Rectificación de un par estéreo

Implementación del algoritmo de Loop & Zhang

Antonio Álvarez Caballero, Alejandro García Montoro

Universidad de Granada

7 de febrero de 2016

Contenidos

Descripción del problema

Descripción del problema

- Rectificación: Aplicar homografías a par estéreo para que las líneas epipolares queden horizontales y paralelas.

Descripción del problema

- Rectificación: Aplicar homografías a par estéreo para que las líneas epipolares queden horizontales y paralelas.
- Búsqueda de correspondencias eficiente: Sólo buscamos en una fila horizontal de píxeles.

Descripción del problema

- Rectificación: Aplicar homografías a par estéreo para que las líneas epipolares queden horizontales y paralelas.
- Búsqueda de correspondencias eficiente: Sólo buscamos en una fila horizontal de píxeles.
- Mapas de disparidad, reconstrucción de profundidad.

Descripción del problema

- Rectificación: Aplicar homografías a par estéreo para que las líneas epipolares queden horizontales y paralelas.
- Búsqueda de correspondencias eficiente: Sólo buscamos en una fila horizontal de píxeles.
- Mapas de disparidad, reconstrucción de profundidad.
- El método propuesto por *Loop & Zhang* no precisa de un sistema de cámaras calibrado.

Descripción del problema

- Rectificación: Aplicar homografías a par estéreo para que las líneas epipolares queden horizontales y paralelas.
- Búsqueda de correspondencias eficiente: Sólo buscamos en una fila horizontal de píxeles.
- Mapas de disparidad, reconstrucción de profundidad.
- El método propuesto por *Loop & Zhang* no precisa de un sistema de cámaras calibrado.
- Minimizar la distorsión.

Detalles de la implementación

Detalles de la implementación

Descomposición de las homografías en transformaciones sencillas.
Suponiendo que conocemos la geometría epipolar, calculamos

$$H = H_s H_r H_p = \begin{pmatrix} u_a & u_b & u_c \\ v_a & v_b & v_c \\ w_a & w_b & w_c \end{pmatrix}$$

Detalles de la implementación

Descomposición de las homografías en transformaciones sencillas. Suponiendo que conocemos la geometría epipolar, calculamos

$$H = H_s H_r H_p = \begin{pmatrix} u_a & u_b & u_c \\ v_a & v_b & v_c \\ w_a & w_b & w_c \end{pmatrix}$$

1. H_p: Transformación proyectiva —tan afín como sea posible—.

Detalles de la implementación

Descomposición de las homografías en transformaciones sencillas.
Suponiendo que conocemos la geometría epipolar, calculamos

$$H = H_s H_r H_p = \begin{pmatrix} u_a & u_b & u_c \\ v_a & v_b & v_c \\ w_a & w_b & w_c \end{pmatrix}$$

1. H_p: Transformación proyectiva —tan afín como sea posible—.
2. H_r: Tranformación de semejanza.

Detalles de la implementación

Descomposición de las homografías en transformaciones sencillas. Suponiendo que conocemos la geometría epipolar, calculamos

$$H = H_s H_r H_p = \begin{pmatrix} u_a & u_b & u_c \\ v_a & v_b & v_c \\ w_a & w_b & w_c \end{pmatrix}$$

1. H_p: Transformación proyectiva —tan afín como sea posible—.
2. H_r: Tranformación de semejanza.
3. H_s: Transformación de cizalla —reduce distorsiones—.

Transformación proyectiva

Transformación proyectiva

Criterio de minimización

Un punto $p_i = [p_{i,u}, p_{i,v}, 1]$ se transforma por $H_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ w_a & w_b & 1 \end{pmatrix}$ en $[\frac{p_{i,u}}{\omega_i}, \frac{p_{i,v}}{\omega_i}, 1]$, donde los pesos son $\omega_i = [w_a, w_b, 1]p_i$.

Transformación proyectiva

Criterio de minimización

Un punto $p_i = [p_{i,u}, p_{i,v}, 1]$ se transforma por $H_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ w_a & w_b & 1 \end{pmatrix}$ en $[\frac{p_{i,u}}{\omega_i}, \frac{p_{i,v}}{\omega_i}, 1]$, donde los pesos son $\omega_i = [w_a, w_b, 1]p_i$.

Criterio de minimización

Si todos los pesos son idénticos, la transformación es afín.

Transformación proyectiva

Criterio de minimización

El problema se reduce a minimizar la siguiente expresión:

$$\frac{z^T A z}{z^T B z} + \frac{z^T A' z}{z^T B' z} \tag{1}$$

donde las matrices A, B y sus homólogas con primas son conocidas y el vector $z = [\lambda, 1, 0]$ depende de un único parámetro λ y es tal que

$$w = [e]_\times z$$
$$w' = Fz$$

Transformación proyectiva

Primera aproximación a la raíz

Maximizar por separado el inverso de cada sumando y tomar la media de sus normalizados.

$$z = \frac{1}{2}\left(\frac{z_1}{\|z_1\|} + \frac{z_2}{\|z_2\|}\right)$$

Para cada sumando:

Transformación proyectiva

Primera aproximación a la raíz

Maximizar por separado el inverso de cada sumando y tomar la media de sus normalizados.

$$z = \frac{1}{2}\left(\frac{z_1}{\|z_1\|} + \frac{z_2}{\|z_2\|}\right)$$

Para cada sumando:

- Descomposición de Cholesky: $A = D^T D$.

Transformación proyectiva

Primera aproximación a la raíz

Maximizar por separado el inverso de cada sumando y tomar la media de sus normalizados.

$$z = \frac{1}{2}\left(\frac{z_1}{\|z_1\|} + \frac{z_2}{\|z_2\|}\right)$$

Para cada sumando:

- Descomposición de Cholesky: $A = D^T D$.
- Encontrar el vector propio y asociado al mayor valor propio de $(D^{-1})^T B D^{-1}$.

Transformación proyectiva

Primera aproximación a la raíz

Maximizar por separado el inverso de cada sumando y tomar la media de sus normalizados.

$$z = \frac{1}{2}\left(\frac{z_1}{\|z_1\|} + \frac{z_2}{\|z_2\|}\right)$$

Para cada sumando:

- Descomposición de Cholesky: $A = D^T D$.
- Encontrar el vector propio y asociado al mayor valor propio de $(D^{-1})^T B D^{-1}$.
- Tomar $z_i = D^{-1} y$.

Transformación proyectiva

Optimización de la raíz con Newton-Raphson

Problema

La anterior aproximación no anula la derivada de

$$\frac{z^T A z}{z^T B z} + \frac{z^T A' z}{z^T B' z}$$

Transformación proyectiva

Optimización de la raíz con Newton-Raphson

Problema

La anterior aproximación no anula la derivada de

$$\frac{z^T A z}{z^T B z} + \frac{z^T A' z}{z^T B' z}$$

¡No es el mínimo!

Transformación proyectiva

Optimización de la raíz con Newton-Raphson

Problema

La anterior aproximación no anula la derivada de

$$\frac{z^T A z}{z^T B z} + \frac{z^T A' z}{z^T B' z}$$

¡No es el mínimo!

Solución: tomar z como primera aproximación y optimizarla con el método de Newton-Raphson.

Transformación proyectiva

Construcción de la proyección

Una vez calculado z, reconstruimos las líneas w y w':

$$\begin{aligned} w &= [e]_\times z \\ w' &= Fz \end{aligned}$$

y reconstruimos las matrices

$$H_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ w_a & w_b & 1 \end{pmatrix} \quad H'_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ w'_a & w'_b & 1 \end{pmatrix}$$

Transformación de semejanza

Transformación de semejanza

Las matrices H_r y H'_r pueden escribirse como

$$H_r = \begin{pmatrix} F_{32} - w_b F_{33} & w_a F_{33} - F_{31} & 0 \\ F_{31} - w_a F_{33} & F_{32} - w_b F_{33} & F_{33} + v'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H'_r = \begin{pmatrix} w'_b F_{33} - F_{23} & F_{13} - w'_a F_{33} & 0 \\ w'_a F_{33} - F_{13} & w'_b F_{33} - F_{23} & v'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Transformación de semejanza

Las matrices H_r y H'_r pueden escribirse como

$$H_r = \begin{pmatrix} F_{32} - w_b F_{33} & w_a F_{33} - F_{31} & 0 \\ F_{31} - w_a F_{33} & F_{32} - w_b F_{33} & F_{33} + v'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H'_r = \begin{pmatrix} w'_b F_{33} - F_{23} & F_{13} - w'_a F_{33} & 0 \\ w'_a F_{33} - F_{13} & w'_b F_{33} - F_{23} & v'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

¡Sólo desconocemos v'_c!

Transformación de semejanza

Las matrices H_r y H'_r pueden escribirse como

$$H_r = \begin{pmatrix} F_{32} - w_b F_{33} & w_a F_{33} - F_{31} & 0 \\ F_{31} - w_a F_{33} & F_{32} - w_b F_{33} & F_{33} + v'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H'_r = \begin{pmatrix} w'_b F_{33} - F_{23} & F_{13} - w'_a F_{33} & 0 \\ w'_a F_{33} - F_{13} & w'_b F_{33} - F_{23} & v'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

¡Sólo desconocemos v'_c! $\implies$ Basta tomar un valor que deje la menor coordenada vertical de ambas imágenes igual a cero.

Transformación de cizalla

Transformación de cizalla

Reducción de distorsión

Problema

La distorsión introducida por H_p se puede reducir —pero no eliminar, ya que H_p es en general una transformación proyectiva— gracias a la independencia de las líneas u y u'.

Transformación de cizalla

Reducción de distorsión

Problema

La distorsión introducida por H_p se puede reducir —pero no eliminar, ya que H_p es en general una transformación proyectiva— gracias a la independencia de las líneas u y u'.

Solución

Intentar mantener la perpendicularidad y la proporción de las líneas que unen los puntos medios de los lados.

Transformación de cizalla

Reducción de distorsión

Si definimos $S = \begin{pmatrix} a & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $x = \hat{b} - \hat{d}$ e $y = \hat{c} - \hat{a}$, donde $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ y $\hat{d}$ son los puntos medios proyectados por $H_r H_p$, entonces:

Transformación de cizalla

Reducción de distorsión

Si definimos $S = \begin{pmatrix} a & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $x = \hat{b} - \hat{d}$ e $y = \hat{c} - \hat{a}$, donde $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ y $\hat{d}$ son los puntos medios proyectados por $H_r H_p$, entonces:

- La perpendicularidad se mantiene si $(Sx)^T(Sy) = 0$

Transformación de cizalla

Reducción de distorsión

Si definimos $S = \begin{pmatrix} a & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $x = \hat{b} - \hat{d}$ e $y = \hat{c} - \hat{a}$, donde $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ y $\hat{d}$ son los puntos medios proyectados por $H_r H_p$, entonces:

- La perpendicularidad se mantiene si $(Sx)^T(Sy) = 0$
- La proporción se mantiene si $\frac{(Sx)^T(Sx)}{(Sy)^T(Sy)} - \frac{w^2}{h^2} = 0$

Transformación de cizalla

Escalado y traslación

Primer ítem Descripción 1

Transformación de cizalla

Escalado y traslación

Primer ítem Descripción 1

Segundo ítem Descripción 2

Transformación de cizalla

Escalado y traslación

- **Primer ítem** Descripción 1
- **Segundo ítem** Descripción 2
- **Tercer ítem** Descripción 3

Pruebas y valoración de resultados

Pruebas y valoración de resultados

Prueba 1

Pruebas y valoración de resultados

Prueba 2

Pruebas y valoración de resultados

Prueba 3

Conclusiones

Conclusiones

Algo?

Preguntas?