

Introducción a las ecuaciones funcionales

Kenny J. Tinoco

Septiembre de 2024

Antes de comenzar haz el esfuerzo y trata de preguntarte y responder a lo siguiente; ¿qué es una ecuación? ¿qué es una función? ¿cuáles son los tipos de ecuaciones existen? ¿sos capaz de dar un ejemplo de función? ¿podés deducir qué es una ecuación funcional?

Ejercicio 1. Hallar todas las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tales que $2f(x) - 5f(y) = 8$ para todo los números reales x y y .

Ejercicio 2. Hallar todas las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) + xf(1-x) = x$ para todo número real x .

Ejercicio 3. Hallar todas las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x-y) = f(x) + f(y) - 2xy$ se cumple para todo número real x y y .

Ejercicio 4. Determinar todas las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f(x+y) + f(x)f(y) = x^2y^2 + 2xy,$$

para todo número real x y y .

Ejercicio 5. Determina todas las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tales que

$$2f(x+y) + 6y^3 = f(x+2y) + x^3,$$

para cualesquiera números reales x, y .

Ejercicio 6. Determina todas las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tales que

$$f(x-y) = f(x)f(y)$$

para todos los números reales x, y .

Ejercicio 7. Determina todas las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tales que

$$f(f(x+y)) = x + f(y)$$

para todos los números x, y .