

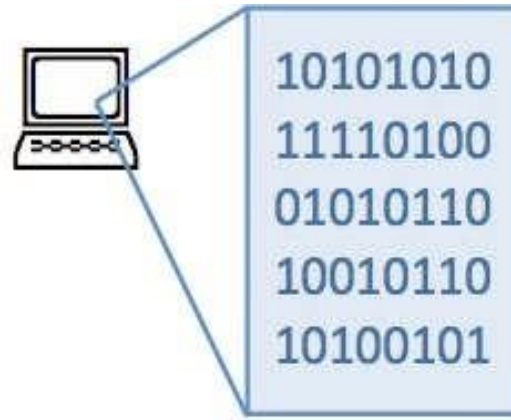


BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİNE GİRİŞ

DERS 3
Sayı Sistemleri

Sayı Sistemleri

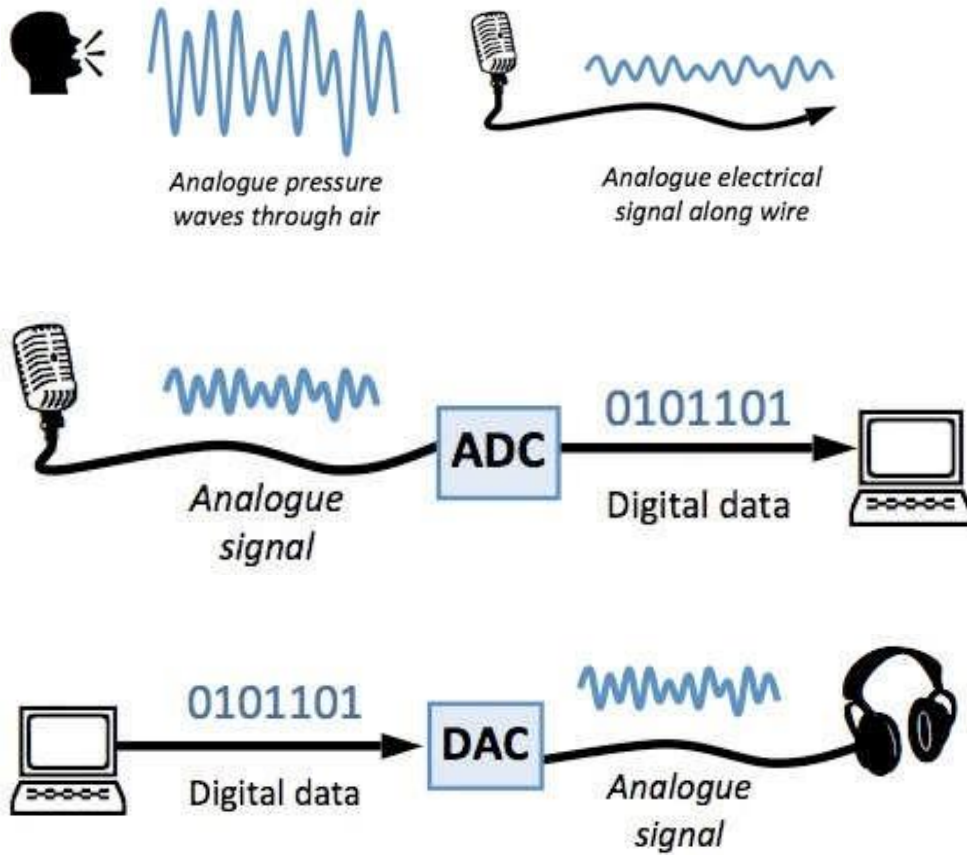
- ▶ Onluk, İkilik, Sekizlik ve Onaltılık sistemler
- ▶ Dönüşümler
- ▶ Tümlleyen aritmetiği



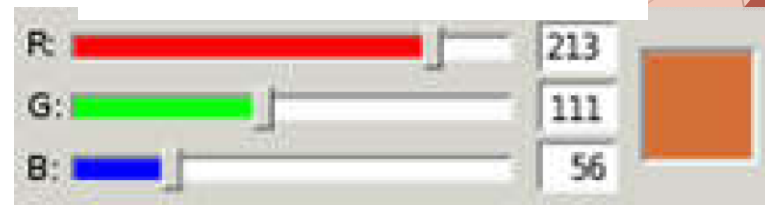
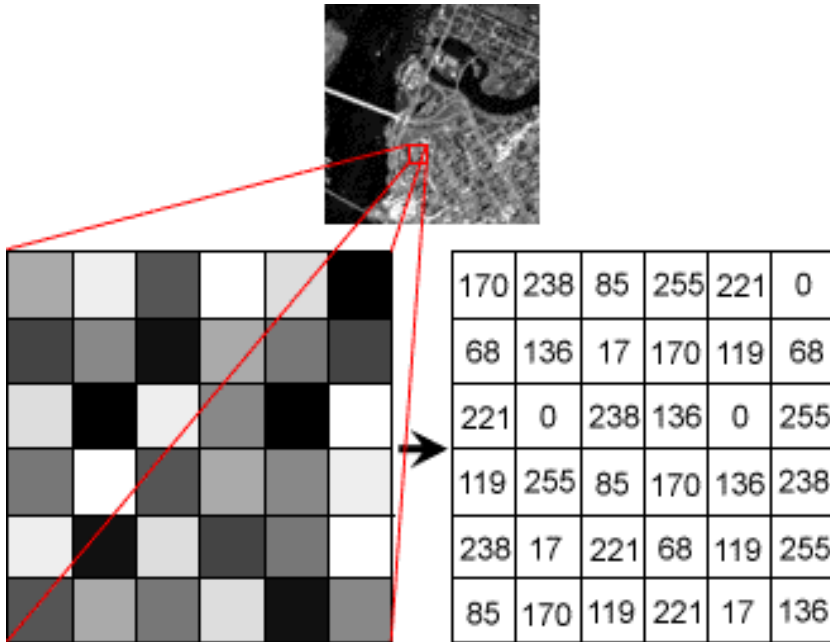
Giriş

- ▶ Bilgisayar dış dünyadan verileri sayılar aracılığı ile kabul eder.
- ▶ Günümüz teknolojisinde bu işlem ikilik sayı sistemin ile gerçekleştirilir.
- ▶ İkilik sayı sistemindeki sayılarda 0 ve 1 olmak üzere iki farklı değerden oluştuğu için bilgisayar donanımında iki farklı gerilim seviyesi kullanılarak temsil edilir.
- ▶ İkilik sayı sisteminin yanında, sekizlik ve onaltılık gibi sayı sistemleri de bilgisayar ortamında birçok ara işlemlerde kullanılmaktadır.

Sayısal verilere örnekler



Sayısal verilere örnekler



Sayı sistemleri

- ▶ Genel olarak bir S sayı sisteminin ifadesi:

- ▶ $523 = 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$

$$S = d_n R^n + d_{n-1} R^{n-1} + \dots + d_2 R^2 + d_1 R^1 + d_0 R^0$$

- ▶ Burada rakamlar d, taban R ile gösterilir.
- ▶ Virgülden sonrasını ifade etmek için

$$S = d_n R^n + d_{n-1} R^{n-1} + \dots + d_2 R^2 + d_1 R^1 + d_0 R^0, d_1 R^{-1} + d_2 R^{-2} + d_3 R^{-3} + \dots$$

Sayı sistemleri



Onluk (Decimal) sistem

► Genel ifade:

$$Decimal = d_n 10^n + \dots + d_3 10^3 + d_2 10^2 + d_1 10^1 + d_0 10^0, d_{-1} 10^{-1} + d_{-2} 10^{-2} + d_{-3} 10^{-3} + \dots$$

► digit: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

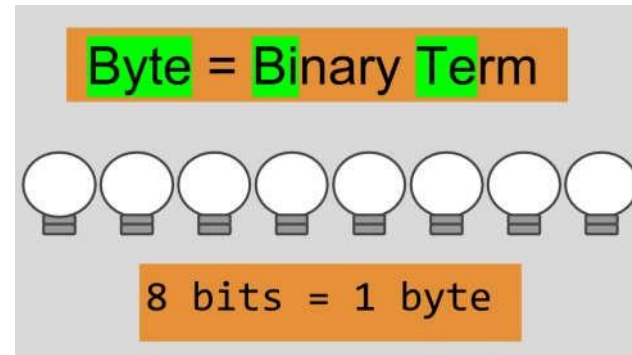
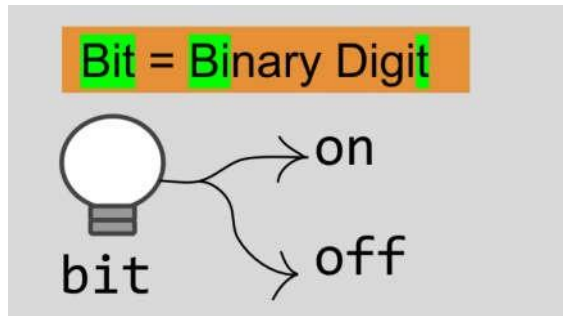
Örnek: 2016,2017

$$2016,2017 = 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 6 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 0 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3} + 7 \times 10^{-4}$$

İkili (Binary) sayı sistemi

Genel ifade:

$$\text{Binary} = d_n 2^n + \dots + d_3 2^3 + d_2 2^2 + d_1 2^1 + d_0 2^0, \\ d_{-1} 2^{-1} + d_{-2} 2^{-2} + d_{-2} 2^{-3} + \dots$$



İkili (Binary) sayı sistemi

Sayıların iki tabanında sunumu	
10 tabanı	2 tabanı
0	00000000
1	00000001
2	00000010
3	00000011
4	00000100
5	00000101
...	...
65	01000001
66	01000010
67	01000011
...	...
254	11111110
255	11111111

10111010

MSB
En anlamlı bit
(Most
Significant Bit)

LSB
En anlamsız bit
(Least
Significant Bit)

İkili (Binary) sayı sistemi

Binary → Decimal

İkilik sistemden onluk sisteme dönüşüm

Örnek:

$$(1001)_2 = ?$$

$$\begin{aligned}(1001)_2 &= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 8 + 1 \\ &= 9\end{aligned}$$

Örnek:

$$\begin{aligned}(10110101)_2 &= ? \\ (10110101)_2 &= 1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 128 + 32 + 16 + 4 + 1 \\ &= 181\end{aligned}$$

İkili (Binary) sayı sistemi

Binary → Decimal

İkilik sistemden onluk sisteme dönüşüm

Örnek: 8 bit ile ifade edilebilecek en büyük sayı nedir?

$$\begin{aligned}(11111111)_2 &= 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 \\ &= 255\end{aligned}$$

İkili (Binary) sayı sistemi

Binary → Decimal

İkilik sistemden onluk sisteme dönüşüm

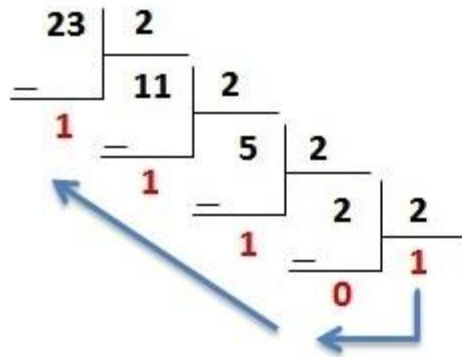
Örnek: $(101.101)_2 = (?)_{10}$

$$\begin{aligned}(101.101)_2 &= 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= 4 + 1 + 1/2 + 1/8 \\ &= 5.75\end{aligned}$$

İkili (Binary) sayı sistemi

Decimal → Binary

Onluk sistemden ikilik sisteme dönüşüm



$$23 = 2^4 + 2^2 + 2^1 + 2^0$$

$$23 = (10111)_2$$

$$X_2 = (10111)_2$$

İkili (Binary) sayı sistemi

Decimal → Binary

Onluk sistemden ikilik sisteme dönüşüm

Örnek:

$$(155)_{10} = (?)_2$$

<u>İşlem</u>	<u>Bölüm</u>	<u>Kalan</u>
155 / 2	77	1
77 / 2	38	1
38 / 2	19	0
19 / 2	9	1
9 / 2	4	1
4 / 2	2	0
2 / 2	1	0
1	→	1

LSB

(10011011)₂

MSB

İkili (Binary) sayı sistemi

Decimal → Binary

Onluk sistemden ikilik sisteme dönüşüm

İşlem	Bölüm	Kalan
7 / 2	3	1
3 / 2	1	1
1	→	1



Örnek: $(7.625)_{10} = (?)_2$

İşlem	Çarpım	Tam kısım
$0.625 \times 2 = 1.25$	1	
$0.25 \times 2 = 0.50$	0	
$0.50 \times 2 = 1.0$	1	



MSB

LSB

$(111.101)_2$

İkili (Binary) sayı sistemi

Decimal → Binary

Onluk sistemden ikilik sisteme dönüşüm

Örnek: $(0.85)_{10} = (?)_2$

İşlem	Çarpım	Tam kısım
$0.85 \times 2 = 1.70$		1
$0.70 \times 2 = 1.40$		1
$0.40 \times 2 = 0.80$		0
$0.80 \times 2 = 1.60$		1
$0.60 \times 2 = 1.20$		1



$$(0.85)_{10} = (11011)_2$$

İşlemler devam ettirilebilir.

İkili (Binary) sayı sistemi

Toplama:

$$\begin{array}{r} 101 \\ + 11 \\ \hline 1000 \end{array}$$

Çıkarma:

$$\begin{array}{r} 101 \\ - 11 \\ \hline 010 \end{array}$$

İkili (Binary) sayı sistemi

Çarpma

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 11 \\ \hline 101 \\ +101 \\ \hline 1111 \end{array}$$

Bölme

$$\begin{array}{r|l} 1010 & 11 \\ - 11 & 11 \\ \hline 0100 & \\ - 11 & \\ \hline 001 & \end{array}$$

Sekizli (Octal) Sayı Sistemi

$$D = d_n 8^n + \dots + d_3 8^3 + d_2 8^2 + d_1 8^1 + d_0 8^0, d_{-1} 8^{-1} + d_{-2} 8^{-2} + d_{-3} 8^{-3} + \dots$$

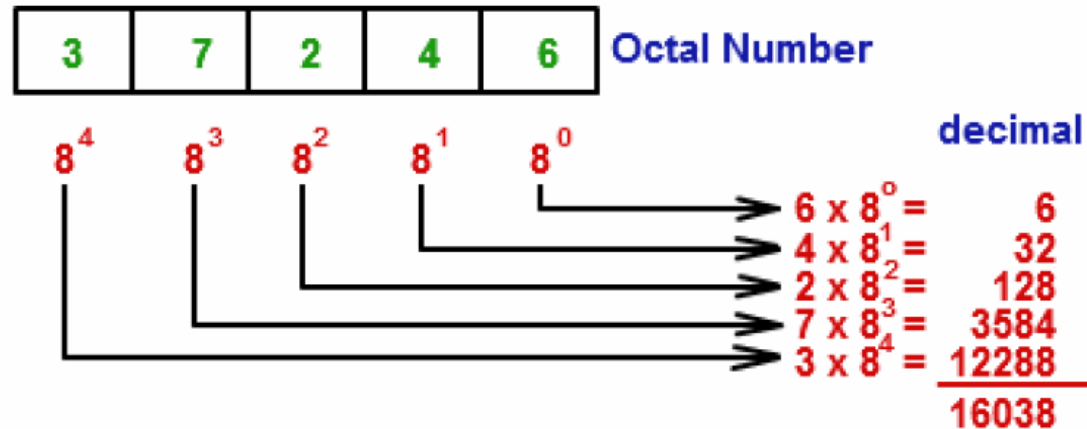
- ▶ Sekizli sayı sistemi, ikili sayıları gösterimini basitleştirmek için kullanılır.
- ▶ Geçmiş yıllarda, 12-bit, 24-bit veya 36-bit gibi 3 ile bölünebilen kelime uzunluğuna sahip bilgisayarlarda kullanılmıştır.
- ▶ Günümüzde, 16 bit, 32 bit veya 64 bit gibi kelime uzunluğu sekize bölünen bilgisayarlarda yerini onaltılık sayı sistemine bırakmıştır.

Sekizli (Octal) Sayı Sistemi

Octal → Decimal

Sekizlik sistemden onluk sisteme dönüşüm

- $(37246)_8 = (16038)_{10}$

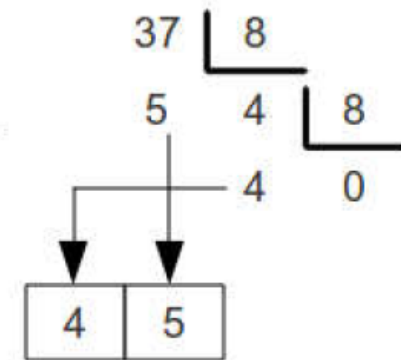
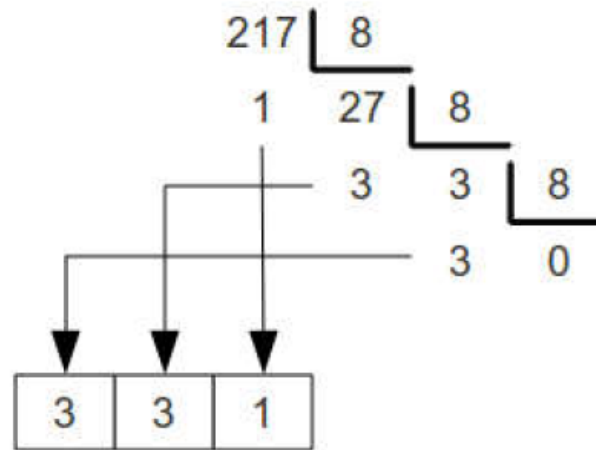


Sekizli (Octal) Sayı Sistemi

Decimal \rightarrow Octal

Onluk sistemden sekizlik sisteme dönüşüm

- $(217)_{10} = (331)_8$
- $(37)_{10} = (45)_8$



Onaltılık - Hexadecimal Sayı Sistemi

$$H = d_n 16^n + \dots + d_3 16^3 + d_2 16^2 + d_1 16^1 + d_0 16^0, d_{-1} 16^{-1} + d_{-2} 16^{-2} + d_{-2} 16^{-3} + \dots$$

- ▶ Sekizli sayı sistemi gibi ikili sayıları gösterimini basitleştirmek için kullanılır.
- ▶ Günümüz bilgisayar sistemlerinde yaygın olarak başvurulur.
- ▶ Örnekler:
 - ▶ Görüntü renk kodları
 - ▶ Adres kodları
 - ▶ Makine kodları vb..

Onaltılık - Hexadecimal Sayı Sistemi

- ▶ Onaltılık sistemde rakamlar:
 - ▶ 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D

Decimal	0	1	...	9	10	11	12	13	14	15
Hexadecimal	0	1	...	9	A	B	C	D	E	F

Onaltılık - Hexadecimal Sayı Sistemi

Decimal → Hexadecimal

Onluk sistemden onaltılık sisteme dönüşüm

Örnek:

$$(333)_{10} = (?)_{16}$$

İşlem	Bölüm	Kalan	
333 / 16	20	D	↑ LSB MSB
20 / 16	1	4	
1	→	1	

(14D)₁₆

Onaltılık - Hexadecimal Sayı Sistemi

Hexadecimal→Decimal

Onaltılık sistemden onluk sisteme dönüşüm

Örnek:

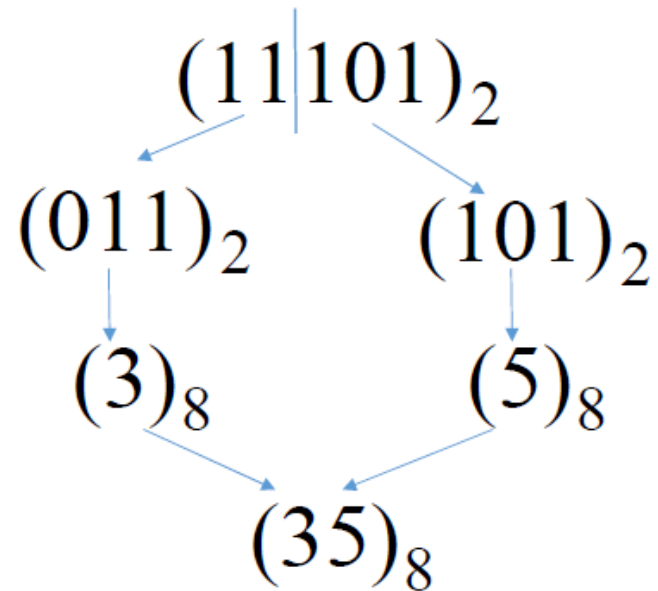
$$(14D)_{16} = 1 \times 16^2 + 4 \times 16^1 + 13 \times 16^0$$
$$(14D)_{16} = (?)_{10} = 256 + 64 + 13$$
$$= 333$$

Sistemler arası dönüşüm örnekleri

Örnek: $(11101)_2 = (?)_8$


$$(11101)_2 = (29)_{10}$$

$$(29)_{10} = (35)_8$$



Sistemler arası dönüşüm örnekleri

Örnek: $(2574)_8 = (?)_2$

$$(2574)_8$$

$$(010 \ 101 \ 111 \ 100)_2$$



$$(010101111100)_2$$

Sistemler arası dönüşüm örnekleri

Örnek: $(10111011111101)_2 = (?)_{16}$

$(0010 \quad 1110 \quad 1111 \quad 1101)_2$



$(2)_{16}$



$(E)_{16}$



$(F)_{16}$



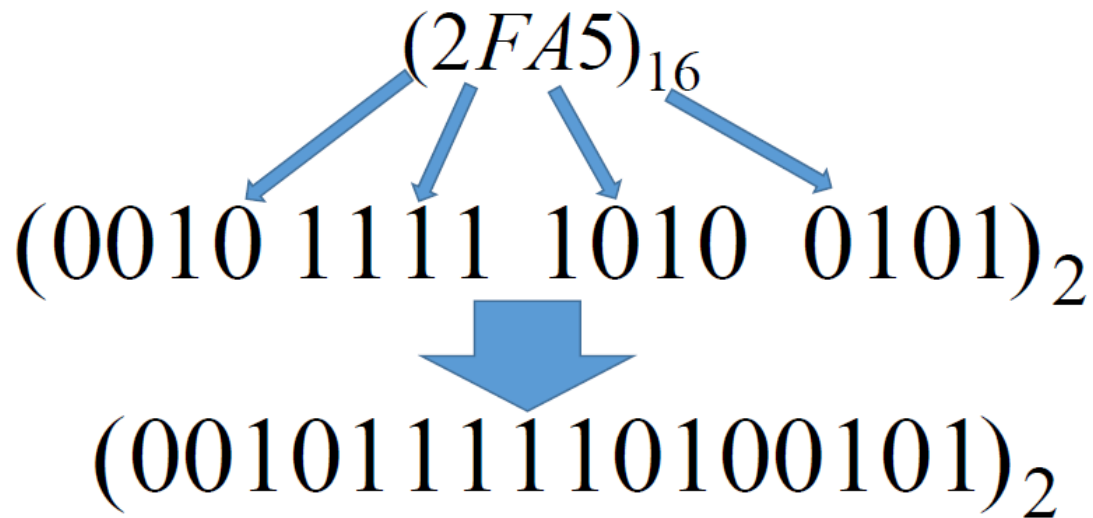
$(D)_{16}$



$(2EFD)_{16}$

Sistemler arası dönüşüm örnekleri

Örnek: $(2FA5)_{16} = (?)_2$



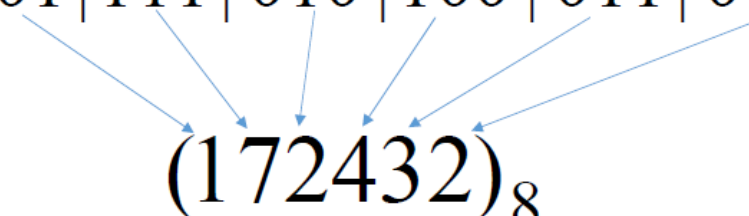
Sistemler arası dönüşüm örnekleri

Örnek:

$$(F51A)_{16} = (?)_8$$

$$(F51A)_{16} = (1111010100011010)_2$$

$$(001 | 111 | 010 | 100 | 011 | 010)_2$$


$$(172432)_8$$

Tümleyen aritmetiği

- ▶ Bilgisayarlarda çıkarma işlemini gerçekleştirmek için tümleyen aritmetiği kullanılır. M iki tabanında bir sayı, N bu sayının basamak adedi olmak üzere M sayısının 1 ve 2 tümleyeni aşağıdaki gibi belirlenir:

- ▶ 1 tümleyen aritmetiği

$$r = 2^N - (M)_2 - 1$$

- ▶ 2 tümleyen aritmetiği

$$r = 2^N - (M)_2$$

- ▶ Örnek: 1010

- ▶ 1 tümleyeni: $10000 - 1010 - 1 = 1111 - 1010 = 0101$ (bitlerin terslenmiş hali)

- ▶ 2 tümleyeni: $10000 - 1010 = 0110$ veya 1 tümleyeni + 1

1 tümleyeni

Sayı 1 tümleyeni

$0 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 0$

$1111 \rightarrow 0000$

$1010 \rightarrow 0101$

$10100011 \rightarrow 01011100$

$$r = 10 - 0 - 1 = 1$$

Sayıyı her bir
bitini tersleyerek
1 tümleyeni
belirlenir

$$r = 100000000 - 101000111 - 1 = 101011100$$

2 tümleyeni

Pratikte 2 tümleyenini hesaplamak için 1 tümleyeni hesaplanır ve sonuca 1 eklenir.

Sayı 1 tümleyeni 2 tümleyeni

1111 → 0000 → 0001

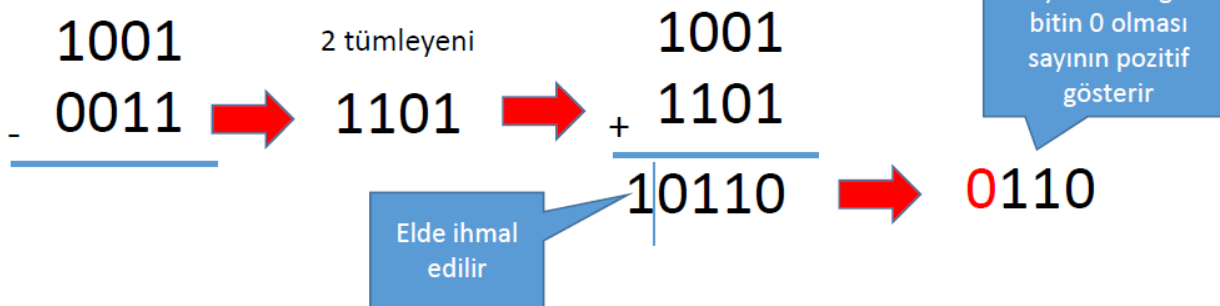
1010 → 0101 → 0110

1011 → 0100 → 0101

2 tümleyeni ile çıkarma işlemi

- ▶ M-N işlemini gerçekleştirmek için
- ▶ N sayısının negatifi ile M sayısı toplanır.
- ▶ $M-N=M+(-N)$

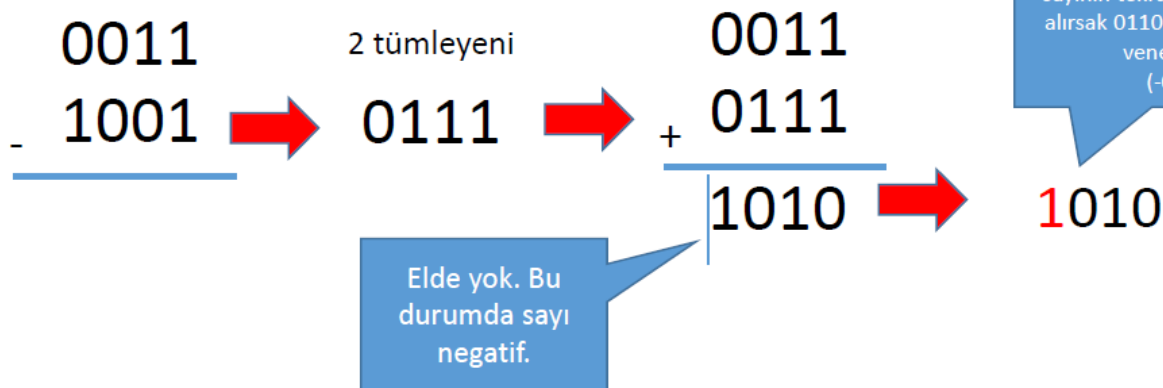
Örnek:



2 tümleyeni ile çıkarma işlemi

- ▶ M-N işlemini gerçekleştirmek için
- ▶ N sayısının negatifi ile M sayısı toplanır.
- ▶ $M-N=M+(-N)$

Örnek:



2 tümleyeni ile çıkarma işlemi

İşaretili sayı	Onluk değeri
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7

İşaretili sayı	Onluk değeri
1000	-8
1001	-7
1010	-6
1011	-5
1100	-4
1101	-3
1110	-2
1111	-1

Negatif (1 ile başlayan sayılarda) sayının değerini anlamak için 2 tümleyenini alınıp önüne – işareti yazarız. Örneğin: 1101 sayısı onluk 13 sayısına karşılık gelirken, eğer bu işaretili sayı ise $-0011 = -3$ sayısına karşılık gelmektedir.



Ders bitti

Erciyes Üniversitesi
Selçuk Üniversitesi
Sakarya Üniversitesi
Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi
ders notları kaynak ve içerik olarak kullanılmıştır.