



Universidade Federal do Ceará  
Centro de Tecnologia  
Departamento de Engenharia de Teleinformática  
Sistemas de Comunicações Digitais - TI0069

## **Trabalho 01: Modulação Digital**

**Aluno:**

Lucas de Souza Abdalah 385472

**Professor:** André Almeida

**Data de Entrega do Relatório:** 28/03/2021

Fortaleza  
2021

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Simulações</b>	<b>3</b>
2.1	Problema 1 - $M$ -QAM . . . . .	3
2.1.1	Energia da Constelação . . . . .	3
2.1.2	Distância Mínima entre Símbolos . . . . .	3
2.1.3	Modulador (Codificação de Gray) . . . . .	4
2.1.4	Demodulador . . . . .	7
2.2	Problema 2 - Probabilidade de Erro . . . . .	8
2.3	Problema 3 - Canal RAGB . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Conclusão e Resultados</b>	<b>10</b>
	<b>Referências</b>	<b>11</b>

## Exemplos

Para referenciar imagens 1, tabelas 1 e equações 1.



Figura 1: Exemplo de como adicionar uma imagem.

Frequência (Hz)	Tensão Máxima (V)
0,558	12,11
2,132	11,15
4,822	8,62

Tabela 1: Frequência da onda de entrada e a tensão máxima da saída do circuito integrador.

$$f_{gu} = A_{VD} \times f_c \quad (1)$$

E quando tirar informação de alguma fonte, deve adicionar no formato de bibtex no arquivo refs.bib e por fim citá-los assim: [1], de modo que a seção de referência é criada e indexada diretamente com estes chamados da função.

# 1 Introdução

## 2 Simulações

### 2.1 Problema 1 - $M$ -QAM

Considere a modulação  $M$ -QAM, em que o sinal em banda base é dado por:

$$s_m(t) = (A_m^{(\text{real})} + jA_m^{(\text{imag})})g(t),$$

em que  $g(t)$  é um pulso transmitido,  $A_m^{(\text{real})}$  e  $A_m^{(\text{imag})}$  são amplitudes da parte real e imaginária da forma de onda transmitida, respectivamente.

Considere  $\int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt = \mathcal{E}_g = 1$ , isto é, o pulso  $g(t)$  possui energia unitária. Suponha a transmissão de uma sequência de símbolo  $\{s_m\}$  de tamanho  $L = 26400$  bits

1. A energia média  $\mathcal{E}_m$  de cada constelação;
2. A distância mínima  $d_{\min}$  entre dois símbolos;
3. O modulador (mapeamento bit-símbolo) usando a codificação de Gray;
4. O demodulador (mapeamento símbolo-bit).

#### 2.1.1 Energia da Constelação

O desenvolvimento é citado em [2], [3].

$$\mathcal{E}_{\text{media}} = \frac{M-1}{3} \mathcal{E}_g$$

$$\mathcal{E}_{\text{media}(\text{bit})} = \frac{M-1}{3 \log_2 M} \mathcal{E}_g$$

#### 2.1.2 Distância Mínima entre Símbolos

Como calcular os coeficiente para constelação  $M$ -QAM retangular, onde  $\sqrt{M}$  assume valores inteiros. Os coeficientes em quadratura  $a_i$  e  $b_i$  são obtidos através da equação:  $\{(2i - \sqrt{M} - 1)d\}_{i=1}^{\sqrt{M}}$

A distância euclidiana entre os sinais na modulação QAM é

$$\begin{aligned} d_{mn} &= \sqrt{\|s_m - s_n\|^2} \\ &= \sqrt{\frac{\mathcal{E}_g}{2} [(A_{mi} - A_{ni})^2 + (A_{mq} - A_{nq})^2]} \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{3\mathcal{E}_{media}}{2(M-1)}}$$

$M$ -QAM	$\mathcal{E}_{media}$	$\mathcal{E}_{media(bit)}$	$d$
$M$	$\frac{M-1}{3}\mathcal{E}_g$	$\frac{M-1}{3\log_2 M}\mathcal{E}_g$	$\sqrt{\frac{3\mathcal{E}_{media}}{2(M-1)}}$
4	1	$1.67 \times 10^{-1}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
16	5	$4.67 \times 10^{-1}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
64	21	$1.17 \times 10^0$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Tabela 2: Informações gerais calculadas para a modulação  $M$ -QAM.

### 2.1.3 Modulador (Codificação de Gray)

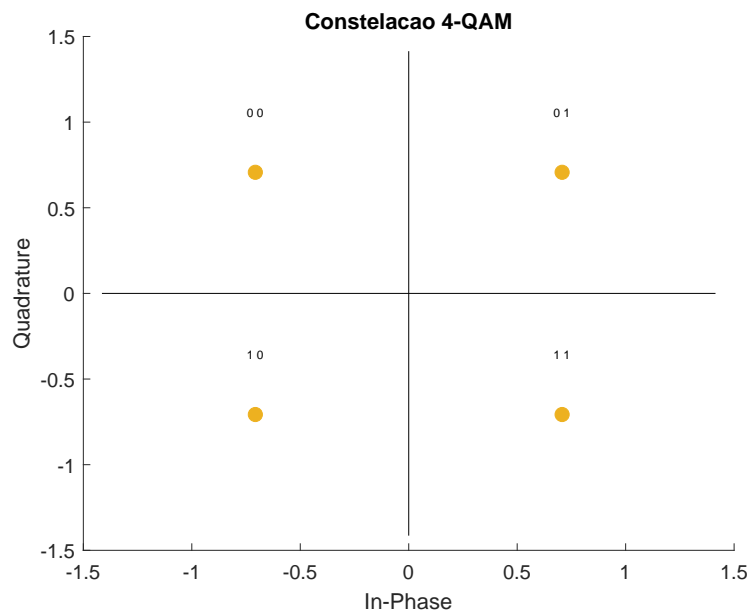


Figura 2: Exemplo de 4-QAM plot.

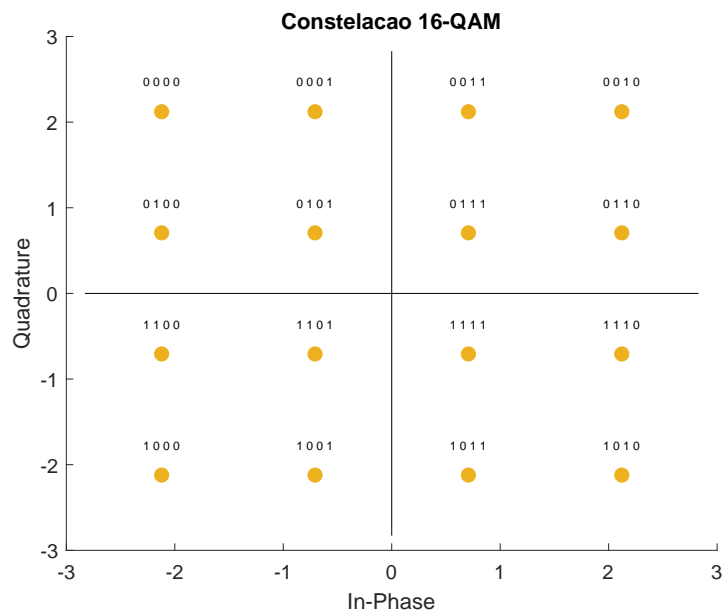


Figura 3: Exemplo de 16-QAM plot.

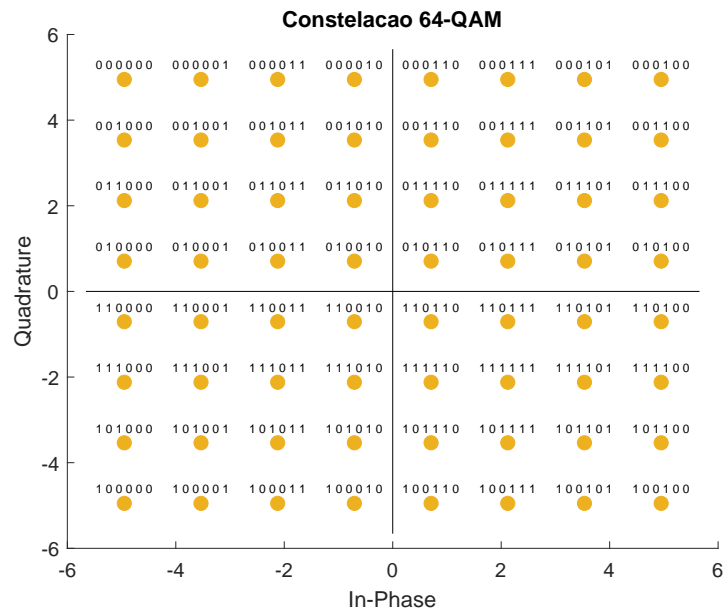


Figura 4: Exemplo de 64-QAM plot.

#### 2.1.4 Demodulador

Considerando  $\mathcal{E}_g = \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt = 1$ , a energia média da constelação pode ser calculada por  $\epsilon$



## 2.2 Problema 2 - Probabilidade de Erro

Para calcular a probabilidade de erro  $P(e)$  de cada constelação 2 desenvolvida em [3].

$$P(e) = 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left( \sqrt{\frac{3}{M-1} \frac{E_s}{N_0}} \right) - 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 Q^2 \left( \sqrt{\frac{3}{M-1} \frac{E_s}{N_0}} \right) \quad (2)$$

Para valores mais elevados de  $SNR$ , a equação da probabilidade do  $M$ -QAM pode ser reduzida para 3, pois o segundo termo ao quadrado passa a ser irrelevante.

$$P(e) = 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left( \sqrt{\frac{3}{M-1} \frac{E_s}{N_0}} \right) \quad (3)$$

Nas simulações realizadas, as curvas utilizando ambas as equações são bem semelhantes, principalmente para constelação 4-QAM, além de reduzir o custo computacional. Entretanto, para manter a fidedignidade do gráfico mostrado na 5, a probabilidade  $P(e)$  é calculada a partir da equação completa 2.

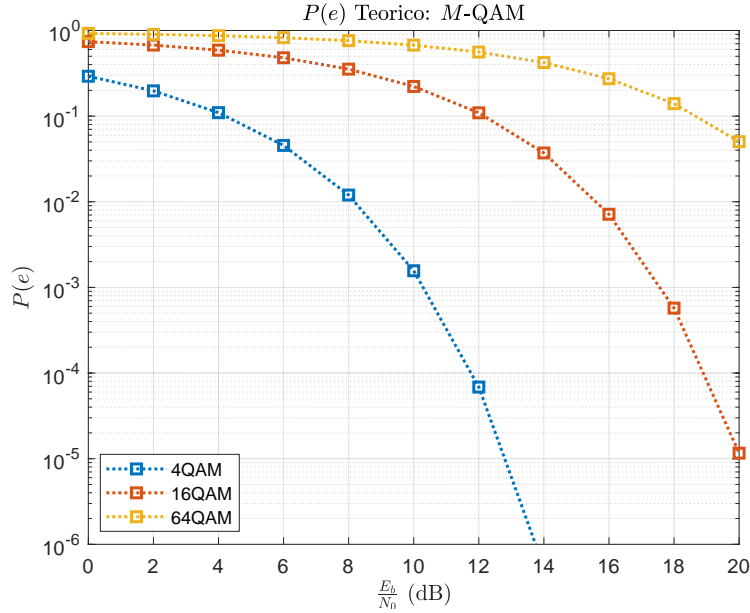


Figura 5: Probabilidade de erro ( $P(e)$ ) teórico  $M$ -QAM.

## 2.3 Problema 3 - Canal RAGB

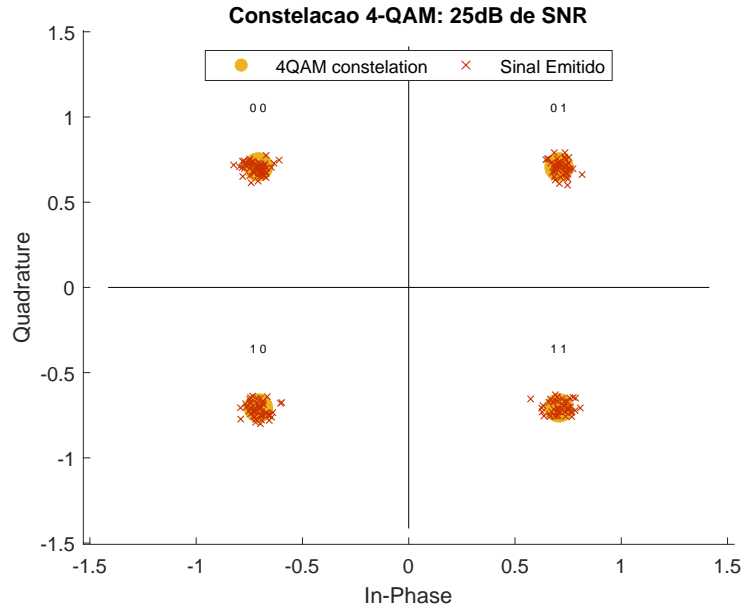


Figura 6: Simulação de transmissão 4-QAM, com  $SNR$  de 25dB.

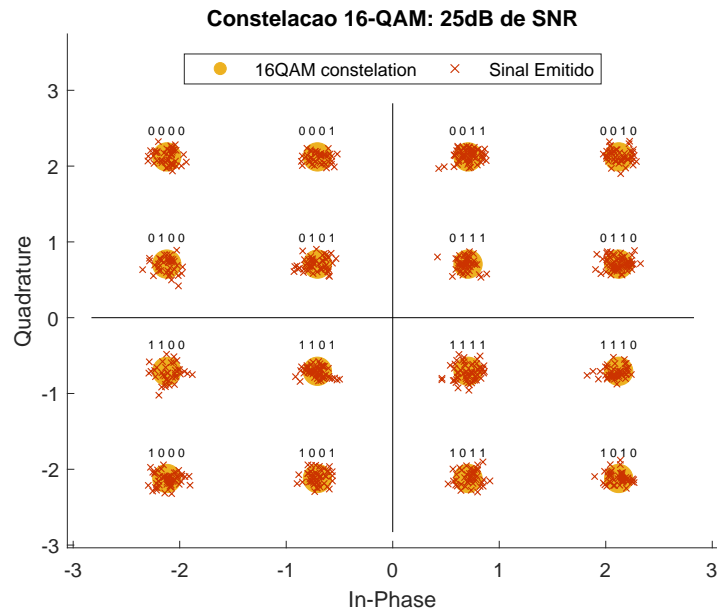


Figura 7: Simulação de transmissão 16-QAM, com  $SNR$  de 25dB.

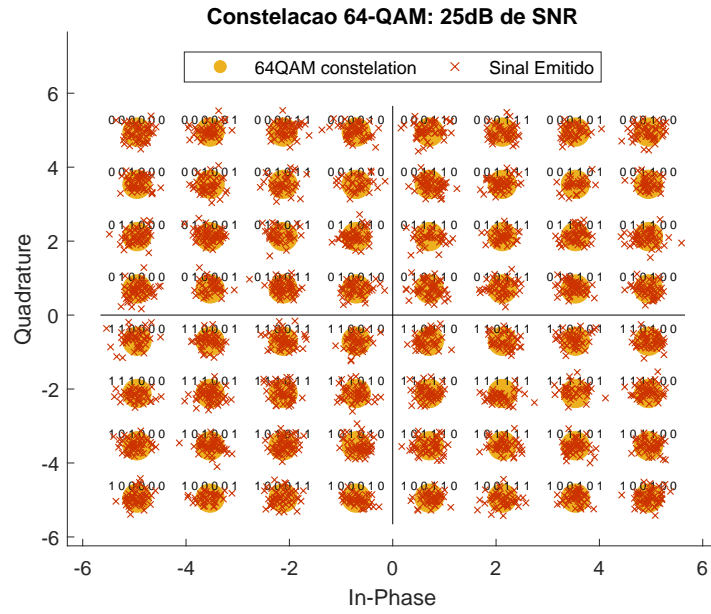


Figura 8: Simulação de transmissão 64-QAM, com  $SNR$  de 25dB.

### 3 Conclusão e Resultados

## Referências

- [1] P. Fonseca e R. Carreira, *AmpOp Ideal*, [http://intranet.deei.fct.ualg.pt/AC/Sebenta\\_Online/www.isr.uc.pt/~paulino/cse/Sebenta\\_Online/cap\\_15/ampopid.htm](http://intranet.deei.fct.ualg.pt/AC/Sebenta_Online/www.isr.uc.pt/~paulino/cse/Sebenta_Online/cap_15/ampopid.htm), Accessed: 2021-02-16.
- [2] J. G. Proakis e M. Salehi, *Digital Communications*, 5<sup>a</sup> ed. 1995.
- [3] C. Pimentel, *Comunicação Digital*, 1<sup>a</sup> ed. 2007.