

Academia Sabatina de Jóvenes Talento

Polinomios Clase #12

Encuentro: 12

Curso: Polinomios

Fecha: 10 de junio de 2023

Nivel: 5

Semestre: I

Instructor: Kenny Jordan Tinoco

D. auxiliar: José Adán Duarte

Contenido: Clase práctica 4

En esta cuarta clase práctica veremos algunos ejercicios y problemas propuestos para ejercitar los conocimientos y habilidades adquiridos hasta el momento.

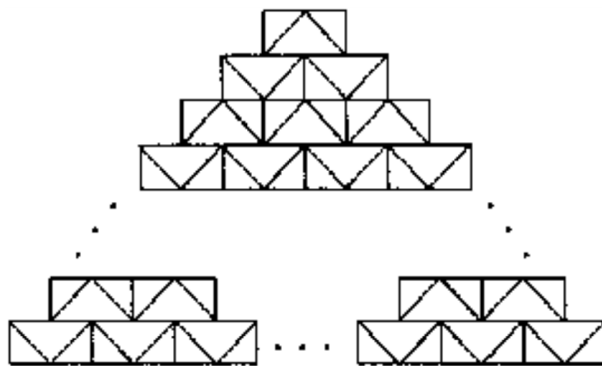
1. Problemas propuestos

Problema 1.1. Cuál es el valor de x , si

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{20} = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right)$$

Problema 1.2. ¿Cuál es la suma de los factores de $P(x) = (x^2 + y^2 - 9)^2 - 4x^2y^2$?

Problema 1.3. ¿Cuántos triángulos se pueden contrar, cómo máximo, en la siguiente figura?



Donde la base de esta figura tiene 2023 rectángulos.

Problema 1.4. Si $ab + bc + ca = -3$ y $a^2 + b^2 + c^2 = 6$, hallar el valor de

$$\frac{a(b+c)^2 + b(a+c)^2 + c(a+b)^2}{abc}$$

Problema 1.5. Hallar $A + 3B$, si

$$A = 3 + \frac{5}{1 - \frac{3}{1 - \frac{1}{2}}}, \quad B = 3 - \frac{5}{1 + \frac{3}{1 + \frac{1}{2}}}$$

Problema 1.6. La división de $987x^{17} - 1597x^{16} + 1$ por $x^2 - x + c$ genera el residuo $(a - b - 1)x^3 + (a + b - 7)x^2 + (a + c)x + b - d$, indique el valor de $(a - 3)^{2024} + (b - 4)^{2023} + 2022$.

Problema 1.7. Encontrar los números a , b , c y d para los cuales se cumple que

$$\frac{2x - 7}{4x^2 + 16x + 15} = \frac{a}{x + c} + \frac{b}{x + d}.$$

Problema 1.8. Hallar un factor de

$$(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^2 - x^5$$

Problema 1.9. Hallar el resto de la división de $[(x - 1)(x)(x + 2)(x + 3)]^2 + (x^2 + 2x)^3x - 50$ entre $x^2 + 2x - 5$.

Problema 1.10. Hallar S , si

$$S = \left(\frac{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{2 - \frac{2}{3}} \right) \left(\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4}} \right)$$

Problema 1.11. Si $P\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2023$, ¿cuál es el valor de $P(2024)$?

Problema 1.12. Cuál es el valor de x , si

$$(1 + x) + (2 + x) + (3 + x) + \cdots + (n + x) = n^2 + 1012n$$

Problema 1.13. Indique el valor de la expresión

$$E(3) \cdot E(5) \cdot E(7) \cdots E(2021) \cdot E(2023)$$

Si $E(x) = 1 + \frac{2}{x - 1}$

Problema 1.14. Un agricultor cosechó en el primer día $(x - 2)^{2023}$ granos de maíz y el segundo día $(x - 1)^{2024} + 7$ granos de maíz. Si el agricultor almacena los granos de los dos días en sacos, los cuales tiene una capacidad de $x^2 - 3x + 2$ granos cada uno. ¿cuál es el polinomio que representa los granos sobrantes?

Problema 1.15. Hallar A , si

$$A = \frac{\overbrace{2^x + 2^x + \cdots + 2^x}^{1024 \text{ veces}}}{32 \times \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdots 2}_{(x+3) \text{ veces}}}$$

Problema 1.16. Si $P(x) = x^2 + 2x + 3$, calcule el valor de $P(1) + P(2) + \cdots + P(100)$.

Problema 1.17. Si $P(x) = P(x - 1) + P(x - 2) + 2$, y además $P(1) = 1$, $P(2) = 3$. ¿Cuál es el valor de $P(4)$?

Problema 1.18. Hallar B , si

$$B = \frac{\overbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}^{33 \text{ veces}}}{\underbrace{3 + 3 + \cdots + 3}_{3^{30} \text{ veces}}} + \frac{\overbrace{5^{10} + 5^{10} + \cdots + 5^{10}}^{10 \text{ veces}}}{\underbrace{5 \times 5 \times 5 \cdots \times 5}_{11 \text{ veces}}}$$

Problema 1.19. Si $x^a y^b = 2^a$, $x^b y^a = 2^b$. Hallar el valor de $(xy)^{\frac{x}{y}}$.

Problema 1.20. Hallar $Q(x)$, si $P[Q(x) - 3] = 6x + 2$ y $P(x + 3) = 2x + 10$.

2. Extra

Problema 2.1. Sea $P(x)$ un polinomio no nulo tal que $(x - 1)P(x + 1) = (x + 2)P(x)$ para todo real x , y $P(2)^2 = P(3)$. Hallar $m + n$, si $P\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{m}{n}$ donde m y n son primos relativos.

Referencias

- [Adu15] Academia Aduni. Anual integral 2015. Preguntas propuestas. *Lumbreras Editores*, 2015.
- [AFI17] AFIE. *Problemas resueltos de razonamiento matemático*. Lumbreras Editores, 2017.

En caso de consultas

Instructor: Kenny J. Tinoco

Teléfono: +505 7836 3102 (*Tigo*)

Correo: kenny.tinoco10@gmail.com

Docente: José A. Duarte

Teléfono: +505 8420 4002 (*Claro*)

Correo: joseandanduarte@gmail.com