

Academia Sabatina de Jóvenes Talento

Polinomios Clase #2

Encuentro: 2

Curso: Polinomios

Fecha: 25 de marzo de 2023

Nivel: 5

Semestre: I

Instructor: Kenny Jordan Tinoco

D. auxiliar: José Adán Duarte

Contenido: Raíces de polinomios I

1. Desarrollo

1.1. Definiciones

Definición 1.1 (Raíz de un Polinomio). La raíz de un polinomio $P(x)$ es un número r , tal que $P(r) = 0$. También, diremos que r es una solución de la ecuación $P(x) = 0$.

Ejemplo 1. Demuestre que u es raíz del polinomio $R(x) = x^2 - (u + 17)x + 17u$.

Solución. Para demostrar que u es raíz¹ de $R(x)$, basta probar que $R(u) = 0$. Lo cual es fácil ver cuando evaluamos $R(u) = u^2 - (u + 17)u + 17u = u^2 - u^2 - 17u + 17u = 0$. \square

Definición 1.2 (Factor de un Polinomio). Sea P un polinomio y $a \in \mathbb{R}$. Entonces, $(x - a)$ es un *factor* de $P(x)$ si existe un polinomio $Q(x)$ tal que $P(x) = (x - a)Q(x)$.

Teorema 1.1 (Teorema del factor). Dado un polinomio P , de grado n y $a \in \mathbb{R}$, diremos que a es una raíz de P si y sólo si $(x - a)$ es un factor de $P(x)$. Es decir

$$P(a) = 0 \leftrightarrow P(x) = (x - a)Q(x)$$

para algún polinomio² $Q(x)$.

Cantidad de raíces de un polinomio: Un polinomio de grado $n \geq 1$ tiene como máximo n raíces (o ceros). Así, por ejemplo, un polinomio P con $\deg(P) = 7$, tiene a lo más 7 raíces. Ejemplo (asumiendo que $P(x)$ es factorizable)

$$P(x) = (x - r_1)(x - r_2)(x - r_3)(x - r_4)(x - r_5)(x - r_6)(x - r_7).$$

Multiplicidad de raíces: Si existe $m \in \mathbb{N}$ y un polinomio $Q(x)$ tal que

$$P(x) = (x - a)^m Q(x)$$

diremos que la raíz a tiene multiplicidad m . Cuando $m = 1$ diremos que la raíz a es simple.

¹¿Podés encontrar otra raíz de $R(x)$?

²¿Por qué $\deg(Q) = (n - 1)$?

1.2. Métodos para determinar raíces de polinomios

En este apartado nos centraremos en los métodos para la determinación de raíces de polinomios, particularmente para polinomios cuadráticos y cúbicos.

1.2.1. Factorización

Si un polinomio $P(x)$ es equivalente al producto de otros polinomios con grado menor, entonces diremos que $P(x)$ está factorizado.

Por ejemplo, el polinomio $M(x) = 5x^3 + 4x^2 + 5x + 4$ es equivalente a $M(x) = (5x + 4)(x^2 + 1)$. Determinar las raíces de una ecuación cuadrática por factorización implica usar el hecho de que

1.2.2. Completación de cuadrados

1.2.3. Fórmula general

1.2.4. Análisis del discriminante

1.3. Agregados culturales y preguntas

Pregunta: ¿Cuántas raíces reales tiene el polinomio $P(x) = x^2 + 1$?

2. Problemas propuestos

3. Extra

Referencias

- [Bar89] Edward Barbeau. *Polynomials*. Springer, 1989.
- [BGV14] Radmila Bulajich, José Gómez, and Rogelio Valdez. *Álgebra*. UNAM, 2014.
- [CL22] Axel Canales and Ricardo Largaespada. Clase 2. Raíces de polinomios I. *Academia Sabatina de Jóvenes Talento*, Marzo 2022.
- [Rub19] Carlos Rubio. Un breve recorrido por los polinomios. *Tzaloa*, (2), 2019.

En caso de consultas**Instructor:** Kenny J. Tinoco**Teléfono:** +505 7836 3102 (*Tigo*)**Correo:** kenny.tinoco10@gmail.com**Docente:** José A. Duarte**Teléfono:** +505 8420 4002 (*Claro*)**Correo:** joseandanduarte@gmail.com