

Academia Sabatina de Jóvenes Talento

Polinomios Corto #1

Nombre: _____. Código ASJT: _____.

Problemas

Estimado estudiante, resolver los siguientes ejercicios de manera clara y ordenada.

Ejercicio 1. Dado el polinomio $S(x) = x^2(x^2 - 7)^3 + (13 - 2x)(3x + x^7)$, responda lo siguiente:

- | | |
|------------------------------------|--|
| a. ¿ $S(x)$ es mónico? R: _____ | d. Escriba el coeficiente de x^4 . R: _____ |
| b. ¿ $S(x)$ es completo? R: _____ | e. Escriba el término independiente.
R: _____ |
| c. ¿ $S(x)$ es simétrico? R: _____ | f. ¿Qué pasa con $S(\sqrt{x})$? R: _____ |

Ejercicio 2. Si tenemos que

$$P(x) = \frac{x-1}{3}$$
$$Q(x) = 3x^2 - 2x$$
$$R(x) = (Q \circ P)(x) - 673x$$

¿Cuál es el valor de $R(2023)$?¹

- | | | | | |
|-------|---------|---------|------|------|
| a. -4 | b. 2023 | c. 5395 | d. 0 | e. 1 |
|-------|---------|---------|------|------|

¹Justificar la respuesta.

Academia Sabatina de Jóvenes Talento

Soluciones

Ejercicio 1.

$$\begin{aligned}S(x) &= x^2(x^2 - 7)^3 + (13 - 2x)(3x + x^7) \\S(x) &= x^2 \left[(x^2)^3 + 3(x^2)^2(-7) + 3(x^2)(-7)^2 + (-7)^3 \right] + (39x + 13x^7 - 6x^2 - 2x^8) \\S(x) &= x^2 \left[x^6 - 21x^4 + 147x^2 - 343 \right] + (39x + 13x^7 - 6x^2 - 2x^8) \\S(x) &= (x^8 - 21x^6 + 147x^4 - 343x^2 + 39x) + (13x^7 - 6x^2 - 2x^8) \\S(x) &= (x^8 - 2x^8) + 13x^7 - 21x^6 + 147x^4 + (-343x^2 - 6x^2) + 39x \\S(x) &= -x^8 + 13x^7 - 21x^6 + 147x^4 - 349x^2 + 39x\end{aligned}$$

- a. No, ya que el su término principal es -1 .
- b. No, ya que faltan los términos de x^5 , x^3 .
- c. No, simplemente no.
- d. El coeficiente es 147.
- e. El término independiente es cero (0).
- f. No es un polinomio. Sabemos por definición que un polinomio tiene sus variables con exponentes **enteros** no negativos. Al analizar el término lineal de $S(\sqrt{x})$ vemos que $39\sqrt{x} = 39x^{\frac{1}{2}}$, lo cual no cumple.

Ejercicio 2. Primero encontremos $(Q \circ P)(x)$

$$\begin{aligned}(Q \circ P)(x) &= Q(P(x)) = 3 \left(\frac{x-1}{3} \right)^2 - 2 \left(\frac{x-1}{3} \right) \\(Q \circ P)(x) &= 3 \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{9} \right) - \frac{2x-2}{3} \\(Q \circ P)(x) &= \frac{x^2 - 2x + 1}{3} - \frac{2x-2}{3} = \frac{x^2 - 2x + 1 - (2x-2)}{3} \\(Q \circ P)(x) &= \frac{x^2 - 4x + 3}{3}\end{aligned}$$

Sustituimos $(Q \circ P)(x)$ en $R(x)$ y simplificamos

$$\begin{aligned}R(x) &= (Q \circ P)(x) - 673x = \frac{x^2 - 4x + 3}{3} - 673x \\R(x) &= \frac{x^2 - 4x + 3 - 2019x}{3} = \frac{x^2 - 2023x + 3}{3}\end{aligned}$$

Finalmente, evaluamos $R(2023)$

$$R(2023) = \frac{(2023)^2 - 2023 \times 2023 + 3}{3} = \frac{0 + 3}{3} = 1$$

Respuesta correcta es la opción 'e'.