

Recopilación de problemas

J_tinoco

Octubre 2024

1 Variados

Problema 1.1. Sea $a_0 = 1$ y $a_n = a_{n-1} \left(4 - \frac{2}{n}\right)$ para $n \geq 1$. Para cada entero $n \geq 1$, demuestre que

1. a_n es un entero positivo.
2. a_n es divisible por cada número primo p tal que $n < p \leq 2n$.
3. Si n es primo, entonces $a_n - 2$ es divisible entre n .

Problema 1.2. Sean $n \in \mathbb{N}^{>1}$, $a \in \mathbb{R}^{\geq 1}$ y supongamos que existe entero poositivo n y x_i con $1 < i \leq n$ tales que $x_1 = 1$ y $\frac{x_i}{x_{i-1}} = a + y_i$ con $2 \leq i \leq n$ donde $y_i \leq \frac{i}{i(i+1)}$. Probar que

$$\sqrt[n-1]{x_n} < a + \frac{1}{n-1}.$$