



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

Estatística para Engenharia
Professor Charles Casimiro

Trabalho Computacional: Geração e Observação de Variáveis Aleatórias

Lucas de Souza Abdalah – 385472

FORTALEZA
08 de dezembro de 2016

Introdução

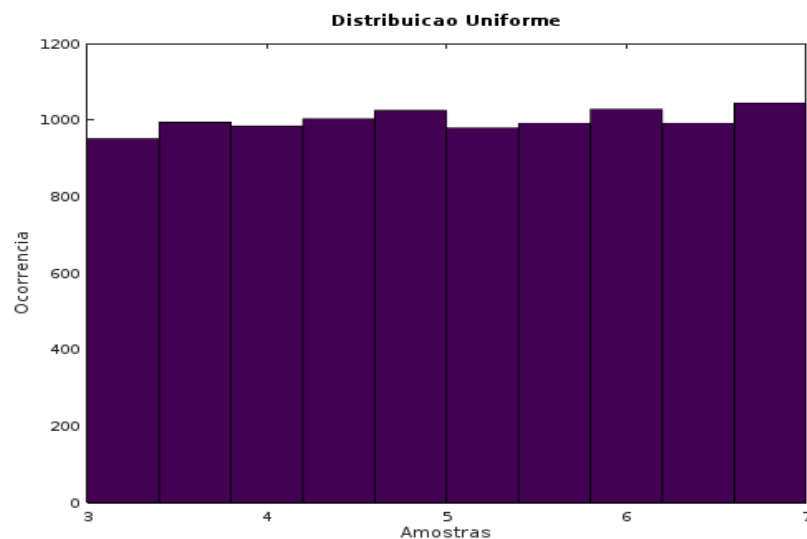
O primeiro passo do trabalho é a geração aleatória, cria-se um vetor da função "clock" em um novo vetor de 6 posições com as especificações de data (Ano/Mês/Dia/Horas/Minutos/Segundos) e fazendo operações utilizando exponenciais e divisões de modo a aleatorizar mais o mecanismo. A semente, primeiro elemento da geração é descartada, de forma a novamente randomizar mais o processo e agora podendo ser utilizados para todos as outras gerações.

Desenvolvimento

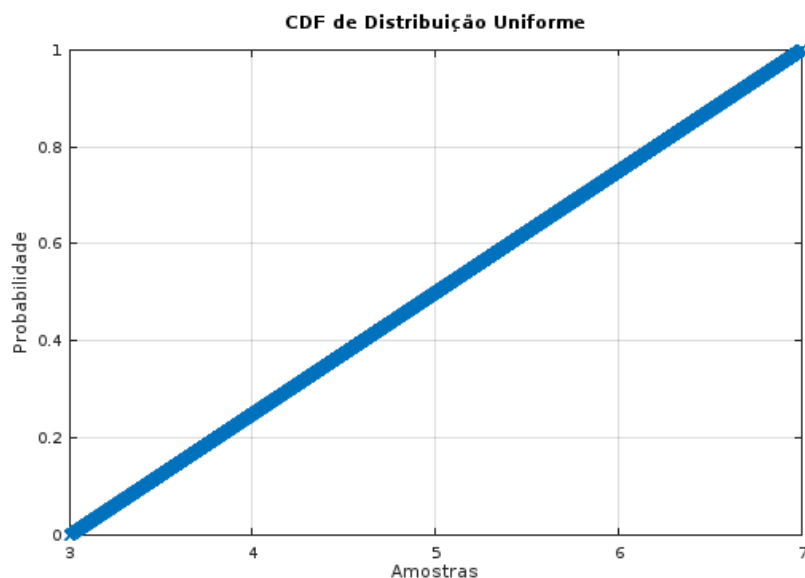
Distribuição Uniforme

Criado o gerador, temos que gerar uma distribuição uniforme de dez mil variáveis no intervalo $[3,7]$. Tendo valores teóricos para média = 5 e variância = 1.33 (Obtidos através de cálculos estatísticos) Já os resultados dos cálculos do software forneceram valores reais de média = 5.0179 e Variância = 1.3306. Valores bem aproximados do real, com erro de menos de 0,4%.

O valor obtido pelo código é bastante aceitável, pois o erro nesse caso de foi muito pequeno, podendo ser considerado insignificante. Aqui temos 10.000 amostras, número relativamente alto, porém o cálculo teórico da integral considera distribuições contínua(infinitas), logo podemos atribuir essa pequena taxa de erro a questão dos parâmetros utilizados para obtenção dos valores reais e limitações da máquina. O histograma foi gerado com 10 divisões



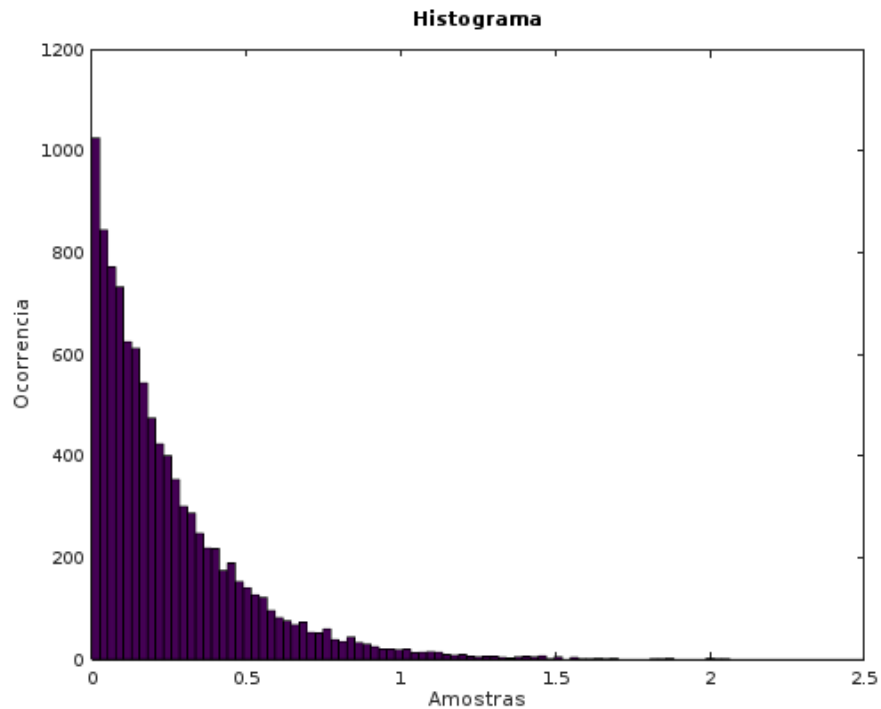
Aqui podemos comprovar que a distribuição é uniforme, pois o gráfico da função de densidade cumulativa é uma reta $f(x) = ax + b$ perfeita e no intervalos de $[3,7]$.



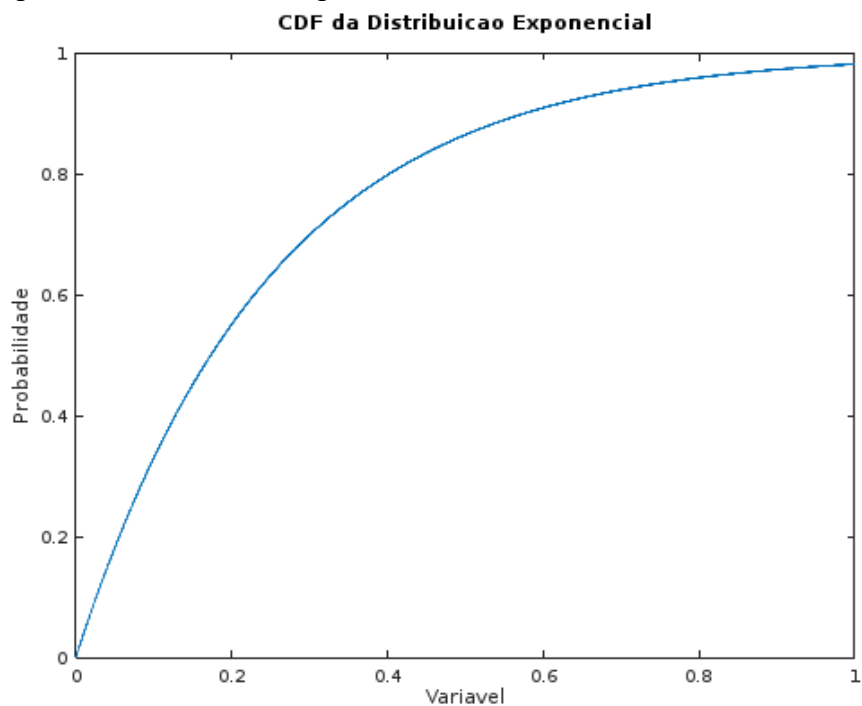
Exponencial

Para obtenção da função geradora da distribuição exponencial é necessário utilizar o método de transformação inversa. Obtida a equação a partir da inversa temos que integrá-la para obter a equação geradora do gráfico da CDF.

Já Média e Variância calculadas foram respectivamente 0,2502 e 0,06234. Já os valores teóricos são Média = 0,25 e Variância = 0,625. Tendo erros menores que 0,3%, sendo estes atribuídos novamente ao limite de cálculos da máquina, já que os valores teóricos utilizam cálculos integrais com limites de $[0, +\infty]$. O histograma foi gerado com 80 divisões

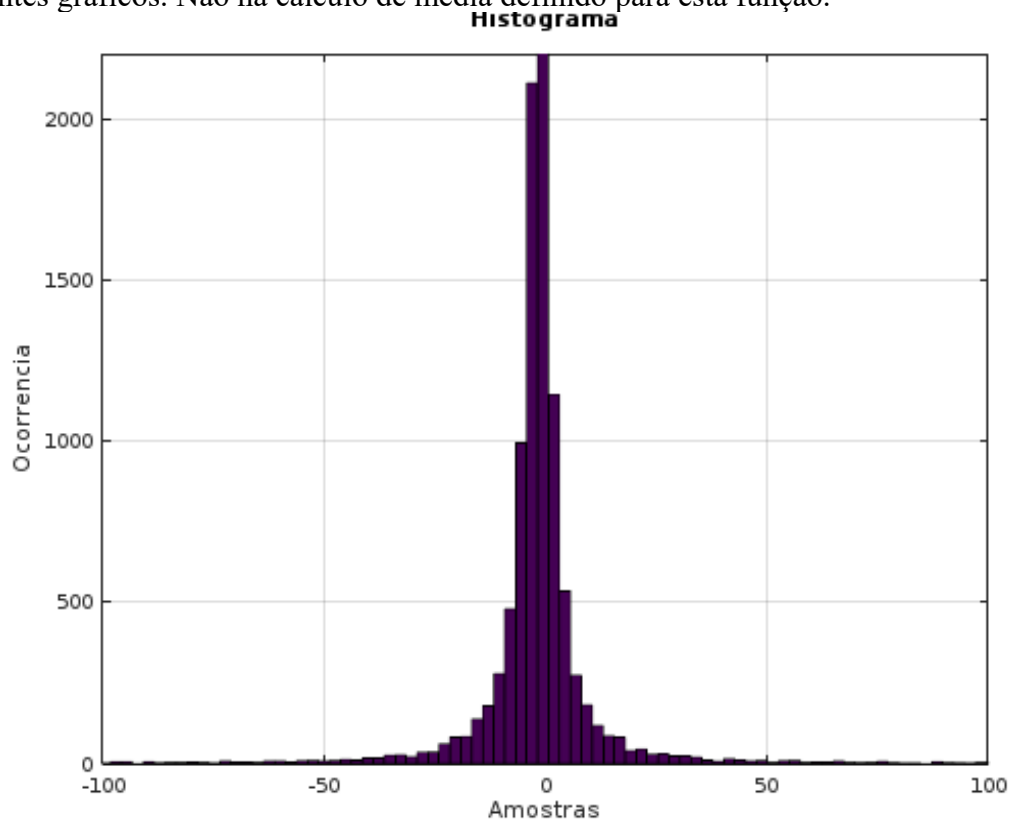


O gráfico da CDF está obedecendo perfeitamente a ideia, pois cresce de forma exponencial e a concentração das amostras mais a esquerda estão mais condensadas e ao se aproximar dos limite das amostras de aproxima lentamente de probabilidade 1.

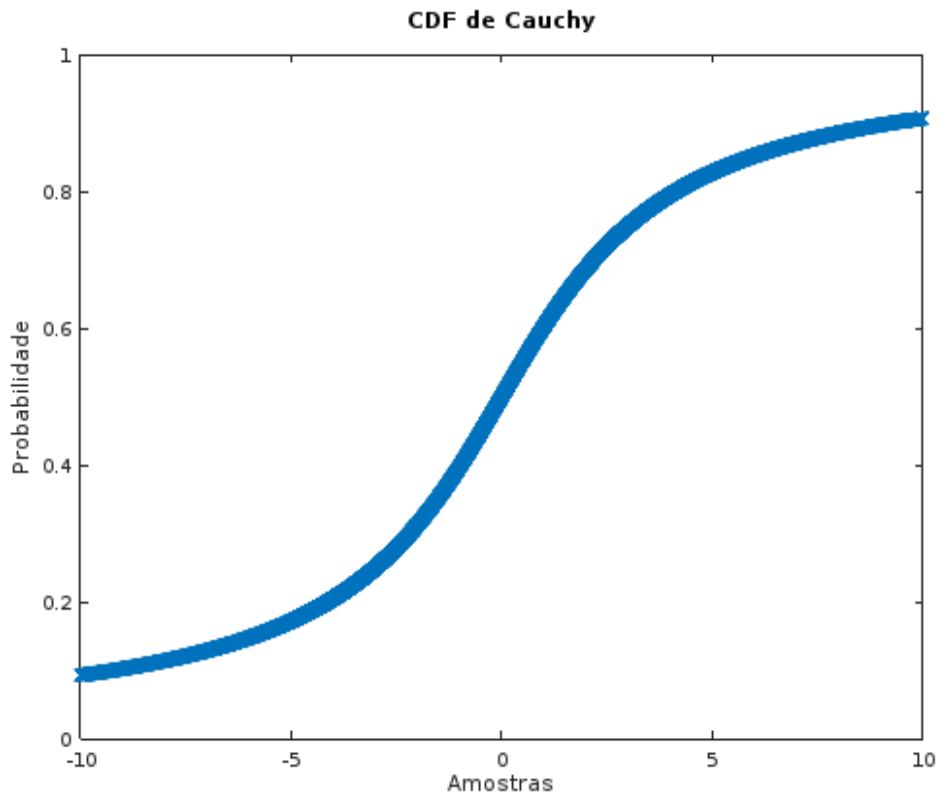


Cauchy

Utilização cálculos integrais a partir das equações fornecidas se chega as equações geradoras e os seguintes gráficos. Não há cálculo de média definido para esta função.

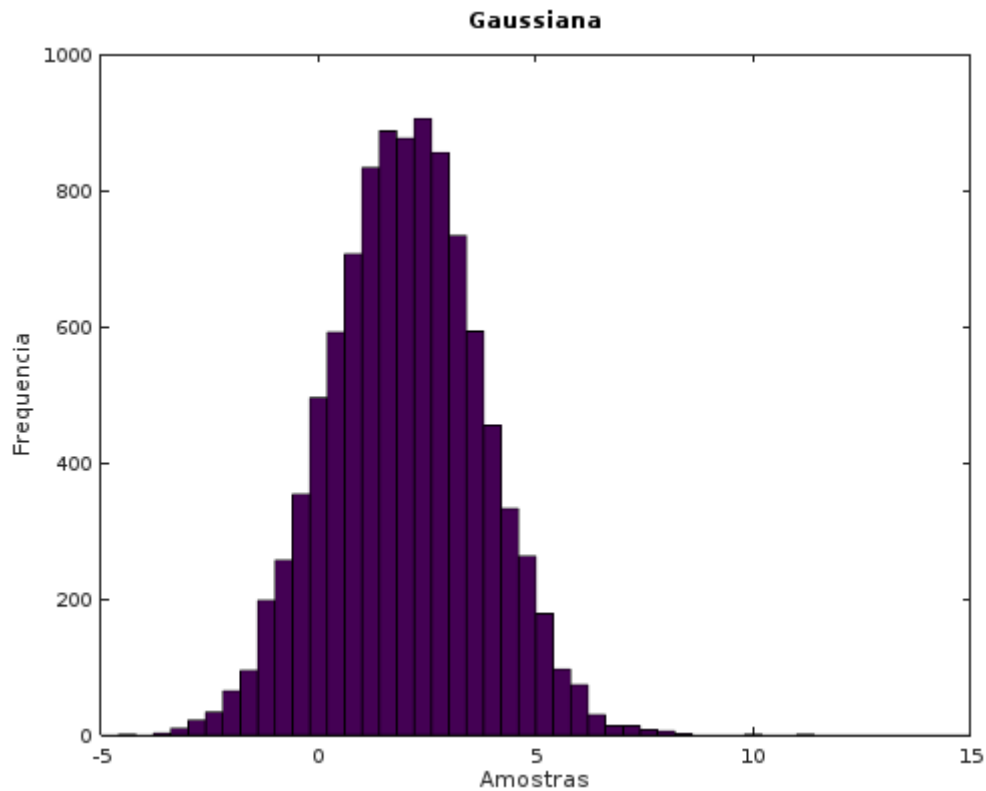


Tendendo ao infinito.

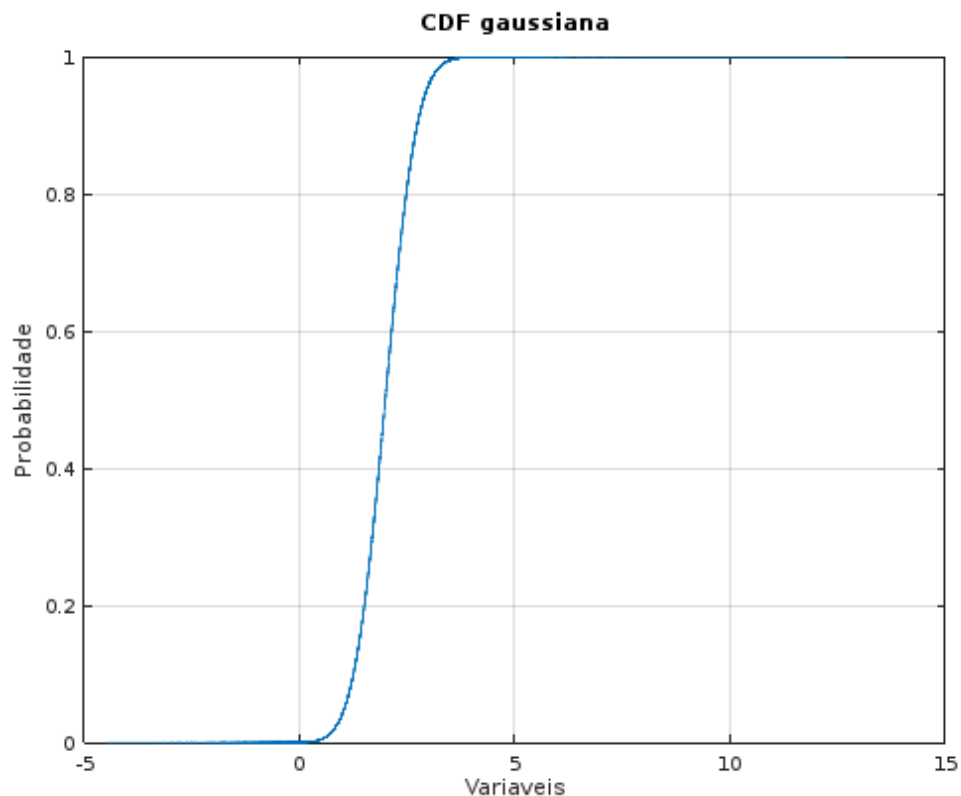


Gaussiana

Para geração dessa distribuição foi necessária a utilização da técnica de Box-Muller. Basicamente o método se utiliza da geração de dois parâmetros seno e cosseno e vetorizando em parâmetros ímpares e pares, respectivamente. A média e a variância foram fornecidas na própria função, sendo iguais a 2 e 3, respectivamente. Os valores obtidos no método computacional foram: média = 2.0048 e variância = 3.0324, erro baixo, muito próximo de zero. O histograma foi gerado com 40 divisões



O gráfico da CDF tendendo ao infinito, característica evidente da Cumulativa de distribuição Gaussiana.



Códigos

Gerador Aleatório e de Distribuição Uniforme

```
%Primeira Questao
function bomba1 = meugrador_aleatorio(hiroshima=10000, inf=0, sup=1, ativagraficos=0);

a = 9; %a constante a deve ser escolhida tal que ela seja igual a 1 em aritmetica
%de modulo 4, ou seja, a = 1, 5, 9, 13, . .
b = 2; %Numero impar ou 2(primos)
m = 2^50; %O expoente e delimitado pela memoria do PC (No caso minha memoria tem 64bits) :P

x = zeros(1,hiroshima);
seed = clock; %Pega o clock(y/mon/d/h/min/sec) e vetoriza em seed
seed = (seed(6)^10)/(10^9); %Pega o sexto elemento da semente e faz operacoes a modo de
aleatorizar
x(1,1) = seed;

%No for é "dispensado" a semente, inicia o for pela x(2)
for n = 2:(hiroshima)
    x(n) = mod((a*x(n-1)+b),m); %Mod é o resto da divisao
end
x = x/(m-1); %Esse quociente deixa os valores "mais aleatorios"
bomba1 = (x*(sup - inf))+ inf; %atribuicao da funcao pela variavel

CDF da Uniforme, Exibição de Gráficos, Média e Variância

%GERANDO A CDF
f = zeros(1,hiroshima);
for n=1:hiroshima
    if (bomba1(n) < inf )
        f(n)=0;
    elseif (inf <= bomba1(n) && bomba1(n)<sup)
        f(n)= (bomba1(n)-inf)/(sup-inf);
    elseif ( bomba1(n) > sup )
        f(n)=1;
    endif
endfor
%MOSTRANDO GRAFICOS, MEDIA E VARIANCIA
if ativagraficos == 1

%Calcular media e variancia
meuvariancia(bomba1)
figure 1;
hist(bomba1, 10);
title('Distribuicao Uniforme');
xlabel('Amostras');
ylabel('Ocorrencia');
figure 2;
qqplot(f, bomba1);
title('CDF de Distribuição Uniforme');
xlabel('Amostras');
ylabel('Probabilidade');
grid('on');
endif
end
```

Exponencial

```
%Segunda Questao
function bomba2 = meugerador_exponencial(sata=10000, lambda=4);

exponencial = (-1/lambda)*(log(1-meugerador_uniforme(sata)));
%Metodo de transformacao inversa na obtenção da

%Exibe Media e Variancia
meuvariancia(exponencial)
%Grafico
figure 1;
grid('on')
hist(exponencial,80) %Divide o histograma em 80 partes
title('Histograma');
xlabel('Amostras');
ylabel('Ocorrencia');
%Legendas do histograma
```

CDF da Exponencial

```
%CDF da Exponencial
j = meugerador_uniforme(10000,0,4);
k = sort(j); %Organiza a vetorizacao de modo a plotar a cumutaliva
CDFexponencial = zeros(1,10000);
CDFexponencial = 1 - e.^((-1)*lambda*k); %Equacao obtida a partir da formula anterior
%O ponto serve, pois está se utilizando a exponencial com um vetor
figure 2;
plot(k, CDFexponencial);
title('CDF da Distribuicao Exponencial');
xlabel('Variavel');
ylabel('Probabilidade');
%Ele integra a equação e plota pra gerar a CDF
```

Cauchy

```
%Terceira Questao - Distribuicao de Cauchy
function kaboom = meugerador_cauchy (sata = 10000, alfa = 3)
    caos = meugerador_aleatorio(sata, -10, 10); %Usando -10 a 10, pois pode observar melhor o
histograma
```

```
% Vetorizacao das variaveis na funcao f, para posteriormente atribuir ao retorno da funcao
for n = 1 : sata
    f(n) = alfa * tan(caos(n)* pi) - (pi / 2 ); %A equação inversa da CDF é utilizada para gerar a
distribuição de cauchy
end
```

```
kaboom = f; %Se atribui o vetor ao retorno da funcao
```

```
%Por fim, geracao do Histograma (10 mil divisoes fica ideal) além de definir os limites de eixos
para ficar mais organizada visualmente.
```

```
hist(kaboom, 10000)
title('Histograma');
xlabel('Amostras');
ylabel('Ocorrencia');
axis([-100 100 0 2200]);
grid ('on');
%Legendas e Ajustes na geracao do grafico
```


CDF de Cauchy

```
%Criando a função da acumulada de cauchy
function coisa1 = meucdf_cauchy(stroke = 10000, alfa = 3)
```

```
% Gerando numeros aleatórios
coisa2 = meugerador_aleatorio(stroke, 10, -10);
```

```
%Criando a matriz de zeros
f = zeros(1, stroke);
```

```
%Preechendo com o for
```

```
for n = 1 : stroke
```

```
%Equação da acumulada da cauchy
f(n) = (1 / pi) * atan(x(n) / alfa) + (1/2);

endfor
```

```
figure (5)
```

```
qqplot(f, coisa2)
title('CDF de Cauchy');
xlabel('Amostras');
ylabel('Probabilidade');
```

Gaussiana

```
%Questao 4 - GERADOR DE GAUSSIANA
```

```
function bomba4 = meugerador_gaussiana(tzar = 10000, media = 2, variancia= 3, ativador=0)
```

```
%vetorização das funcoes de geracao, visando a utilizacao do metodo de Box Muller
```

```
tzar1 = meugerador_aleatorio(tzar);
```

```
mike = meugerador_aleatorio(tzar);
```

```
%Criação do Vetor para associar os dados fornecidos pelo método utilizado
```

```
vetordagaussiana = zeros(1, tzar);
```

```
for n = 1:2:tzar
```

```
vetordagaussiana(n) = sqrt((-2)*log(tzar1(1,n)))*cos((2)*(pi)*mike(1,n)); %Nesse caso, essa
funcao guarda os valores impares
end
```

```
for n = 2:2:tzar
```

```
vetordagaussiana(n) = sqrt((-2)*log(tzar1(1,n)))*sin(2*pi*mike(1,n));%Nesse caso, essa funcao
guarda os valores pares
end
```

```
bomba4 = media + sqrt(variancia)*vetordagaussiana; %Retorno da Gaussiana
```

```
%GRÁFICO, EXIBIÇÃO DE HISTOGRAMA, MEDIA E VARIANCIAUtilizado apenas para
mostrar ou não esses dados
```

```
if ativador ==1;
```

```
exibir = meuvariancia(bomba4) %Calculo de Media
```

```
%Fazendo o histograma da gaussiana
```

```
hist(bomba4,40) %40 divisoes
```

```
title('Histograma');
```

```

xlabel('Amostras');
ylabel('Ocorrencia');
endif

```

CDF da Gaussiana

```

%CDF da Gaussiana
function bomba5 = meucdf_gaussiana(sata2=10000, media=2, variancia=3);
%Cria-se um conjunto de dados de distribuicao gaussiana e depois se rearranja
%Afim de plotar a CDF dessa distribuicao
vetordearranjo = meugerador_gaussiana(sata2,media,variancia);
vetor = sort(vetordearranjo);

%Calculo utilizando funcao erro afim de plotar a CDF a partir da organizacao dos dados aleatorios
no vetor
bomba5 = (1/2)*erf(sqrt((1/2)*variancia)*(vetor-media)) +(1/2);

%Plota o gráfico da CDF a partir dos dados fornecidos pela equacao utilizando a funcao erro
plot(vetor, bomba5);
title('CDF gaussiana');
xlabel('Amostras');
ylabel('Probabilidade');

```

Média e Variância

```

%MOSTRA MEDIA, FAZ E MOSTRA Variancia
function variancia = meuvariancia(bombas);
var = 0;
media = meumedia(bombas);
for o = 1:length(bombas);
    var = var + (media - bombas(o))^2;
end

var = var/length(bombas);
var

```