

グラフ理論とネットワーク

演習 第3回

三好

今日のテーマ

SPT, MST を見つけるプログラムを作成する.

課題 3-1

network1.txt, 及び network2.txt にて表現される重み付きグラフ（ネットワーク）に対し, キーボードから入力した2点間の最短経路と最短距離を表示するプログラムをダイクストラ法により実現せよ.

課題作成のポイント:

- (1) SPT の求め方は先週講義したとおりである. 講義を欠席した者は S☆gsot を利用して再度学修せよ.
- (2) 辺の情報は, 隣接行列 `adjacent[][]` と距離行列 `dist[][]` として記憶すること. また, 第1回演習で作成した2次元ポインタとして定義すること.
- (3) 重み付きグラフを示すファイルは, 以下のように記述されている.

network1.txt

```
10
0 2 21.942498
0 3 62.564470
0 4 42.879482
0 6 78.721741
0 7 28.512394
0 8 46.957611
1 8 15.069067
2 3 42.982809
2 4 36.350271
.
.
(以下略)
```

1 行目: 点の数

2 行目～最終行: 辺情報

1, 2 列: 両端の点番号

3 列: 重み (辺の長さ)

MST について

全域木の全長は, 木に含まれる辺の重みをすべて足した値, すなわち

$$L(T) = \sum_{w_k \in T} w_k$$

により算出される. 全域木の中で全長が最も短いものは, 最小全域木 (Minimum Spanning Tree) と呼ばれる. 一方, 全域木の個数は点の数 $n=|V|$ の指数関数オーダーとなるため, 全探索により最小全域木を求めるのは非効率的である.

幸い, 最小全域木を求める $O(n^2)$ 以下のアルゴリズムが Kruskal や Prim によって発見されている. これらのアルゴリズムを以下に記す.

● Kruskal 法

- (1) 重み付きグラフ $G=(V, E, W)$ の辺を, 重みの小さい順に並べる. 便宜上,
 $w(e_0) \leq w(e_1) \leq \cdots \leq w(e_{m-1}), m=|E|$
 とする. $T=\phi$ とする.
- (2) for ($i=0; i<m; i++$)
 $T \cup \{e_i\}$ が閉路を含まなければ $T=T \cup \{e_i\}$ とする.

● Prim 法

- (1) 任意の点 s を一つ選び, 始点とする. $U=\{s\}, T=\phi$ とする.
- (2) $U=V$ となるまで以下の処理を繰り返す.
 (2-1) カットセット $C(U, V-U)$ に含まれる最小重みの辺 e を求める.
 (2-2) $T=T \cup \{e\}$ とし, e の端点で $V-U$ に含まれる点 w に対して $U=U \cup \{w\}$ とする.
 $C(U, V-U)$: U に属する点と $V-U$ に属する点を接続する辺の集合

課題 3-2

network1.txt, 及び network2.txt にて表現される重み付きグラフ (ネットワーク) に対し, Prim 法を用いて MST を求めるプログラムを実現せよ. 出力として, MST に含まれる辺の情報 (両端の点番号) を画面表示すること.

(1) 辺の情報は, 隣接行列 $adjacent[][]$ と距離行列 $dist[][]$ として記憶すること. また, 第 1 回演習で作成した 2 次元ポインタとして定義すること.

(2) Prim 法を用いること.

重み付きグラフは以下のとおりである.

network1.txt

```
10
0 2 21.942498
0 3 62.564470
0 4 42.879482
0 6 78.721741
0 7 28.512394
0 8 46.957611
1 8 15.069067
2 3 42.982809
2 4 36.350271
2 8 25.025651
3 9 63.785757
4 5 61.843330
4 6 39.429860
4 7 43.133590
5 9 81.684307
```

network2.txt

```
15
0 7 28.512394
0 12 8.644942
0 13 25.922042
0 14 9.598442
1 3 21.329565
1 9 85.040951
2 3 42.982809
2 10 76.725987
3 8 26.774028
3 11 14.200238
4 6 39.429860
4 13 49.509063
5 6 48.523247
5 7 51.701862
7 13 8.597771
8 11 19.956347
8 12 54.883648
9 13 104.416735
12 14 16.248631
13 14 35.506028
```