

Ecuaciones Diofánticas

Clase #4

Encuentro: 19

Curso: Ecuaciones Diofánticas

Fecha: 31 de agosto de 2024

Nivel: 5

Semestre: II

Instructor: Kenny Jordan Tinoco

Instructor Aux: Gema Tapia

Contenido: Método de Congruencia

En esta sesión de clase se sigue con los métodos de resolución para ecuaciones diofánticas, en concreto el método de congruencia en enteros, el cual nos permite utilizar las propiedades de divisibilidad y congruencias para hallar posibles soluciones.

1. Desarrollo

1.1. Congruencia en entero

Veamos algunas definiciones importantes.

Definición 1.1 (Divisibilidad). Si a y b son enteros, se dice que a divide a b o que b es múltiplo de a si $b = aq$ para algún entero q , y se denota por $a \mid b$.

Definición 1.2 (Congruencias). Dados dos enteros a, b y un entero positivo m , decimos que a es congruente con b módulo m si $(a - b)$ es múltiplo de m . En este caso escribimos $a \equiv b \pmod{m}$.

Teorema 1.1 (Propiedades de Congruencia). Sean los enteros a, b, c, d, m con $m \geq 1$.

1. Si $a \equiv c \pmod{m}$ y $c \equiv d \pmod{m}$, entonces $a \equiv d \pmod{m}$.
2. Si $a \equiv c \pmod{m}$ y $b \equiv d \pmod{m}$, entonces $ab \equiv cd \pmod{m}$.
3. Si $a \equiv c \pmod{m}$, entonces $a^n \equiv c^n \pmod{m}$ para todo entero positivo n .
4. Si $ab \equiv bc \pmod{m}$, entonces $a \equiv c \pmod{\frac{m}{(b, m)}}$ donde (b, m) denota el máximo común divisor de b y m .

Teorema 1.2 (Pequeño teorema de Fermat). Si p es primo y a es un entero primo relativo con p , entonces $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.

1.2. Ejercicios y problemas

Ejercicios y problemas para el autoestudio.

2. Problemas propuestos

Los problemas de esta sección es la **tarea**. El estudiante tiene el deber de entregar sus soluciones en la siguiente sesión de clase (también se pueden entregar borradores). Recordar realizar un trabajo claro, ordenado y limpio.

3. Extra

Problemas para **puntos extras en la nota final** del curso. Los problemas extras se califican de manera distinta a los problemas propuestos.

Referencias

[BDMS98] Hugo Barrantes, Pedro Díaz, Manuel Murillo, and Alberto Soto. *Introducción a la Teoría de Números*. Universidad Estatal a Distancia. Costa Rica, 1998.

En caso de consultas

Instructor: Kenny J. Tinoco

Teléfono: +505 7836 3102 (*Tigo*)

Correo: kenny.tinoco10@gmail.com

Instructor: Gema Tapia

Teléfono: +505 8825 1565 (*Claro*)

Correo: gematapia97@gmail.com

4. Notas de clase

4.1. ¿Qué?

4.2. ¿Cómo?