

Lista de Problemas

Kenny J. Tinoco

1. Problemas variados de calentamiento

Problema 1. Probar que $(3721893712893127381!)^2 > 3721893712893127381^{3721893712893127381}$

Problema 2. Probar que el siguiente número no es primo para todo entero n

$$5^{5^{n+1}} + 5^{5^n} + 1.$$

Problema 3. Encontrar todas las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que

$$f(x + y) = f(x)f(y) + xy.$$

Problema 4. Sean $n \geq 2$ puntos sobre una circunferencia. Encontrar el máximo número de regiones formadas por los segmentos que unen todos los puntos (Un grafo completo).

Problema 5. Sean $x, y, z > 0$ tal que $xy + yz + zx + 2xyz = 1$. Probar que

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq 4(x + y + z).$$

Problema 6. Determina todas las parejas de enteros positivos (x, y) tales que ambos x, y tienen la misma cantidad de dígitos y se satisface la ecuación $\frac{x}{y} = \overline{y}.x$, donde $\overline{y}.x$ representa el número que se obtiene de colocar un punto decimal después de y y luego concatenar el número x .

(Problemas de prácticas, problema 8. Tzaloa, 2022)

Problema 7. Encuentra la mayor cantidad de elementos que un subconjunto de S del conjunto $\{1, 2, \dots, 50\}$ puede tener, de tal manera que no haya un elemento de S que sea igual a la suma de dos elementos diferentes de S .

(Problemas de prácticas, problema 11. Tzaloa, 2022)

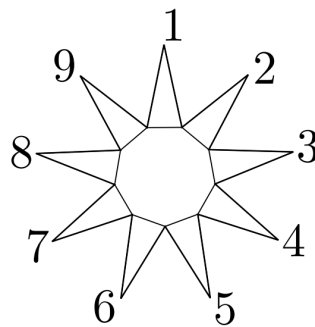
Problema 8. Nueve celdas de un tablero 10×10 están infectadas. Dos celdas son vecinas si tienen un lado en común. En cada minuto, las celdas que tengan al menos dos vecinos infectados se vuelven infectadas. ¿Puede llegar a suceder que todas las celdas del tablero estén infectadas?

(Soluciones a los problemas de entrenamiento, problema 4. Tzaloa, 2022)

Problema 9. Determina el mínimo número de colores necesarios para pintar las diagonales de un polígono regular de 2022 lados con la propiedad de que cuando dos diagonales se intersecan en un punto interior del polígono, las dos diagonales tengan distinto color. (Nota: aclarar qué es una diagonal si es necesario XD)

(36ª OMM. Problema 3)

Problema 10. Los 9 picos de la estrella que se muestra, están numerados del 1 al 9 y deben pintarse cada uno con alguno de los colores negro, blanco y rojo, de manera que haya 3 picos de cada color y que cualesquiera dos picos consecutivos tengan distinto color. ¿De cuántas maneras distintas pueden colorearse?



(35ª OMM. Problema 5)

Problema 11. Determina el menor entero positivo n con las siguientes propiedades:

- Su dígito de las unidades es 6.
- Si el último dígito 6 se borra y se coloca al principio del número, el resultado es 4 veces n .

(Problemas de prácticas, problema 2. Tzaloa, 2022)

2. Problemas que no pude hacer pero se ven tuanis