

# Academia Sabatina de Jóvenes Talento

---

## Polinomios Clase #7

**Encuentro:** 7

**Curso:** Polinomios

**Fecha:** 6 de mayo de 2023

**Nivel:** 5

**Semestre:** I

**Instructor:** Kenny Jordan Tinoco

**D. auxiliar:** José Adán Duarte

### Contenido: Clase práctica 2

En esta segunda clase práctica veremos algunos problemas propuestos para ejercitar y afianzar lo aprendido hasta el momento.

## 1. Problemas propuestos

Los siguientes problemas propuestos deben ser resueltos y entregados por los estudiantes al final del encuentro en forma de trabajo. Si el tiempo de la sesión se vuelve insuficiente, los estudiantes deberán mostrar un avance de  $x$  problemas<sup>1</sup> para poder entregar su trabajo el próximo encuentro.

**Problema 1.1.** Para que la división de  $6x^4 - 11x^2 + ax + b$  entre  $3x^2 - 3x - 1$  sea exacta, encuentre los valores de  $a$  y  $b$  apropiados.

**Problema 1.2.** Calcular la suma de coeficientes del resto que deja  $x^{333} - 9$  entre  $x^2 - 729$ .

**Problema 1.3.** Sea  $r$  una raíz de  $x^2 - x + 7$ . Hallar el valor de  $r^3 + 6r + \pi$ .

**Problema 1.4.** Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  las raíces reales de la ecuación  $x^3 + 3x^2 - 24x + 1 = 0$ . Probar que  $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = 0$ .

**Problema 1.5.** Sean  $r_1$ ,  $r_2$  y  $r_3$  raíces distintas del polinomio  $y^3 - 22y^2 + 80y - 67$ . De tal manera que existen números reales  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\theta$  tal que

$$\frac{1}{y^3 - 22y^2 + 80y - 67} = \frac{\alpha}{y - r_1} + \frac{\beta}{y - r_2} + \frac{\theta}{y - r_3}$$

$\forall y \notin \{r_1, r_2, r_3\}$ . ¿Cuál es valor de  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\theta}$ ?

**Problema 1.6.** La ecuación  $2^{333x-2} + 2^{111x+2} = 2^{222x+1} + 1$  tiene tres raíces reales. Dado que su suma es  $\frac{m}{n}$  con  $m, n \in \mathbb{Z}^+$  y  $\text{mcd}(m, n) = 1$ . Calcular  $m + n$ .

**Problema 1.7.** Si  $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  es un polinomio tal que  $P(1) = 10$ ,  $P(2) = 20$  y  $P(3) = 30$ , determine el valor de

$$\frac{P(12) + P(-8)}{10}.$$

---

<sup>1</sup>Lo decidirá el profesor en la sesión.

**Problema 1.8.** Sea  $F(x)$  un polinomio mónico con coeficientes enteros. Probar que si existen cuatro enteros diferentes  $a, b, c$  y  $d$  tal que  $F(a) = F(b) = F(c) = F(d) = 5$ , entonces no existe un entero  $k$  tal que  $F(k) = 8$ .

**Problema 1.9.** Sea el polinomio  $P_0(x) = x^3 + 313x^2 - 77x - 8$ . Para enteros  $n \geq 0$ , definimos  $P_n(x) = P_{n-1}(x - n)$ . ¿Cuál es el coeficiente de  $x$  en  $P_{20}(x)$ ?

## 2. Extra

**Problema 2.1.** Determine  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$  si

$$\begin{aligned}\frac{a^2}{2^2 - 1} + \frac{b^2}{2^2 - 3^2} + \frac{c^2}{2^2 - 5^2} + \frac{d^2}{2^2 - 7^2} &= 1 \\ \frac{a^2}{4^2 - 1} + \frac{b^2}{4^2 - 3^2} + \frac{c^2}{4^2 - 5^2} + \frac{d^2}{4^2 - 7^2} &= 1 \\ \frac{a^2}{6^2 - 1} + \frac{b^2}{6^2 - 3^2} + \frac{c^2}{6^2 - 5^2} + \frac{d^2}{6^2 - 7^2} &= 1 \\ \frac{a^2}{8^2 - 1} + \frac{b^2}{8^2 - 3^2} + \frac{c^2}{8^2 - 5^2} + \frac{d^2}{8^2 - 7^2} &= 1\end{aligned}$$

## Referencias

- [BGV14] Radmila Bulajich, José Gómez, and Rogelio Valdez. *Álgebra*. UNAM, 2014.
- [RC08] Richard Rusczyk and Mathew Crawford. *Intermediate Algebra*. AoPS, 2008.
- [Rub19] Carlos Rubio. Un breve recorrido por los polinomios. *Tzaloa*, (2), 2019.

### En caso de consultas

**Instructor:** Kenny J. Tinoco

**Teléfono:** +505 7836 3102 (*Tigo*)

**Correo:** kenny.tinoco10@gmail.com

**Docente:** José A. Duarte

**Teléfono:** +505 8420 4002 (*Claro*)

**Correo:** joseandanduarte@gmail.com