

# 2023 集训队选拔赛个人题解

Kenshin2438

2023 年 3 月 13 日

出于习惯，写个题解（或者叫验题报告）

## 目录

1	干饭协会的入场券 🎫	2
2	干饭协会的副本侠 😊	2
3	干饭协会的双子牌 🃏	2
4	干饭协会的彩虹猫 🐱	3
5	干饭协会的扮装节 🧑	3
6	干饭协会的招聘书 📄	3
7	干饭协会的捏脸师 🧑	3
8	干饭协会的排队论 📖	3
9	干饭协会的整向量 📏	4
10	干饭协会的欢乐树 🌳	4
11	干饭协会的签到题 📝	4
12	干饭协会的金币树 🌳	4
13	干饭协会的金手帕 🧤	4
14	干饭协会的魔法棒 ✨	4

## 1 干饭协会的入场券 📄

使用 `std::STL` 容器之前，你应该熟悉它们各种操作的复杂度。

将每个  $a_i$  都分解，相同素数的指数相加得到  $n$  的分解，最后计算答案。

## 2 干饭协会的副本侠 🤖

显然，某一时刻的状态可以通过剩余怪兽的数目和当下使用的技能来确定。由题意可知，该随机过程为马尔可夫过程，即怪兽数目“未来”的状态只取决于“当前”而无关“过去”。

用数对  $(\text{number}, \text{option})$  记录状态，事件 A 表示使用 1 技能击杀怪兽，事件 B 表示使用 2 技能击杀怪兽，画出其一步转移的状态机如图1。

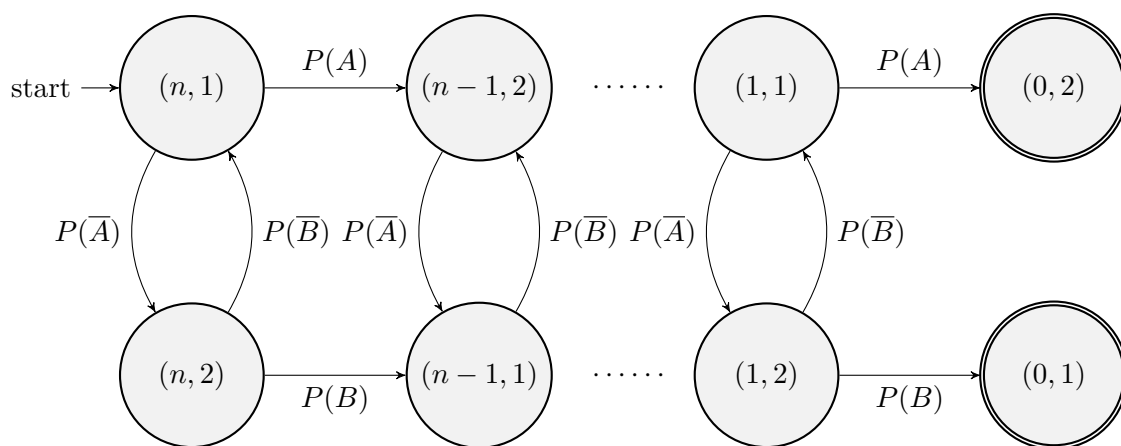


图 1: 一步状态转移过程，假定技能 1 的击杀概率不小于技能 2

---

```
const function<pair<mint, mint> (int)> E = [&](int n) {
    if (n == 0) return make_pair(mint(0), mint(0));
    const auto &nE1, nE2 = E(n - 1);
    // E1 = p1 * nE2 + (1 - p1) * E2 + n
    // E2 = p2 * nE1 + (1 - p2) * E1 + n
    return make_pair(
        ((p2 * nE1 + n) * (p1 - 1) - (p1 * nE2 + n)) / ((p2 - 1) * (p1 - 1) - 1),
        ((p1 * nE2 + n) * (p2 - 1) - (p2 * nE1 + n)) / ((p1 - 1) * (p2 - 1) - 1)
    );
};
```

---

## 3 干饭协会的双子牌 🃏

DP 建议：定义清楚状态再写方程。

同[ABC291 D - Flip Cards](#)，官方题解。

## 4 干饭协会的彩虹猫 🐱

简单思维。

## 5 干饭协会的扮装节 🧑

最短路。Floyd 注意枚举中间点是最外面一层循环。

## 6 干饭协会的招聘书 📄

典中典的背包问题。注意背包容量大小设置应该不小于  $m + \max f_i$ ，或者中间做特殊处理。

## 7 干饭协会的捏脸师 🧑

“顾客想把自己的脸型  $u$  捏成脸型  $v$ ”，意味着捏出  $v$  就能免费获得  $u$ 。于是，我们对题目的建图，连接从  $v$  到  $u$  的单向边。图中的强连通分量则意味着，只要获得其中任意一个脸谱就能得到该强连通分量的全部脸谱。强连通分量缩点后，在新图中，没有入度的点意味着必须通过购买获得。

**小细节：**可能出现某张脸谱没有任何人想要，在图中表现为单个的点构成的强连通分量。

## 8 干饭协会的排队论 📄

没有考虑到单调栈这种想法，思维还是受限了。本题的做法应该至少有如下两种：

### 二分 + 区间最值查询

本质上就是题意，只是在处理方式上使用了性能优秀的数据结构。如果是线段数维护，还可在线段树上二分（优化  $\log$ ）。

### 对询问离线

离线的思想就是，存下所有的询问后，按照最优的顺序而非按照询问的顺序来回答问题。很难说离线有什么定式，诸君还是要自己把握。

还记得我们没考虑的单调栈吗？这种思路很可能源于——只看比当前高度大的就能减少搜索规模（实际并不能）。不妨我们更进一步——如果队伍中所有点都满足  $a[j] > a[pos] + k$  就好了。

对于询问， $a[pos] + k$  是固定的，后面称之为  $lim$ 。我们只要将  $a$  数组中大于  $lim$  的点加入一个 `std::set`，在其中使用 `lower_bound` 查询答案。看似更劣了啊，但是不必按询问的顺序。如果  $lim_1 > lim_2$ ，那么满足  $a[i] > lim_1$  的也一定满足  $a[i] > lim_2$ 。将询问按  $lim$  降序排列，则  $a$  数组中的每一个点都至多加入一次集合。认为  $n, q$  同级，时间复杂度为  $O(n \log(n))$ 。

提供一份参考代码

## 9 干饭协会的整向量

分类讨论要细致。二元一次方程组，存在无解、多解、唯一解 3 种情况。

P5656 【模板】二元一次不定方程 (exgcd)

## 10 干饭协会的欢乐树

DFS 序，把子树映射到一段连续区间（时间标号）。注意到，DFS 到某点  $u$  后会将其子树遍历完全。那么，第一次遇到  $u$  的时间戳和遍历完子树后重新回到  $u$  的时间戳之间的时间标号则代表了子树。

于是，对于子树的操作变成了区间操作。

## 11 干饭协会的签到题

思维题。

## 12 干饭协会的金币树

有启发式合并的味道，虽然没有和我一样想法的通过代码。

## 13 干饭协会的金手帕

倍增裸题。

## 14 干饭协会的魔法棒

线段数维护 DP。