

Academia Sabatina de Jóvenes Talento

Ecuaciones Diofánticas Clase #2

Encuentro: 17

Curso: Ecuaciones Diofánticas

Fecha: 17 de agosto de 2024

Nivel: 5

Semestre: II

Instructor: Kenny Jordan Tinoco

Instructor Aux: Gema Tapia

Contenido: Métodos de resolución de Ecuaciones Diofánticas

En esta clase seguiremos abordando los métodos básicos para la resolución de ecuaciones diofánticas. Una de las estrategias de resolución es utilizar las desigualdades. La idea principal es reducir la cantidad de casos mediante el uso de las inecuaciones.

1. Desarrollo

Antes de iniciar el estudio de este método, recordemos algunas propiedades de las desigualdades numéricas. Los axiomas elementales sobre desigualdades son los siguientes

1. Dado un número real x , se tiene que $x > 0$, $x = 0$ o $x < 0$.
2. Si $a > 0$ y $b > 0$, entonces $a + b > 0$ y $ab > 0$.
3. Si $a > b$, entonces $a + c > b + c$.

Todas las demás desigualdades se derivan de estos axiomas. Como por ejemplo

1. Si $a > b$, $c < 0$ entonces $ac < bc$.
2. Si $0 < a < 1$ entonces $a^2 < a$.
3. Si $|a| > 1$ entonces $a^2 > a$.

Así como el siguiente teorema.

Teorema 1.1. Si x es un número real, entonces $x^2 \geq 0$. La igualdad se da si y solo si $x = 0$.

1.1. Ejercicios y problemas

Ejercicios y problemas para el autoestudio.

Ejercicio 1.1. Hallar todas las duplas positivas (x, y) tal que $x^3 - y^3 = xy + 61$.

Ejercicio 1.2. Hallar todas las soluciones enteras (x, y) de $x^3 + y^3 = (x + y)^2$.

Ejercicio 1.3. Determine todas las parejas de enteros (x, y) tales que $1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$.

Ejercicio 1.4. Halle todas las soluciones (w, x, y, z) de enteros positivos tales que

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2x(z - 1) + 2y(z + 1) = w^2$$

Ejercicio 1.5. Determinar todos los números enteros positivos (x, y, z) que sean solución de las siguientes ecuaciones

$$1. \left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{y}\right)\left(1 + \frac{1}{z}\right) = 2$$

$$2. xy + yz + zx - xyz = 2$$

$$3. (x + y)^2 + 3x + y + 1 = z^2$$

Ejercicio 1.6. Encuentra todos los pares de números positivos (a, b) tales que $ab^2 + b + 7$ divide a $a^2b + a + b$.

2. Problemas propuestos

Los problemas de esta sección es la **tarea**. El estudiante tiene el deber de entregar sus soluciones en la siguiente sesión de clase (también se pueden entregar borradores). Recordar realizar un trabajo claro, ordenado y limpio.

3. Extra

Problemas para **puntos extras en la nota final** del curso. Los problemas extras se califican de manera distinta a los problemas propuestos.

En caso de consultas

Instructor: Kenny J. Tinoco

Teléfono: +505 7836 3102 (*Tigo*)

Correo: kenny.tinoco10@gmail.com

Instructor: Gema Tapia

Teléfono: +505 8825 1565 (*Claro*)

Correo: gematapia97@gmail.com