

# Academia Sabatina de Jóvenes Talento

---

## Polinomios Clase #2

Encuentro: 2

Curso: Polinomios

Fecha: 25 de marzo de 2023

Nivel: 5

Semestre: I

Instructor: Kenny Jordan Tinoco

D. auxiliar: José Adán Duarte

**Contenido:** Raíces de polinomios I

## 1. Desarrollo

### 1.1. Definiciones

**Definición 1.1 (Raíz de un Polinomio).** La raíz de un polinomio  $P(x)$  es un número  $r$ , tal que  $P(r) = 0$ . También, diremos que  $r$  es una solución de la ecuación  $P(x) = 0$ .

**Ejemplo 1.** Demuestre que  $u$  es raíz del polinomio  $R(x) = x^2 - (u + 17)x + 17u$ .

**Solución.** Para demostrar que  $u$  es raíz<sup>1</sup> de  $R(x)$ , basta probar que  $R(u) = 0$ . Lo cual es fácil ver cuando evaluamos  $R(u) = u^2 - (u + 17)u + 17u = u^2 - u^2 - 17u + 17u = 0$ .  $\square$

**Definición 1.2 (Factor de un Polinomio).** Sea  $P$  un polinomio y  $a \in \mathbb{R}$ . Entonces,  $(x - a)$  es un *factor* de  $P(x)$  si existe un polinomio  $Q(x)$  tal que  $P(x) = (x - a)Q(x)$ .

**Teorema 1.1 (Teorema del factor).** Dado un polinomio  $P$ , de grado  $n$  y  $a \in \mathbb{R}$ , diremos que  $a$  es una raíz de  $P$  si y sólo si  $(x - a)$  es un factor de  $P(x)$ . Es decir

$$P(a) = 0 \leftrightarrow P(x) = (x - a)Q(x)$$

para algún polinomio<sup>2</sup>  $Q(x)$ .

**Cantidad de raíces de un polinomio:** Un polinomio de grado  $n \geq 1$  tiene como máximo  $n$  raíces (o ceros). Así, por ejemplo, un polinomio  $P$  con  $\deg(P) = 7$ , tiene a lo más 7 raíces. Ejemplo (asumiendo que  $P(x)$  es factorizable)

$$P(x) = (x - r_1)(x - r_2)(x - r_3)(x - r_4)(x - r_5)(x - r_6)(x - r_7).$$

**Multiplicidad de raíces:** Si existe  $m \in \mathbb{N}$  y un polinomio  $Q(x)$  tal que

$$P(x) = (x - a)^m Q(x)$$

diremos que la raíz  $a$  tiene multiplicidad  $m$ . Cuando  $m = 1$  diremos que la raíz  $a$  es simple.

---

<sup>1</sup>¿Podés encontrar otra raíz de  $R(x)$ ?

<sup>2</sup>¿Por qué  $\deg(Q) = (n - 1)$ ?

## 1.2. Métodos para determinar raíces de polinomios

En este apartado nos centraremos en los métodos para la determinación de raíces de polinomios, particularmente para polinomios cuadráticos y cúbicos.

### 1.2.1. Factorización

Si un polinomio  $P(x)$  es equivalente al producto de otros polinomios con grado menor, entonces diremos que  $P(x)$  está factorizado.

Por ejemplo, el polinomio  $M(x) = 5x^3 + 4x^2 + 5x + 4$ , es equivalente a  $M(x) = (5x + 4)(x^2 + 1)$

### 1.2.2. Completación de cuadrados

### 1.2.3. Fórmula general

### 1.2.4. Análisis del discriminante

## 1.3. Agregados culturales y preguntas

**Pregunta:** ¿Cuántas raíces reales tiene el polinomio  $P(x) = x^2 + 1$ ?

## 2. Problemas propuestos

## 3. Extra

## Referencias

- [Bar89] Edward Barbeau. *Polynomials*. Springer, 1989.
- [BGV14] Radmila Bulajich, José Gómez, and Rogelio Valdez. *Álgebra*. UNAM, 2014.
- [CL22] Axel Canales and Ricardo Largaespada. Clase 2. Raíces de polinomios I. *Academia Sabatina de Jóvenes Talento*, Marzo 2022.
- [Rub19] Carlos Rubio. Un breve recorrido por los polinomios. *Tzaloa*, (2), 2019.

**En caso de consultas****Instructor:** Kenny J. Tinoco**Teléfono:** +505 7836 3102 (*Tigo*)**Correo:** kenny.tinoco10@gmail.com**Docente:** José A. Duarte**Teléfono:** +505 8420 4002 (*Claro*)**Correo:** joseandanduarte@gmail.com