

Academia Sabatina de Jóvenes Talento

Polinomios Corto #1

Nombre: _____. Código ASJT: _____.

Problemas

Estimado estudiante, resolver los siguientes ejercicios de manera clara y ordenada.

Ejercicio 1. Dado el polinomio $S(x) = (11 - 15x^3)(17x^6 - 43) + 2^8x^6(1 - x + x^2)(1 + x)$, responda lo siguiente:

a. ¿ $S(x)$ es mónico?

R: _____

b. ¿ $S(x)$ es completo?

R: _____

c. ¿ $S(x)$ es simétrico?

R: _____

d. Escriba el coeficiente de x^6 .

R: _____

e. Escriba el término independiente.

R: _____

f. ¿Es $S(\sqrt[3]{x})$ un polinomio?¹

R: _____

Ejercicio 2. Si tenemos que

$$P(x) = \frac{x-1}{3}$$

$$Q(x) = 3x^2 - 2x$$

$$R(x) = (Q \circ P)(x) - (P \circ Q)(x)$$

¿Cuál es el valor de $R(1)$?²

a. -1

b. 1

c. -36

d. 0

e. 10

¹Justificar la respuesta.

²Escribir el procedimiento.

Academia Sabatina de Jóvenes Talento

Soluciones

Ejercicio 1.

$$S(x) = (11 - 15x^3)(17x^6 - 43) + 2^8 x^6(1 - x + x^2)(1 + x)$$

$$S(x) = (187x^6 - 473 - 255x^9 + 645x^3) + 256x^6(1 + x^3)$$

$$S(x) = (187x^6 - 473 - 255x^9 + 645x^3) + (256x^6 + 256x^9)$$

$$S(x) = (256x^9 - 255x^9) + (256x^6 + 187x^6) + 645x^3 - 473$$

$$S(x) = x^9 + 543x^6 + 645x^3 - 473$$

- a. Sí, ya que el su coeficiente principal es 1.
- b. No, ya que faltan los términos de x^8 , x^7 , x^5 , x^4 , x^2 y x .
- c. No, ya que con sólo ver que el coeficiente principal y el término independiente no son iguales el polinomio no es simétrico.
- d. El coeficiente es 645.
- e. El término independiente es -473 .
- f. Sí, ya que al evaluar el polinomio obtenemos $S(\sqrt[3]{x}) = x^3 + 543x^2 + 645x - 473$.

Ejercicio 2. Primero encontremos $(Q \circ P)(x)$

$$(Q \circ P)(x) = Q(P(x)) = 3\left(\frac{x-1}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{x-1}{3}\right)$$

$$(Q \circ P)(x) = 3\left(\frac{x^2 - 2x + 1}{9}\right) - \frac{2x - 2}{3}$$

$$(Q \circ P)(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{3} - \frac{2x - 2}{3} = \frac{x^2 - 2x + 1 - (2x - 2)}{3}$$

$$(Q \circ P)(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{3}$$

Seguidamente, $(P \circ Q)(x)$

$$(P \circ Q)(x) = P(Q(x)) = \frac{3x^2 - 2x - 1}{3}$$

Sustituimos $(Q \circ P)(x)$ y $(P \circ Q)(x)$ en $R(x)$ y simplificamos

$$R(x) = (Q \circ P)(x) - (P \circ Q)(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{3} - \frac{3x^2 - 2x - 1}{3}$$

$$R(x) = \frac{x^2 - 4x + 3 - (3x^2 - 2x - 1)}{3} = \frac{-2x^2 - 2x + 4}{3}$$

Finalmente, evaluamos $R(1)$

$$R(1) = \frac{-2(1)^2 - 2(1) + 4}{3} = \frac{-2 - 2 + 4}{3} = 0$$

Respuesta correcta es la opción 'd'.