

$$19) p \cdot q = 2p_1q_1 + p_2q_2$$

a, b

(R)

p, r

(R<sup>2</sup>)

$$\begin{aligned}(ap + br) \cdot q &= 2(a \cdot p_1 + br_1) \cdot q_1 + (a \cdot p_2 + br_2) \cdot q_2 \\&= 2 \cdot a \cdot p_1 \cdot q_1 + 2 \cdot b \cdot r_1 \cdot q_1 + a \cdot p_2 \cdot q_2 + b \cdot r_2 \cdot q_2 \\&= a(2 \cdot p_1 \cdot q_1 + p_2 \cdot q_2) + b(2 \cdot r_1 \cdot q_1 + r_2 \cdot q_2) \\&= a(p \cdot q) + b(r \cdot q)\end{aligned}$$

$$p \cdot p \geq 0$$

$$p \cdot p = 2p_1 \cdot p_1 + p_2 \cdot p_2 = 2p_1^2 + p_2^2$$

$$\underline{2p_1^2 + p_2^2 \geq 0}$$