

# Academia Sabatina de Jóvenes Talento

---

## Polinomios Clase #11

**Encuentro:** 11

**Curso:** Polinomios

**Fecha:** 3 de junio de 2023

**Nivel:** 5

**Semestre:** I

**Instructor:** Kenny Jordan Tinoco

**D. auxiliar:** José Adán Duarte

### Contenido: Clase práctica 3

En esta tercera clase práctica veremos algunos problemas propuestos para ejercitar los conocimientos y habilidades adquiridos hasta el momento.

## 1. Problemas propuestos

Los siguientes problemas propuestos deben ser resueltos y entregados por los estudiantes en forma de trabajo, esperando la mejor calidad, claridad y presentación posible<sup>1</sup>.

**Problema 1.1.** Si  $a + b + c = \sqrt{2023}$  y  $a^2 + b^2 + c^2 = 2021$ , hallar el valor de

$$E = \frac{(a+b)^2(b+c)^2(c+a)^2}{(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)}.$$

**Problema 1.2.** Porbar que para todo  $n$  entero positivo se cumple que

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$$
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

**Problema 1.3.** Con la ayuda del teorema de la raíz racional, encontrar todas las raíces de los siguientes polinomios

$$2x^3 - 21x^2 + 52x - 21$$
$$x^4 - 7x^3 - 19x^2 + 103x + 210$$

**Problema 1.4.** El cociente de la división  $\frac{x^{n+1} + 2x + 5}{x - 3}$  es  $Q(x)$ , la suma de coeficientes de  $Q$  es  $\frac{9^{10} + 3}{2}$ . Hallar el valor de  $n$ .

**Problema 1.5.** Si la división

$$\frac{x^{80} - 7x^{30} + 9x^5 - mx + 1}{x^3 + x - 2}$$

Deja como resto a  $R(x) = x^2 + x - 1$ , hallar el valor de  $m$ .

---

<sup>1</sup>Chavalos, entreguen un buen trabajo.

**Problema 1.6.** Suponga que  $x$ ,  $y$  y  $z$  son números distintos de cero tal que  $(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2) = x^3 + y^3 + z^3$ . Hallar el valor de

$$(x + y + z) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right).$$

**Problema 1.7.** Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  números reales no nulos tales que  $a + b + c = 0$ . Determine el valor de la expresión

$$\frac{(a^2 + b^2)(b^2 + c^2) + (b^2 + c^2)(c^2 + a^2) + (c^2 + a^2)(a^2 + b^2)}{a^4 + b^4 + c^4}.$$

(Lista corta, OMCC XXII. Álgebra, P1)

**Problema 1.8.** Si  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  son las raíces de la ecuación  $x^4 - 3x^3 + 1 = 0$ , calcular el valor de

$$\frac{1}{a^6} + \frac{1}{b^6} + \frac{1}{c^6} + \frac{1}{d^6}.$$

## 2. Extra

**Problema 2.1.** Probar que para todo  $n$  entero positivo, se cumple que

$$1 + \frac{1}{2} \cdot \binom{n+1}{1} + \frac{1}{4} \cdot \binom{n+2}{2} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}} \cdot \binom{2n-1}{n-1} + \frac{1}{2^n} \cdot \binom{2n}{n} = 2^n$$

## Referencias

- [GR23] Jonathan Gutiérrez and Reynaldo Romero. Álgebra, Nivel Centro. Prueba corta 1. *Academia Sabatina de Jóvenes Talento*, Mayo 2023.
- [Nic23] ASJT. Nicaragua. Primer Examen Selectivo PAGMO. *Academia Sabatina de Jóvenes Talento*, Mayo 2023.

### En caso de consultas

**Instructor:** Kenny J. Tinoco

**Teléfono:** +505 7836 3102 (*Tigo*)

**Correo:** kenny.tinoco10@gmail.com

**Docente:** José A. Duarte

**Teléfono:** +505 8420 4002 (*Claro*)

**Correo:** joseandanduarte@gmail.com