

Ecuaciones Diofánticas Clase #6

Encuentro: 21

Curso: Ecuaciones Diofánticas

Fecha: 28 de septiembre de 2024

Nivel: 5

Semestre: II

Instructor: Kenny Jordan Tinoco

Instructor Aux: Gema Tapia

Contenido: Clase practica #1

En esta sesión veremos unos ejercicios y problemas para poner en practica los conceptos y técnicas abordadas hasta el momento.

1. Problemas propuestos

Estimado estudiante, por favor resolver los siguientes ejercicios y problemas. Recordar ser claro, ordenado y limpio en el trabajo a realizar.

Ejercicio 1. Encuentre todas las soluciones enteras de la ecuación

$$(x^2 + 1)(y^2 + 1) + 2(x - y)(1 - xy) = 4(1 + xy).$$

Ejercicio 2. Encuentre todos los enteros positivos n tales que, $n^4 + 4^n$ es primo.

Ejercicio 3. Hallar todas las soluciones enteras de la ecuación $x^3 + y^3 - 3xy = 3$.

Ejercicio 4. Probar que la ecuación $x^2 + 3xy - 2y^2 = 122$ no tiene soluciones enteras

Ejercicio 5. Demostrar que la ecuación $x^2 - 7y = 3$ no tiene soluciones enteras.

Ejercicio 6. Demostrar que no hay enteros para los cuales $800000007 = x^2 + y^2 + z^2$.

Ejercicio 7. Hallar todos los números enteros a, b, c tales que $a^2 = 2b^2 + 3c^2$.

Ejercicio 8. Probar que $x^2 + y^2 = 3(m^2 + n^2)$ no tiene soluciones enteras positivas.

Ejercicio 9. Resolver en enteros de la ecuación $2005x^3 = y^3 + 25z^3$.

Ejercicio 10. Muestre que no hay enteros positivos x, y, z tal que $x^2 + 10y^2 = z^2$.

Problema 1.1. ¿Hay soluciones racionales para $x^2 + y^2 + z^2 + 3(x + y + z) + 5 = 0$?

2. Plan de clase

2.1. ¿Qué?

Dar a los estudiantes una serie de ejercicios para que practiquen los conceptos aprendidos.

2.2. ¿Cómo?

Act. 1 [[5 min]. Dar a conocer que la asignación consiste en elegir 3 ejercicios de los propuestos y solucionarlos, las soluciones deben de traerlas el próximo encuentro.

Nivel aproximado de los estudiantes, donde cero representa un nivel elemental y diez un nivel avanzado.

Alumno	Puntaje
Bradley	5
Brisa	4
Daniela	2
Diego	8
Fabiana	7
Félix	8
Gerald	5
Melvin	6
Nahomí	5
Nathaly	4
Sharloth	3
William	5

De acuerdo a la tabla anterior pedir a los estudiantes que respondan las siguientes preguntas, priorizar los estudiantes con menor puntaje, en caso de que un estudiante no pueda responder, pasar al siguiente estudiante hasta que la pregunta sea contestada.

Act. 2 [[5 min]. ¿Qué es una ecuación diofántica? ¿Qué es una ecuación insoluble y soluble?

Act. 3 [[5 min]. ¿Dar 5 ejemplos ecuaciones diofánticas?

Act. 4 [[5 min]. Explicar el método de factorización para la resolución de ecuaciones diofánticas.

Act. 5 [[5 min]. ¿Cuáles son las posibles relaciones que pueden haber respecto a dos números reales?

Act. 6 [[5 min]. ¿Qué es el método de desigualdades para la resolución de ED?

Act. 7 [[5 min]. ¿Explicar las desigualdades de las medias? Dar un ejemplo.

Act. 8 [[5 min]. ¿Método de parametrización? ¿qué relación tiene entre las familias de soluciones de una ED?

Act. 9 [[5 min]. ¿Cuál es la diferencia entre el método de parametrización y factorización?

Act. 10 [[5 min]. ¿Qué es la función phi (φ) de Euler? Dar un ejemplo, ¿qué pasa con los números primos y la función de Euler? ¿Cuánto es $\varphi(100)$?

Act. 11 [[5 min]. ¿Qué es la aritmética modular? ¿Quién la introdujo?

Act. 12 [[5 min]. ¿Qué es una congruencia? Dar dos ejemplos.

Act. 13 [[5 min]. ¿Qué es una congruencia potencial? Dar un ejemplo y su demostración. ¿Siempre hay patrones en una congruencia potencial?

Act. 14 [[5 min]. ¿Qué es la inducción matemática? ¿Podés dar una analogía de esta técnica?

Act. 15 [[5 min]. ¿Qué es el método de descenso a infinito?

Act. 16 [[5 min]. ¿Qué se puede concluir si tenemos un subconjunto de los números reales con respecto a un máximo y mínimo?

Ejercicio 11. Calcular los siguientes resultados:

1. $7 + 13 \equiv x \pmod{5}$
2. $15 - 8 \equiv x \pmod{7}$
3. $4 \times 6 \equiv x \pmod{11}$
4. $3^5 \equiv x \pmod{13}$
5. $2x + 5 \equiv 11 \pmod{13}$
6. Hallar todos los x tales que $x^2 \equiv 1 \pmod{17}$.

Act. 17 [[5 min]. ¿Qué es una ED líneal?

Preguntas claves: ¿me entendieron? ¿me salté algún tema? ¿di tiempo suficiente para pensar los problemas? ¿participaron? ¿problemas muy fáciles o muy difíciles, demasiados o muy pocos? ¿las explicaciones/ejemplos fueron suficientes y buenos?

[illegible]