Academia Sabatina de Jóvenes Talento

Polinomios
Clase #7

Encuentro: 7
Curso: Polinomios
Fecha: 6 de mayo de 2023

Nivel: 5
Semestre: I
Instructor: Kenny Jordan Tinoco
D. auxiliar: José Adán Duarte

Contenido: Clase práctica 2

En esta segunda clase práctica veremos algunos problemas propuestos para ejercitar y afianzar lo aprendido hasta el momento.

1. Problemas propuestos

Los siguientes problemas propuestos deben ser resueltos y entregados por los estudiantes al final del encuentro en forma de trabajo. Si el tiempo de la sesión se vuelve insuficiente, los estudiantes deberán mostrar un avanze de x problemas[1] para poder entregar su trabajo el próximo encuentro.

Problema 1.1. Para que la división de $6x^4 - 11x^2 + ax + b$ entre $3x^2 - 3x - 1$ sea exacta, encuentre los valores de a y b apropiados.

Problema 1.2. Calcular la suma de coeficientes del resto que deja $x^{3333} - 9$ entre $x^2 - 729$.

Problema 1.3. Sea r una raíz de $x^2 - x + 7$. Hallar el valor de $r^3 + 6r + \pi$.

Problema 1.4. Sean a, b y c las raíces reales de la ecuación $x^3 + 3x^2 - 24x + 1 = 0$. Probar que $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = 0$.

Problema 1.5. Sean r_1, r_2 y r_3 raíces distintas del polinomio $y^3 - 22y^2 + 80y - 67$. De tal manera que existen números reales α, β y θ tal que

$$\frac{1}{y^3 - 22y^2 + 80y - 67} = \frac{\alpha}{y - r_1} + \frac{\beta}{y - r_2} + \frac{\theta}{y - r_3}$$

$\forall y \notin \{r_1, r_2, r_3\}$. ¿Cuál es valor de $\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\beta} + \dfrac{1}{\theta}$?

Problema 1.6. La ecuación $2^{333x-2} + 2^{111x+2} = 2^{222x+1} + 1$ tiene tres raíces reales. Dado que su suma es $\dfrac{m}{n}$ con $m, n \in \mathbb{Z}^+$ y $mcd(m, n) = 1$. Calcular $m + n$.

Problema 1.7. Si $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ es un polinomio tal que $P(1) = 10$, $P(2) = 20$ y $P(3) = 30$, determine el valor de

$$\frac{P(12) + P(-8)}{10}.$$

[1] Lo decidirá el profesor en la sesión.

Problema 1.8. Sea $F(x)$ un polinomio mónico con coeficientes enteros. Probar que si existen cuatro enteros diferentes a, b, c y d tal que $F(a) = F(b) = F(c) = F(d) = 5$, entonces no existe un entero k tal que $F(k) = 8$.

Problema 1.9. Sea el polinomio $P_0(x) = x^3+313x^2-77x-8$. Para enteros $n \geq 0$, definimos $P_n(x) = P_{n-1}(x-n)$. ¿Cuál es el coeficiente de x en $P_{20}(x)$?

2. Extra

Problema 2.1. Determine $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ si

$$\begin{aligned}
\frac{a^2}{2^2-1} + \frac{b^2}{2^2-3^2} + \frac{c^2}{2^2-5^2} + \frac{d^2}{2^2-7^2} &= 1 \\
\frac{a^2}{4^2-1} + \frac{b^2}{4^2-3^2} + \frac{c^2}{4^2-5^2} + \frac{d^2}{4^2-7^2} &= 1 \\
\frac{a^2}{6^2-1} + \frac{b^2}{6^2-3^2} + \frac{c^2}{6^2-5^2} + \frac{d^2}{6^2-7^2} &= 1 \\
\frac{a^2}{8^2-1} + \frac{b^2}{8^2-3^2} + \frac{c^2}{8^2-5^2} + \frac{d^2}{8^2-7^2} &= 1
\end{aligned}$$

Referencias

[BGV14] Radmila Bulajich, Jośe Gómez, and Rogelio Valdez. *Álgebra*. UNAM, 2014.

[RC08] Richard Rusczyk and Mathew Crawford. *Intermediate Algebra*. AoPS, 2008.

[Rub19] Carlos Rubio. Un breve recorrido por los polinomios. *Tzaloa*, (2), 2019.

En caso de consultas

Instructor: Kenny J. Tinoco
Teléfono: +505 7836 3102 *(Tigo)*
Correo: kenny.tinoco10@gmail.com

Docente: José A. Duarte
Teléfono: +505 8420 4002 *(Claro)*
Correo: joseandanduarte@gmail.com