

Competencia de Álgebra

Kenny J. Tinoco y José A. Duarte

Curso de Polinomios
Academia Sabatina de Jóvenes Talento

Junio, 2023

Problema 1

Si

$$A = 3 + \frac{5}{1 - \frac{3}{1 - \frac{1}{2}}}, \quad B = 3 - \frac{5}{1 + \frac{3}{1 + \frac{1}{2}}}$$

¿Cuánto es $A + 3B$?

Problema 2

Si

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{20} = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right)$$

¿Cuál es el valor de x ?

Problema 3

Si $ab + bc + ca = -3$ y $a^2 + b^2 + c^2 = 6$, hallar el valor de

$$\frac{a(b+c)^2 + b(a+c)^2 + c(a+b)^2}{abc}$$

Problema 4

Hallar A , si

$$A = \frac{\overbrace{2^x + 2^x + \cdots + 2^x}^{1024 \text{ veces}}}{32 \times \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdots 2}_{(x+3) \text{ veces}}}$$

Problema 5

Si $P(x) = P(x - 1) + P(x - 2) + 2$, y además $P(1) = 1$, $P(2) = 3$. ¿Cuál es el valor de $P(4)$?

Problema 6

Hallar $Q(x)$, si $P[Q(x) - 3] = 6x + 2$ y $P(x + 3) = 2x + 10$.

Problema 7

Hallar B , si

$$B = \frac{\overbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}^{33 \text{ veces}}}{\underbrace{3 + 3 + \cdots + 3}_{3^{30} \text{ veces}}} + \frac{\overbrace{5^{10} + 5^{10} + \cdots + 5^{10}}^{10 \text{ veces}}}{\underbrace{5 \times 5 \times 5 \cdots \times 5}_{11 \text{ veces}}}$$

Problema 8

Si $P\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2023$, ¿cuál es el valor de $P(2024)$?

Problema 9

Hallar S , si

$$S = \left(\frac{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{2 - \frac{2}{3}} \right) \left(\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4}} \right)$$

Problema 10

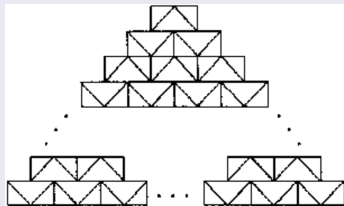
Si $x^a y^b = 2^a$, $x^b y^a = 2^b$. Hallar el valor de $(xy)^{\frac{x}{y}}$.

Problema 11

La división de $987x^{17} - 1597x^{16} + 1$ por $x^2 - x + c$ genera el residuo $(a - b - 1)x^3 + (a + b - 7)x^2 + (a + c)x + b - d$, indique el valor de $(a - 3)^{2024} + (b - 4)^{2023} + 2022$.

Problema 12

¿Cuántos triángulos se pueden contrar, cómo máximo, en la siguiente figura?



Donde la base de esta figura tiene 2023 rectángulos.

Problema 13

Cuál es el valor de x , si

$$(1 + x) + (2 + x) + (3 + x) + \cdots + (n + x) = n^2 + 1012n$$

Problema 14

¿Cuál es la suma de los factores de
 $P(x) = (x^2 + y^2 - 9)^2 - 4x^2y^2$?

Problema 15

Si $P(x) = x^2 + 2x + 3$, calcule el valor de $P(1) + P(2) + \cdots + P(100)$.

Problema 16

Hallar un factor de

$$(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^2 - x^5$$

Problema 17

Encontrar los números a , b , c y d para los cuales se cumple que

$$\frac{2x - 7}{4x^2 + 16x + 15} = \frac{a}{x + c} + \frac{b}{x + d}.$$

Problema 18

Un agricultor cosechó en el primer día $(x - 2)^{2023}$ granos de maíz y el segundo día $(x - 1)^{2024} + 7$ granos de maíz. Si el agricultor almacena los granos de los dos días en sacos, los cuales tiene una capacidad de $x^2 - 3x + 2$ granos cada uno. ¿cuál es el polinomio que representa los granos sobrantes?

Problema 19

Indique el valor de la expresión

$$E(3) \cdot E(5) \cdot E(7) \cdots E(2021) \cdot E(2023)$$

$$\text{Si } E(x) = 1 + \frac{2}{x-1}$$

Problema 20

Hallar el resto de la división de

$[(x - 1)(x)(x + 2)(x + 3)]^2 + (x^2 + 2x)^3x - 50$ *entre*
 $x^2 + 2x - 5$.