

第2章 Excelによる金利計算: Excel入門

データ・マイニングI


内容

第2章はExcel操作

- 金融市場分析の問題を考えて行く上で必要となる各種の金利計算
- キャッシュ・フローの割引現在価値の計算方法
 - 投資の収益率と考えても同じ
- Excelは
 - 四則演算(足し算、引き算、掛け算、割り算)などの計算
 - 金利計算などの(四則演算より)複雑な計算
 - 数値データをグラフにする
 - 統計的な分析

2-1 EXCELの起動とデータ入力

【Excel】 Excelの起動

- ディスكトップにある, Excelのアイコン,  をダブル・クリック
– 図2-1のExcelワーク・シートが画面上に表示

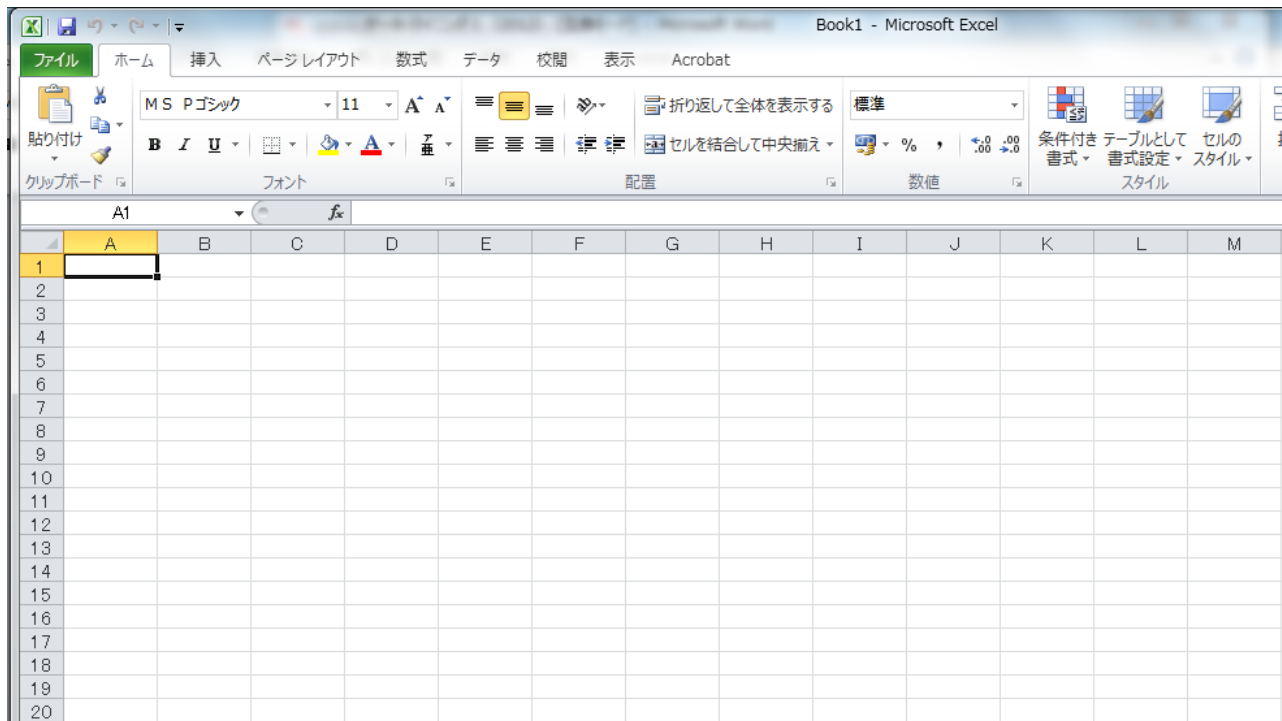


図2-1 Excelワーク・シートの初期画面

Excelの構成

- ワーク・シートは, 集計表
 - 一つのファイルをワーク・ブックという
 - ワーク・ブックの中にワーク・シートがいくつもある
- 横方向はアルファベットで列が指定され,
- 縦方向は数字で行が指定される

Excelの構成

- ワーク・シートの基本的な単位は、行と列で指定されるセル
- セルの番地は、列行の順で指定
 - 例：A1(RC表示の場合、R1C1)、C8(R3C8)
 - 図2-1では、セルA1が太線で囲まれており、このセルにデータを入力することができる状態
- セルを移動するためには、
 - → ← ↑ ↓ のキーを利用するか、
 - マウス・ポインターを移動したいセルに合わせてクリック

【Excel】 データ入力

- 以下で金利計算をするためにデータをワーク・シートに入力
– 入力された結果は、図2-2に示す通り

	A	B	C
1	単利と複利の計算		
2	元本	100	万円
3	利子率(年	5%	
4			
5		元利合計	
6	年数	単利	複利
7	0	100	100
8	1		
9	2		
10	3		
11	4		
12	5		
13	6		
14	7		
15	8		
16	9		
17	10		

図2-2 金利計算作業(1)

単利と複利の計算

- 目的: 元本100万円を, 10年間単利で預けた場合と, 複利で預けた場合の元利合計の相違を比較する
 - セルA1に「単利と複利の計算」を入力
 - 後で見ても思い出せるように
 - 入力したらそのまま, Enter・キーを押す
 - 日本語を入力する方法は, MS-Wordの場合と共通

【Excel】 データ入力

セルA7からセルA17の年数の数字

- セルごとに、数値を入力することはもちろん可能
- 図2-3のように,
 - セルA7に「0」、セルA8に「1」を入力
 - 両方のセルを併せてクリック・アンド・ドラッグ
 - マウス・ポインターを枠の右下隅に合わせると、右下隅に「+」のマークが現れるので、この状態でセルA17までドラッグ

	A	B	C
1	単利と複利の計算		
2	元本	100	万円
3	利子率(年	5%	
4			
5		元利合計	
6	年数	単利	複利
7	0	100	100
8	1		

図2-3金利計算作業(2)

【Excel】 列幅調整

- 列Aの幅を広げるために,
 1. ワーク・シート上部の「A」と「B」と書かれている間の縦線に,
マウス・ポインターを合わせると表示マークが変わる
 2. この状態でマウスをクリックし, 右にドラッグする
- 以上で, 金利計算を行う上での準備作業の説明は終わる
 - 次節で実際にこれらを計算する

2-2 単利と複利の計算とグラフ作成

単利と複利の計算

- 目的: 元本100万円を, 金利5%で10年間預金した場合の元利合計を単利の場合と複利の場合で計算し, この結果をグラフ化する作業を行う
 - 単利とは, 利子を元本に組み入れない
 - 複利とは, 利子を元本に組み入れ利子が利子を生む

単利と複利の計算式

- 元本 $[A]$ を、金利 $[r]$ で n 年間預けた場合の元利合計[単利の場合には V 、複利の場合には VC]はそれぞれ、

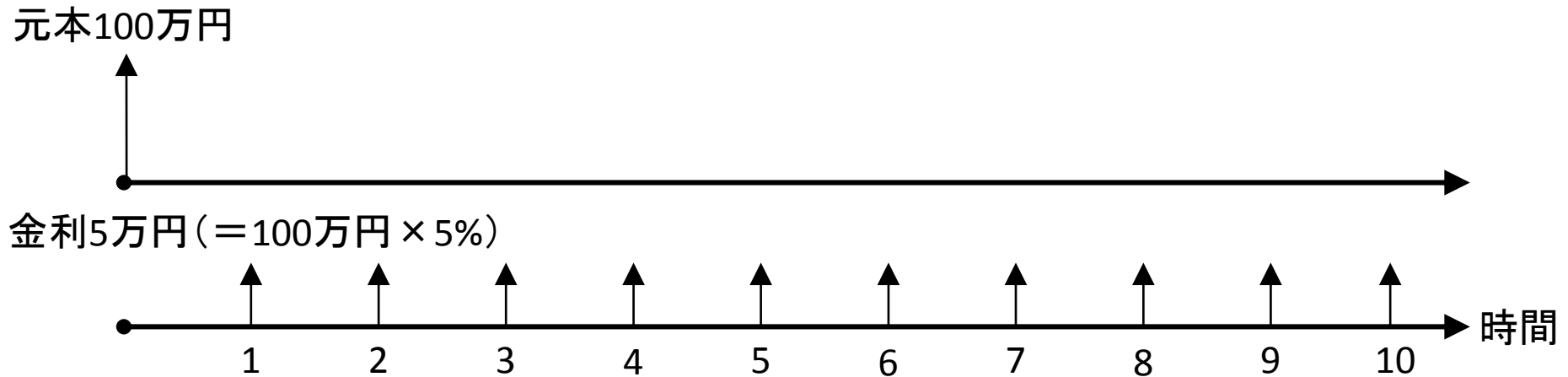
$$V = (1 + rn)A \quad (2-1)$$

$$VC = (1 + r)^n A \quad (2-2)$$

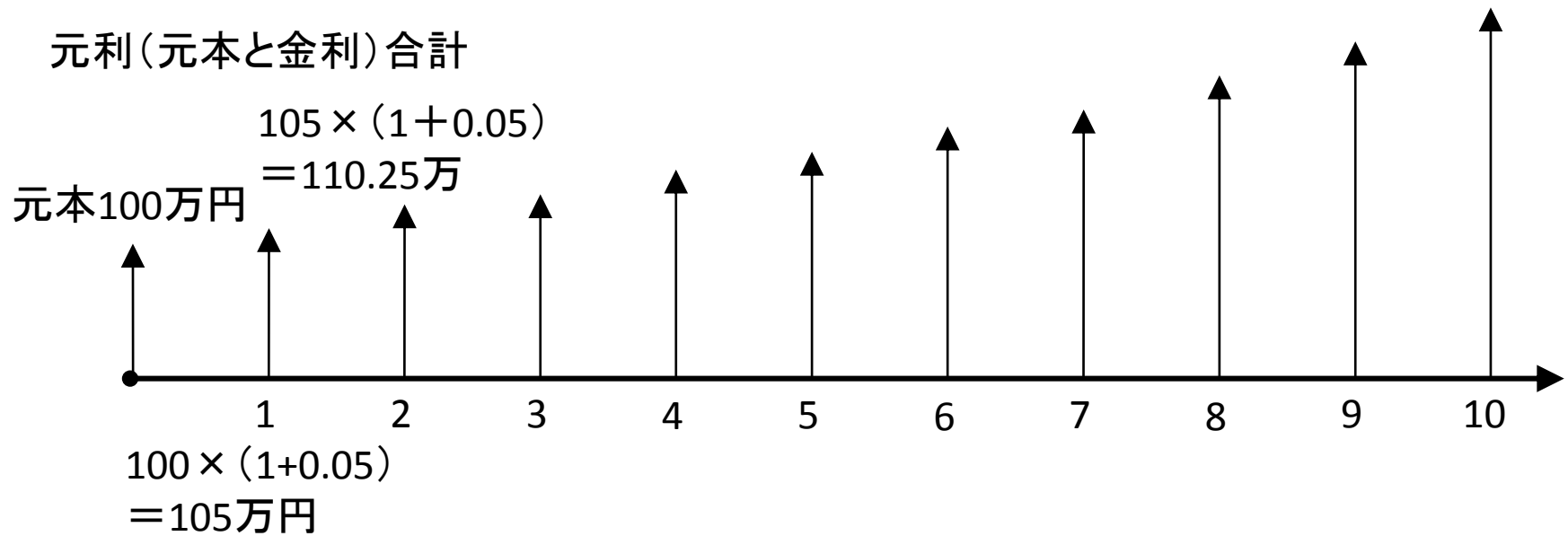
によって、計算される

- これらをExcelのワーク・シート上で計算する方法は複数存在

単利の計算のイメージ



複利の計算のイメージ



【Excel】 単利の計算

- セルB8に、「 $=100*(1+0.05*1)$ 」を入力し、セルB9以下に順次、「 $=100*(1+0.05*2)$ 」等を入力して計算することはもちろん可能。操作が煩雑なので、Excelのコピー機能を利用する
- セルB8に「 $=\$B\$7*(1+\$B\$3*A8)$ 」を入力
 - Enter・キーを押すと、「105」が表示
 - 意味は、セルB7に示されている数字に、 $(1+\text{セルB3}*\text{セルA8に示されている数字})$ を掛けろ
 - セルB8をクリックし、セルB8が太線で囲まれた状態にして、枠の右下隅にマウス・ポインターをあわせてクリックし、セルB17までドラッグ
 - 10年目までの単利による元利合計が計算

【Excel】 単利の計算

- 注意:
 - セルの番地を単純に表記している場合(A8)には, 計算結果を入力するセルが移動すると, これと同時に計算元のセルも移動する
 - セルの番地の前に「\$」を付けた場合(\$B\$3、\$B\$7など)、入力された数式のセルを他のセルにコピーしても変更されない
 - 例えば、C3の数式「=\$A\$1+\$B\$1」をD4にコピーしても「=\$A\$1+\$B\$1」のまま
- セルB15等をクリックし, そのセルの計算式をチェックして確認

【Excel】 複利の計算

- セルC8に、「=C7*(1+\$B\$3)」あるいは「=\$C\$7*(1+\$B\$3)^A8」を入力
 - 計算結果は単利の場合と同じ「105」
 - 「^」マークはべき乗を計算せよという命令
- セルC8をセルC17までクリック・アンド・ドラッグすると図2-4の結果が得られる

	A	B	C	D
1	単利と複利の計算			
2	元本	100万円		
3	利子率(年)	5%		
4				
5		元利合計		
6	年数	単利	複利	複利2
7	0	100	100	100
8	1	105	105	105
9	2	110	110.25	110.25
10	3	115	115.7625	115.7625
11	4	120	121.5506	121.5506
12	5	125	127.6282	127.6282
13	6	130	134.0096	134.0096
14	7	135	140.71	140.71
15	8	140	147.7455	147.7455
16	9	145	155.1328	155.1328
17	10	150	162.8895	162.8895

図2-4 金利計算作業(3)

【Excel】 複利の計算

- セルD8に「 $=\$D\$7*(1+\$B\$3)^{A8}$ 」を入力し, これをセルD17までクリック・アンド・ドラッグする
- 列CとDの値が全く同じであることは図2-4から明らか
 - 図2-4の列Cは, 「 $=C7*(1+\$B\$3)$ 」によって計算した結果
 - 列Dは, 「 $=\$D\$7*(1+\$B\$3)^{A8}$ 」によって計算した結果
 - 何で同じ値なのだろう？

【Excel】折れ線グラフの作成

- 列A, B, Cに示されているデータを折れ線グラフを作成
- 図2-5にあるように、セルB6からセルC17の範囲をクリック・アンド・ドラッグして網を掛ける

	A	B	C	D
1	単利と複利の計算			
2	元本	100万円		
3	利子率(年)	5%		
4				
5		元利合計		
6	年数	単利	複利	複利2
7	0	100	100	100
8	1	105	105	105
9	2	110	110.25	110.25
10	3	115	115.7625	115.7625
11	4	120	121.5506	121.5506
12	5	125	127.6282	127.6282
13	6	130	134.0096	134.0096
14	7	135	140.71	140.71
15	8	140	147.7455	147.7455
16	9	145	155.1328	155.1328
17	10	150	162.8895	162.8895

図2-5 金利計算作業(4)

【Excel】折れ線グラフの作成

2. 画面上部の をクリックすると、画面上部が図2-6に表示されるように表示される
 - ー 作成するグラフの種類を指定する



図2-6 金利計算作業(5)

【Excel】 折れ線グラフの作成


3.  をクリックすると、図2-7のように、折れ線グラフの形状を聞いてくる
- 折れ線グラフを作成する



図2-7 金利計算作業(6)

【Excel】 折れ線グラフの作成

- 左上のグラフをクリックすると、図2-8が表示される
 - 表示されているグラフでは、横軸のラベルが1から始まっているが、グラフの出発点の数字は100であり、0年目の値であるので、これに合うように横軸のラベルをA列の数値を用いる

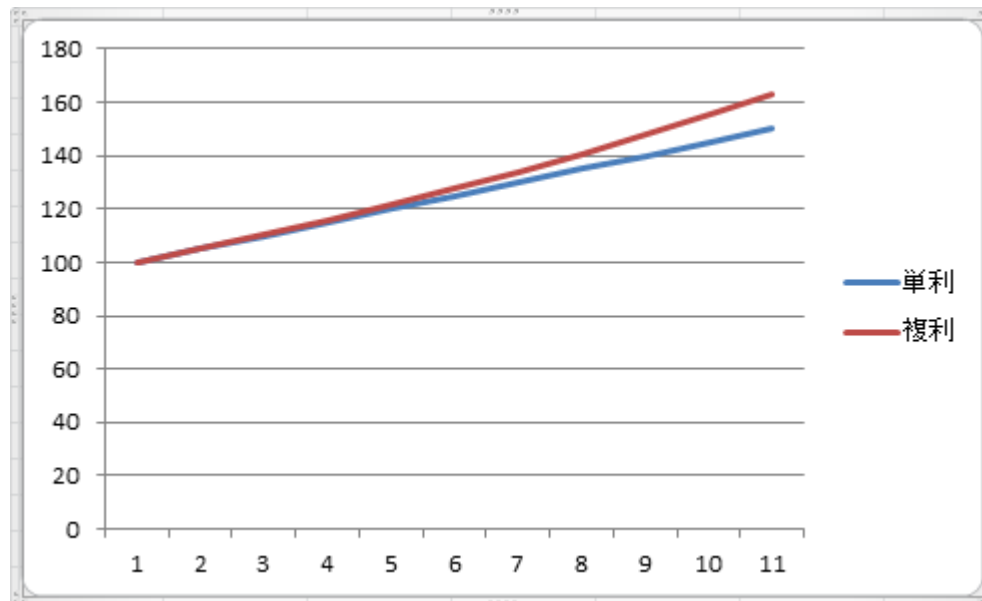



図2-8 金利計算作業(7)

【Excel】折れ線グラフの作成

- 画面上部の  データの選択 をクリックするか図の表示されている画面でマウスを右クリックすると、図2-9が表示される

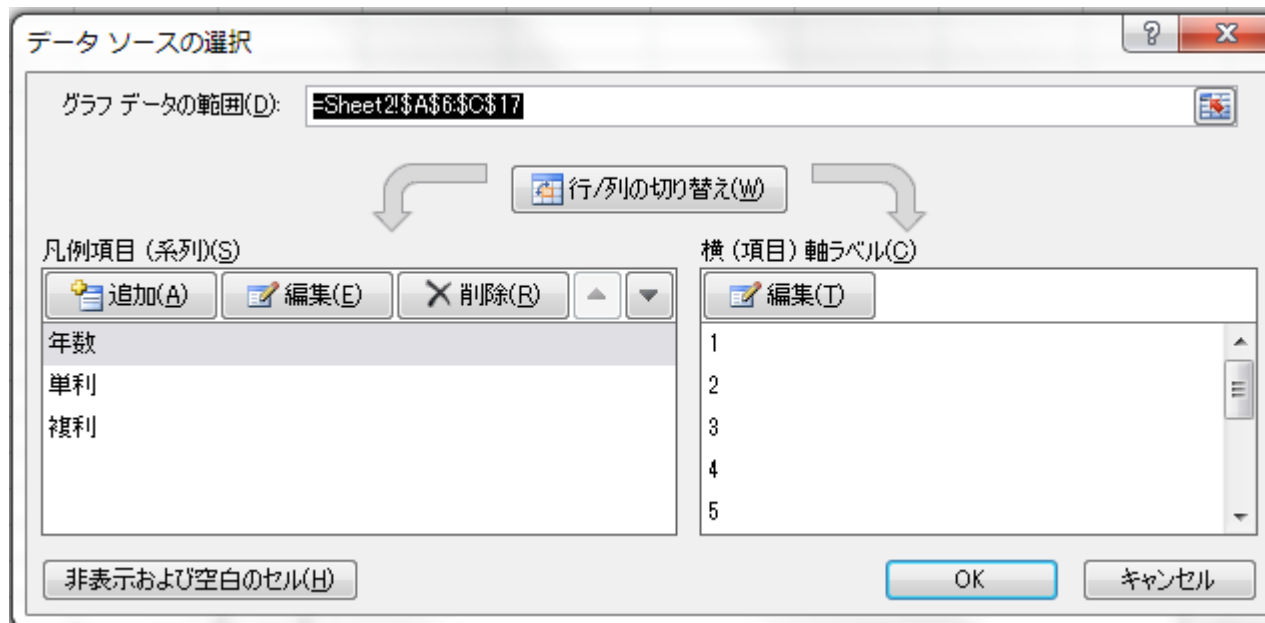


図2-9 金利計算作業(8)

【Excel】折れ線グラフの作成

- 画面右側の「横(項目軸)ラベル」の下に  をクリックすると、図2-10が表示される

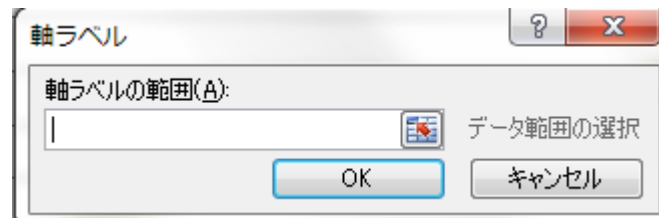


図2-10 金利計算作業(9)

【Excel】 折れ線グラフの作成

- セルA7からA17をクリック・アンド・ドラッグして、OKをクリックし、図2-9の右下のOKをクリックすると、図2-11が表示される

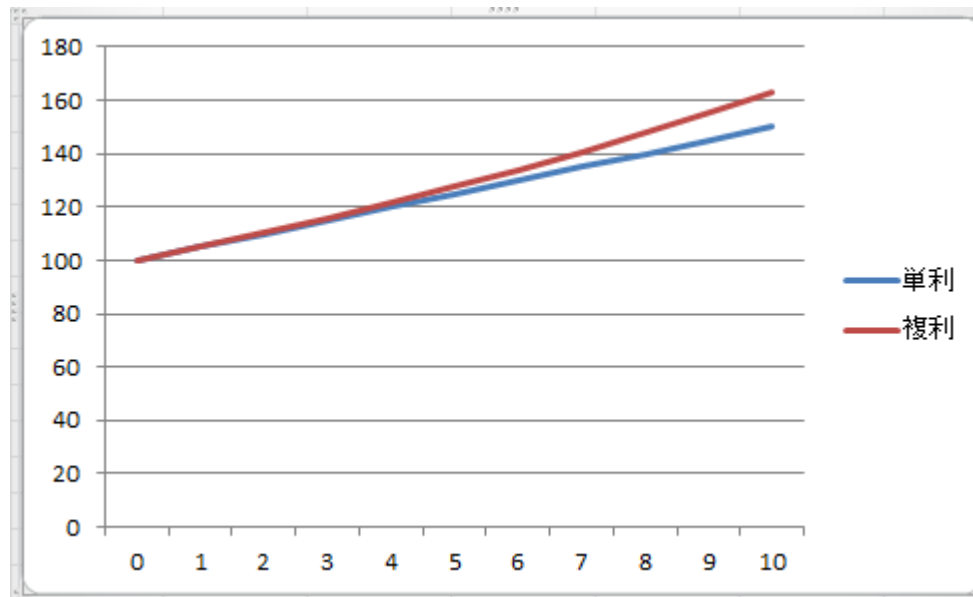


図2-11 金利計算作業(10)

【Excel】折れ線グラフの体裁の調整

- グラフの体裁を整えるため、**グラフツール**をクリック
- 画面上部に現れる図2-12のグラフのレイアウトをクリックすると、図2-11のグラフが図2-13のように変化する



図2-12 金利計算作業(11)

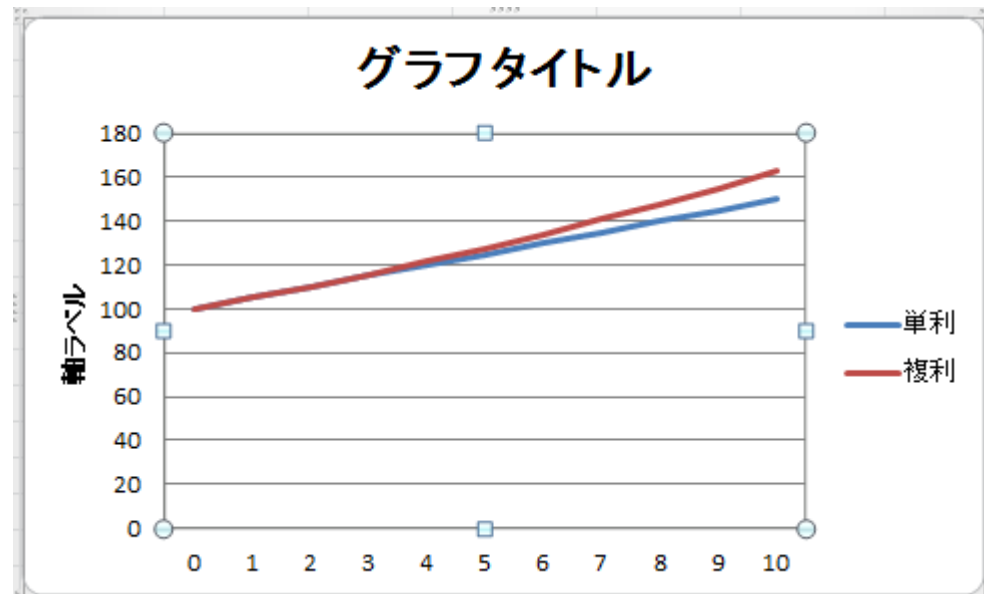


図2-13 金利計算作業(12)

【Excel】折れ線グラフの体裁の調整

- グラフタイトルをクリックし、これを消去し、「単利と複利の元利合計（元本100万円，金利5%，10年間）」を入力
- 縦軸ラベルは入力する必要がないので，軸ラベルをクリックして削除
- 単利，複利に関する凡例をグラフの下部に移動するため凡例を右クリックすると図2-14が表示される

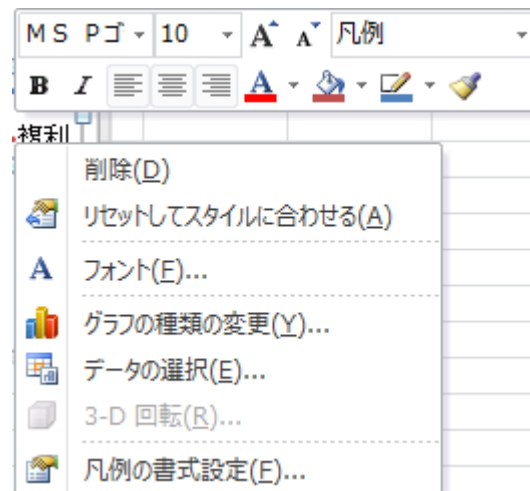


図2-14 金利計算作業(13)

【Excel】折れ線グラフの体裁の調整

- 「凡例の書式設定(F)」をクリックすると図2-15が表示される

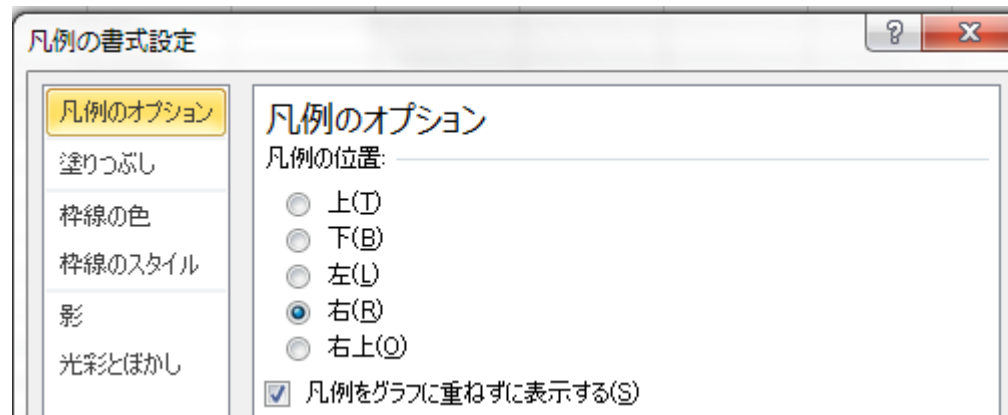


図2-15 金利計算作業(14)

【Excel】折れ線グラフの体裁の調整

- 「凡例の位置」の「下(B)」をクリックし、下の「閉じる」をクリックすることにより、グラフは図2-16のように表示される

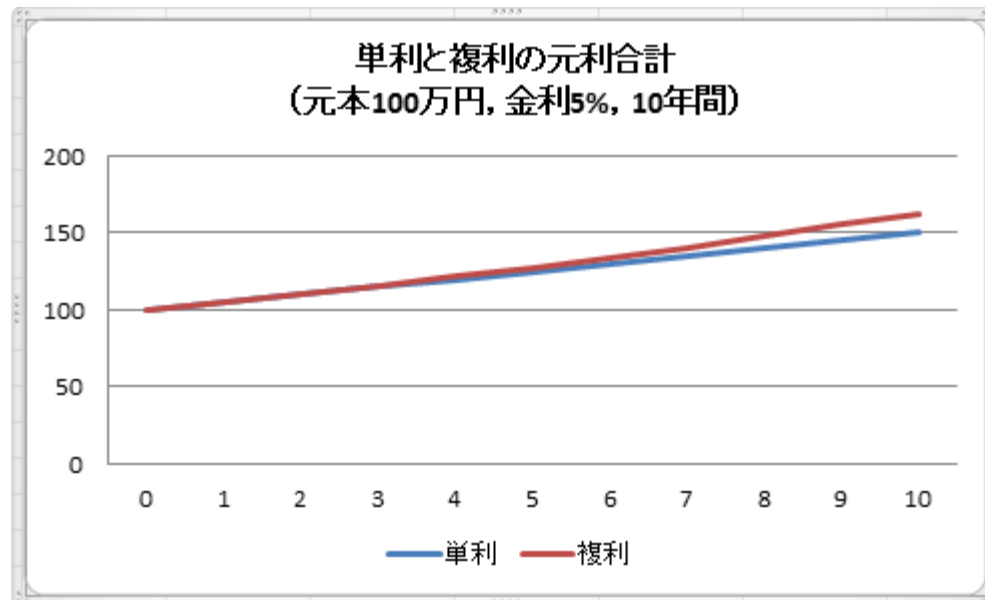
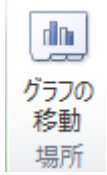


図2-16 金利計算作業(15)

【Excel】折れ線グラフの体裁の調整

- 再度 **グラフツール** をクリックし、画面上部右の  をクリックすると図2-17が表示される
 - グラフが見にくいので、グラフごとに独立に表示する
- 「新しいシート(S)」をクリック
- 右側のタイトル部分に「単利と複利(1)」と入力して、「OK」をクリックすると、グラフが独立のワーク・シート上に表示される

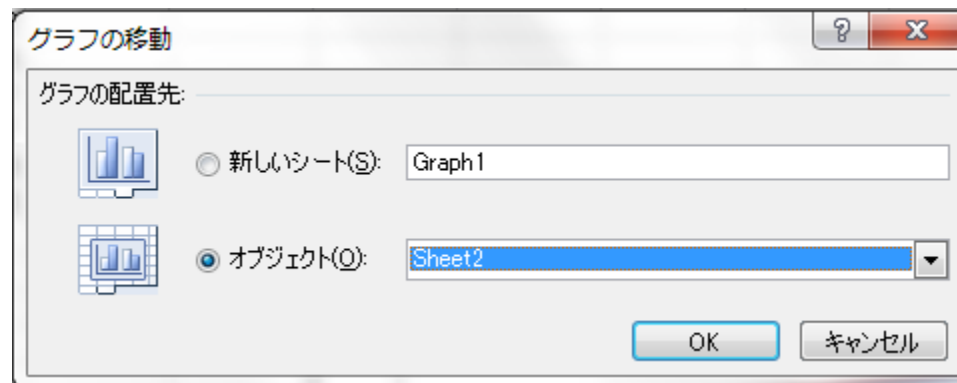


図2-17 金利計算作業(16)

【Excel】折れ線グラフの体裁の調整

- 白黒でグラフ線に区別を付けるための方法のみ説明
- 単利の元利合計の折れ線に、マウス・ポインターを合わせてマウスを右クリックすると、図2-18が現れる

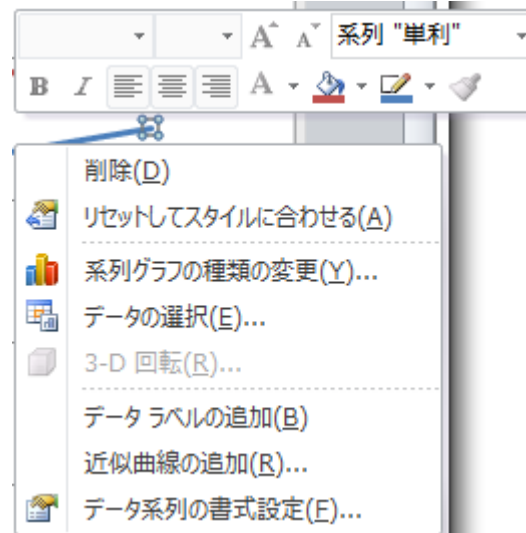


図2-18 金利計算作業(17)

【Excel】折れ線グラフの体裁の調整

- 「データ系列の書式設定(F)」をクリックすると、図2-19の画面が表示される

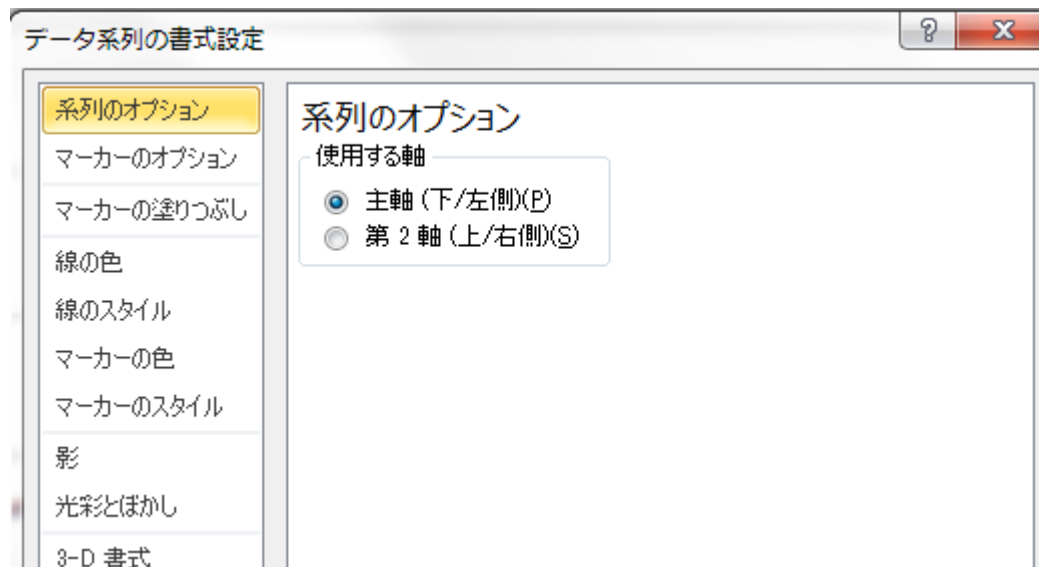


図2-19 金利計算作業(18)

【Excel】折れ線グラフの体裁の調整

- 「線の色」をクリックすると、図2-19の画面が図2-20の画面に変化する

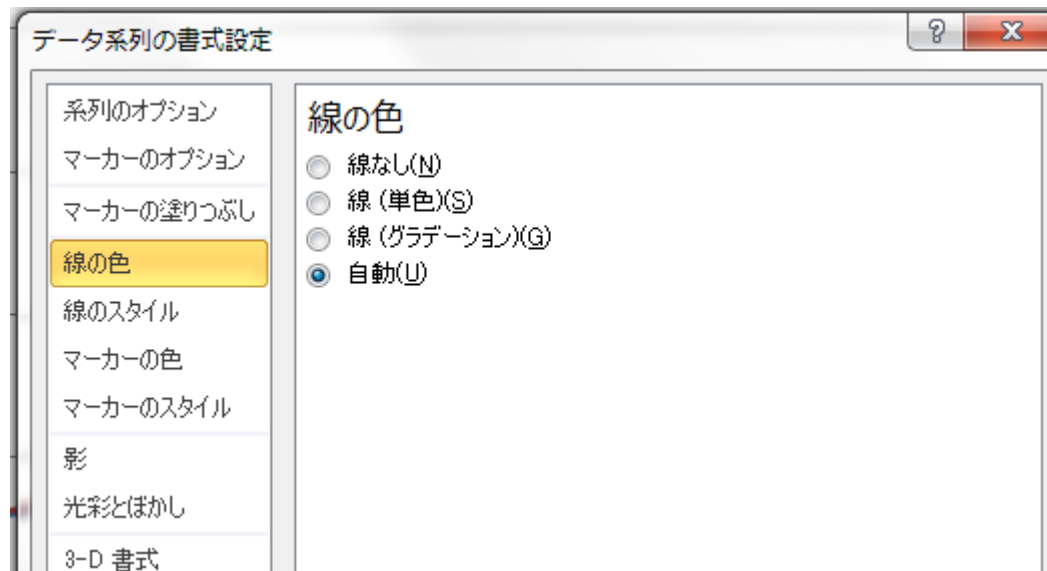


図2-20 金利計算作業(19)

【Excel】 折れ線グラフの体裁の調整


- 「線(単色)(S)」をクリックし、「色(C)」の横に表示されているをクリックすると、図2-21のように各種の色が表示される
- テーマの色の2番目の黒をクリックし、画面右下の「閉じる」をクリックする



図2-21 金利計算作業(20)

【Excel】折れ線グラフの体裁の調整

- 複利の折れ線グラフにマウス・ポインターを合わせて、マウスを右クリックし、色を黒色にする
- 続いて「線のスタイル」をクリックして表示される画面で「実線/点線(D)」の右側のマークをクリックすると、図2-22が表示される

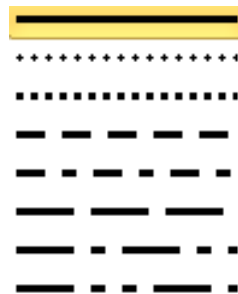


図2-22 金利計算作業(21)

【Excel】折れ線グラフの体裁の調整

- 上から3番目の破線を選択し、「閉じる」をクリックすると先のグラフは図2-23のように変化する

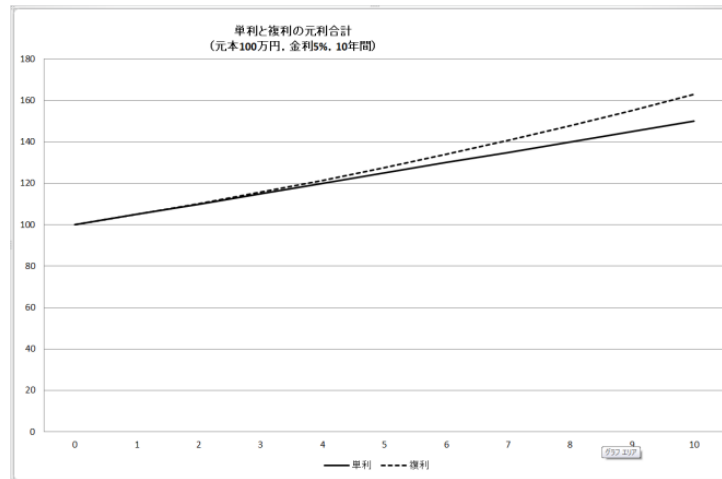


図2-23 金利計算作業(22)

- 上記以外の調整も基本的には同様の方法で行うことができるので、各自で試みよ

【練習問題2-1】 提出課題1:20点

- 金利水準が異なると、元利合計がどのように変化するのかを確認
 - 金利水準を1%から10%まで、1%刻みで変化させ、単利の場合の元利合計と複利の場合の元利合計とを計算し、単利の場合の10ケースと複利の場合の10ケースとをそれぞれ1枚ずつのグラフに表示せよ
 - 元本は100万円、預入期間は10年間とする
 - ヒント: 単利に関して金利水準1%から10%までまとめて計算し、複利に関しても同様にする。いずれの場合にも計算式において、固定番地をうまく利用すると計算作業を簡単に行うことができる

【練習問題2-1】 提出課題1

- 練習問題2-1の結果は，図2-24， 2-25のようになる

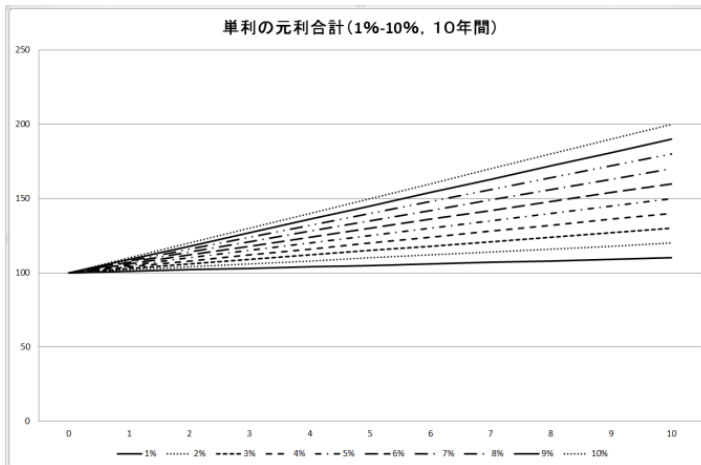


図2-24 問題2-1A

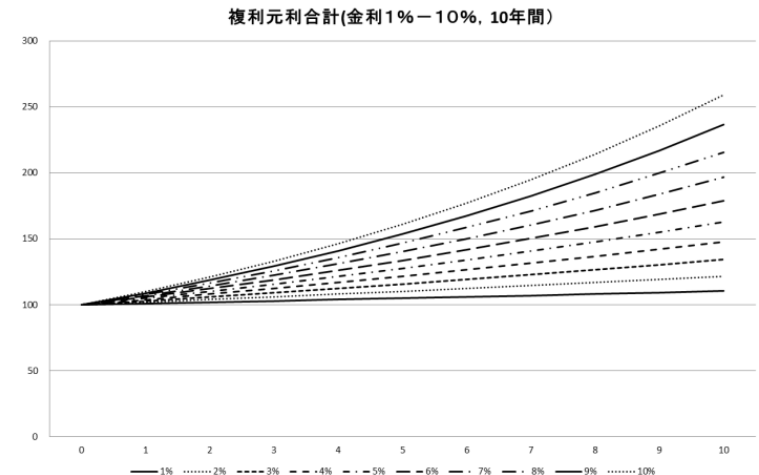


図2-25 問題2-1B

金利支払い単位期間の変更と元利合計

- これまでは、金利は年に1回支払われることを前提とした
- 通常、債券ごとに付利の単位期間が異なる
 - 日本国債の場合は、半年単位で、年利の半分为支払われる
 - アメリカ国債は、四半期単位で年利の1/4が支払われる
 - 銀行の預金金利は1日ベースで金利が計算
 - 郵便局の預金は、1ヶ月単位で金利が計算される
- 年当たりの金利水準が同じである場合、こうした付利期間の相違が元利合計にどのような影響を与えるのかを確認
- 連続的な金利支払いの場合の元利合計も計算する

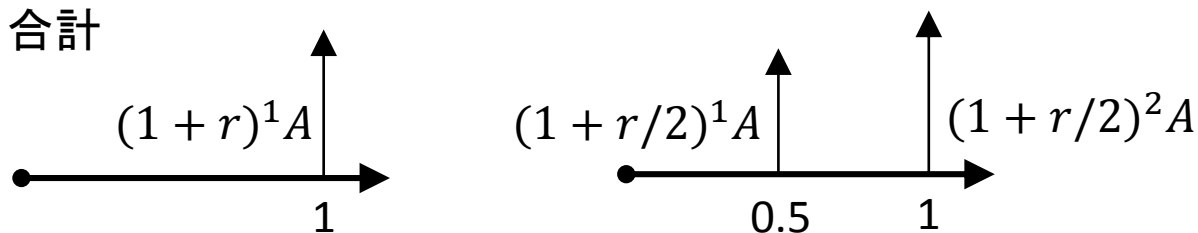
金利支払い単位期間の変更と元利合計

- 年に2回年利の半分の金利支払いが行われ、これを元本に組み入れた場合の n 年間の元利合計は

$$VC(2) = (1 + r/2)^{2n} A \quad (2-3)$$

- (2-3)式の意味: 金利の支払期間が半分になれば, 元利合計を計算する数が倍に増加する

元利(元本と金利)合計



金利支払い単位期間の変更と元利合計

- 一般化: 年に m 回の金利支払いが行われる場合の n 年間の元利合計は, 以下の式によって計算

$$VC(m) = (1 + r/m)^{mn} A \quad (2-4)$$

- Excel上で, m を2, 4, 12, 365にした場合の元利合計を, 元本100万円, 年利5%を前提として計算し, 結果を比較する

【Excel】金利支払い単位期間ごとの元利合計

- 図2-26のようなワーク・シートを用意する

	A	B	C	D	E	F
1	複利計算における付利期間の変更					
2						
3	元本	100万円				
4	利率(年	5%				
5						
6		元利合計				
7	年当たり付	1	2	4	12	365
8	年数					
9	0	100	100	100	100	100
10	1					
11	2					
12	3					
13	4					
14	5					
15	6					
16	7					
17	8					
18	9					
19	10					

図2-26 付利期間作業(1)

【Excel】 金利支払い単位期間ごとの元利合計

- Excelのコピー機能を活用してできる限り, 入力する式の数を少なくする
 - これまで利用してきたワーク・シートの別の部分に作成してもよいし,
 - Sheet2を利用してもかまわないし別のbookを用意してもよい
 - 上に記した計算式
$$VC(m) = (1 + r/m)^{mn} A$$
を利用する

【Excel】 金利支払い単位期間ごとの元利合計

- セルB10に「=B\$9*(1+0.05/B\$7)^(\$A10*B\$7)」を入力
 - B\$9は、各付利期間に共通な元本100万円に対応
 - Bの頭に\$マークがないのは、B列を計算するときにはB9に入力されている100を利用し、C列を計算するときには、C9にある100を利用するから
 - 0.05/B\$7は、(2-4)式の r/m に対応しており、年当たりの金利を年間の付利回数(m)で割っている
 - 「^」マークはべき乗を計算せよという命令
 - B\$7は上式における m に対応しており、\$A10が上式の n に対応

【Excel】金利支払い単位期間ごとの元利合計

- セルB10に上のように入力してEnterキーを押して値を求める
- セルB10からセルF19まで、セルB10の枠の右下に、マウス・ポインターを合わせて、「+」を表示してから、クリック・アンド・ドラッグする

	A	B	C	D	E	F
1	複利計算における付利期間の変更					
2						
3	元本	100万円				
4	利子率(年	5%				
5						
6		元利合計				
7	年当たり付	1	2	4	12	365
8	年数					
9	0	100	100	100	100	100
10	1	105	105.0625	105.0945	105.1162	105.1267
11	2	110.25	110.3813	110.4486	110.4941	110.5163
12	3	115.7625	115.9693	116.0755	116.1472	116.1822
13	4	121.5506	121.8403	121.989	122.0895	122.1386
14	5	127.6282	128.0085	128.2037	128.3359	128.4003
15	6	134.0096	134.4889	134.7351	134.9018	134.9831
16	7	140.71	141.2974	141.5992	141.8036	141.9034
17	8	147.7455	148.4506	148.8131	149.0585	149.1784
18	9	155.1328	155.9659	156.3944	156.6847	156.8264
19	10	162.8895	163.8616	164.3619	164.7009	164.8665

図2-27 付利期間作業(2)

【Excel】 金利支払い単位期間ごとの元利合計 結果の解釈

- 金利水準が同一でも、付利回数が増加するに従って、元利合計が増加
- 元利合計の増加は、付利回数が1回から2回に増加した時に最も変化が大きく、それ以上付利回数が増えても変化は減少

	A	B	C	D	E	F
1	複利計算における付利期間の変更					
2						
3	元本	100万円				
4	利子率(年	5%				
5						
6		元利合計				
7	年当たり付	1	2	4	12	365
8	年数					
9	0	100	100	100	100	100
10	1	105	105.0625	105.0945	105.1162	105.1267
11	2	110.25	110.3813	110.4486	110.4941	110.5163
12	3	115.7625	115.9693	116.0755	116.1472	116.1822
13	4	121.5506	121.8403	121.989	122.0895	122.1386
14	5	127.6282	128.0085	128.2037	128.3359	128.4003
15	6	134.0096	134.4889	134.7351	134.9018	134.9831
16	7	140.71	141.2974	141.5992	141.8036	141.9034
17	8	147.7455	148.4506	148.8131	149.0585	149.1784
18	9	155.1328	155.9659	156.3944	156.6847	156.8264
19	10	162.8895	163.8616	164.3619	164.7009	164.8665

図2-27 付利期間作業(2)

2-3 金利支払い単位期間の変更と 元利合計：指数関数と自然対数

指数関数と自然対数

- 指数関数と自然対数を説明する
 - 連続的な金利支払いを考えるために、自然対数の底 e を定義して利用する

連続複利と指数関数

- 付利回数 を大きくすると元利合計はどこまで大きくなるか？
 - 連続複利の計算方法につながる
- 年当たりの付利回数を限りなく増加させることを数学的に表現すると,

$$VC(\infty) = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn} A \quad (2-6)$$

- 自然対数の底 e :

$$e = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m \approx 2.72 \quad (2-7)$$

- この数学的事実を用いると

$$VC(\infty) = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn} A = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m \right)^n A = e^{rn} A$$

連続複利と指数関数

- 以下の関係を導く

$$e^r = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m$$

- $\frac{r}{m} = \frac{1}{x}$ とおくと, $m = rx$ となるので, $\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{xr}$ の関係が成り立つ
- x を無限大に近づける極限をとれば, m も無限大に近づくので,

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \right)^r = e^r$$

【Excel】 連続複利と指数関数

自然対数の底 e について、Excelで計算しつつ関係を確認

- ワーク・シートに図2-28のように入力する
 - 1年を100000に分割することは、実際にはあり得ないが、数学的な無限大のイメージをつかむため

	A	B	C	D
1	年数(n)	10		
2	金利(r)	5%		
3	m	$(1+1/m)^m$	$(1+r/m)^m$	$EXP(r)$
4	1			
5	2			
6	3			
7	5			
8	10			
9	15			
10	20			
11	30			
12	50			
13	70			
14	100			
15	500			
16	1000			
17	10000			
18	100000			

図2-28 付利期間作業(2)

【Excel】 連続複利と指数関数

- セルB4に「 $= (1 + 1/A4)^{A4}$ 」
- セルC4に「 $= (1 + 0.05/A4)^{(A4 * 10)}$ 」
- セルD4に「 $= \text{EXP}(0.05 * 10)$ 」

を入力してEnter・キーを押して、各列の最後の行までドラッグすると図2-29の結果が作成される

	A	B	C	D
1	年数(n)	10		
2	金利(r)	5%		
3	m	$(1 + 1/m)^m$	$(1 + r/m)^{(mn)}$	$\text{EXP}(rn)$
4	1	2	1.628894627	1.648721271
5	2	2.25	1.63861644	1.648721271
6	3	2.37037037	1.641940967	1.648721271
7	5	2.48832	1.644631822	1.648721271
8	10	2.59374246	1.646668492	1.648721271
9	15	2.632878718	1.647350952	1.648721271
10	20	2.653297705	1.647692855	1.648721271
11	30	2.674318776	1.648035209	1.648721271
12	50	2.691588029	1.648309416	1.648721271
13	70	2.699116371	1.648427023	1.648721271
14	100	2.704813829	1.648515262	1.648721271
15	500	2.715568521	1.648680056	1.648721271
16	1000	2.716923932	1.648700663	1.648721271
17	10000	2.718145927	1.64871921	1.648721271
18	100000	2.718268237	1.648721065	1.648721271

図2-29 付利期間作業(3)

【Excel】 連続複利と指数関数 結果の解釈

- 列Bでは, m が大きくなるに従って計算値は次第に増加していくが, 計算値の増加の程度は小さくなり, 一定の値に収束していく
- 列Cについても m が大きくなるに従って計算値が大きくなっていき, 増加の程度は次第に小さくなっている

	A	B	C	D
1	年数(n)	10		
2	金利(r)	5%		
3	m	$(1+r/m)^m$	$(1+r/m)^{(mn)}$	EXP(rn)
4	1	2	1.628894627	1.648721271
5	2	2.25	1.63861644	1.648721271
6	3	2.37037037	1.641940967	1.648721271
7	5	2.48832	1.644631822	1.648721271
8	10	2.59374246	1.646668492	1.648721271
9	15	2.632878718	1.647350952	1.648721271
10	20	2.653297705	1.647692855	1.648721271
11	30	2.674318776	1.648035209	1.648721271
12	50	2.691588029	1.648309416	1.648721271
13	70	2.699116371	1.648427023	1.648721271
14	100	2.704813829	1.648515262	1.648721271
15	500	2.715568521	1.648680056	1.648721271
16	1000	2.716923932	1.648700663	1.648721271
17	10000	2.718145927	1.64871921	1.648721271
18	100000	2.718268237	1.648721065	1.648721271

図2-29 付利期間作業(3)

【Excel】 連続複利と指数関数 結果の解釈

- 列Dの値は m が変化しても値は全く変化していない
- 列Cの対応する行と列Dの対応する行の値が, m が大きくなるに従って次第に近似してくる
 - $VC(\infty) = e^{rn}$ の関係があれば, m が大きくなると, 値 $VC(m)$ が右辺の値に近づき, この式の右辺の値が, 列Dの各行に示されている

	A	B	C	D
1	年数(n)	10		
2	金利(r)	5%		
3	m	$(1+1/m)^m$	$(1+r/m)^{(mn)}$	$EXP(rn)$
4	1	2	1.628894627	1.648721271
5	2	2.25	1.63861644	1.648721271
6	3	2.37037037	1.641940967	1.648721271
7	5	2.48832	1.644631822	1.648721271
8	10	2.59374246	1.646668492	1.648721271
9	15	2.632878718	1.647350952	1.648721271
10	20	2.653297705	1.647692855	1.648721271
11	30	2.674318776	1.648035209	1.648721271
12	50	2.691588029	1.648309416	1.648721271
13	70	2.699116371	1.648427023	1.648721271
14	100	2.704813829	1.648515262	1.648721271
15	500	2.715568521	1.648680056	1.648721271
16	1000	2.716923932	1.648700663	1.648721271
17	10000	2.718145927	1.64871921	1.648721271
18	100000	2.718268237	1.648721065	1.648721271

図2-29 付利期間作業(3)

指数関数と自然対数

自然対数の底 e を定義したので、自然対数自身を定義し、これを用いた平均成長率の計算方法も示す

- 以下の関数を指数関数と定義する

$$x = e^y = \exp(y) \quad (2-8)$$

- この両辺に e を底とする対数 \ln をとったものが、自然対数であり、

$$y = \ln(x) \quad (2-9)$$

指数関数と自然対数

- 高校で学習した常用対数は,

$$y = \log(x) = \log_{10}(x) \quad (2-10)$$

- 一般的に対数,

$$y = \log_a(x) \quad (2-11)$$

という形で表現され, 上の式の a を対数の底と呼ぶ

$$y = \log_a(x) \Leftrightarrow a^y = x \quad (2-12)$$

- 常用対数は, $10^y = x$ の別表現
- 自然対数は, $e^y = x$ の別表現

【Excel】 指数関数と自然対数


上記のことをExcelのワーク・シート上で確認

- ワーク・シートに図2-30のように入力

	A	B	C	D	E
1	x	$\ln(x)$	$\log(x)$	$\text{Exp}(\ln(x))$	$10^{\log(X)}$
2	0.0001				
3	0.01				
4	0.1				
5	1				
6	2.718282				
7	5				
8	10				
9	25				
10	50				
11	100				
12	200				
13	1000				

図2-30 対数・指数作業(1)

【Excel】 指数関数と自然対数

- マウス・ポインターをセルB2に合わせ、上部の「関数」をクリックし、 の下向きの矢印をクリック
- 「その他の関数(E)」をクリックすると図2-31が表示される

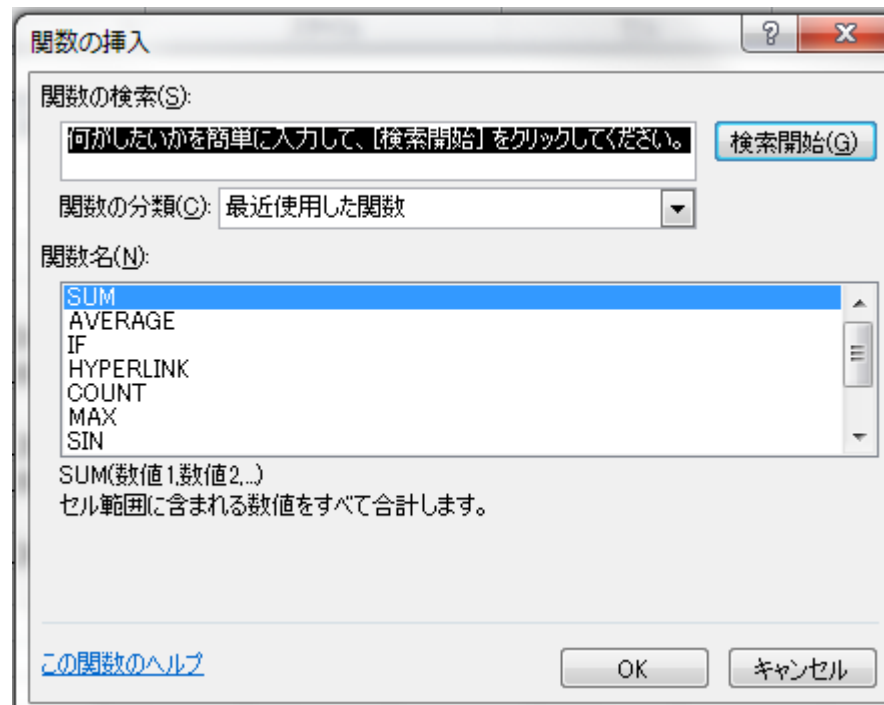




図2-31 対数・指数作業(2)

【Excel】 指数関数と自然対数

- 「関数の分類(C)」において、数学/三角をクリックした上で、「関数名(N)」で、「LN」をクリックする
- すると図2-32が表示されるので、ここで、 をクリックし、セルA2をクリックし、 をクリックした画面でOKをクリックする

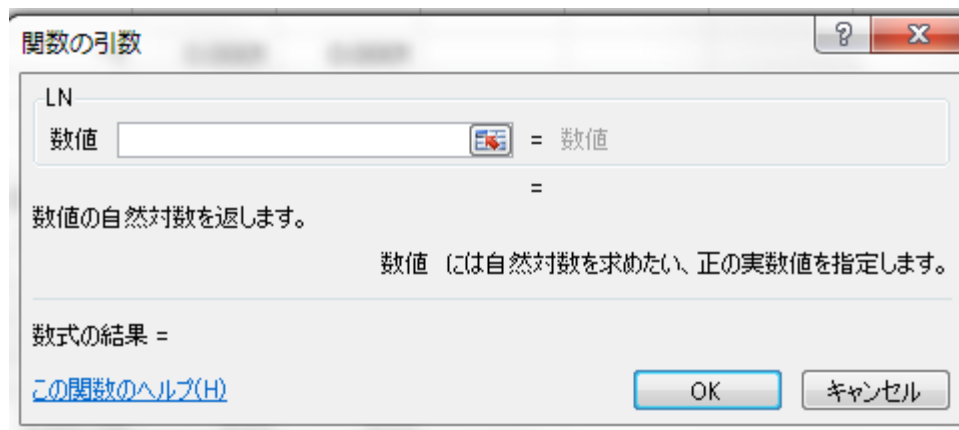


図2-32 対数・指数作業(3)

【Excel】 指数関数と自然対数

- セルC2にマウス・ポインターを合わせ, 上と同様に関数を呼び, 数学/三角で「LOG10」を選択し, 同様にA2を選択する
- マウス・ポインターをセルD2に合わせ, 「=EXP(B2)」を入力
- マウス・ポインターをセルE2に合わせ, 「=10^C2」を入力
- 各列を13行目までコピーすると, 図2-33のようになる

	A	B	C	D	E
1	x	ln(x)	log(x)	Exp(ln(x))	10^log(X)
2	0.0001	-9.21034	-4	0.0001	0.0001
3	0.01	-4.60517	-2	0.01	0.01
4	0.1	-2.30259	-1	0.1	0.1
5	1	0	0	1	1
6	2.718282	1	0.434295	2.718282	2.718282
7	5	1.609438	0.69897	5	5
8	10	2.302585	1	10	10
9	25	3.218876	1.39794	25	25
10	50	3.912023	1.69897	50	50
11	100	4.60517	2	100	100
12	200	5.298317	2.30103	200	200
13	1000	6.907755	3	1000	1000

図2-33 対数・指数作業(4)

【Excel】 指数関数と自然対数

- 列Dと列Eには、列Aと同じ内容が表示されている
 - 自然対数が指数関数の逆関数であり、常用対数が10のべき乗の逆関数であることがわかる

	A	B	C	D	E
1	x	$\ln(x)$	$\log(x)$	$\text{Exp}(\ln(x))$	$10^{\log(x)}$
2	0.0001	-9.21034	-4	0.0001	0.0001
3	0.01	-4.60517	-2	0.01	0.01
4	0.1	-2.30259	-1	0.1	0.1
5	1	0	0	1	1
6	2.718282	1	0.434295	2.718282	2.718282
7	5	1.609438	0.69897	5	5
8	10	2.302585	1	10	10
9	25	3.218876	1.39794	25	25
10	50	3.912023	1.69897	50	50
11	100	4.60517	2	100	100
12	200	5.298317	2.30103	200	200
13	1000	6.907755	3	1000	1000

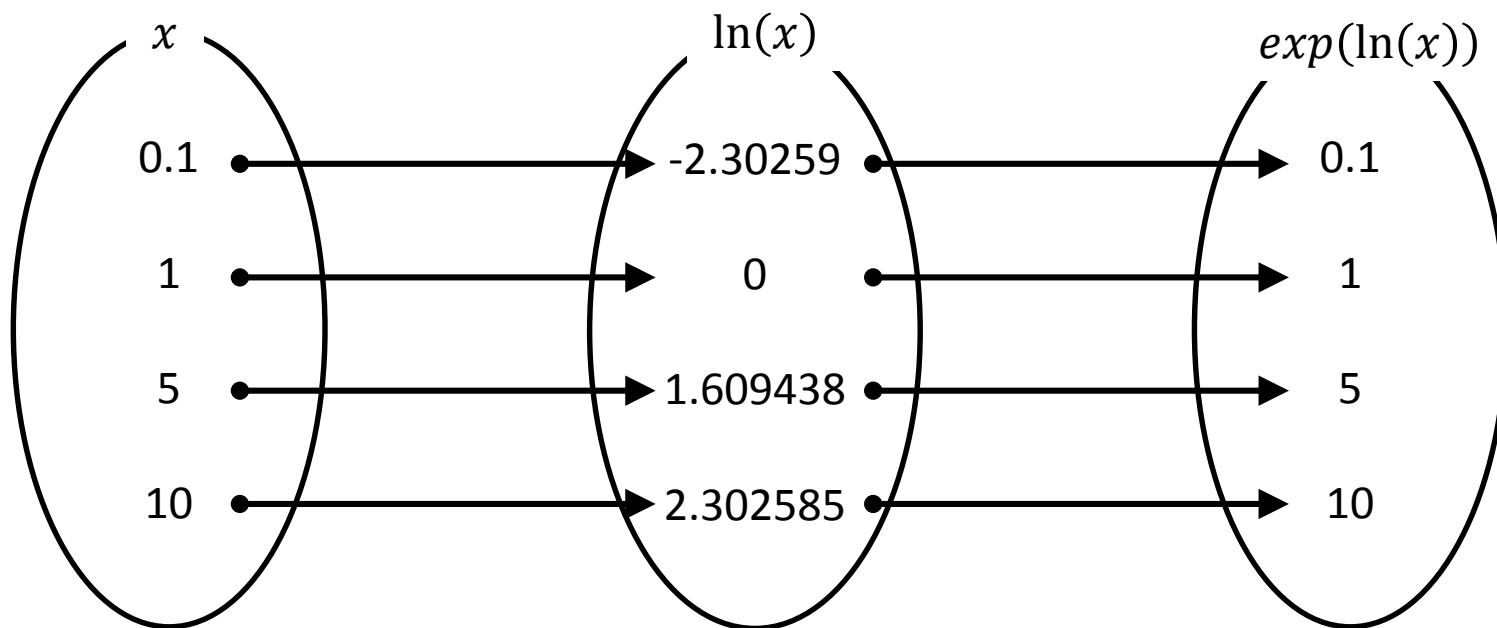
図2-33 対数・指数作業(4)

指数関数と自然対数の関係 逆関数

- 逆関数とは、ある値から関数の値に移った後、その上である関数を適用すると、元の値に戻る

- $\exp(\ln(x)) = x$

- $10^{\log_{10} x} = x$



2-4 平均成長率の計算： 対数計算の応用

平均成長率の計算：対数計算の応用

- 経済学や金融論において自然対数の応用は多い
 - 応用分野の一つとして、平均成長率の計算方法を説明する
 - 金融の分野でも頻繁に応用される計算方法

平均成長率の計算：対数計算の応用

- 分析するとき、年平均成長率をよく利用する
 - 各種のマクロ経済変数では、ある程度の期間をとると、比較的安定した変化率で推移する
 - 毎年の変化率には大きな違いがあるがそれは置いておく
 - 国同士の経済成長率等を比較するとき、ある程度の期間を取って、どちらの成長率が大きいかを比較したい
 - 1年ごとの比較は面倒
 - だから平均成長率を使う

日本の名目GDP

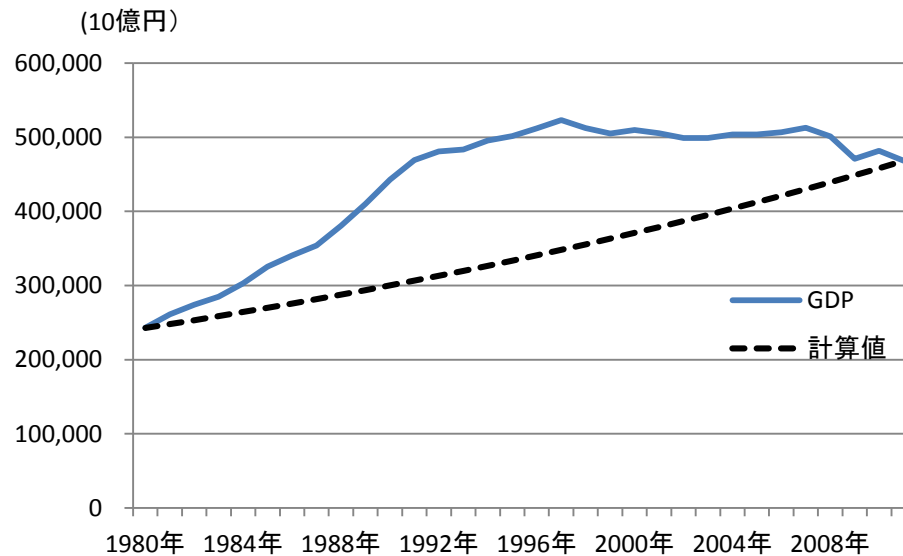
- 表2-1は、1980年から2011年までの日本の名目GDP
 - 1980年代には日本の名目GDPは大きく増加
 - 1990年代には増加の程度が非常に小さくなっている
 - 2000年代に入ると名目GDP水準の減少も経験
 - これらの状況を、分かりやすくするため平均成長率を計算する

年	GDP	年	GDP	年	GDP	年	GDP
1980年	242838.7	1990年	442781.0	2000年	509860.0	2010年	481784.5
1981年	261068.2	1991年	469421.8	2001年	505543.2	2011年	468257.6
1982年	274086.6	1992年	480782.8	2002年	499147.0		
1983年	285058.3	1993年	483711.8	2003年	498854.8		
1984年	302974.9	1994年	495743.4	2004年	503725.3		
1985年	325401.9	1995年	501706.9	2005年	503903.0		
1986年	340559.5	1996年	511934.8	2006年	506687.0		
1987年	354170.2	1997年	523198.3	2007年	512975.2		
1988年	380742.9	1998年	512438.6	2008年	501209.3		
1989年	410122.2	1999年	504903.2	2009年	471138.7		

表2-1 日本のGDP(1980年-2011年)

平均成長率

- 平均成長率とは,
 - 例えば: 日本のGDPが1980年に242兆8387億円であって, 2011年に468兆2576億円のと看、平均的に1年間に何%ずつ成長したかを示す指標



平均成長率の計算

$$Y_{11} = (1 + r)^{31} Y_{80} \quad (2-13)$$

- 1980年の名目GDPを Y_{80} をとし、31年間複利で預金したときの元利合計が2011年の名目GDPの Y_{11} となる
- ここで計算する平均成長率は、元本と最終期の元利合計を与えたときこれを満たす金利水準を計算することと同じ

- 平均成長率を計算する一つの方法は、べき乗根として求める

$$(1 + r)^{31} = Y_{11} / Y_{80} \quad (2-14)$$

$$\Rightarrow (1 + r) = (Y_{11} / Y_{80})^{1/31} \quad (2-15)$$

$$\Rightarrow r = (Y_{11} / Y_{80})^{1/31} - 1 \quad (2-16)$$

【Excel】 平均成長率の計算

- 表2-1のデータが、Excelのワーク・シート上に図2-34のように入力されているとし、セルC36に、「 $= (C33/C2)^{(1/31)} - 1$ 」と入力して、0.021407と求める

	A	B	C	D	E
1			GDP	毎年の成長率	計算値
2	1980年	80	242838.7		
3	1981年	81	261068.2		
4	1982年	82	274086.6		
5	1983年	83	285058.3		
6	1984年	84	302974.9		
7	1985年	85	325401.9		
8	1986年	86	340559.5		
9	1987年	87	354170.2		
10	1988年	88	380742.9		
11	1989年	89	410122.2		
12	1990年	90	442781		
13	1991年	91	469421.8		
14	1992年	92	480782.8		
15	1993年	93	483711.8		
16	1994年	94	495743.4		
17	1995年	95	501706.9		
18	1996年	96	511934.8		
19	1997年	97	523198.3		
20	1998年	98	512438.6		
21	1999年	99	504903.2		
22	2000年	00	509860		
23	2001年	01	505543.2		
24	2002年	02	499147		
25	2003年	03	498854.8		
26	2004年	04	503725.3		
27	2005年	05	503903		
28	2006年	06	506687		
29	2007年	07	512975.2		
30	2008年	08	501209.3		
31	2009年	09	471138.7		
32	2010年	10	481784.5		
33	2011年	11	468257.6		
34					
35					
36	平均成長率(80-11)				
37	平均成長率(80-89)				
38	平均成長率(90-99)				
39	平均成長率(00-09)				

図2-34 平均成長率作業(1)

【Excel】 平均成長率の計算

- 1980年から1989年の年平均成長率(9年間の平均成長率),
- 1990年から1999年の年平均成長率(9年間),
- 2000年から2009年の年平均成長率(9年間)も同様に計算することができるので、各自確認すること

	A	B	C	D	E
1			GDP	毎年の成長率	計算値
2	1980年	80	242838.7		242838.7
3	1981年	81	261068.2	7.51	248037.21
4	1982年	82	274086.6	4.99	253347.00
5	1983年	83	285058.3	4.00	258770.46
6	1984年	84	302974.9	6.29	264310.02
7	1985年	85	325401.9	7.40	269968.17
8	1986年	86	340559.5	4.66	275747.45
9	1987年	87	354170.2	4.00	281650.44
10	1988年	88	380742.9	7.50	287679.80
11	1989年	89	410122.2	7.72	293838.23
12	1990年	90	442781.0	7.96	300128.50
13	1991年	91	469421.8	6.02	306553.42
14	1992年	92	480782.8	2.42	313115.88
15	1993年	93	483711.8	0.61	318818.83
16	1994年	94	495743.4	2.49	326665.27
17	1995年	95	501706.9	1.20	333658.28
18	1996年	96	511934.8	2.04	340800.98
19	1997年	97	523198.3	2.20	348096.59
20	1998年	98	512438.6	-2.06	355548.38
21	1999年	99	504903.2	-1.47	363159.69
22	2000年	00	509860.0	0.98	370933.94
23	2001年	01	505543.2	-0.85	378874.61
24	2002年	02	499147.0	-1.27	386985.27
25	2003年	03	498854.8	-0.06	395289.56
26	2004年	04	503725.3	0.98	403731.19
27	2005年	05	503903.0	0.04	412373.98
28	2006年	06	506687.0	0.55	421201.75
29	2007年	07	512975.2	1.24	430218.52
30	2008年	08	501209.3	-2.29	439428.31
31	2009年	09	471138.7	-6.00	448835.26
32	2010年	10	481784.5	2.28	458443.59
33	2011年	11	468257.6	-2.81	468257.60
34					
35					
36	平均成長率(80-11)		0.021407243	0.021407243	
37	平均成長率(80-89)		0.059957313	0.059957313	
38	平均成長率(90-99)		0.014694861	0.014694861	
39	平均成長率(00-09)		-0.00873756	-0.00873756	

図2-35 平均成長率作業(2)

計算方法2: 自然対数による平均成長率の計算

- 対数を利用して, 平均成長率を計算することも可能

$$Y_{11} = (1 + r)^{31} Y_{80} \quad (2-17)$$

の関係から, 両辺の対数を取り,

$$\ln Y_{11} = 31 \times \ln(1 + r) + \ln Y_{80} \quad (2-18)$$

$$\Rightarrow 31 \times \ln(1 + r) = \ln Y_{11} - \ln Y_{80}$$

$$\Rightarrow 31 \times \ln(1 + r) = \ln(Y_{11}/Y_{80})$$

$$\Rightarrow \ln(1 + r) = \ln(Y_{11}/Y_{80})/31$$

$$\Rightarrow (1 + r) = \exp(\ln(Y_{11}/Y_{80})/31)$$

$$\Rightarrow r = \exp(\ln(Y_{11}/Y_{80})/31) - 1 \quad (2-19)$$

- この方法で計算するため, セルD36に, 「=EXP(LN(C33/C2)/31)-1」と入力
– セルC36とセルD36の計算結果は全く同じ値

【Excel】 1年ごとの成長率の計算

- 列Dに1年ごとの成長率[GRR]を計算
 - Y_t を t 年のGDP, Y_{t-1} を1年前のGDPとし,
$$GRR = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \times 100 \quad (2-20)$$
- セルD3に, 「 $=((C3-C2)/C2)*100$ 」を入力して計算し, セルD33までコピーする
- 列Eは, 毎年平均成長率で経済が成長した場合の毎年のGDPの値である
 - 列Eを計算するため, セルC2の値を, セルE2にコピーし, セルE3に, 「 $=E2 * (1+\$C\$36)$ 」を入力して計算し, セルE33までコピーする

【Excel】 1年ごとの成長率の計算

- 以上で説明した計算を全て行った結果は図2-35の通りなので、各自が計算した結果と比較してみることに

	A	B	C	D	E
1			GDP	毎年の成長率	計算値
2	1980年	80	242838.7		242838.7
3	1981年	81	261068.2	7.51	248037.21
4	1982年	82	274086.6	4.99	253347.00
5	1983年	83	285058.3	4.00	258770.46
6	1984年	84	302974.9	6.29	264310.02
7	1985年	85	325401.9	7.40	269968.17
8	1986年	86	340559.5	4.66	275747.45
9	1987年	87	354170.2	4.00	281650.44
10	1988年	88	380742.9	7.50	287679.80
11	1989年	89	410122.2	7.72	293838.23
12	1990年	90	442781.0	7.96	300128.50
13	1991年	91	469421.8	6.02	306553.42
14	1992年	92	480782.8	2.42	313115.88
15	1993年	93	483711.8	0.61	318818.83
16	1994年	94	495743.4	2.49	326665.27
17	1995年	95	501706.9	1.20	333658.28
18	1996年	96	511934.8	2.04	340800.98
19	1997年	97	523198.3	2.20	348096.59
20	1998年	98	512438.6	-2.06	355548.38
21	1999年	99	504903.2	-1.47	363159.69
22	2000年	00	509860.0	0.98	370933.94
23	2001年	01	505543.2	-0.85	378874.61
24	2002年	02	499147.0	-1.27	386985.27
25	2003年	03	498854.8	-0.06	395289.56
26	2004年	04	503725.3	0.98	403731.19
27	2005年	05	503903.0	0.04	412373.96
28	2006年	06	506687.0	0.55	421201.75
29	2007年	07	512975.2	1.24	430218.52
30	2008年	08	501209.3	-2.29	439428.31
31	2009年	09	471138.7	-6.00	448835.26
32	2010年	10	481784.5	2.26	458443.59
33	2011年	11	468257.6	-2.81	468257.60
34					
35					
36	平均成長率(80-11)	0.021407243	0.021407243		
37	平均成長率(80-89)	0.059957313	0.059957313		
38	平均成長率(90-99)	0.014694861	0.014694861		
39	平均成長率(00-09)	-0.00873756	-0.00873756		

図2-35 平均成長率作業(2)

【Excel】 GDPの実績値と計算値の折れ線グラフ

- 図2-36 は、GDPの実績値と計算値の折れ線グラフ
 - 注意：図を作成するデータがまとまっていないので、セルC1からセルC33をクリック・アンド・ドラッグした上で、一度マウスを離し、次いでCtrlキーを押しながら、セルE1からセルE33をクリック・アンド・ドラッグすること
 - 後のグラフ作成はこれまでに作成したグラフの場合と同じ

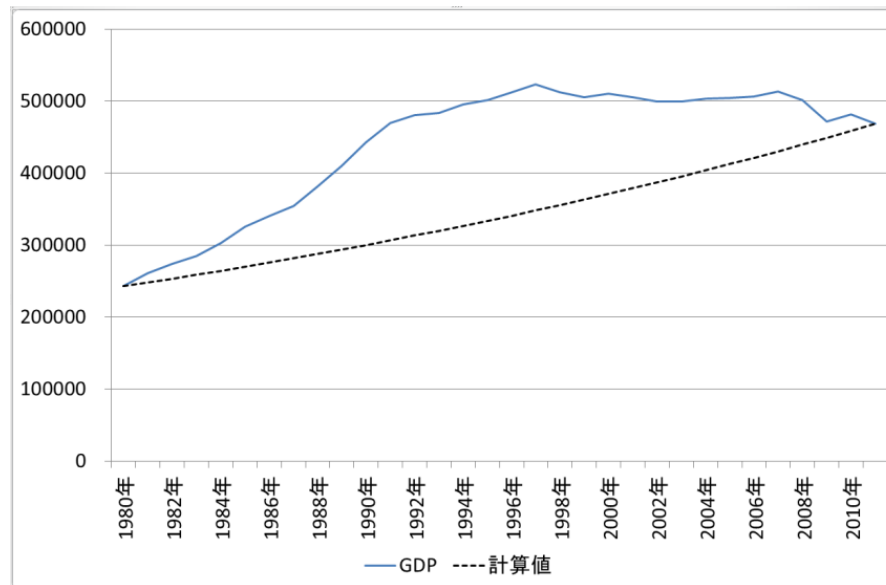


図2-36 平均成長率作業(3)

平均成長率と金融の金利計算

- 平均成長率の計算は、次のような金融の問題を解くことと同じ
 - 『元本100万円を10年間預けた時、元利合計として200万円受け取るためには金利水準はどれだけでなくてはならないかを求める』

【練習問題2-2】 提出課題2:20点

- 元本100万円を10年間預けたとき、元利合計が、110万円から300万円まで、10万円刻みで変化するとき、各元利合計に対応する、金利を計算せよ

【練習問題2-2】

- 練習問題の結果は図2-37のようになる
 - 10年間で元本を倍にするための金利水準は7.177%
 - 10年間で元本を3倍にするための金利水準は11.61%

	A	B	C
1	金利の計算		
2	元本	100	万円
3	期間	10	年間
4			
5	10年後の元金利		
6	110	0.96%	
7	120	1.84%	
8	130	2.66%	
9	140	3.42%	
10	150	4.14%	
11	160	4.81%	
12	170	5.45%	
13	180	6.05%	
14	190	6.63%	
15	200	7.18%	
16	210	7.70%	
17	220	8.20%	
18	230	8.69%	
19	240	9.15%	
20	250	9.60%	
21	260	10.03%	
22	270	10.44%	
23	280	10.84%	
24	290	11.23%	
25	300	11.61%	

図2-37 練習問題2-2の計算結果

2-5 割引現在価値と 純割引現在価値

投資の意思決定

- 金融部門への投資(貯金も含む)だけではなく、実物部門への投資(設備投資)に関しても同じ
- 投資の意志決定が困難なのは、
 - 投資に要する費用は今現在必要であるのに対し、
 - 投資から得られる収益は今後長期にわたって少しずつ回収されるので、
 - 時間の相違を評価する必要があること

投資の意思決定

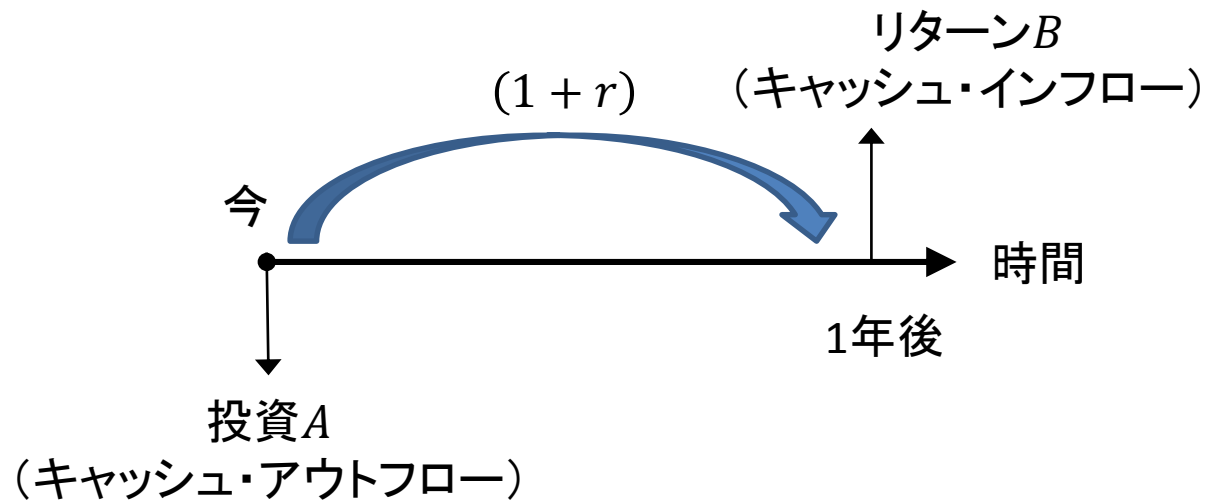
- 例えば、「今100万円やるか来年100万円やるか」と聞かれたら、躊躇なく、「今100万円もらう」と回答する
- 例えば、「今なら100万円やるが来年なら105万円やる」と言われた場合にはどのように回答するか
 1. 「少なくともよいから今ほしい」と回答する
 - 今年100万円受け取った場合、安全確実に運用して、来年に105万円以上にする方法があれば、今年100万円受け取った方が得
 2. こういう方法がなければ、来年105万円受け取った方が得

将来価値のイメージ

- 安全確実な資産運用に対応する金利が市場金利 $[r]$ 、今年の投資金額 $[A]$ を運用すると、来年受け取ることができる金額 $[B]$ は、

$$B = (1 + r)A \quad (2-21)$$

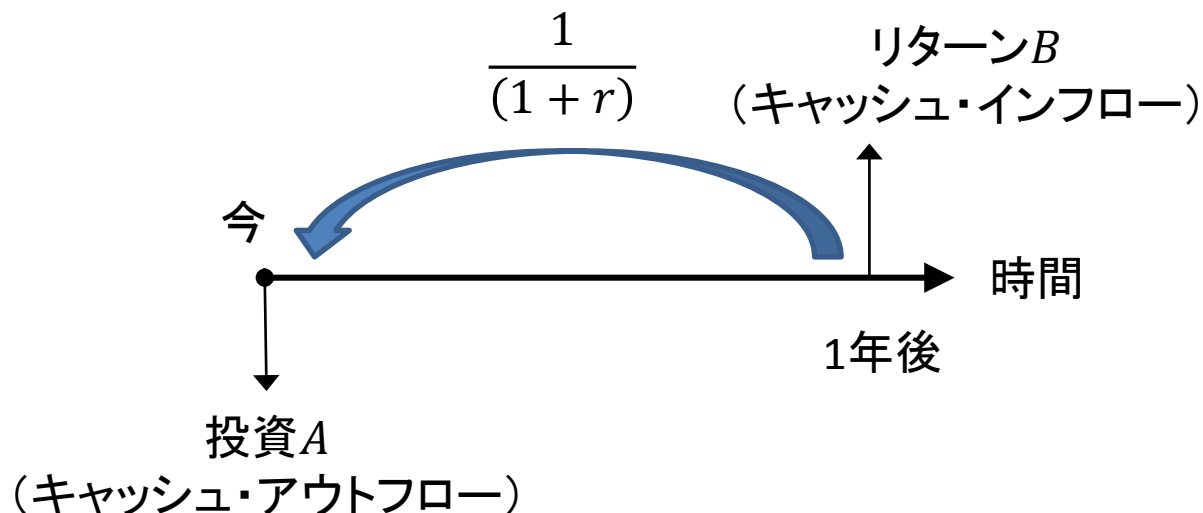
- 市場金利が r のとき、今年 A 受け取ることと、来年 B 受け取ることとは同じ



現在価値のイメージ

- 来年受け取る金額が B であるとしてこれに対応する今年の金額は, $B/(1+r)$ になる

$$B = (1+r) \times B/(1+r) \quad (2-22)$$



割引現在価値

- 来年以降に受け取る金額を，市場金利で評価して，今年の同等の金額に変換したものを，割引現在価値と呼ぶ
 - 2年目以降の金額を換算するときには，(2-21)式の関係を複利で運用することを前提として考える

【Excel】 キャッシュ・フローごとの割引現在価値の計算

- Excelのワーク・シートに図2-38のように入力する
 - 来年以降毎年100万円のキャッシュ・フロー(収益の受け取り)があることを想定
 - 現在の市場金利が5%(セルB2に表示されている)であるとする

	A	B	C	D	E	F	G
1	割引現在価値の計算						
2	市場金利	5%					
3							
4		キャッシュフロー	割引率	毎年のキャッシュフローの割引現在価値			
5	1	100					
6	2	100					
7	3	100					
8	4	100					
9	5	100					
10	6	100					
11	7	100					
12	8	100					
13	9	100					
14	10	100					

図2-38 割引現在価値作業(1)

【Excel】 キャッシュ・フローごとの割引現在価値の計算

- 列Cに複利を前提とした毎年の割引ファクターを計算する
 - セルC5に「 $=1/(1+0.05)^{A5}$ 」を入力し、セルC14までコピーする
- 列Dに毎年のキャッシュ・フローに毎年の割引ファクターを掛ける
 - セルD5に、「 $=B5*C5$ 」を入力して計算し、セルD14までコピーする
- セルD16にセルD5からセルD14までの値の合計を計算する
- 図2-39のようになるので、各自の作業結果と比較

	A	B	C	D	E	F	G
1	割引現在価値の計算						
2	市場金利	5%					
3							
4	年	キャッシュフロー	割引率	毎年のキャッシュフローの割引現在価値			
5	1	100	0.952381	95.2381			
6	2	100	0.9070295	90.70295			
7	3	100	0.8638376	86.38376			
8	4	100	0.8227025	82.27025			
9	5	100	0.7835262	78.35262			
10	6	100	0.7462154	74.62154			
11	7	100	0.7106813	71.06813			
12	8	100	0.6768394	67.68394			
13	9	100	0.6446089	64.46089			
14	10	100	0.6139133	61.39133			
15							
16	合計	1000		772.1735			

図2-39 割引現在価値作業(2)

【Excel】 キャッシュ・フローごとの割引現在価値の計算

- 10年間毎年100万円のキャッシュ・フローがあれば、これらの単純合計は1000万円
- しかし、時間差を考慮した割引現在価値は、772万円程度にしかない
 - この値は、金利水準が変化すれば、これに応じて変化する
 - 後で、金利が上昇した場合と低下した場合で、割引現在価値がどのように変化するのかを比較する

	A	B	C	D	E	F	G
1	割引現在価値の計算						
2	市場金利	5%					
3							
4	年	キャッシュフロー	割引率	毎年のキャッシュフローの割引現在価値			
5	1	100	0.952381	95.2381			
6	2	100	0.9070295	90.70295			
7	3	100	0.8638376	86.38376			
8	4	100	0.8227025	82.27025			
9	5	100	0.7835262	78.35262			
10	6	100	0.7462154	74.62154			
11	7	100	0.7106813	71.06813			
12	8	100	0.6768394	67.68394			
13	9	100	0.6446089	64.46089			
14	10	100	0.6139133	61.39133			
15							
16	合計	1000		772.1735			

図2-39 割引現在価値作業(2)

【Excel】 PV関数による割引現在価値の計算

- Excelには、ここで計算した割引現在価値を簡便に求めるためのPV関数を用意されている
- PV関数を利用するため、マウス・ポインターをセルD17に合わせた上で関数と呼び、「関数の分類(C)」で、財務を選択すると図2-40の画面が表示

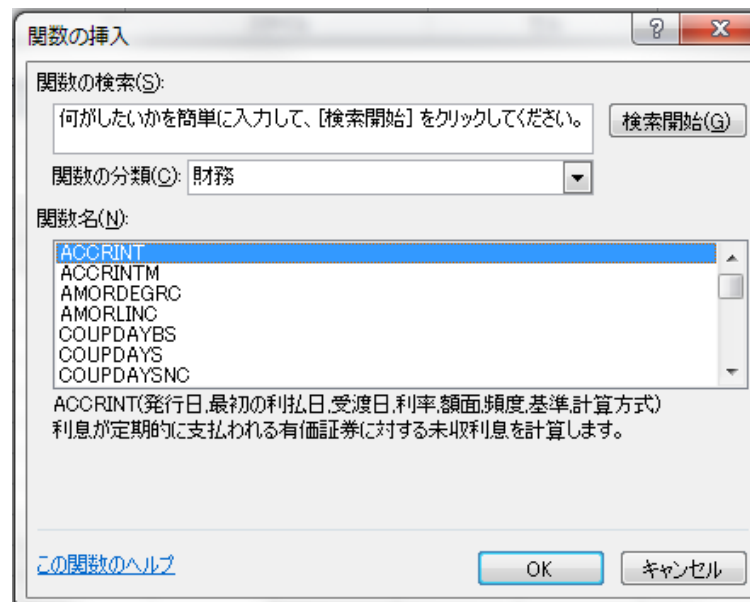
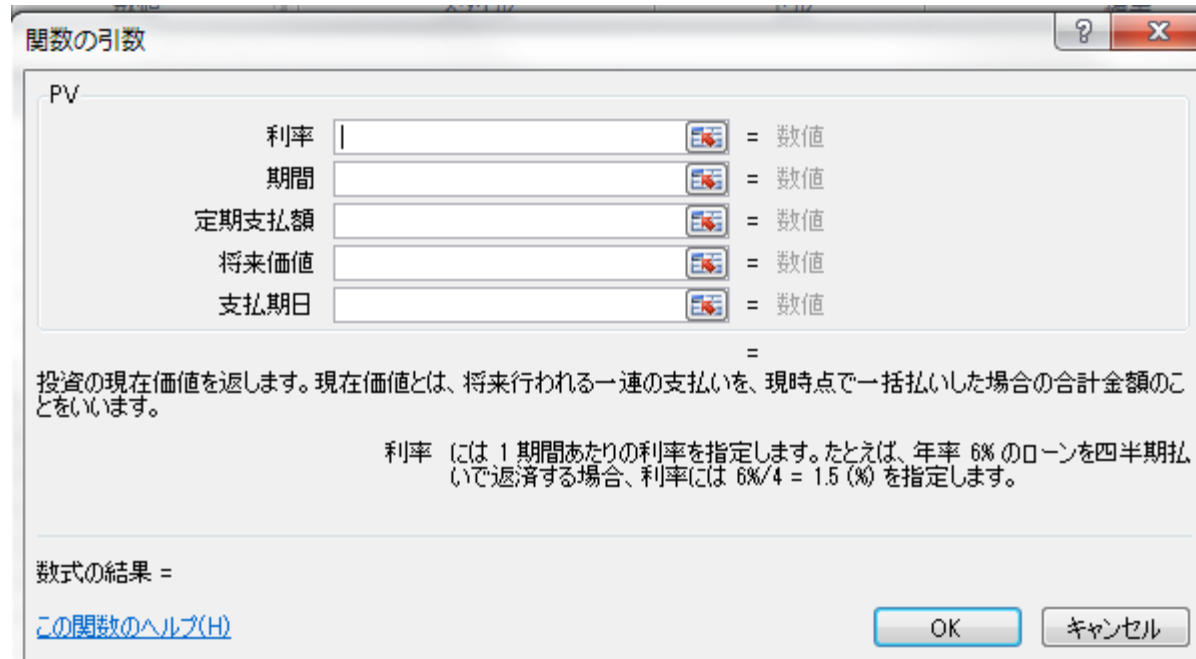


図2-40 割引現在価値作業(3)

【Excel】PV関数による割引現在価値の計算

- ここに示された関数には、企業の財務分析等ファイナンス分析でも良く利用される関数が多いので、各関数の機能を確認しておく
- PVという関数が割引現在価値を計算する関数である
 - これをクリックしOKをクリックすると図2-41が表示される



The image shows the '関数の引数' (Function Arguments) dialog box for the PV function in Excel. The title bar reads '関数の引数'. Inside the dialog, the function name 'PV' is displayed. Below it, there are five input fields, each with a label and a value type indicator: '利率' (Interest Rate) = 数値 (Number), '期間' (Term) = 数値 (Number), '定期支払額' (Payment) = 数値 (Number), '将来価値' (Future Value) = 数値 (Number), and '支払期日' (Payment Date) = 数値 (Number). Below these fields is an equals sign followed by a descriptive text in Japanese: '投資の現在価値を返します。現在価値とは、将来行われる一連の支払いを、現時点で一括払いした場合の合計金額のことをいいます。' (Returns the present value of an investment. The present value is the total amount of a series of payments made in the future, discounted to the present value). Below this text is a note about the interest rate: '利率 には 1 期間あたりの利率を指定します。たとえば、年率 6% のローンを四半期払いで返済する場合、利率には 6%/4 = 1.5 (%) を指定します。' (The interest rate is the interest rate per period. For example, for a 6% annual loan repaid quarterly, the interest rate is 6%/4 = 1.5% per period). At the bottom, there is a section for '数式の結果 =' (Formula result) with a link to 'この関数のヘルプ(H)' (Help for this function). The dialog has 'OK' and 'キャンセル' (Cancel) buttons at the bottom right.

図2-41 割引現在価値作業(4)

【Excel】PV関数による割引現在価値の計算




- 利率の右端のマークをクリックし、割引率の値が書かれているセルB2をクリックする
- 図2-42の画面の  のマークをクリックする



図2-42 割引現在価値作業(5)

【Excel】PV関数による割引現在価値の計算

- 期間の右端のマークをクリックした上で計算対象期間の10年に対応するセルA14をクリックして、をクリックする
- 定期支払額の右端のマークをクリックした上で、定額の支払いであるので、いずれかの100をクリックし、をクリックする
- OKをクリックすると、図2-43のように¥-772が表示される
 - ¥-772は支払いベースで考えているので、マイナスを付けて表示されているが、その絶対値はセルD16に示されている金額と一致

	A	B	C	D	E	F	G
1	割引現在価値の計算						
2	市場金利	5%					
3							
4	年	キャッシュフロー	割引率	毎年のキャッシュフローの割引現在価値			
5	1	100	0.952381	95.2381			
6	2	100	0.9070295	90.70295			
7	3	100	0.8638376	86.38376			
8	4	100	0.8227025	82.27025			
9	5	100	0.7835262	78.35262			
10	6	100	0.7462154	74.62154			
11	7	100	0.7106813	71.06813			
12	8	100	0.6768394	67.68394			
13	9	100	0.6446089	64.46089			
14	10	100	0.6139133	61.39133			
15							
16	合計	1000		772.1735			
17				¥-772			

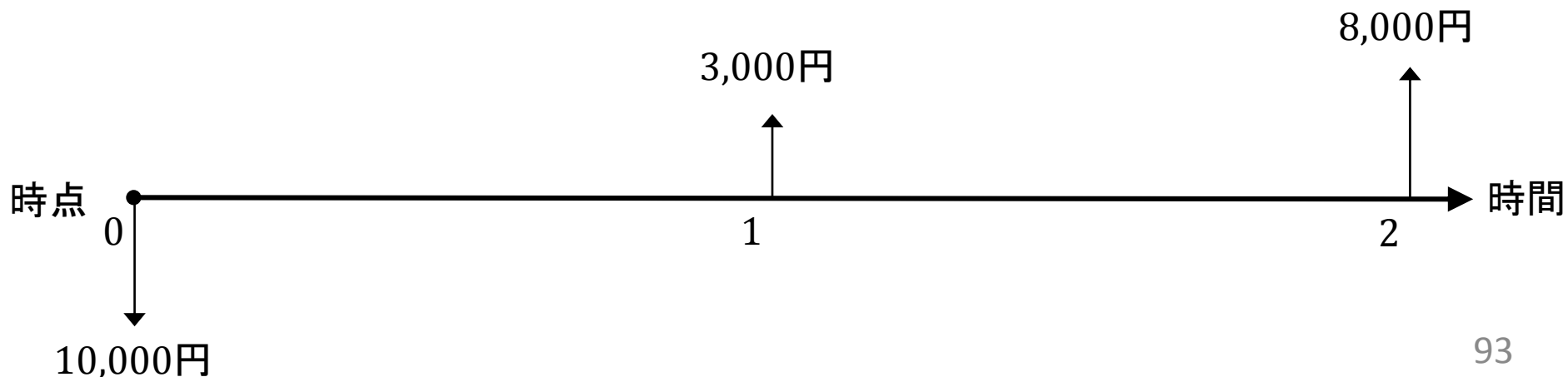
図2-43 割引現在価値作業(6)

【Excel】 PV関数による割引現在価値の計算

- PV関数では、每期定額の支払いを一定期間継続した場合の一定の割引率による割引現在価値を計算している
 - **注意: PV関数は支払いベースで考えているので、プラスの入力が出力としてマイナスと捉えられていること**
 - この関数で他のパラメータを利用した場合には類似の条件で他の値を計算することが可能
 - 上記の計算課程で割引率を%表示でセルに入力しても、小数点表示をしてセルに入力しても共に同じ結果を出力する

純割引現在価値のイメージ

- 金融商品への投資は、将来にわたってキャッシュ・フローを受け取るため、最初に何らかの支出(投資)を行う必要がある
- 将来のキャッシュ・フローと比較して、今日の投資は採算がとれるのかどうかを考える問題として定式化する
- 今日の投資金額と将来のキャッシュ・フローを考えるため、純割引現在価値という考え方がある



純割引現在価値

- キャッシュ・フローに対して, 700万円の投資を行った場合に, どれだけの収益(あるいは損失)が発生するのかを考える
- 今期の投資額を, C_0 とし, 1期目からT期目までの各年のキャッシュ・フローを CF_t ($t = 1, \dots, T$)とすれば, 純割引現在価値は以下の式で定義される

$$NPV = C_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+r)^t} \quad (2-22)$$

【Excel】 純割引現在価値の計算

1. 割引現在価値で計算した方法を拡張する
 - 0年目を1年目の前に挿入し, 0年目のキャッシュ・フローを-700と入力し, 割引ファクターは $1(=1/(1+0.05)^0)$
 - 毎年のキャッシュ・フローの割引現在価値は-700となる
 - この年も含めて合計する
2. PV関数で計算した割引現在価値から-700を差し引くこと(図2-44)
 - コストとして認識されるようにすること

	A	B	C	D	E	F	G
1	割引現在価値の計算						
2	市場金利	5%					
3							
4	年	キャッシュ・	割引率	毎年のキャッシュ・フローの割引現在価値			
5	0	-700	1	-700			
6	1	100	0.952381	95.2381			
7	2	100	0.907029	90.70295			
8	3	100	0.863838	86.38376			
9	4	100	0.822702	82.27025			
10	5	100	0.783526	78.35262			
11	6	100	0.746215	74.62154			
12	7	100	0.710681	71.06813			
13	8	100	0.676839	67.68394			
14	9	100	0.644609	64.46089			
15	10	100	0.613913	61.39133			
16							
17	合計	1000		72.17349			
18				-72.17			

図2-44 割引現在価値作業(7)

【Excel】 NPV関数による純割引現在価値の計算と注意

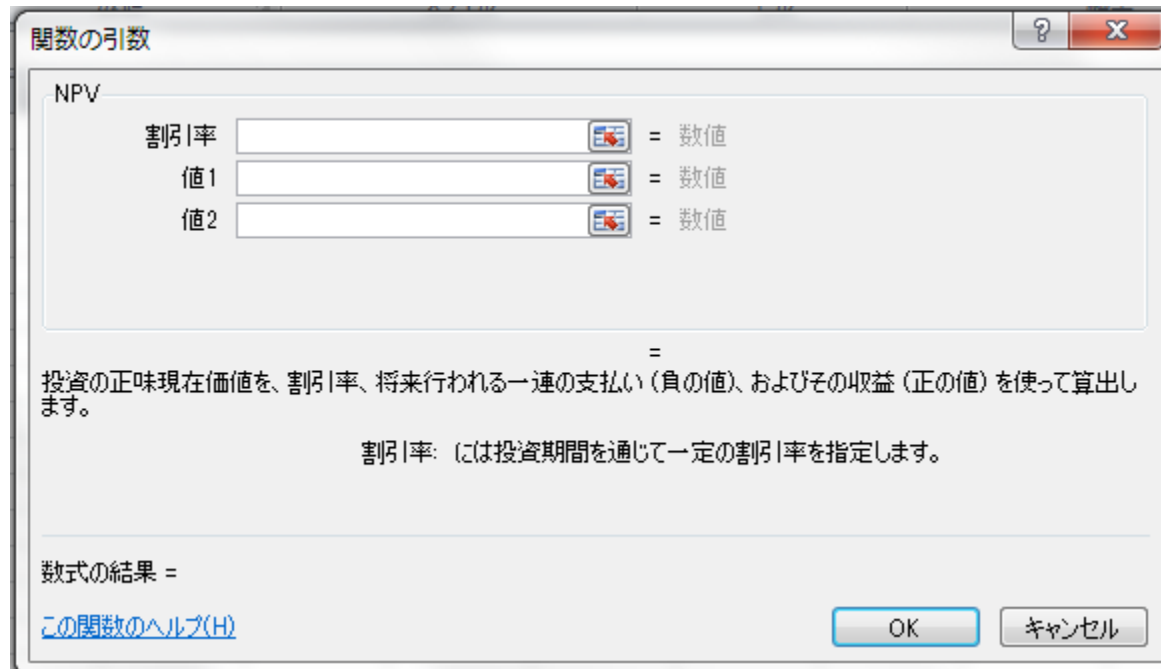
- 純割引現在価値を計算するための関数として、「NPV関数」がある
 - 700万円を投資した場合に、今後10年間継続的に毎年100万円を受け取ることができる投資に対する純割引現在価値を計算する
- 図2-44となっているとする

	A	B	C	D	E	F	G
1	割引現在価値の計算						
2	市場金利	5%					
3							
4	年	キャッシュ	割引率	毎年のキャッシュ・フローの割引現在価値			
5	0	-700	1	-700			
6	1	100	0.952381	95.2381			
7	2	100	0.907029	90.70295			
8	3	100	0.863838	86.38376			
9	4	100	0.822702	82.27025			
10	5	100	0.783526	78.35262			
11	6	100	0.746215	74.62154			
12	7	100	0.710681	71.06813			
13	8	100	0.676839	67.68394			
14	9	100	0.644609	64.46089			
15	10	100	0.613913	61.39133			
16							
17	合計	1000		72.17349			
18				-72.17			

図2-44 割引現在価値作業(7)

【Excel】 NPV関数による純割引現在価値の計算と注意

- 財務関数の中からNPV関数を選択すると図2-45が表示される



The image shows the '関数の引数' (Function Arguments) dialog box for the NPV function in Excel. The title bar is '関数の引数' with a question mark and a close button. The main area is titled 'NPV'. It contains three input fields: '割引率' (Discount Rate), '値1' (Value 1), and '値2' (Value 2). Each field has a small icon to its right, and to the right of each field is an equals sign followed by the text '数値' (Number). Below the input fields, there is a section with a '=' sign and a paragraph of Japanese text: '投資の正味現在価値を、割引率、将来行われる一連の支払い（負の値）、およびその収益（正の値）を使って算出します。' (Calculate the net present value of an investment using the discount rate, a series of payments (negative values), and its income (positive values)). Below this text is another line of text: '割引率: には投資期間を通じて一定の割引率を指定します。' (Discount rate: Specify a constant discount rate throughout the investment period). At the bottom left, there is a label '数式の結果 =' (Formula result =) and a blue hyperlink 'この関数のヘルプ(H)' (Help for this function). At the bottom right, there are two buttons: 'OK' and 'キャンセル' (Cancel).

図2-45 割引現在価値作業(8)

【Excel】 NPV関数による純割引現在価値の計算と注意


- 割引率の右のマークをクリックし、図2-46が表示されたら、セルB2をクリックし、をクリックする



図2-46 割引現在価値作業(9)

【Excel】 NPV関数による純割引現在価値の計算と注意

- 図2-45の値1の右端のマークをクリックし、セルB6からセルB15をクリック・アンド・ドラッグする
- 次に、「=NPV(B2, B6:B15) +B5」となるように入力する
- 図2-47のように、純割引現在価値として72.17が表示される
 - Excelにおける各関数のヘルプで確認できるので、必要に応じてこれを利用する

	A	B	C	D
1	割引現在価値の計算			
2	市場金利	5%		
3				
4	年	キャッシュ	割引率	毎年のキャ
5	0	-700	1	-700
6	1	100	0.952381	95.2381
7	2	100	0.907029	90.70295
8	3	100	0.863838	86.38376
9	4	100	0.822702	82.27025
10	5	100	0.783526	78.35262
11	6	100	0.746215	74.62154
12	7	100	0.710681	71.06813
13	8	100	0.676839	67.68394
14	9	100	0.644609	64.46089
15	10	100	0.613913	61.39133
16				
17	合計	1000		72.17349
18				-72.17
19				72.17

図2-47 割引現在価値作業(10)

【Excel】 NPV関数による純割引現在価値の計算と注意

- 図2-45の値1の右端のマークをクリックし、セル**B5**からセル**B15**をクリック・アンド・ドラッグすると図2-48のように、純割引現在価値として**68.74**が表示される
- 結果的にセルB18には、「=NPV(B2,B5:B15)」が入力されている

	A	B	C	D
1	割引現在価値の計算			
2	市場金利	5%		
3				
4	年	キャッシュ	割引率	毎年のキャ
5	0	-700	1	-700
6	1	100	0.952381	95.2381
7	2	100	0.907029	90.70295
8	3	100	0.863838	86.38376
9	4	100	0.822702	82.27025
10	5	100	0.783526	78.35262
11	6	100	0.746215	74.62154
12	7	100	0.710681	71.06813
13	8	100	0.676839	67.68394
14	9	100	0.644609	64.46089
15	10	100	0.613913	61.39133
16				
17	合計	1000		72.17349
18				-72.17
19				72.17
20				68.74

図2-48 割引現在価値作業(11)

【Excel】 NPV関数による純割引現在価値の計算と注意

- NPV関数ではどうやら1年目からしか計算しない
 - 0年目は計算しない
 - この場合, -700を1年目のキャッシュ・フローとして計算し, その他のキャッシュ・フローは1年ずらしで計算される
- 結局NPV関数は
 - 1年目から最後の年までのキャッシュ・フローを入力し,
 - その後, 0年目のキャッシュ・フローを考慮する

内部収益率 (IRR, Internal Rate of Return)

- これまでは、市場金利がわかっている前提で、(2-22)式に従って、純割引現在価値を計算した
- しかし、投資金額と、将来のキャッシュ・フローとを一致させる割引率(収益率)を求めたい場合がある
 - これを内部収益率 (IRR, internal rate of return) と呼ぶ
- 投資の収益率と市場金利との大小が投資を実行するかどうかの判断基準となる

内部収益率 (IRR, Internal Rate of Return)

- 収益率を ρ とし, 以下の式を満たす ρ を求めるという問題に帰着

$$C_0 = \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+\rho)^t} \quad (2-23)$$

- この問題は解くのは簡単ではないため、Excelを使う
 - Excelには、財務におけるIRR関数がある
- この関数の利用方法を説明する
 - これまで利用してきたのと同じワーク・シートを使う
 - 第0期の最後に700万円の投資を行い, 第1期から第10期の間に毎年100万円の収益を生み出す投資対象の収益率が何%であるかを求める問題を, IRR関数を利用して解く

【Excel】 IRR関数による内部収益率の計算

- セルB19をクリックして、PV関数やNPV関数と同様に関数を呼び、財務を選択してIRR関数を指定すると図2-49が表示される

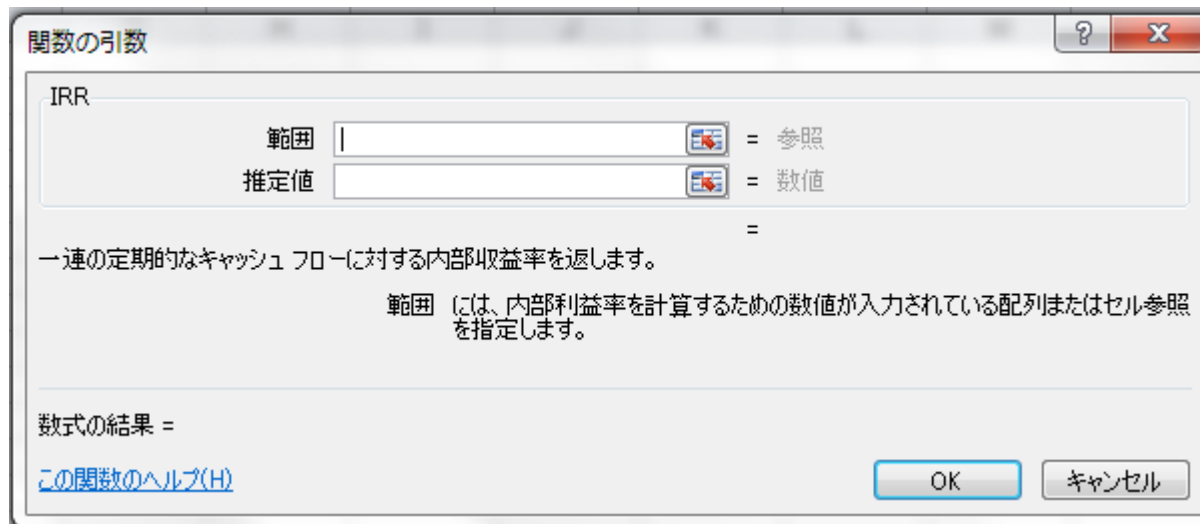



図2-49 割引現在価値作業(12)

【Excel】 IRR関数による内部収益率の計算

- 図2-50のように、範囲の右端のマークをクリックし、セルB5からセルB15をクリック・アンド・ドラッグし、 マークをクリックする

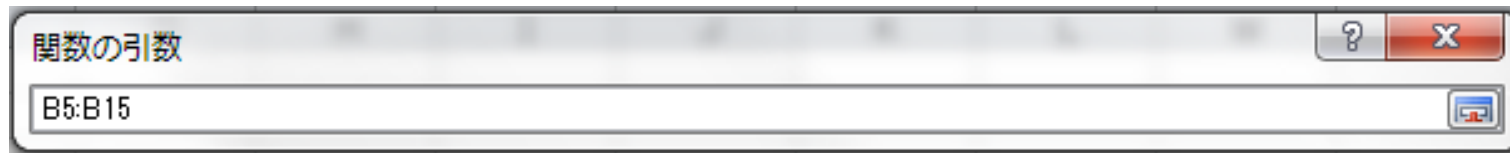



図2-50 割引現在価値作業(13)

【Excel】 IRR関数による内部収益率の計算

- 推定値の右端のマークをクリックし、予想される収益率水準を入力する
 - 5%の収益率に対応する0.05を入力して  をクリックすれば、図2-51のように計算結果が表示される

	A	B	C	D
1	割引現在価値の計算			
2	市場金利	7%		
3				
4	年	キャッシュ・フロー		
5	0	-700	1	-700
6	1	100	0.933944	93.39438
7	2	100	0.872251	87.22511
8	3	100	0.814634	81.46335
9	4	100	0.760822	76.08219
10	5	100	0.710565	71.05649
11	6	100	0.663628	66.36277
12	7	100	0.619791	61.9791
13	8	100	0.57885	57.885
14	9	100	0.540613	54.06134
15	10	100	0.504903	50.49025
16				
17	純割引現在価値			-4.6E-12
18	IRR	0.070728		

図2-51 割引現在価値作業(14)

【Excel】IRR関数による内部収益率の計算

- 計算した各種の値の表示桁数をそろえるため、セルB17からセルB20をクリック・アンド・ドラッグし、マウスを右クリックし、「セルの書式設定(E)」をクリックし、「セル(E)」をクリックすると図2-52が表示される

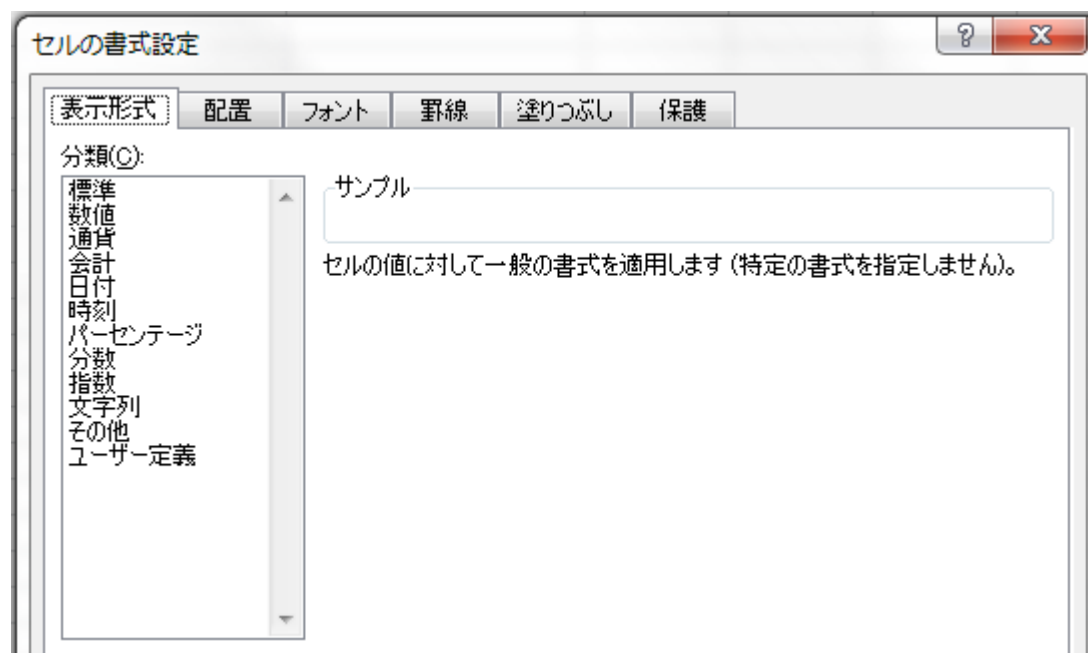


図2-52 割引現在価値作業(15)

【Excel】IRR関数による内部収益率の計算

- 数値をクリックすると図2-53が表示される

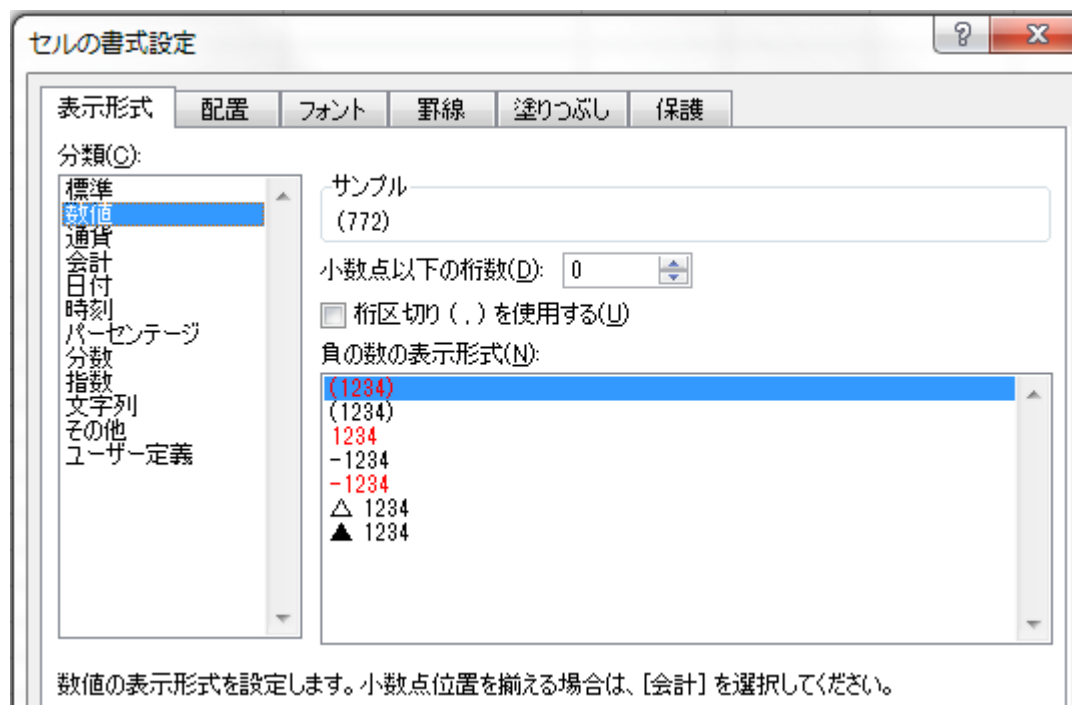


図2-53 割引現在価値作業(16)

【Excel】 IRR関数による内部収益率の計算

- 小数点以下の桁数として、5を入力し、負の数の表示形式として「-1234.43210」を選択して、OKをクリックすると、表示は図2-54のように表示が変化する

	A	B	C	D
1	割引現在価値の計算			
2	市場金利	7%		
3				
4	年	キャッシュ・フロー		
5	0	-700	1	-700
6	1	100	0.933944	93.39438
7	2	100	0.872251	87.22511
8	3	100	0.814634	81.46335
9	4	100	0.760822	76.08219
10	5	100	0.710565	71.05649
11	6	100	0.663628	66.36277
12	7	100	0.619791	61.9791
13	8	100	0.57885	57.885
14	9	100	0.540613	54.06134
15	10	100	0.504903	50.49025
16				
17	純割引現在価値			-4.6E-12
18	IRR	0.07073		

図2-54 割引現在価値作業(17)

【練習問題2-3】 提出課題3:20点

- 図2-38に示したデータ(毎年100万円のキャッシュ・フローを10年間受け取る)を利用して, 市場金利が, 3%, 4%, 5%, 6%, 7%の場合に, このキャッシュ・フローの割引現在価値がどのように変化するのかを計算して比較しなさい

	A	B	C	D	E	F	G
1	割引現在価値の計算						
2	市場金利	5%					
3							
4		キャッシュフロー	割引率	毎年のキャッシュフローの割引現在価値			
5	1	100					
6	2	100					
7	3	100					
8	4	100					
9	5	100					
10	6	100					
11	7	100					
12	8	100					
13	9	100					
14	10	100					

図2-38 割引現在価値作業(1)

【練習問題2-3】

- 結果を示したのが図2-55
 - 金利水準の上昇によって、キャッシュ・フローの割引現在価値は急激に低下している
 - つまり、企業は設備投資を計画する際に金利水準の動向に注意を払わなくてはならない

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	割引現在価値の計算											
2	市場金利		3%		4%		5%		6%		7%	
3												
4	年	キャッシュフロー	割引率	PV	割引率	PV	割引率	PV	割引率	PV	割引率	PV
5	1	100	0.97087	97.08738	0.96154	96.15385	0.95238	95.23810	0.94340	94.33962	0.93458	93.45794
6	2	100	0.94280	94.25959	0.92456	92.45562	0.90703	90.70295	0.89000	88.99964	0.87344	87.34387
7	3	100	0.91514	91.51417	0.88900	88.89964	0.86384	86.38376	0.83962	83.96193	0.81630	81.62979
8	4	100	0.88849	88.84870	0.85480	85.48042	0.82270	82.27025	0.79209	79.20937	0.76290	76.28952
9	5	100	0.86261	86.26088	0.82193	82.19271	0.78353	78.35262	0.74726	74.72582	0.71299	71.29862
10	6	100	0.83748	83.74843	0.79031	79.03145	0.74622	74.62154	0.70496	70.49605	0.66634	66.63422
11	7	100	0.81309	81.30915	0.75992	75.99178	0.71068	71.06813	0.66506	66.50571	0.62275	62.27497
12	8	100	0.78941	78.94092	0.73069	73.06902	0.67684	67.68394	0.62741	62.74124	0.58201	58.20091
13	9	100	0.76642	76.64167	0.70259	70.25867	0.64461	64.46089	0.59190	59.18985	0.54393	54.39337
14	10	100	0.74409	74.40939	0.67556	67.55642	0.61391	61.39133	0.55839	55.83948	0.50835	50.83493
15												
16	合計			853.02028		811.08958		772.17349		736.00871		702.35815

図2-55 練習問題2-3の結果

2-6 債券の利子率

債券の利子率

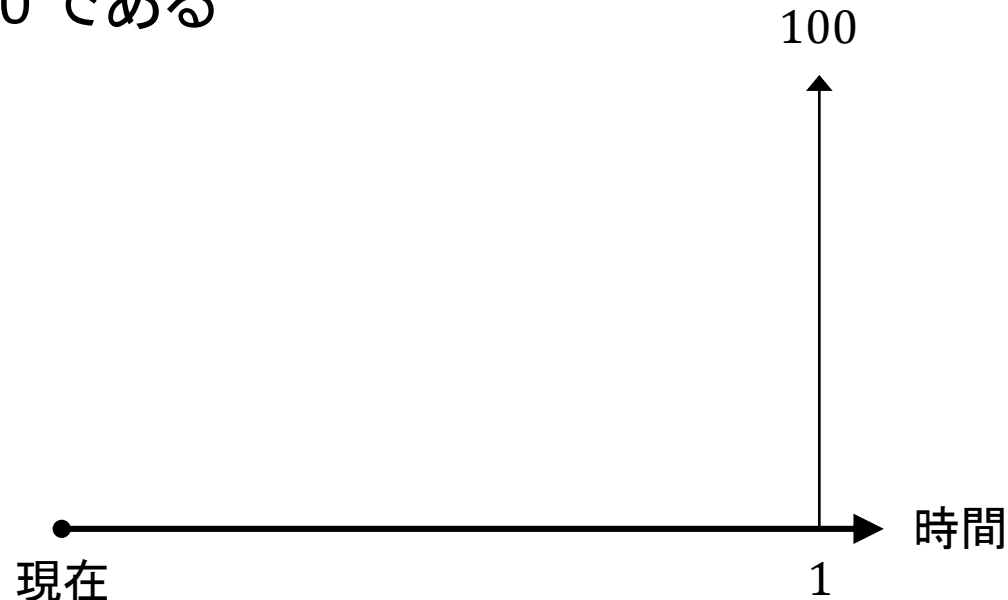
- 2-5節では、実物投資に対する割引現在価値の考え方を、Excelによる計算を通して説明した
- ここでは金融資産としての債券に対する投資の収益計算と併せて債券価格の決定方法を説明する

債券の利子率

- 債券には
 - 割引債：利払いはなく、満期に額面金額を払い戻す前提でこの期間に支払われる金利水準で割り引いた金額で購入する債券
 - 利付債：満期に額面金額を払い戻すと同時に年に複数回利子を支払う債券

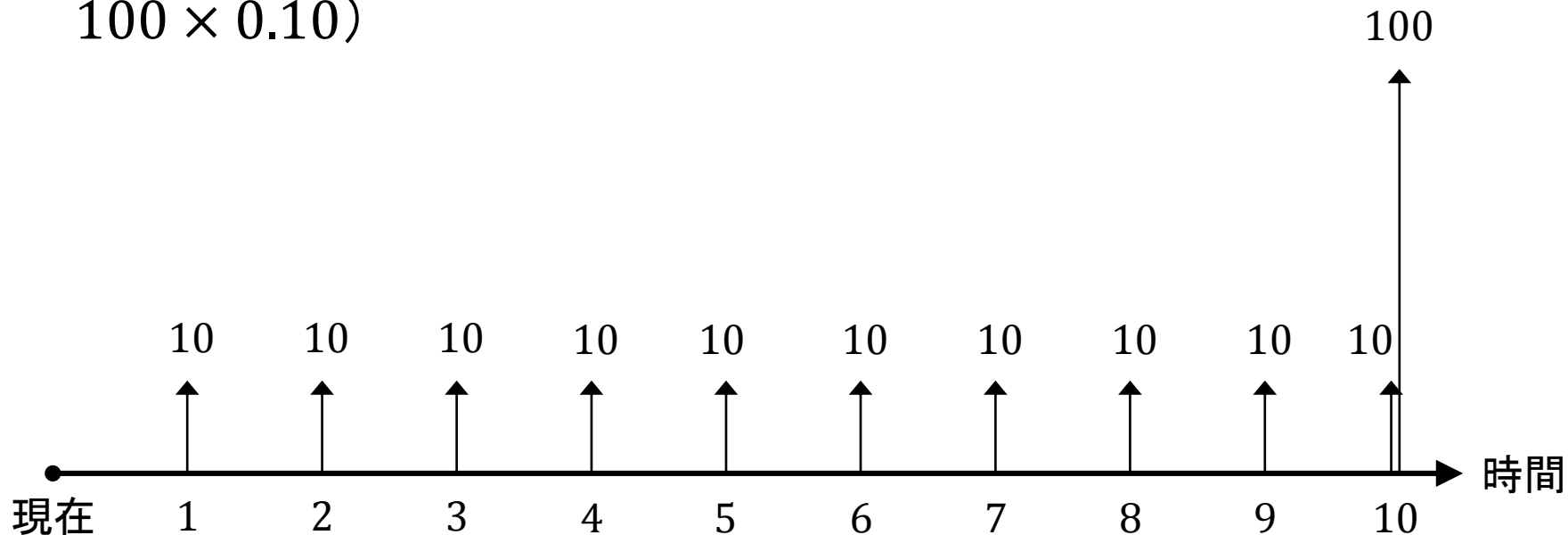
割引債のキャッシュ・フローのイメージ

- 満期を1 年
- 額面を100 円
- ゼロ・クーポン債のため、クーポン・レートを0%。従って、クーポン支払い額は0 である



利付債のキャッシュ・フローのイメージ

- クーポン債あるいは利付債とは、満期までに一定の間隔でクーポンが支払われ、満期に額面とクーポンが支払われる債券
 - 満期を10年
 - 額面を100円
 - クーポン・レートを10%。従って、クーポン支払い額は10(= 100×0.10)



割引債の利子率

- 割引債は

- いわゆる利子支払いはなく、満期（割引債として発行されている日本国債には、満期が3ヶ月、6ヶ月、1年のものがある）が来れば、あらかじめ決められた価格（額面価格または償還価格）を発行者が支払う。この額面を F とする
- 割引国債は流通市場で売買され、これに伴って価格が動く。ここで市場で決まる価格（流通価格あるいは市場価格）を P とする
- 以下、話を簡単にするため、割引国債の満期は1年とする

割引債の利子率

- 割引債の利子率 i は, 以下の式によって定義

$$P = F / (1 + i) \quad (2-24)$$

- この関係を, 割引率(利子率) i について解く

$$i = (F - P) / P \quad (2-25)$$

- 割引債の価格が額面価格を上回ると, 利子率がマイナスになり, これを購入する投資家は存在しないので, $F - P$ は正である

債券の利子率と保有期間

- 金融商品の収益率を比較するため、通常金利は1年単位で評価されるので、割引債の収益率は保有期間に応じて(2-25)式で求めた値を調整する必要がある
 - 計算される利子率は、期初に購入した割引国債を1年間保有した場合の利子率に対応しており、保有期間が短くなればその期間で調整する必要がある
 - 保有期間の長短にかかわらず、割引債の収益は購入価格と額面価格の差で定義されるので、割引率(利子率)は(2-25)式によって計算される
 - 保有期間が1年超の場合には、割引率を保有期間(年単位)で割り、
 - 保有期間が1年未満の場合には、保有期間が1年に占める割合で割引率を割ることになる

【練習問題2-4】 提出課題4:20点

- 額面100万円の割引国債を95万円で購入し1年間保有した場合の利子率と残存期間6ヶ月の割引債を市場において98万円で購入し、満期まで保有した場合の利子率、残存期間3ヶ月の割引債を99万円で購入し満期まで保有した場合の利子率を計算して示しなさい

利付債の利子率

n 年後に満期が来る利付き国債の利子率の計算方法を考える

- この国債は、保有期間を通して毎年利子(クーポン) C を受け取り、満期になると額面価格 F で政府が買い戻す
- 投資家は市場価格(流通価格) P で購入する
- 投資家がこの国債を n 年後の満期まで保有すれば、各年の終わりにクーポン C を受け取り、 n 年目の終わりにはクーポン C に加えて、額面 F を受け取る



利付債の利子率

- 利付き国債の利子率は、各年末に受け取るクーポンと額面価格の合計の割引現在価値を現在の債券価格に一致させる割引率として定義される

$$P = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{C}{(1+i)^n} + \frac{F}{(1+i)^n} \quad (2-26)$$

- よって、利付き債の価格の決定は、実物投資の投資と収益の関係と全く同じ考え方で理解することができる
- この関係から市場金利が上昇すると債券価格が低下するという関係を導くことができる
- これらの数値を具体的に計算することは、以下の練習問題2-5で行うが、計算にはPV関数を用いればよい

【練習問題2-5】 提出課題5:20点

- 額面価格が100万円で、クーポンが5万円の10年国債の残存期間が5年であるとする
- 市場金利が、3%、4%、5%、6%、7%であるときの現在価格がどのように異なるのかを計算して示しなさい

【練習問題2-5】

- 練習問題2-5の結果は以下の図2-56に示す通り

	A	B	C	D	E	F
1	練習問題2-5					
2	額面価格=100万円		残存期間5年		クーポン5万円	
3						
4	3%	4%	5%	6%	7%	
5	¥-109	¥-104	¥-100	¥-96	¥-92	

図2-56 練習問題2-5の解

2-7 ローンの返済

ローンの返済

- これまでは資金を投資して運用する際の金利の計算を対象として考えてきた
- 金利の例として、借金(ローン)をした場合の金利の支払いがある
 - 住宅ローン(住宅を購入する際の借金)を1000万円借りた人が、毎年年末に120万2400円ずつ返済している場合に金利が何%になっているかを考える
 - ローンの1年あたりの利子率を i とする

ローンの返済の計算

- 1年後に返却する120万2400円の割引現在価値は,
$$120.24/(1 + i)$$
- 2年後支払う120万2400円の割引現在価値は,
$$120.24/(1 + i)^2$$

ローンの返済の計算

- 以下同様に考えると, このローンの金利は, 以下の関係を満たす割引率に対応することになる

$$1000 = \frac{120.24}{(1+i)} + \frac{120.24}{(1+i)^2} + \frac{120.24}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{120.24}{(1+i)^{10}} \quad (2-27)$$

- この関係を満たす i をExcelを利用して求める為には, IRR関数を用いる
 - － 実物投資に関して説明したのと同様

【Excel】ローンの返済の計算

- 図2-56のようにデータを入力した上で、IRR関数を利用して、 i を求めて見よ
- 結果は図2-57のセルB14に示されている式のようなになる

	A	B	C
1		キャッシュフロー	
2	0	-1000	
3	1	120.24	
4	2	120.24	
5	3	120.24	
6	4	120.24	
7	5	120.24	
8	6	120.24	
9	7	120.24	
10	8	120.24	
11	9	120.24	
12	10	120.24	
13			
14		3.50%	

図2-57 ローン返済作業(1)

複利年賦金表

- こうした計算結果をまとめて一覧表にした，複利年賦金表（図2-58の表に数値が埋められたもの）が用いられる

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		2%	2.50%	3%	3.50%	4%	4.50%	5%	5.50%	6%	6.50%	7%
2	1											
3	2											
4	3											
5	4											
6	5											
7	6											
8	7											
9	8											
10	9											
11	10											
12	11											
13	12											
14	13											
15	14											
16	15											
17	16											
18	17											
19	18											
20	19											
21	20											

図2-58 ローン返済作業(2)

複利年賦金表

- この複利年賦金表には、現在1円借り入れたときに、利子率 i に応じて満期まで每期均等に返済したときの毎期の返済金額が示されている(はず)
 - 上の例に示した、1000万円を借り10年間毎年、120.24万円返済する場合は、
 - 表の n を10として、1000万円に対して、120.24万円であるので、
 - 1円に対しては、0.12024であるので、
 - $n = 10$ の行を横に見ていき、利子率が3.5% (図2-57のセルB14) の場合に、この数値が示されている(はず)

複利年賦金表の計算

- Excelを利用して実際に上記の複利年賦金表に数値を埋めることを考えてみよう
- 現在のローンを L , 毎年の支払金額を A , 固定金利を i とすれば, これらの関係は以下の式によって示される

$$\begin{aligned} L &= \frac{A}{(1+i)} + \frac{A}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{A}{(1+i)^n} \\ &= \frac{A}{(1+i)} \left(1 + \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} \right) \end{aligned} \quad (2-28)$$

複利年賦金表の計算

- この等比級数の和は, 等比級数の和の公式,

$$\begin{aligned} L &= bA + b^2A + \cdots + b^nA \\ &= \frac{b}{1-b} A(1 - b^n) \end{aligned} \quad (2-29)$$

に当てはめると($b = 1/(1+i)$ であるから)

$$\begin{aligned} L &= \frac{\frac{1}{1+i}}{1 - \frac{1}{1+i}} A \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right) \\ &= \frac{A}{i} \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right) \end{aligned} \quad (2-30)$$

- ここで, $L = 1$ として A を求めると,

$$A = \frac{i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}} \quad (2-31)$$

【Excel】 複利年賦金表の計算

- Excelのワーク・シート上で行うためには、まず図2-59のような枠を作成する

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		2%	2.50%	3%	3.50%	4%	4.50%	5%	5.50%	6%	6.50%	7%
2	1											
3	2											
4	3											
5	4											
6	5											
7	6											
8	7											
9	8											
10	9											
11	10											
12	11											
13	12											
14	13											
15	14											
16	15											
17	16											
18	17											
19	18											
20	19											
21	20											

図2-58 ローン返済作業(2)

【Excel】 複利年賦金表の計算

- セルB2に、「 $=B\$1/(1-1/(1+B\$1)^{\$A2})$ 」を入力して計算する
- 表全体にこれをコピーすると、図2-60のように複利年賦金表が完成する

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		2%	2.50%	3%	3.50%	4%	4.50%	5%	5.50%	6%	6.50%	7%
2	1	1.02000	1.02500	1.03000	1.03500	1.04000	1.04500	1.05000	1.05500	1.06000	1.06500	1.07000
3	2	0.51505	0.51883	0.52261	0.52640	0.53020	0.53400	0.53780	0.54162	0.54544	0.54926	0.55309
4	3	0.34675	0.35014	0.35353	0.35693	0.36035	0.36377	0.36721	0.37065	0.37411	0.37758	0.38105
5	4	0.26262	0.26582	0.26903	0.27225	0.27549	0.27874	0.28201	0.28529	0.28859	0.29190	0.29523
6	5	0.21216	0.21525	0.21835	0.22148	0.22463	0.22779	0.23097	0.23418	0.23740	0.24063	0.24389
7	6	0.17853	0.18155	0.18460	0.18767	0.19076	0.19388	0.19702	0.20018	0.20336	0.20657	0.20980
8	7	0.15451	0.15750	0.16051	0.16354	0.16661	0.16970	0.17282	0.17596	0.17914	0.18233	0.18555
9	8	0.13651	0.13947	0.14246	0.14548	0.14853	0.15161	0.15472	0.15786	0.16104	0.16424	0.16747
10	9	0.12252	0.12546	0.12843	0.13145	0.13449	0.13757	0.14069	0.14384	0.14702	0.15024	0.15349
11	10	0.11133	0.11426	0.11723	0.12024	0.12329	0.12638	0.12950	0.13267	0.13587	0.13910	0.14238
12	11	0.10218	0.10511	0.10808	0.11109	0.11415	0.11725	0.12039	0.12357	0.12679	0.13006	0.13336
13	12	0.09456	0.09749	0.10046	0.10348	0.10655	0.10967	0.11283	0.11603	0.11928	0.12257	0.12590
14	13	0.08812	0.09105	0.09403	0.09706	0.10014	0.10328	0.10646	0.10968	0.11296	0.11628	0.11965
15	14	0.08260	0.08554	0.08853	0.09157	0.09467	0.09782	0.10102	0.10428	0.10758	0.11094	0.11434
16	15	0.07783	0.08077	0.08377	0.08683	0.08994	0.09311	0.09634	0.09963	0.10296	0.10635	0.10979
17	16	0.07365	0.07660	0.07961	0.08268	0.08582	0.08902	0.09227	0.09558	0.09895	0.10238	0.10586
18	17	0.06997	0.07293	0.07595	0.07904	0.08220	0.08542	0.08870	0.09204	0.09544	0.09891	0.10243
19	18	0.06670	0.06967	0.07271	0.07582	0.07899	0.08224	0.08555	0.08892	0.09236	0.09585	0.09941
20	19	0.06378	0.06676	0.06981	0.07294	0.07614	0.07941	0.08275	0.08615	0.08962	0.09316	0.09675
21	20	0.06116	0.06415	0.06722	0.07036	0.07358	0.07688	0.08024	0.08368	0.08718	0.09076	0.09439

図2-59 ローン返済作業(3)

【練習問題2-6】 提出課題6:20点

- 各自で複利年賦金表を作成し，Excelファイルとして提出せよ

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		2%	2.50%	3%	3.50%	4%	4.50%	5%	5.50%	6%	6.50%	7%
2	1	1.02000	1.02500	1.03000	1.03500	1.04000	1.04500	1.05000	1.05500	1.06000	1.06500	1.07000
3	2	0.51505	0.51883	0.52261	0.52640	0.53020	0.53400	0.53780	0.54162	0.54544	0.54926	0.55309
4	3	0.34675	0.35014	0.35353	0.35693	0.36035	0.36377	0.36721	0.37065	0.37411	0.37758	0.38105
5	4	0.26262	0.26582	0.26903	0.27225	0.27549	0.27874	0.28201	0.28529	0.28859	0.29190	0.29523
6	5	0.21216	0.21525	0.21835	0.22148	0.22463	0.22779	0.23097	0.23418	0.23740	0.24063	0.24389
7	6	0.17853	0.18155	0.18460	0.18767	0.19076	0.19388	0.19702	0.20018	0.20336	0.20657	0.20980
8	7	0.15451	0.15750	0.16051	0.16354	0.16661	0.16970	0.17282	0.17596	0.17914	0.18233	0.18555
9	8	0.13651	0.13947	0.14246	0.14548	0.14853	0.15161	0.15472	0.15786	0.16104	0.16424	0.16747
10	9	0.12252	0.12546	0.12843	0.13145	0.13449	0.13757	0.14069	0.14384	0.14702	0.15024	0.15349
11	10	0.11133	0.11426	0.11723	0.12024	0.12329	0.12638	0.12950	0.13267	0.13587	0.13910	0.14238
12	11	0.10218	0.10511	0.10808	0.11109	0.11415	0.11725	0.12039	0.12357	0.12679	0.13006	0.13336
13	12	0.09456	0.09749	0.10046	0.10348	0.10655	0.10967	0.11283	0.11603	0.11928	0.12257	0.12590
14	13	0.08812	0.09105	0.09403	0.09706	0.10014	0.10328	0.10646	0.10968	0.11296	0.11628	0.11965
15	14	0.08260	0.08554	0.08853	0.09157	0.09467	0.09782	0.10102	0.10428	0.10758	0.11094	0.11434
16	15	0.07783	0.08077	0.08377	0.08683	0.08994	0.09311	0.09634	0.09963	0.10296	0.10635	0.10979
17	16	0.07365	0.07660	0.07961	0.08268	0.08582	0.08902	0.09227	0.09558	0.09895	0.10238	0.10586
18	17	0.06997	0.07293	0.07595	0.07904	0.08220	0.08542	0.08870	0.09204	0.09544	0.09891	0.10243
19	18	0.06670	0.06967	0.07271	0.07582	0.07899	0.08224	0.08555	0.08892	0.09236	0.09585	0.09941
20	19	0.06378	0.06676	0.06981	0.07294	0.07614	0.07941	0.08275	0.08615	0.08962	0.09316	0.09675
21	20	0.06116	0.06415	0.06722	0.07036	0.07358	0.07688	0.08024	0.08368	0.08718	0.09076	0.09439

図2-59 ローン返済作業(3)

【練習問題2-7】 提出課題7:30点

- これまでに考えた複利年賦金表は、年単位の返済を前提としている。現実の住宅ローンのように月単位の返済を考える際には、計算式がどのように変更され、具体的な計算結果はどのようになるのかを示せ

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	月	2.0%	2.5%	3.0%	3.5%	4.0%	4.5%	5.0%	5.5%	6.0%	6.5%	7.0%
2	1	1.001667	1.002083	1.0025	1.002917	1.003333	1.00375	1.004167	1.004583	1.005	1.005417	1.005833
3	2	0.50125	0.501563	0.501876	0.502189	0.502501	0.502814	0.503127	0.50344	0.503753	0.504066	0.504379
4	3	0.334445	0.334723	0.335001	0.33528	0.335558	0.335836	0.336115	0.336394	0.336672	0.336951	0.33723
5	4	0.251043	0.251303	0.251564	0.251826	0.252087	0.252348	0.25261	0.252871	0.253133	0.253395	0.253656
6	5	0.201001	0.201252	0.201502	0.201753	0.202004	0.202256	0.202507	0.202758	0.20301	0.203262	0.203514
7	6	0.16764	0.167884	0.168128	0.168372	0.168617	0.168861	0.169106	0.16935	0.169595	0.169841	0.170086
8	7	0.143811	0.14405	0.144289	0.144529	0.144768	0.145008	0.145248	0.145488	0.145729	0.145969	0.14621
9	8	0.125939	0.126175	0.12641	0.126646	0.126882	0.127119	0.127355	0.127592	0.127829	0.128066	0.128304
10	9	0.112039	0.112272	0.112505	0.112738	0.112971	0.113205	0.113439	0.113673	0.113907	0.114142	0.114377
11	10	0.100919	0.101149	0.10138	0.101611	0.101842	0.102074	0.102306	0.102538	0.102771	0.103003	0.103236
12	11	0.091821	0.092049	0.092278	0.092508	0.092737	0.092967	0.093198	0.093428	0.093659	0.09389	0.094122
13	12	0.084239	0.084466	0.084694	0.084922	0.08515	0.085379	0.085607	0.085837	0.086066	0.086296	0.086527
14	13	0.077824	0.07805	0.078276	0.078503	0.07873	0.078957	0.079185	0.079414	0.079642	0.079871	0.080101
15	14	0.072325	0.07255	0.072775	0.073001	0.073227	0.073454	0.073681	0.073908	0.074136	0.074364	0.074593
16	15	0.067559	0.067783	0.068008	0.068233	0.068458	0.068684	0.06891	0.069137	0.069364	0.069592	0.06982
17	16	0.063389	0.063613	0.063836	0.064061	0.064286	0.064511	0.064737	0.064963	0.065189	0.065416	0.065644
18	17	0.05971	0.059933	0.060156	0.06038	0.060604	0.060829	0.061054	0.06128	0.061506	0.061732	0.06196
19	18	0.056439	0.056662	0.056884	0.057108	0.057331	0.057556	0.057781	0.058006	0.058232	0.058458	0.058685
20	19	0.053513	0.053735	0.053957	0.05418	0.054403	0.054627	0.054852	0.055077	0.055303	0.055529	0.055755
21	20	0.05088	0.051101	0.051323	0.051545	0.051768	0.051992	0.052216	0.052441	0.052666	0.052892	0.053119

図2-60 練習問題2-7の解の一部