

Ecuaciones Diofánticas Clase #2

Encuentro: 17

Curso: Ecuaciones Diofánticas

Fecha: 17 de agosto de 2024

Nivel: 5

Semestre: II

Instructor: Kenny Jordan Tinoco

Instructor Aux: Gema Tapia

Contenido: Métodos de resolución de Ecuaciones Diofánticas

En esta clase seguiremos abordando los métodos básicos para la resolución de ecuaciones diofánticas. Una de las estrategias de resolución es utilizar las desigualdades. La idea principal es reducir la cantidad de casos mediante el uso de las inecuaciones.

1. Desarrollo

1.1. Método de Desigualdades

Antes de iniciar el estudio de este método, recordemos algunas propiedades de las desigualdades numéricas. Considerando a, b, c, d números reales, se tiene que

1. Si $a > b, c > 0$ entonces $ac > bc$.
2. Si $a > b, c < 0$ entonces $ac < bc$.
3. Si $a < b$ entonces $a + c < b + c$.
4. Si $0 < a < 1$ entonces $a^2 < a$.
5. Si $a > 1$ entonces $a^2 > a$.

1.2. Ejercicios y problemas

Ejercicios y problemas para el autoestudio.

Ejercicio 1.1. Hallar todos los pares de enteros positivos (x, y) tal que se cumple $x^3 - y^3 = xy + 61$.

Ejercicio 1.2. Hallar todas las soluciones enteras (x, y) de $x^3 + y^3 = (x + y)^2$.

Ejercicio 1.3. Determine todas las parejas de enteros (x, y) tales que $1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$.

Ejercicio 1.4. Halle todas las soluciones (w, x, y, z) de enteros positivos tales que

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2x(z - 1) + 2y(z + 1) = w^2$$

Ejercicio 1.5. Determinar todos los números enteros positivos (x, y, z) que sean solución de las siguientes ecuaciones

$$1. \left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{y}\right)\left(1 + \frac{1}{z}\right) = 2$$

$$2. \quad xy + yz + zx - xyz = 2$$

$$3. \quad (x + y)^2 + 3x + y + 1 = z^2$$

Ejercicio 1.6. Encuentra todos los pares de números positivos (a, b) tales que $ab^2 + b + 7$ divide a $a^2b + a + b$.

Sea S un conjunto infinito de enteros no negativos con la siguiente propiedad: dados cualquiera dos de sus elementos, el valor absoluto de la diferencia entre ellos también pertenece a S .

2. Problemas propuestos

Los problemas de esta sección es la **tarea**. El estudiante tiene el deber de entregar sus soluciones en la siguiente sesión de clase (también se pueden entregar borradores). Recordar realizar un trabajo claro, ordenado y limpio.

3. Extra

Problemas para **puntos extras en la nota final** del curso. Los problemas extras se califican de manera distinta a los problemas propuestos.

Referencias

[BDMS98] Hugo Barrantes, Pedro Díaz, Manuel Murillo, and Alberto Soto. *Introducción a la Teoría de Números*. Universidad Estatal a Distancia. Costa Rica, 1998.

En caso de consultas

Instructor: Kenny J. Tinoco

Teléfono: +505 7836 3102 (*Tigo*)

Correo: kenny.tinoco10@gmail.com

Instructor: Gema Tapia

Teléfono: +505 8825 1565 (*Claro*)

Correo: gematapia97@gmail.com