

# Lista de problemas

Kenny J. Tinoco

ASJT - Nicaragua

## 1. Problemas propuestos

**Problema 1.1.** El entero positivo  $n$  verifica

$$\frac{1}{1 \cdot (\sqrt{1} + \sqrt{2}) + \sqrt{1}} + \frac{1}{2 \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{n \cdot (\sqrt{n} + \sqrt{n+1}) + \sqrt{n+1}} = \frac{2022}{2023}$$

Hallar la suma de dígitos de  $n$ .

**Problema 1.2.** Sea  $n > 2$  un entero y  $P(x)$  un polinomio de coeficientes reales tal que para un real  $k$

$$\frac{P(2) - P(1)}{1} = \frac{P(4) - P(2)}{2} = \frac{P(8) - P(4)}{4} = \cdots = \frac{P(2^n) - P(2^{n-1})}{2^{n-1}} = k$$
$$\frac{P(2^{n+1}) - P(2^n)}{2^n} \neq k$$

Hallar el valor mínimo del grado de  $P$  y todos los posibles polinomios  $P$  con grado mínimo.

**Problema 1.3.** En un tablero cuadrulado  $n \times n$  se escriben números dentro de cada casilla mediante el siguiente proceso:

- Se seleccionan números reales  $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$  todos distintos entre sí.
- En la casilla de la fila  $i$  columna  $j$  se escribe el número  $a_i + b_j$ .

Suponiendo que los  $n$  productos de los números en cada fila del tablero son iguales entre sí, demostrar que los  $n$  productos de los números en cada columna también son iguales entre sí.

## Referencias

[BGV14] Radmila Bulajich, José Gómez, and Rogelio Valdez. *Álgebra*. UNAM, 2014.