

Academia Sabatina de Jóvenes Talento

Polinomios Examen final

Nombre: _____. Código ASJT: _____.

Problemas

Estimado estudiante, resolver los siguientes problemas de manera clara y ordenada. Recordar justificar la respuesta.

Problema 1. Sea $Q(x) = 2x - 4096$ y $P(x) = Q^{12}(x)$, hallar la raíz de P .

Problema 2. Hallar $Q(x)$, si $P(Q(x) - 3) = 6x + 2$ y $P(x + 3) = 2x + 10$.

Problema 3. Sea el polinomio $P_0(x) = x^3 + 313x^2 - 77x - 8$. Para enteros $n \geq 0$, definimos $P_n(x) = P_{n-1}(x - n)$. ¿Cuál es el coeficiente del término cuadrático en $P_{23}(x)$?

Problema 4. Demostrar por inducción matemática, que $\forall n \in \mathbb{Z}^{\geq 0}$, se cumple

$$17 \mid 2^{5n+3} + 5^n \cdot 3^{n+2}.$$

Problema 5. Sean a , b y c números reales distintos de cero, con $a + b + c \neq 0$. Probar que si

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a + b + c},$$

entonces para n impar se cumple

$$\frac{1}{a^n} + \frac{1}{b^n} + \frac{1}{c^n} = \frac{1}{a^n + b^n + c^n}.$$