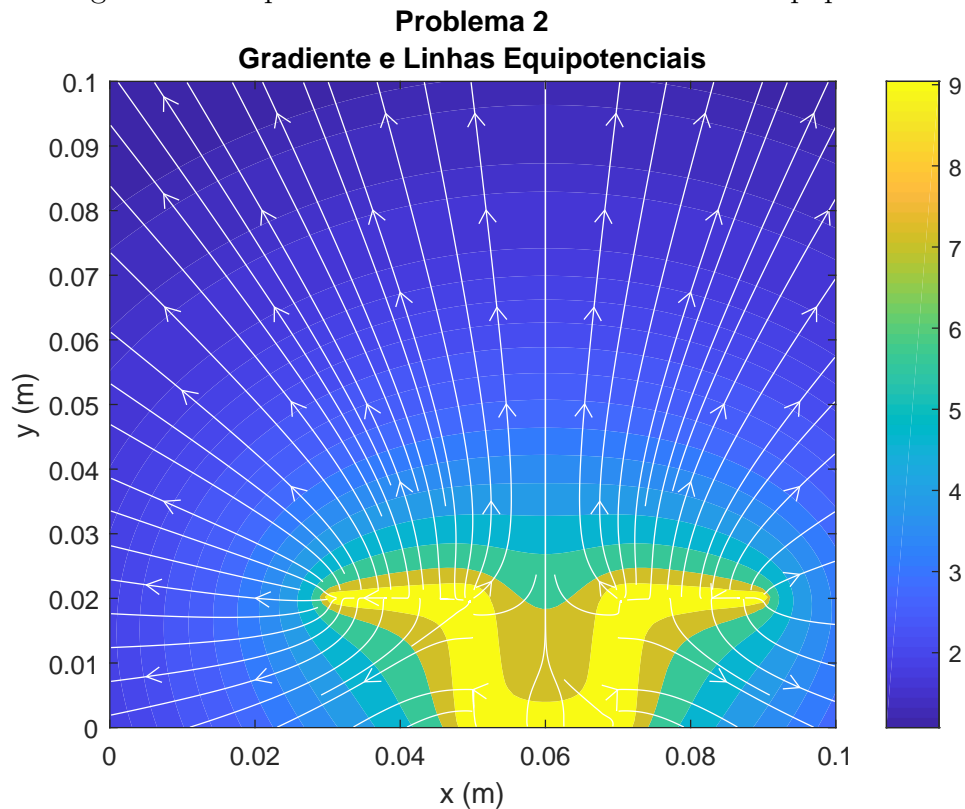
Figura 6: Campo elétrico não normalizado e linhas equipotenciais.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O plot do campo vetorial também apresenta uma tendência bastante semelhante ao apresentado na figura 5, importante notar a que neste caso os eixos X e Y estão graduadas em metros, escolha feita por mera conveniência computacional estão graduadas em centímetros, escolha feita por mera conveniência computacional para autor deste trabalho devido o método utilizado.

Figura 7: Campo elétrico não normalizado e linhas equipotenciais.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Referências

- [1] M. N. O. Sadiku. *Elementos de Eletromagnetismo*, 3ª ed Bookman (2012).
- [2] Sérgio Antenor de Carvalho. *Eletromagnetismo Computacional*, (2012).