

Ecuaciones Diofánticas Clase #3

Encuentro: 18

Curso: Ecuaciones Diofánticas

Fecha: 24 de agosto de 2024

Nivel: 5

Semestre: II

Instructor: Kenny Jordan Tinoco

Instructor Aux: Gema Tapia

Contenido: Método de parametrización

Esta clase seguimos con los métodos básicos de resolución de ecuaciones diofánticas. Este es el caso del método de parametrización, el cual consiste en expresar las familias de soluciones en función de variables auxiliares. Veremos algunos ejemplos, ejercicios y problemas, de tal manera que se pueda afianzar lo aprendido hasta el momento en el curso.

1. Desarrollo

En muchas situaciones, las soluciones enteras a una ecuación diofántica puede ser expresada de forma paramétrica, donde dichos parámetros son variables enteras.

El conjunto de soluciones de algunas ecuaciones diofánticas podría tener múltiples representaciones paramétricas. Para la mayoría de ecuaciones diofánticas, no es posible encontrar todas las soluciones explícitamente. En muchos casos, el método paramétrico proporciona una prueba de la existencia de infinitas soluciones.

1.1. Ejercicios y problemas

Ejercicios y problemas para el autoestudio.

Ejercicio 1.1. Hallar todos los pares ordenados (x, y) tales que $xy = 20 - 3x + y$.

Ejercicio 1.2. Demostrar que la ecuación $x^2 + y^2 - z^2 - x + 3y - z - 4 = 0$ posee infinitas soluciones en los números enteros.

Ejercicio 1.3. Encontrar todas las soluciones enteras x, y de la ecuación $p(x + y) = xy$, donde p es un número primo.

Ejercicio 1.4. Hallar todas las triplas (x, y, z) de enteros positivos tales que

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}.$$

Ejercicio 1.5. Determinar los números enteros x que verifican que $x^4 + 2$ es múltiplo de $x + 2$.

Ejercicio 1.6. Dado tres números enteros positivos x, y, z hallar el valor de su producto sabiendo que cumplen

$$x + 2y = z \quad y \quad x^2 - 4y^2 + z^2 = 310.$$

Ejercicio 1.7. Encuentra números positivos de dos cifras que sean iguales a tres veces el producto de los mismos.

Ejercicio 1.8. Encuentra las soluciones de la siguiente ecuación diofántica $2(x + y) = xy + 9$.

Ejercicio 1.9. Probar que si a, b, c son enteros positivos tales que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$, entonces

- $a + b$ es un cuadrado perfecto.
- $a^2 + b^2 + c^2$ es un cuadrado perfecto.

2. Problemas propuestos

Los problemas de esta sección es la **tarea**. El estudiante tiene el deber de entregar sus soluciones en la siguiente sesión de clase (también se pueden entregar borradores). Recordar realizar un trabajo claro, ordenado y limpio.

3. Extra

Problemas para **puntos extras en la nota final** del curso. Los problemas extras se califican de manera distinta a los problemas propuestos.

Problema 3.1. Sea p un número primo, determinar todos los números enteros k tales que $\sqrt{k^2 - kp}$ es un número natural.

Referencias

- [BDMS98] Hugo Barrantes, Pedro Díaz, Manuel Murillo, and Alberto Soto. *Introducción a la Teoría de Números*. Universidad Estatal a Distancia. Costa Rica, 1998.
- [Lar21] Ricardo Largaespada. Ecuaciones diofánticas. Clase 4. *Academia Sabatina de Jóvenes Talento*. Nicaragua, Abril 2021.

En caso de consultas

Instructor: Kenny J. Tinoco
Teléfono: +505 7836 3102 (*Tigo*)
Correo: kenny.tinoco10@gmail.com

Instructor: Gema Tapia
Teléfono: +505 8825 1565 (*Claro*)
Correo: gematapia97@gmail.com