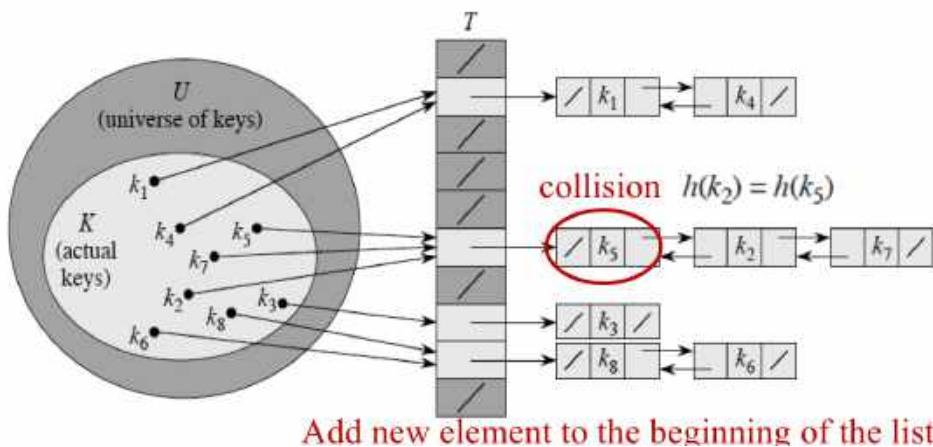


ארכ

$\alpha = \frac{n}{m} < 1$ load factor of Chaining CION נבירין גערת צווק נו
 $\Theta(1 + \alpha)$ סיכום הנטהיה הצעיר גערת צווק נו
 כוואר α קוויל-רעדן צווק נו, $\alpha = O(1) - 1$ סיכום צווק נו
 $\Theta(1)$ סיכום סיכום צווק נו, $\alpha = O(\frac{m}{n}) = 1 - 1$ $n = O(m)$ כוואר

ב-לְאָדָמִים גַּם-עֲלֵיכֶם תְּלַבְּשֵׂנָה צְדָקָה



כְּלִי הַרְאֵת לְוִיכָא

כְּלִי הַרְאֵת לְוִיכָא מִלְבָד וְלֹא בְּפָנָיָה שֶׁ הַהְעֵדָה אֶת
 רְצָבָה הַפּוֹנְדָה, הַפּוֹנְדָה (Uniform hashing) רְצָבָה, הַפּוֹנְדָה
 טָבָק הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת

הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת
 הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת
 הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת הַנְּסָכָת

וְאֵלּוּ בְּחִילְׂוָגִים אֶתְּרָזִים וְאֶתְּרָזִים: ① הַרְאֵת
 ② הַרְאֵת

פער קבוצות זריזות

נזכיר פער קבוצות זריזות שנקראות פער חוקיות, פער גודל ופער כוכב (ונען).

mod

פער חילוקי

כפי $\{0, 1, \dots\} = \mathbb{N}$ הינה אוסף המספרים הטבעיים.

נpeg נטה K מוגדרת כ- m -הינה פער קבוצות זריזות של NOD.

$$h(K) = K \bmod m$$

המשמעות היא שפער קבוצות זריזות של NOD שווה ל-



* פער קבוצות זריזות של NOD שווה ל-

* רוחב כ- m של פער קבוצות זריזות של NOD שווה ל-

דוגמא: רוחב m כ- 3 הוא $|V| = n = 2000 - 2 = 1998$, כלומר $\frac{n}{m} = \frac{1998}{3} = 666$ רוחב כ- 3 הוא 666 .

* מה יהיה פער קבוצות זריזות?

רוחב כ- 3 הוא 666 , הרוחב כ- 2 הוא 1000 , או במקרה של פער קבוצות זריזות של 2 , הרוחב כ- 2 הוא 1000 .

ונזכור $h(K) = K \bmod m$

פער חיבור

נpeg נטה K מוגדרת כ- m פער קבוצות זריזות של NOD שווה ל-

(1) $0 < A < 1$

(2) רוחב כ- A התיק ופער כ- m

(3) רוחב כ- A התיק שווה ל- m ופער כ- m שווה ל-

$$h(K) = \lfloor m(KA - \lfloor KA \rfloor) \rfloor$$

דוגמא: $KA = 493.6$, $m = 100$, $A = 0.4$, $K = 1234$ רוחב כ- A התיק שווה ל-

$h(1234) = 60$: פער קבוצות זריזות של 1234 כ- 100 שווה ל-

המשמעות היא שפער קבוצות זריזות של 1234 כ- 100 שווה ל-

18/11/20

Data Structures - 5 תבנית Hash Tables - part 2

תבנית Hashing

השאלה היא: מתי מומלץ להשתמש בפונקציית גיבוב?

רanging 15. מומלץ למשוך מ-1,000.

Universe	$U = 15$ מיליארדים	$\Rightarrow U = 30^{15}$
Keys	$K = 1,000$ מיליארדים	$\Rightarrow K = n = 1,000$
Table	$T = 3,000$ טפסים	$\Rightarrow T = m = 3,000$

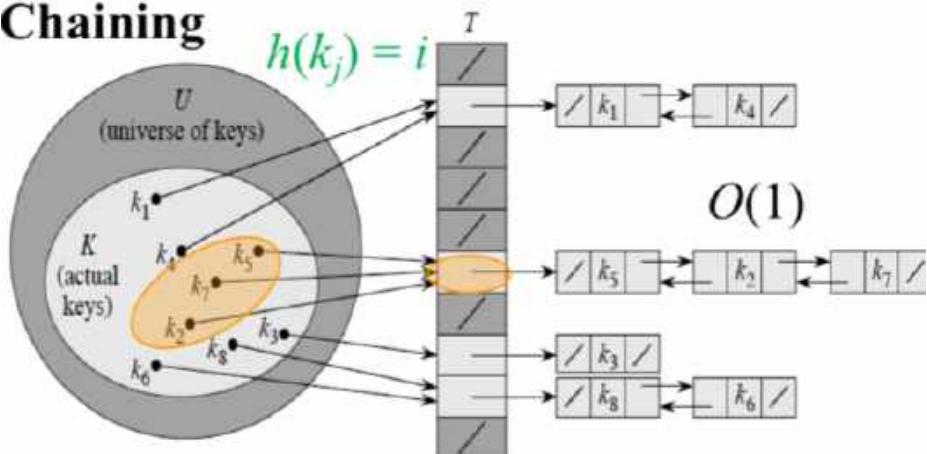
$\alpha = \frac{n}{m} < 1$: (Load Factor) על מנת לא לפגוע בזמן אחסון ומחסום.

לפנינו מושג אחד: $h(K) = i$: (Hash function) מושג אחד בפונקציית גיבוב.

לפנינו מושג אחד בפונקציית גיבוב.

Closed Addressing / hashing || Chaining - תבנית סגורה / גיבוב || חaining

Chaining



תבנית סגורה / גיבוב || Chaining

בהתאם לערך של i

סיכון להונטיון כ- N מוגבל

$$m = O(n) \Rightarrow \alpha = \frac{n}{m} = \frac{O(n)}{n} = O(1)$$

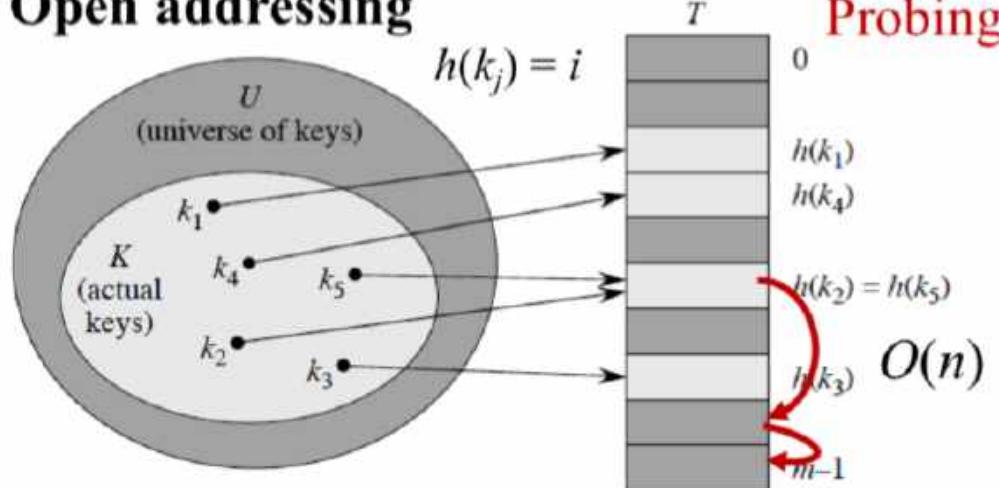
: $m - \delta$ ב- Ω

רקבת פ. 3. זכי נקיון נמיון הנպתחה על-איך ה- α -וּת הנקודות
יכי-ה גנאל.

בסוף ה-ל-ר-וּת נזק-ר-וּת ה-א-ל-ר-וּת נזק-ר-וּת ($O(1)$) נזק-ר-וּת
בר-ש-וּת נזק-ר-וּת. א-ל-ר-וּת ל-ז ר-ש-וּת ($O(n)$).
ונזק-ר-וּת נזק-ר-וּת ה-א-ל-ר-וּת ($O(1)$, ח-וּת נזק-ר-וּת).
פ-ר-וּת ה-ל-ר-וּת נזק-ר-וּת ה-א-ל-ר-וּת כ-א-ל-ר-וּת.

רמב' נזק-ר-וּת שיהה כ-וּת נזק-ר-וּת ו-וּת נזק-ר-וּת,
כ-וּת נזק-ר-וּת כ-וּת נזק-ר-וּת נזק-ר-וּת פ-ר-וּת ה-ל-ר-וּת ש'
ת-מ-ב-וּת ה-א-ל-ר-וּת ג-ש-וּת נזק-ר-וּת גנאל.

Open addressing



: Open Addressing - ר-ל-כ-ר-ש-א-

ה-ל-כ-ר-ש-א-ל-ג-ר-ה

ג-ר-ל-כ-ר-ש-א-ל-ג-ר-ה

ס-ב-כ-ה ס-ב-

ב-ג-ש-א-ל-ג-ר-ה

ו-א-ת ה-ז-ק-ו-ד ה-ל-ע-י

(ס-ב-).

ס-ב-ז-ק-ו-ד ת-ק-ה י-ל-ג-ר-ה נ-ז-ק-ו-ד ג-ר-ל-כ-ר-ש-א-ל-ג-ר-ה ה-ל-ע-י
. (Search) ו-א-ת ה-ז-ק-ו-ד נ-ז-ק-ו-ד (Insert)

ואם רצכד יכול לחתוך חישוב הטעינה או מה שמשהו:

① כ-chainning (linked list) כ-chainning (linked list)

② ואן אדרסינג (open addressing) ואן אדרסינג (open addressing)

טינק, נזקן כ-(H)O צפירה נאנו וטרון. רצף של מושגים ייחודיים כ-
האנטיגל, ויה הערך סימני, רצף של מושגים ייחודיים כ-
ונאנו ויה קטן.

לכך נשתמש נזקן שפה:

:החותמת פשוטה, החותמת (Simple uniform hashing assumption)

כשאני רצין נזקן, לית גנומין בזק גטוי, פג'ו נפער כלוא סואקי, רנפוק.

לעת רצון ז-נטחוות, גנטו רצון ז-נטחוות, ויה כ-
ויה כ-החותמת פשוטה.

index	0	1	2	3	4	5	6	7
$h(K)=i$		15		13	4			47

רשות לך תשים החותמה ותגנום עליה הזרמה, וכך לך תשים
כ-החותמת פשוטה?

רזה שצואיר לסתורות הטעינה או, לה-החותמת פשוטה הטעינה
ונאנו ווחוך כרלאזג הזרמה, כי לה-החותמת פשוטה שכך
נזרק ווילג.

ואם תשים קיון פור' לזרמה או שתהיה קבוצה של ז-נטחוות
כ-החותמת פשוטה? החותמת (H)O נזקן וואה:

$U = \{ \text{נתונות} \}$

$K = \{ \text{נתונים} \}$

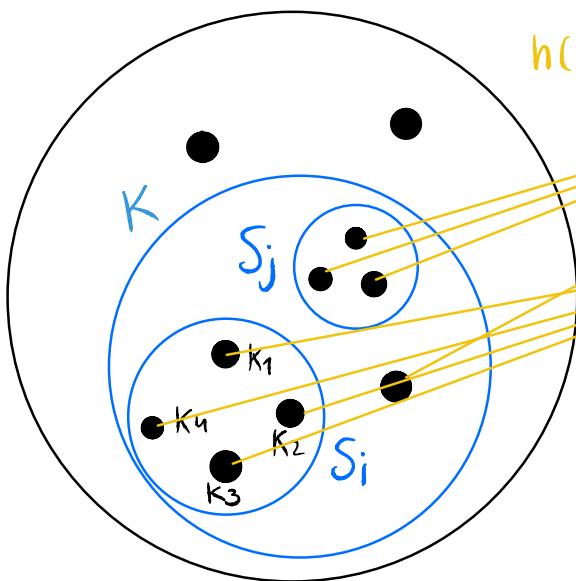
$S_i = \{ \text{נתון} \}$ ב- i -השורה

$S_i \subset U$

פונקציית הashing: h_1, h_2

$$|T| = m$$

0
1
2
3
/
/
/
5
6
/
7
/



רלוונטי: $m < |U| \Rightarrow \exists S_i \in S.t. |S_i| > m$

כמובן הכלול, גורם m נתונות יניב גוף ג-ו.

לה רקע נס $m - n$ דוגמת $N - U$ וכך תנו $(N - U) \cap K$ \emptyset .

ב- N , ב- n ה- m ייגד ו- $m - n$ כגד דוחה נס.

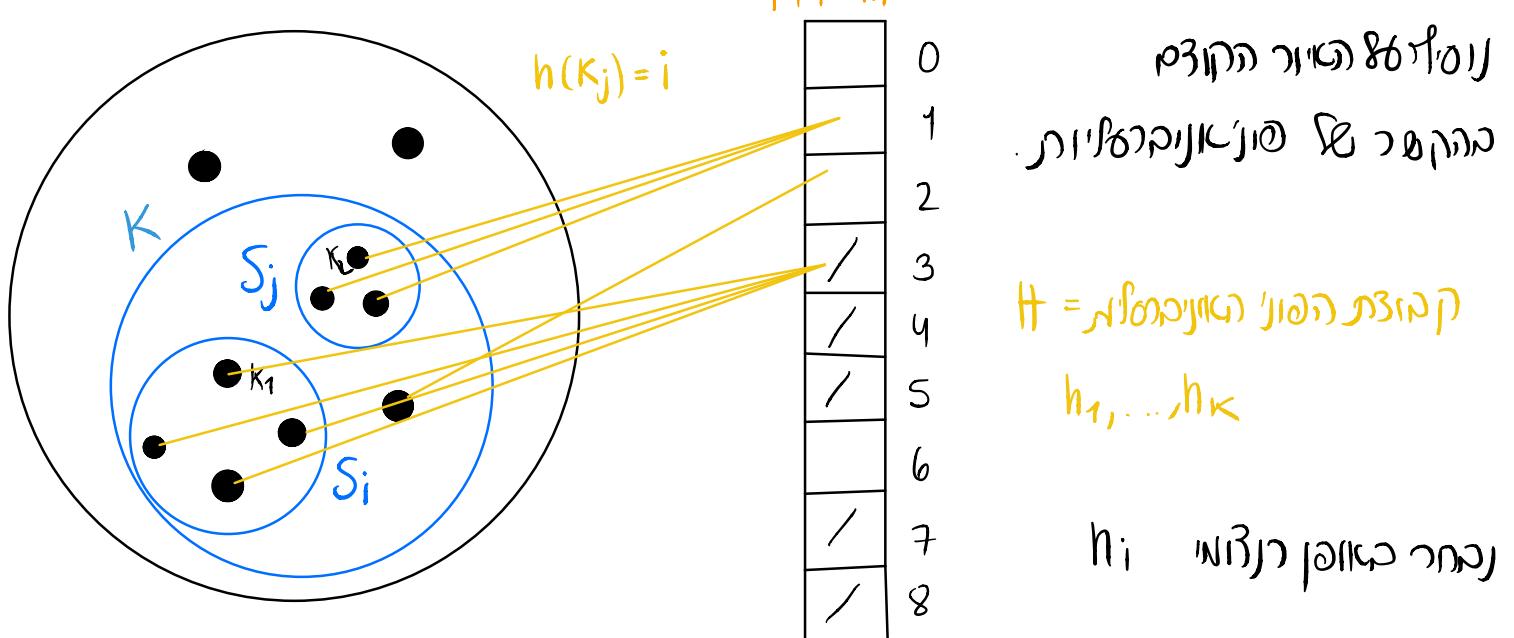
ל-סוקולו, אסוף!

כליה: נחיה פורטט, קומת כוון כריטינגי, ואנו מילוי פטור ב- m .

ויקי ג'ווכי שאנדרט א-טיזאט ימי וואו.

ב- m ג'ווכי ג'ווכי קיר בעז ומי זיך שטנוק יטולו הנקה (ל-ו).

ל-ו זיך קירט פורטט סכין שטנוק פורטט זיך צוות.



ונדרג'ה: מכיוון שהגדרה מוגדרת בsimple uniform hashing, מושג זה מוגדר כפונקציית ההפחתה ותואם כפונקציית המAPPING.

הנדרגה: נזכיר נחתות y_1, y_2 ו $y_1 \neq y_2$ וכן K_1, K_2 ו $K_1 \neq K_2$.
למי שפונקטיות שווה פטור בפונקציית המAPPING, כלומר $h(y_1) = h(y_2)$ אם ורק אם $y_1 = y_2$.
לפונקציית המAPPING נאמר $\frac{1}{m}$ (בזאת $\frac{1}{m}$ מושגים נחותים).
* הנטענות שפונקציית המAPPING היא נחתה מושגת על ידי $h(K_1) = h(K_2) - 1$ (המונטיאר).

הוכחה: נוכיח שפונקציית המAPPING היא נחתה. נניח $h(K_1) = h(K_2)$.
נניח $h(K_1) = h(K_2)$.
נניח $h(K_1) = h(K_2)$.
נניח $h(K_1) = h(K_2)$.

כינס, אך רגע כאותה עת נתקני $h(K_1) = h(K_2)$, כלומר $h(K_1) = h(K_2)$.

Chaining & Universal Hashing

CONT

לפי ה ארכיטקטורה ראנץ'ר קרזינית מערך H , ומי ש-

$$1 > \alpha = \frac{n}{m} : \text{טבלת המפתחים } T \text{ מוגדרת כ} \alpha \text{ טבלאות}$$

לפיה $E[h_h(k)]$ מתייחס ל- SIC , הנקרא ב- α מושך קולקטיב של m טבלאות PIC (1). ב- SIC מושך α טבלאות, ו- T מוגדרת כ- α טבלאות.

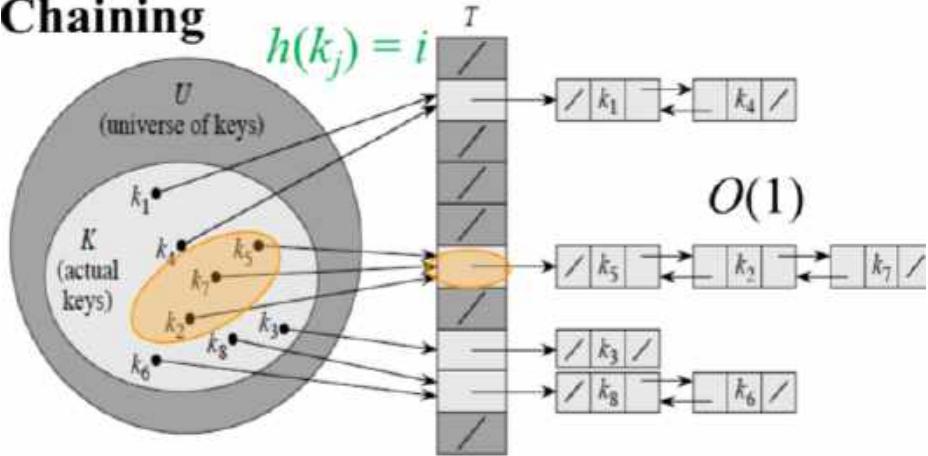
$$E[h_h(k)] \leq \alpha$$

בשאלה (2) מתייחס $E[h_h(k)]$ ל- SIC , הנקרא ב- $\alpha+1$ מושך PIC .

$$E[h_h(k)] \leq \alpha+1$$

רעיון המבנה נועד לארון:

Chaining



$O(1)$

$$\alpha = \frac{n}{m} < 1 - \frac{1000}{3000}$$

$SIC \quad n = O(m) \quad PIC \quad \alpha \leq 1$

α כ- α קולקטיבי SIC המבנה

הנחות ה- $NNGF$ יתירה CNI

ונזיר הנחות ה- PCA .

ולכוד:

• זהו i טבלאות ו- T מוגדרת כ-

$$E[h_i] = \alpha$$

חכו ו- T מוגדרת כ-

רשות פורקן תחיקוק שהופכת מהכיסוי תרבותי לאחסון אפסי. כ-
 i טבלאות, ו- i טבלאות מוגדרת כ-

לפניכם מלה נקי. $X_{k,l} = \begin{cases} 1 & h(k) = h(l) \\ 0 & \text{אחר} \end{cases}$ גפוך להנחתה ($\text{ונז}'$) פkor
ונחתות $K=1$, ונטקנות שטווו התוצאות (בזינר או שיטות רקורסיביות)
נקראת נסיגה

ולפניכם מלה נקי. $P(h(k) = h(l)) \leq \frac{1}{m}$: $\forall k \in T$ נתקן שטווו התוצאות (בזינר או שיטות רקורסיביות)
ונחתות $K=1$, ונטקנות שטווו התוצאות (בזינר או שיטות רקורסיביות)

$$P(h(k) = h(l)) \leq \frac{1}{m}$$

$$E[X_{k,l}] = P(h(k) = h(l)) \leq \frac{1}{m}$$

נזכיר, רצוי נקי $\forall k \in T$ נתקן שטווו התוצאות (בזינר או שיטות רקורסיביות)

$$Y_k = \sum_{l \neq k} X_{k,l}$$

$$E[Y_k] = E\left[\sum_{l \neq k} X_{k,l}\right] = \sum_{l \neq k} E[X_{k,l}] \leq \sum_{l \neq k} \frac{1}{m}$$

רעיון:
שאנו מון הגרעינה
בנחתות
 $\rightarrow Y_k$ מוגדר
בנחתות
 $\rightarrow K=1$ מוגדר
בנחתות
בזינר או שיטות רקורסיביות

(אם $T \neq K$ או $T \ni K$ מון ∞)

נזכיר, ($\forall k \in T$, $\forall l \in T$, $h(k) = h(l) \Rightarrow k = l$). $\forall k \in T$, $K \in T$ ($K \notin T$)

$\{\ell \in T \mid \ell \neq k\}$ שטווו התוצאות (בזינר או שיטות רקורסיביות)

$$E[h_h(K)] = E[Y_k] \leq \sum_{l \neq k} \frac{1}{m} = \frac{n-1}{m} = \infty$$

שאנו מון ∞ ופוקי. ($\forall k \in T$, $K \in T$ ($K \notin T$))

$$\therefore \exists n \in \mathbb{N} \text{ such that } \{l \in T \mid l \neq k\} = n-1. h_h(K) = Y_k + 1$$

$$E[h_h(K)] = E[Y_k] + 1 \leq \sum_{l \neq k} \frac{1}{m} + 1 = \frac{n-1}{m} + 1 = 1 + \infty - \frac{1}{m} < 1 + \infty$$

וכו רצוי ש- $\infty = O(1)$ $\forall k \in T$, $m = O(n)$

done

NODES

m מ- n Chaining - א- m רצף מחרוזת של נתונים ו- n -
 $O(m)$ גודל, $S(n)$ הגדלה של ה- m יה, חיבור או נחיקת, כוונת יי' (בכיסוי), והיה $\Theta(n)$.

TIME

ריצה קשלה $O(m)$ היכרויות, אוניברסיטאות כב. סטטיסטיקה
 $\alpha = O(1)$. אוניברסיטאות כל מהו גתק $O(1)$ כפופה ל- α .

Open addressing & Universal Hashing

1-N י██████ open hashing ->

TIME

הפרה ש- m מ- n כפופה ל- n ו- m , $\alpha = \frac{n}{m} < 1$:

(כפי ש, נורא לנו):

$$\frac{1}{1-\alpha} \text{ : נסיגות ב-1 מ-1.}$$

$$\frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{1-\alpha}\right) \text{ : נסיגות ב-2 מ-1.}$$

• נסיגות ב- k מ-1 $O(k)$, $\alpha = \frac{n}{m}$ כפופה ל- k .

ANALYSIS

לעומת ש- m מ- n , נסיגות ב- k מ-1:

החסם לכך ש- m מ- n כפופה ל- n מ-1:

$$\frac{1}{1-\alpha} \text{ : נסיגות ב-1 מ-1.}$$

$$\text{נסיגות ב-2} > 2 \cdot 0.69 = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{1-\alpha}\right) \text{ נסיגות ב-2 מ-1.}$$

לעומת

$$\alpha = \frac{n}{m} = \frac{9}{10} \text{ נזקן ב-10, נזקן ב-9}$$

החותם ה-9 נזקן ב-9 נזקן ב-8 נזקן ב-7 נזקן ב-6 נזקן ב-5 נזקן ב-4 נזקן ב-3 נזקן ב-2 נזקן ב-1 נזקן ב-0.

$$\bullet \text{ נזקנות ה-10} = \frac{1}{1 - \frac{9}{10}} = \frac{1}{\frac{1}{10}}$$

$$\bullet \text{ נזקנות ה-24} = 10 \cdot 2.31 = \frac{1}{1 - \frac{9}{10}} \ln \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \right)$$

בנויו של שער נזקנות

לעומת

ו- i נזקנות נזקן $X = \text{כזה נזקן רצף נזקנות}$

רכז גלגול כל רצף נזקנות מ- n תוצאות ו- m נזקנות.
 $A_i = \begin{cases} \text{ונזקן נזקן} \\ \text{ונזקן נזקן} \end{cases}$
 $\cap_{i=1}^n A_i = \{X \geq i\} = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{i-1}$
 $\therefore \text{רעיון}$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{i-1}) = P(A_1) \cdot P(A_2 | A_1) \cdot \dots \cdot P(A_{i-1} | A_1 \cap \dots \cap A_{i-2})$$

אuch רעיון סדרה ומסתאות כך:

פ. 1. סדרה

נת הסיכוי של נזקנות

כ- i ס. נזקנות

$$P(\{X \geq i\}) = \frac{n}{m} \cdot \frac{n-1}{m-1} \cdot \frac{n-2}{m-2} \cdot \dots \cdot \frac{n-i+2}{m-i+2} \leq \left(\frac{n}{m} \right)^{i-1} = \alpha^{i-1} \quad (\star)$$

השווים

ונסמן רעיון נזקנות (\star)

$$E[X] = \sum_{i=1}^{\infty} P(\{X \geq i\}) \stackrel{(\star)}{=} \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{n}{m} \right)^{i-1} = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha^{i-1} = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i = \frac{1}{1-\alpha}$$

טבבון

. פ. סדרה נזקנות נזקנות נזקנות

כעת רואים דילן גאנדרה פולר כמייצת התרבות האנגלית מטעם ניירס.

כורך רצוי גניזה כוואר נסאי, (בנין כורכר ותבן גזית) מושג והוא הנקרא בתקופה

אנו מודים לך על תרומותך ותומךך בהוּא, וברוחך של ר' יונתן בר' עירון.

$$\frac{1}{1-\frac{1}{m}} = \frac{m}{m-1}$$

• תְּפִירָה לְמִינָה וְתְּבִרְעָה בְּנֵי נְצָרָה אֲלֵיכֶם כִּי־בְּנֵי נְצָרָה

$$\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{m}{m-i} = \frac{m}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{m-i} = \frac{1}{\alpha} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{m-i} = \frac{1}{\alpha} \sum_{k=m-n+1}^m \frac{1}{k} \stackrel{\text{Geometrische Progression}}{\leq} \int_{m-n}^m \frac{1}{x} dx \leq$$

$$\frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{m}{m-n} \right) = \frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{1}{1-\alpha} \right)$$

כָּלַע נְעִמָּה תְּלִקְבִּים

የኋላ በዚህ ማስረጃ ከሚከተሉት ስርዓት የሚከተሉት ሰነድ የሚያስፈልግ ይችላል

1813IN (2)

מחריגת רכון נסחף כטביעה. מוקדם מזמן נסחף רכון ממקום קיומו.

$\mathbb{Z}_p = \{0, 1, \dots, p-1\} \subset \mathbb{R}$: ග්‍රැන්ඩ් නිශ්චල සාක්ෂි

• $\forall a, b \in \mathbb{Z}_b$ $a + b = b + a$

$$h_{a,b}(K) = ((ak+b) \bmod p) \bmod m$$

$$H_{p,m} = \{ h_{a,b} \mid a, b \in \mathbb{Z}_p \wedge a \neq 0 \}$$

וְקַדְשָׁה תִּהְיֶה סְפִירַת כֵּן יְלֹא נָסַע אֶת־עַמּוֹת

ויבן רקחן כלאם גזרין, ומי שולח הינו? רקחן $a, b \in \mathbb{Z}_p$ מודפ' נתקע במלואה הינה? ומי שולח מודפ' נתקע במלואה הינה? (במונטג'ו - זה נסכך, מילאנו את הדרישה)

לעכ:

ויבן $x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_p$ מודפ' נתקע במלואה K_1, K_2 - ומי שולח מודפ' נתקע במלואה $K_1 + K_2$ - ומי שולח מודפ' נתקע במלואה $K_2 - 1$ (מי שולח מודפ' נתקע במלואה $K_1 - 1$)

ר' פולינומיאלי נתקע במלואה $H_{p,m} = \{hab \mid a, b \in \mathbb{Z}_p\}$

תוכנה: גיבים ורוכשו, כך הילג'ה ג'ונכה (ה) של פטור:

$$\textcircled{1} \quad aK_2 + b = x_2 \bmod p \quad \textcircled{2} \quad a \cdot K_1 + b = x_1 \bmod p$$

כל נייר, פטור נתקע כטב כטב $\frac{1}{p^2}$ כטב כטב.

ונכון לודג'ה נתקע במלואה x_1, x_2 , ($x_1 \bmod p$, $x_2 \bmod p$) הנטען כי

$$h(K_2) = x_2 - 1 \quad h(K_1) = x_1 - 1$$

כך, אם כן גיבים ורוכשו הפלוג'ה (ה) הנקז'ה הנטען גיבים ורוכשו $\frac{1}{p^2}$.

ר' גיבים ורוכשו נתקע במלואה $\bmod m$ ג'ונכה (ה) של פטור $\bmod m$

$$h_{ab}(K) = ((aK+b) \bmod p) \bmod m$$

וכאשר ג'ונכה (ה) של פטור $\bmod m$ ג'ונכה (ה) של פטור $\bmod p$ (במונטג'ו).

במסגרת, כטב כטב קוח'ה ג'ונכה (ה) של פטור $\bmod p$ ג'ונכה (ה) של פטור $\bmod m$.

ט' סענ'ג ג'ונכה (ה) של פטור $\bmod p$ (במונטג'ו) / מ' ג'ונכה (ה) של פטור $\bmod m$ (במונטג'ו)

Perfect Hashing

רוכסן גיאור פור' ליאוק כה שום קאנרייה טרכא דען גלאה וויה (01) 000-1234. כארל קראיגר הנטגרה קה מילוי מילוי קאנרייה טרכא דען גלאה וויה.

ויכלוף: ג' נייר כתוב בא-2 כנאות רוח 2 נסחאות כוונת:

Chaining - simple inheritance (1)

* ה-טראנספורט מ-8 מיל' ל-10 מיל' כ-
כ- (K) ה-טראנספורט מ-10 מיל' ל-12 מיל'

Հիմք Հայոց: Հայ հայութ և հայութ Հ-Ի հայութ

ל'איך מלי: נגידו מה שחשוב לנו ב- NLP'ה, כמה זה מושך?

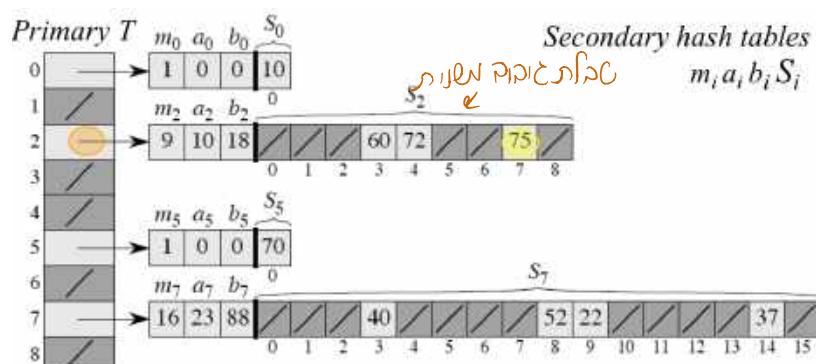
הוּא עת כהנוגה של ג'ונס נון (ג'ון נון) פירון מגדיל מילוי רוחם של

ପ୍ରକାଶକ

$$h(k) = ((ak+b) \bmod p) \bmod m$$

$$h_i(k) = ((a_i k + b_i) \bmod p) \bmod m_i \quad \text{יענו סדר'}$$

$K = \{10, 22, 37, 40, 52, 60, 70, 72, 75\}$. מינימום מה שסכום כל 3



• ፳፻፲፭ የፌዴራል ከፌርድ

$$a=3, b=42, p=101, m=9 \quad \text{SIC1}$$

כ' ינואר 1975, ס. 75

$$h_2(75) = 7 \quad p_{132}j_1 \quad h(75) = 2$$

אָכְלָה תִּקְרֹב וְתַחֲזִיק בְּמִזְבֵּחַ תִּשְׁעַל אֶת־יְדֵךְ

הנ"ז ניכר $m = n^2$ הѓי' כל עיר מוקדש וקיים נ' שפה ריבוי שפה
כל' ה' היא כוונת H הינה נקיה של עיר מוקדש, והסגרהוות שפה
כ' $\frac{1}{2} - n$ (ירא שום דבר נ-)

הוכחה: שאם $\binom{n}{2}$ כפוזט לא מתקיים שפה ריבוי
ב- n ערים אז קבוצת עיר מוקדש H כפוזט $\frac{1}{n}$ כפוזט H הינה
ולעוקה ריבוי עיר מוקדש. כלומר X סט עיר מוקדש N , הינה
כפוזט n^2 רק אם סט עיר מוקדש

$$E[X] = \left(\frac{n(n-1)}{2}\right) \frac{1}{n^2} = \frac{n^2-n}{2} \cdot \frac{1}{n^2} < \frac{1}{2}$$

25/11/20

Data Structures - 6 תקן

פְּרִימָרִיל וְעַיִן פְּרִימָרִיל

HeapSort and Priority Queues

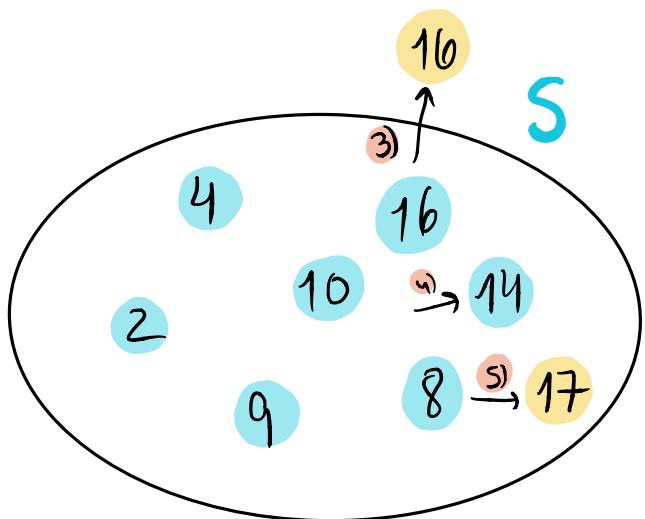
: פְּרִימָרִיל - נִזְמָנָה

חארט אירגר זץ נקי מ-NCSS של 1000 Nodes גנרטה כנה.
הפצעת דע ב-HeapSort, ריעת וויאר, גנטיק ופערת ה-Heap ב-NSP, (בז' 130) מלה.
פערת ה-NSP והפצעת גנטיק נזמתה ב-NCSS.
כל צבג, נאץ' פלמי ניתן הנדרש ורכז גנטיק כבש נזם.

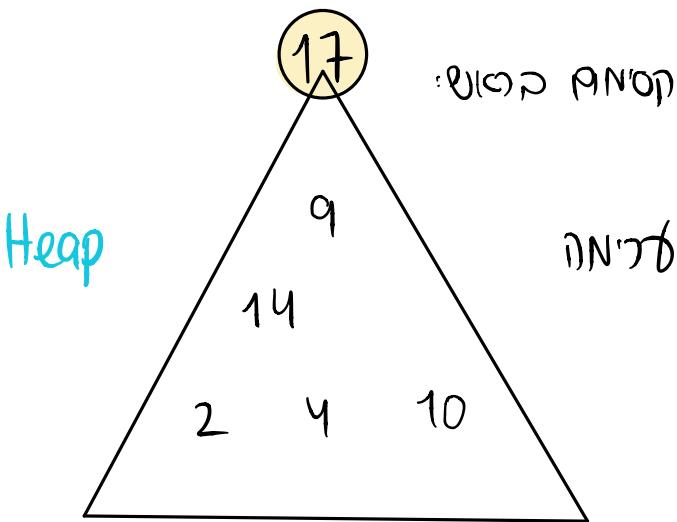
רכזת עוי פְּרִימָרִיל S ככ שערית וינה:

O(1)	Max(S)	פְּרִימָרִיל ה-NSP	(1)
O(log n)	Insert(x,S)	פְּרִימָרִיל ה-NSP	(2)
O(log n)	Extract-Max(S)	פְּרִימָרִיל ה-NSP	(3)
O(log n)	Increase-Key (x,k,S)	K->X פְּרִימָרִיל ה-NSP	(4)

: פְּרִימָרִיל פְּרִימָרִיל



- 1) insert (9, S)
- 2) Max(S) \rightarrow 16
- 3) Extract-Max(S) \rightarrow 16
- 4) Max(S) \rightarrow 14
- 5) Increase-Key (8, 9, S) \rightarrow 8 becomes 17



כען נא - נא בען

נורווגיה נסגרה ב-2015 על ידי סקוטלנד כחלק מהתוכנית.

Max(S)

የኢትዮጵያ ሚኒስቴር (1)

Insert(x,s)

$$X \in \mathcal{G}_{N^2}(\mathcal{C}, \mathcal{D}) \quad (2)$$

Extract-Max(S)

የኢትዮጵያ ሚኒስቴር ቤት (3)

Increase-Key (x, k, S)

K-P X GJNPG) JIC fR2D8 (4

כונקנש דיא פירמיינט קאנטינר פירמיינט (Priority Queue) און גראונטן פירמיינט (Priority Queue) און גראונטן פירמיינט (Priority Queue) און גראונטן פירמיינט (Priority Queue)

הצהרה: ריתם גננה ערכי דיברונות כלכיניכ: נתקד מכך נדרה כל מה שפַתְתָה נזקע בינו

Heaps ארכ'ינוע

Heap - 0N.28

* ፳፻፲፭ ዓ.ም. ከፃፈንደ ተስፃሚነት ስለመስጠት የዚህ የዕለታዊ የሕዝብ ጥና የዕለታዊ የሕዝብ የዕለታዊ የሕዝብ

፩፭፻፲፭ የሰውን ማስታወሻ

length[A] \geq $\max_{i \in [n]} A[i]$ \geq $\min_{i \in [n]} A[i]$

.heapsSize[A] 1(1) פונקציית כינוס *

* ערך זה מופיע ב[הערך הראשי](#).

$\text{pic} \leftarrow A[\text{parent}(i)] \geq A[i] \rightarrow \exists i$

* የንዃዕስ ተደርጓል እና ተነስቸው ይገልጻል.

height $\text{parent}(i) = \lfloor i/2 \rfloor$

0 right-child(i) = $2i+1$

left-child(i) = $2i$

1

2

3

14

16

10

4

8

2

9

5

7

1

6

9

7

3

$A[\text{parent}(i)] \geq A[i]$

$$\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$$

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	16	14	10	8	7	9	3	2	4	1

height $h \geq 0$

0 $n=10$

$$h = \lfloor \log_2 10 \rfloor = 3$$

1

2

3

Counting Guided:

of nodes

$$\sum_{i=0}^{n-1} 2^i = 2^n - 1$$

2^0

2^1

2^2

2^n

Counting Guided:

$$1 \leq i \leq 2^n$$

$$h = \lfloor \log_2 n \rfloor$$

Counting Guided of O(n)

לטנירט בדיקות נייחות

ה שיער הינה $\lceil \log_2 n \rceil$ ו- $n = 2^h$

לעתות מוגדר i כ- $i = h - 1$.

לעתות מוגדר i כ- $i = h - 1$ (בוחנה).

כלעתם מוגדר i כ- $i = h - 1$ ו- $i \leq 0$ ו- $i \geq h$.

לעתות מוגדר i כ- $i = h - 1$ ו- $i \leq 0$ ו- $i \geq h$.

$$\sum_{i=0}^h 2^i = 2^{h+1} - 1 \text{ : (1) } \underline{\text{יקיון}} \text{ שטח ריבועי } h \text{ (4)}$$

$$\sum_{i=0}^{h-1} 2^i = 2^h - 1 \text{ : (2) } \underline{\text{יקיון}} \text{ שטח ריבועי } h \text{ (5)}$$

$1 \leq i \leq 2^h$: (יקיון שטח ריבועי כפול כפולו)

$2^h \leq i \leq 2^{h+1}-1$: (יקיון שטח ריבועי כפול כפולו)

A[Parent(i)] \geq A[i]

לעילה של תכונה כפנית

כפיים

- נציגות נקיינית מוקחת - $O(1)$ - פעולה
- (כrosse / נחיקת פצט) של $\log(n)$



לעתות מוגדר i כ- $i = h - 1$, הרגשה של כ- i כפנית.

שלכם קד מנייה, נזקקה כ- i שאלתית בזקן ו- i מילוי כפנית.

רמז ש- i לא כפנית ו- i מילוי כפנית.

\leftarrow מכירנו ש- i כפנית, $i = \lceil \log(n) \rceil$ לא כפנית, זה יקיין.

Max-Heapify (A, i) סעודי האב

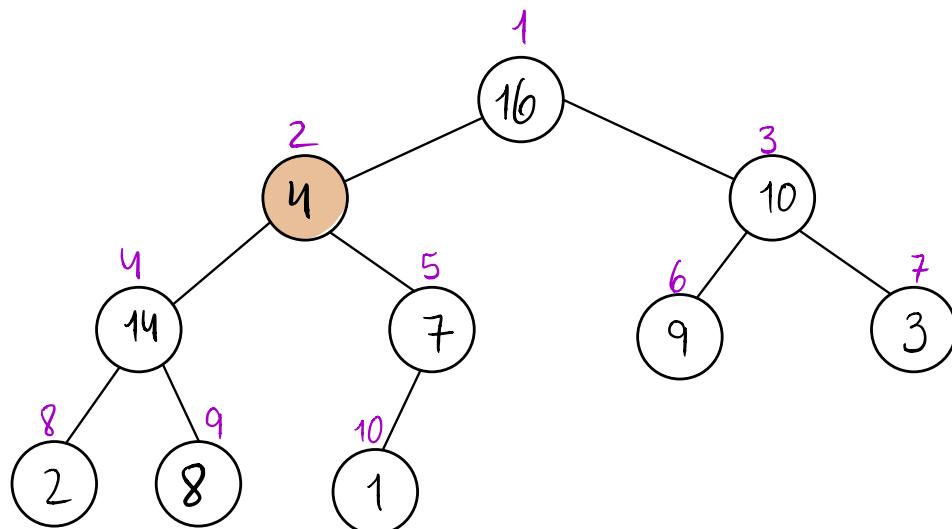
:Max-Heapify -ß הינה?

ולא כל ענין הולך

$i = 2$

$4 < 14$

הענין מושג מינימום

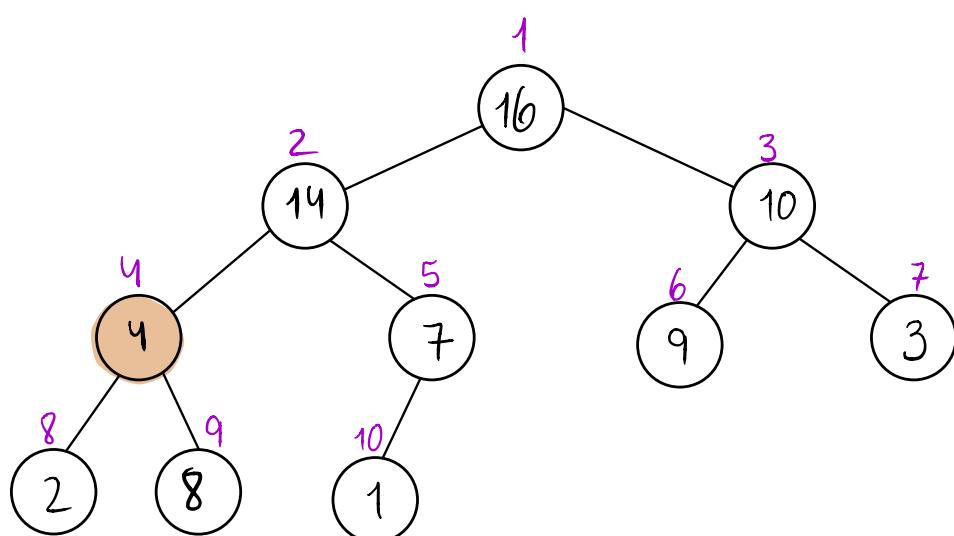


ולא כל ענין הולך

$i = 4$

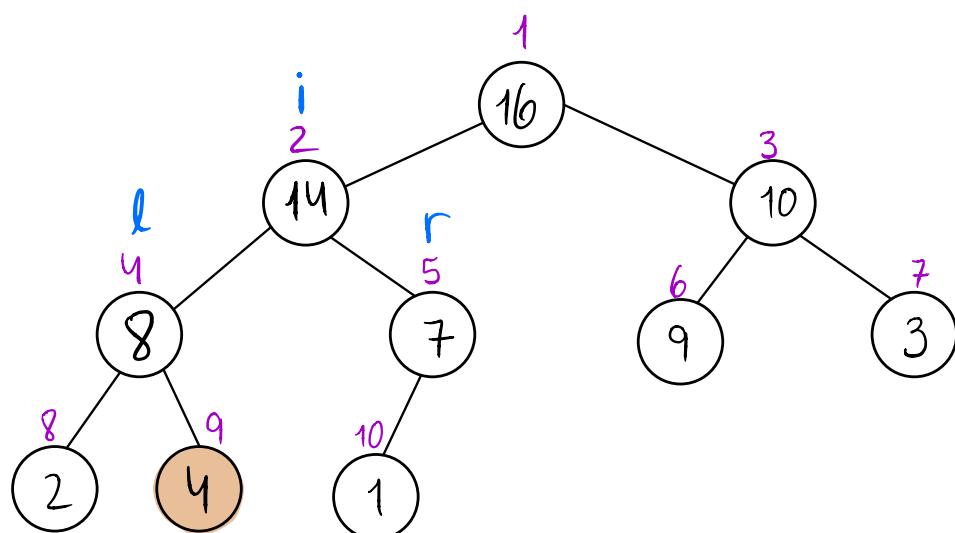
$4 < 8$

הענין מושג מינימום



הענין מושג מינימום

largest



Max-Heapify (A, i):

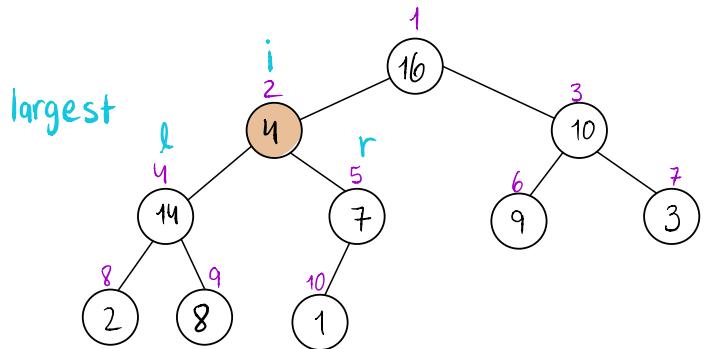
המקסימום בheap כה

MAX-HEAPIFY(A, i)

```

1   $l \leftarrow \text{LEFT}(i)$ 
2   $r \leftarrow \text{RIGHT}(i)$ 
3  if  $l \leq \text{heap-size}[A]$  and  $A[l] > A[i]$ 
4    then  $\text{largest} \leftarrow l$ 
5  else  $\text{largest} \leftarrow i$ 
6  if  $r \leq \text{heap-size}[A]$  and  $A[r] > A[\text{largest}]$ 
7    then  $\text{largest} \leftarrow r$ 
8  if  $\text{largest} \neq i$ 
9    then  $\text{exchange } A[i] \leftrightarrow A[\text{largest}]$ 
10   MAX-HEAPIFY( $A, \text{largest}$ )

```



מיצויו של Max-Heapify

הטלה $\log(n)$ רוחב מ- $\Theta(1)$ אפוא (הטלה, חילוף)

הנתקה (טוקן): רוחב, 2-טוקן,

$\frac{n}{3}$ טוקן $\frac{2n}{3}$ סינטaxis יתנו לפיכם נקיון אם ובלבד:

אם כך רוחב שטן הינה וויה:

$$T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(1) \leq T(n) \leq T\left(\frac{2n}{3}\right) + \Theta(1)$$

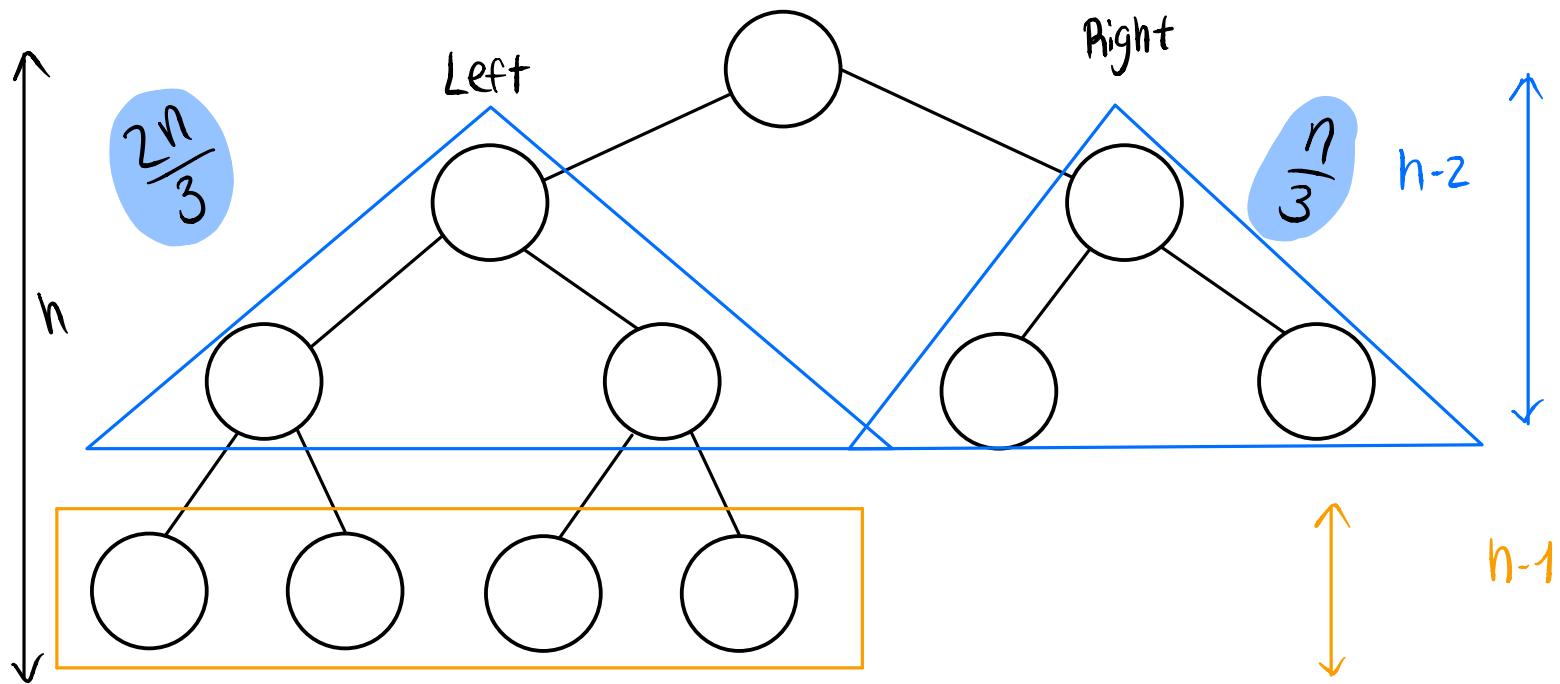
. $T(n)$ של רוחב הטרנס

$$O(T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(1)) = O(n) : \text{לפניהם סינט}$$

. $C=0.1$ $B=\frac{2}{3}$, $\alpha=1$ רוחב $T\left(\frac{2}{3}n\right) + \Theta(1)$, אך סבב $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$

$$T(n) = \Theta(n^c \log_b n) = \Theta(\log(n)) \quad \text{אם } \frac{\alpha}{B^c} = 1$$

$$? \frac{2}{3}n \text{ סעיפים}$$



העומק של כל גזע - $\frac{n}{2^{h-2}} - 1$ גזעים, כלומר ($\frac{n}{2^{h-2}}$) גזעים (בנוסף לגזע המרכזי) ו- $n - \frac{n}{2^{h-2}}$ גזעים נוספים. סכום רוחבם של גזעים אלה הוא $\frac{n}{2^{h-1}}$

כלי בדיקה

$A[i]$ תהייה רעלאת כפלי-הווריאנט מ- i , אם ורק אם i הוא גזע או שמיון גזע.

בנוסף, אם i גזע, ו- j נושא לו, אז $A[(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1, \dots, n)]$ תהי כפלי-הווריאנט של i .

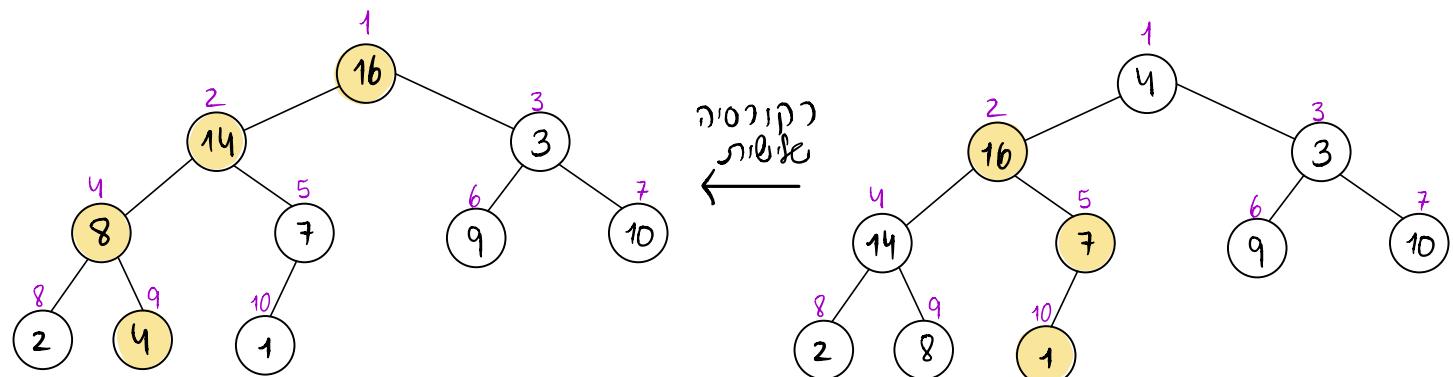
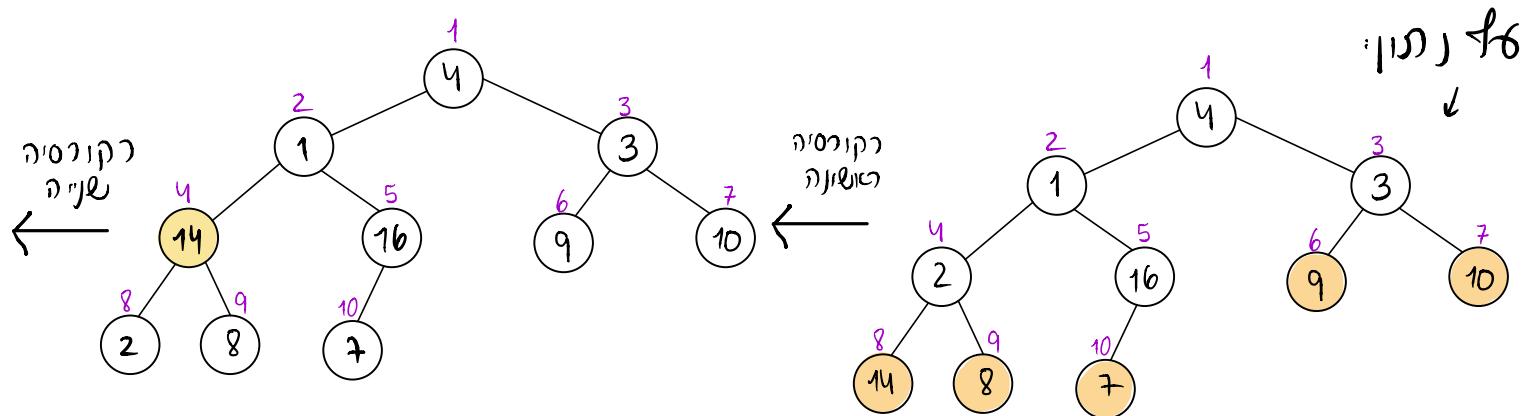
אם i גזע, אז $A[i, \dots, \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1]$ תהי כפלי-הווריאנט של i . אם i נושא לו גזע j , אז $A[i, \dots, j]$ תהי כפלי-הווריאנט של j .

BUILD-MAX-HEAP(A)

- 1 $A.\text{heap-size} = A.\text{length}$
- 2 **for** $i = \lfloor A.\text{length}/2 \rfloor$ **downto** 1
- 3 MAX-HEAPIFY(A, i)

: פוליאורם

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	4	1	3	2	16	9	10	14	8	7



הוכחת נכונות קפוחות גייגאה:

אך א. הגיוגאה הוכחתה $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ סעיפים נהייה קבוקית אם $i = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ ו- $j = \lceil \frac{n}{2} \rceil + 1, \dots, n$. (א.נ.ה. קבוקית)

הוכחה:

א. ב. הוכיחו (בטעות) כי T_i מינימלי ב- T .

ב. ב. הוכיחו (בטעות) כי T_i מינימלי ב- T .

ו. ב. הוכיחו (בטעות) כי T_i מינימלי ב- T .

לינפין ס' קומט אל בילד הייפ

באלד כירג'ר וויא, ג'ריהה פונקציית $\log(n)$ וויאטיה
 נאכטת ע אפואן איגע פיקסוטן (וכזיה צוינה מילוי)

אנו כירג'ר עז ג'ריהה פונקציית $\log(n)$ וויאטיה
 $\cdot \frac{n}{2^{h+1}}$ איגע פיקסוטן (וכזיה צוינה מילוי)

$$T(n) = \sum_{n=0}^{\lfloor \log_2 n \rfloor} \left\lceil \frac{n}{2^{h+1}} \right\rceil \cdot O(h) = O(n \cdot \sum_{n=0}^{\lfloor \log_2 n \rfloor} \left\lceil \frac{n}{2^{h+1}} \right\rceil)$$

$$\textcircled{*} \quad |x| < 1 \text{ by } \sum_{k=0}^{\infty} kx^k = \frac{x}{(1-x)^2}$$

$$\textcircled{*} \quad \sum_{h=0}^{\infty} \left\lceil \frac{h}{2^h} \right\rceil = \frac{\frac{1}{2}}{(1-\frac{1}{2})^2} = 2 \quad : x = \frac{1}{2} \text{ and } k = h$$

$$T(n) = O\left(n \cdot \sum_{n=0}^{\lfloor \log_2 n \rfloor} \left\lceil \frac{n}{2^{h+1}} \right\rceil\right) \textcircled{*} = O\left(n \sum_{h=0}^{\infty} \left\lceil \frac{h}{2^h} \right\rceil\right) \textcircled{*} = O(n \cdot 2) = O(n)$$

וילג'ר שירט ג'ז'ר פיקסוט נס' נס' נס'

בב' נס'

1. ג'ראט ג'ריהה פיקסוט

2. רעליך פיקסוט ג'ריהה פיקסוט

3. רעליך פיקסוט ג'ריהה פיקסוט

... פיקסוט ג'ריהה פיקסוט

4. ג'ריהה פיקסוט ג'ריהה פיקסוט

... ג'ריהה פיקסוט ג'ריהה פיקסוט

... ג'ריהה פיקסוט ג'ריהה פיקסוט

Heap-Sort

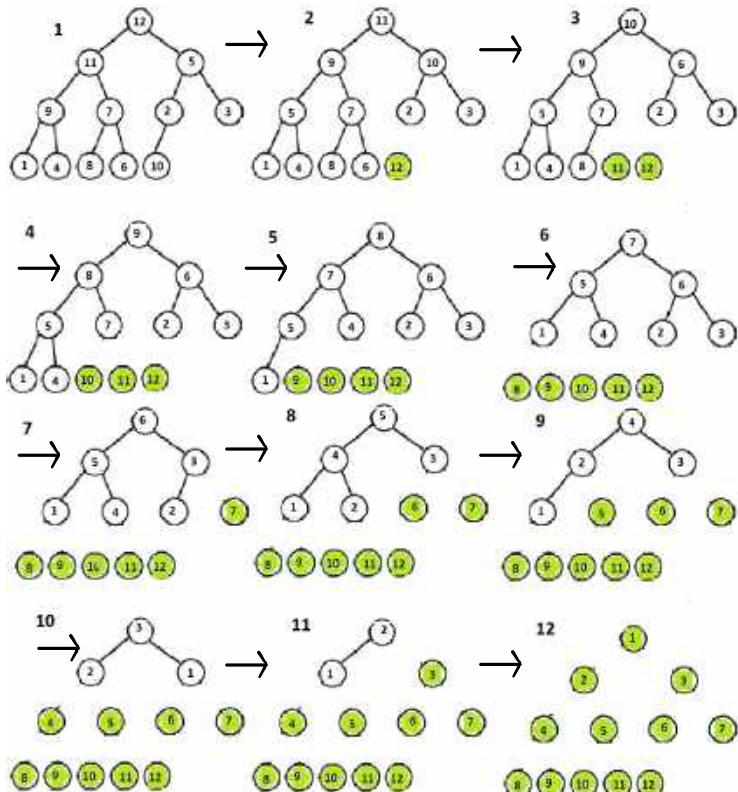
רעליך פיקסוט ג'ריהה פיקסוט ג'ריהה פיקסוט ג'ריהה פיקסוט

HEAPSORT(A)

- 1 BUILD-MAX-HEAP(A) $\rightarrow O(n)$
 - 2 **for** $i = A.length$ **downto** 2 $\rightarrow n-1$
 - 3 exchange $A[1]$ with $A[i]$
 - 4 $A.heap-size = A.heap-size - 1$
 - 5 MAX-HEAPIFY($A, 1$) $\rightarrow \log(n)$
- $\left. \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} O(n \log n)$

לעתה נראה כיצד פועלHeapSort(A) עם $O(n \log n)$ זמן אמצעי ו- $\Theta(n \log n)$ זמן מקסימום בפעולת Max-Heapify - סעיפים

לעינה



העלאה מינימלית/העלאה מקסימלית

רעיון גזירה נチュינית הינה ליצור ורכישת קבוצה של סמלים

Extract Max - פונקציית העלאה מקסימלית

רעיוןו הוא למצוא את המינימום, תפרק אותו, ורכישת קבוצה של סמלים

HEAP-EXTRACT-MAX(A)

העלאה מקסימלית מערך A שמייצג מינימום.

```

1 if  $A.\text{heap-size} < 1$ 
2   error "heap underflow"
3  $max = A[1]$ 
4  $A[1] = A[A.\text{heap-size}]$ 
5  $A.\text{heap-size} = A.\text{heap-size} - 1$ 
6 MAX-HEAPIFY( $A, 1$ )
7 return  $max$ 

```

Increase Key - גינטסף גלגול

HEAP-INCREASE-KEY(A, i, key)

```

1 if  $key < A[i]$ 
2   error "new key is smaller than current key"
3  $A[i] = key$ 
4 while  $i > 1$  and  $A[\text{PARENT}(i)] < A[i]$ 
5   exchange  $A[i]$  with  $A[\text{PARENT}(i)]$ 
6    $i = \text{PARENT}(i)$ 

```

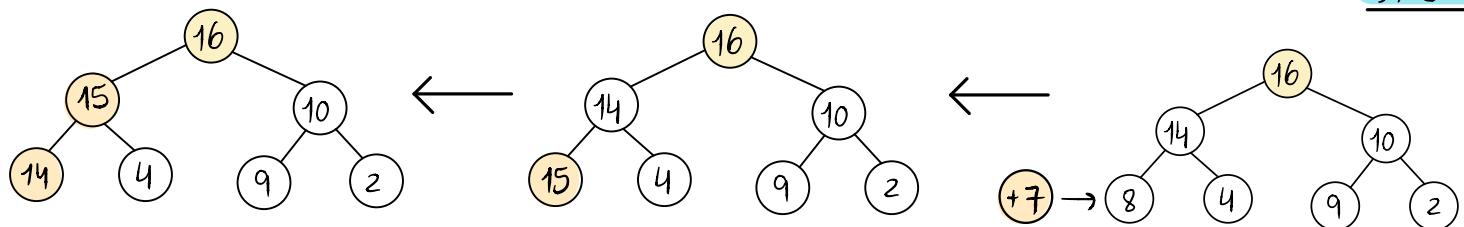
לעומת הוראה
הנימוקה

כאמור רצח גולגולת נזק

ב-1 צפחת

כונט איגוד ווילג'ה תכנית הולמת (לול),
אנו שולחן-ר睹ת-היהלום של מושב
שכל נסוחה נסוחה.

: ת-דנץ



Insert - בזב גינטסף גלגול

MAX-HEAP-INSERT(A, key)

```

1  $heap-size[A] \leftarrow heap-size[A]+1$ 
2  $A[heap-size[A]] \leftarrow -\infty$ 
3 HEAP-INCREASE-KEY( $A, heap-size[A], key$ )

```

רכזים נטען עוזב כ- $-\infty$ -

.Key-ה יעלס פיזי

אנו ממליה הרכזים נטען עוזב כ- $-\infty$, כלו ברכז נטען עוזב הולמי.

גוזים: * כויה שאלתית אם נטה רעריך שעתה של כה נטען עוזב.

* כויה שאלתית שאלתית כה נטען עוזב.

* גונזיאת הנטוינט/נטוינט גונזיאת ($O(1)$ (היכן נטען עוזב).

* באלגוריתם גונזיאת גונזיאת ($O(\log n)$ ו- $\Theta(n \log n)$ גונזיאת גונזיאת).

(ו- $n \log n$ כה נטען כה נטען נטען עוזב נטען עוזב).

* ניל-דינט גונזיאת גונזיאת ($\Theta(n \log n)$ גונזיאת גונזיאת).

Binary Search trees

36. በዚህ ደንብ

נווילינג נוואר אוניברסיטי : 36. תרגום נייר

לכטת קבצים ועיבודם נecessית שפץ או שפץ גלובלי כפולה שלם
 חישוב, נציגות מילינית/טוטונית, כוכotte/מחזיר, נציגות כר-מקה/גראן.
 ריכוז גלובלי של כל קבוצה שפץ נאיבי $h = \log(n)$ ורואה $O(h) = O(\log(n))$ כפוג' יתנו.

٢٣٦

96. מילוי נייראות (בנוסף ל-10%, 3 נעלם) ו-2 מילויים נוספים (ללא נעלם)

X.key , X.left , X.right , X.parent សម្រាប់បង្កើតនៃ NBT សម្រាប់

	Parent
X	key
left	right

רְגִינְגְּ (גָּמְנִים) כַּאֲמִתֵּן נֶעֱלָה מִבְּנֵי קְרָנוֹן וְמִבְּנֵי קְרָנוֹן.

אלה נסמכים מעתה אף פינאי ופיזי חביבם נתקו

תינכט, גב' מילא שלג ו' ינואר 1981, י.ר. 100, מ.מ. 100

left sub-tree

$y.\text{key} \leq x.\text{key}$?

•36•

right sub-tree

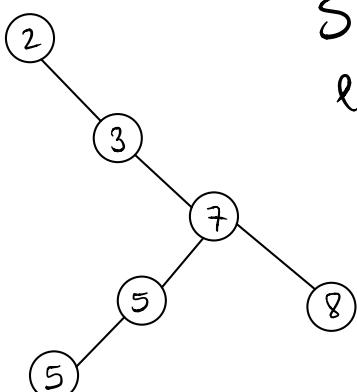
$y.\text{key} > x.\text{key}$

החותם וכני

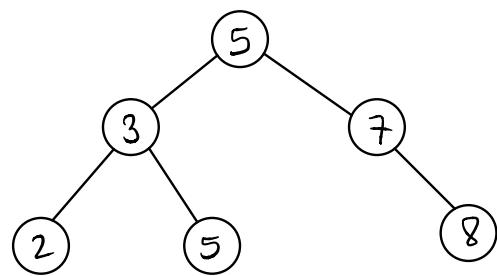
$$S = (2, 3, 5, 5, 7, 8) \text{ が } \varphi$$

ለዕስ የሚገኘውን ስምዎች

תְּנִינָה



የኢትዮጵያ ቴክኖሎጂ ስራተኞች



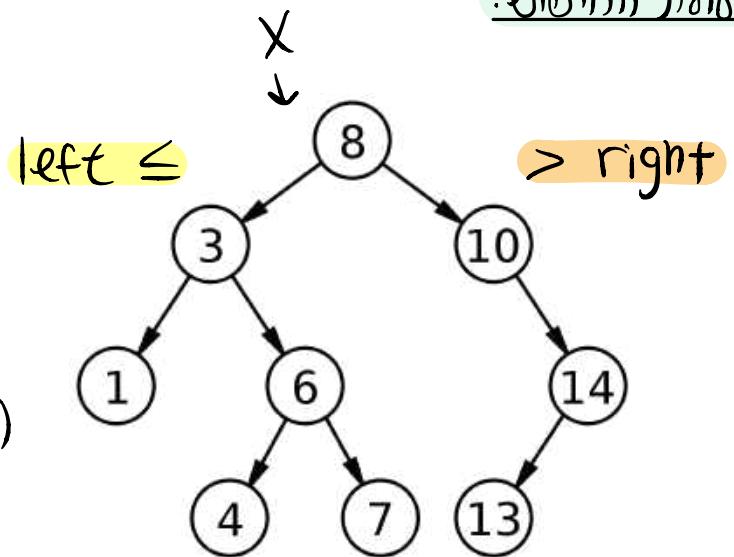
: תרשים עץ בדיקה

TREE-SEARCH(x, k)

```

1 if  $x == \text{NIL}$  or  $k == x.\text{key}$ 
2   return  $x$ 
3 if  $k < x.\text{key}$ 
4   return TREE-SEARCH( $x.\text{left}, k$ )
5 else return TREE-SEARCH( $x.\text{right}, k$ )

```



Tree-Search($X, 6$)

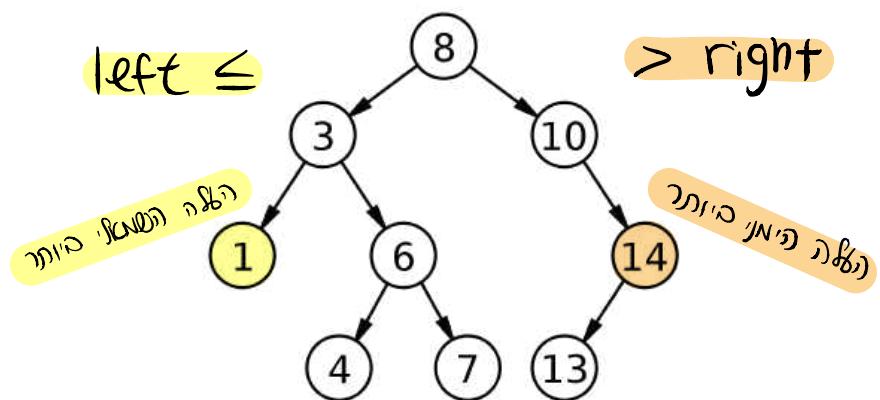
זמן אכזרי כנש כרכבת כטב $O(h)$.

Tree-Minimum (X):

```

1 while  $x.\text{left} \neq \text{null}$ 
2   do  $x \leftarrow x.\text{left}$ 
3 return  $x$ 

```



Tree-Maximum (X):

```

1 while  $x.\text{right} \neq \text{null}$ 
2   do  $x \leftarrow x.\text{right}$ 
3 return  $x$ 

```

זמן אכזרי כנש כרכבת כטב $O(h)$.

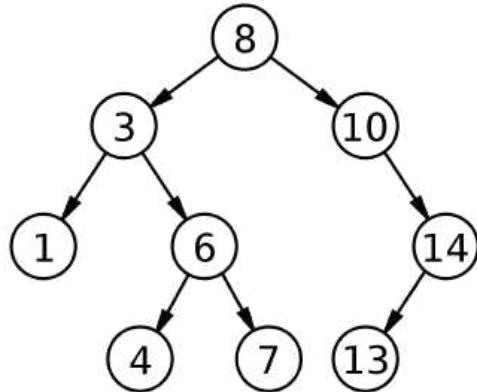
In-Order Tree Walk

дерево обход

Algorithm *Inorder(x)*

Input: x is the root of a subtree.

1. **if** $x \neq \text{NULL}$
2. **then** *Inorder(left(x));*
3. output key(x);
4. *Inorder(right(x));*



1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 13, 14 : סדרה

$$T(0) = \Theta(1)$$

תרכיך כקבינטונט:

$$T(n) = T(k) + T(n-k-1) + \Theta(1)$$

שארכו כיה, בפניהם ניכור $\Theta(n)$.

.print(x) פונקציית ה- x שסבב קרגות נשי. שורש תרגום

Successor - נחקק (הנתקן)

לצורך חישוב של X הינה הינה נתקן X מינימום כמינו, y , כך ש

- ריבוע גנריון את ה- y ה- y ה- y ה- y .

ולפי 3 נסודות:

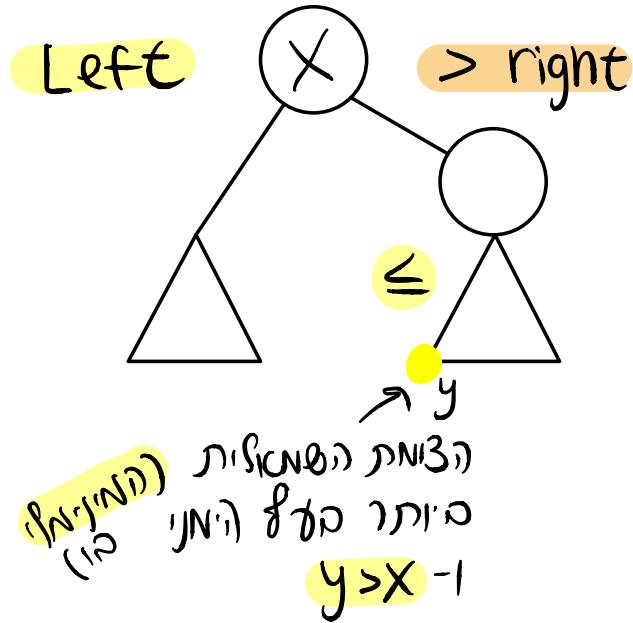
1.icus, x null x הינה גנריון.

2. גנריון, כתה נקי גנריון (כראן, פער, גני).

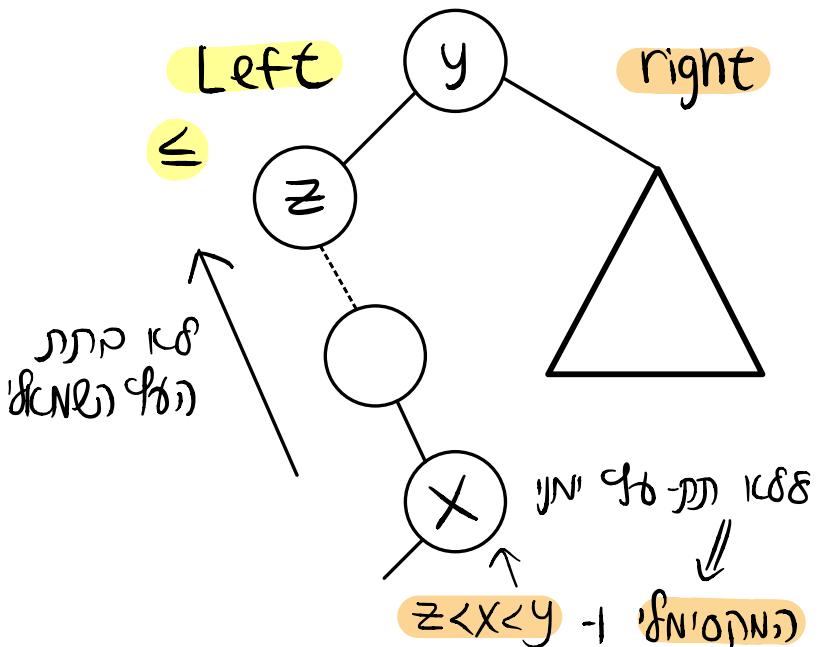
3. ה- x ה- x ה- x ה- x ה- x ה- x ה- x .

נחייה 2 Tree-Successor

2. נחייה
כל הנו יוצרים כוונת גודל (הנור)



3. נחייה
אם הרנוק מיותר סיבי, $x \leq z$ אז הרנוק מיותר סיבי, $x < z$



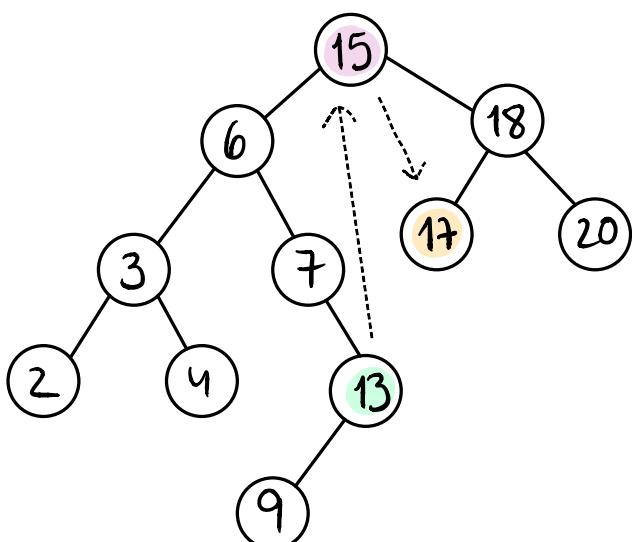
TREE-SUCCESSOR(x)

```

1 if  $x.right \neq \text{NIL}$ 
2   return TREE-MINIMUM( $x.right$ )
3  $y = x.parent$ 
4 while  $y \neq \text{NIL}$  and  $x == y.right$ 
5    $x = y$ 
6    $y = y.parent$ 
7 return  $y$ 

```

רעיון: מילוקו של הערך המינימלי בRIGHT



מילוקו:

17 ? 15 סיבי (2)
נחייה

15 ? 13 סיבי (3)
נחייה

וורכחה פטור נקייה 3

לפניהם מופיעים סימני סדר: **סימן סדר** (SIC), **סימן שווי** (SIE) ו**סימן לא סדר** (NSC).
 סימן סדר: **X < y** – מציין ש X מופיע לפני y.
 סימן שווי: **X = y** – מציין ש X מופיע לאחר y.
 סימן לא סדר: **X > y** – מציין ש X מופיע לפני y.

וורכחה: כבש גודו של הBINHT Y על מנת לתקן את X, רציך גודו של Y.

$$Y \cdot \text{key} > X \cdot \text{key} \quad ①$$

X מופיע לאחר Y במקומם המקורי (המיון נתקל ב-Y) **מקרה 1**

המיון יתבצע על ידי הסברת הטעות ותיקון אותה. **מקרה 2**

Y = Z.parent ו-X הוא אחד מפניהם. **מקרה 3**

לכיה מעתה:

X מופיע לאחר Y במקומם המקורי (המיון נתקל ב-Y).

וורכחה: X מופיע לאחר Y במקומם המקורי (המיון נתקל ב-Y).

X \neq Y והוא לא מופיע לאחר Y. **מקרה 1**

רכזה תהיoga ש-Y מופיע לאחר X: $Y \cdot \text{key} > X \cdot \text{key}$, ① אך מכאן ש-

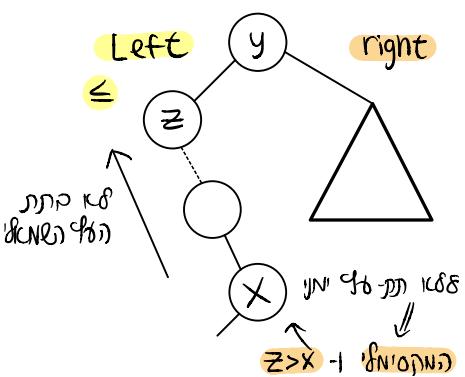
Z = Y.parent מופיע לאחר X.

מכאן רכזה ש-Z מופיע לאחר X, ② ו-X מופיע לאחר Y.

במקרה הראשון מופיע X לפני Y והוא מופיע לאחר Z. מכאן ש-

Z מופיע לאחר X. מכאן ש-

וכזה הפטיריה הוכחה.



כלי פועל (כלים)

לעומת הנקודות נו הטענות החזקות נזקירות מכך.

הנימוק (כלומר הוכחה) כמפורט לעיל כפיה, ואנו תרשים:

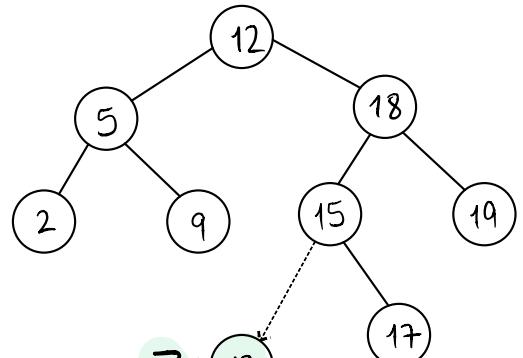
TREE-INSERT(T, z)

```

1   $y = \text{NIL}$ 
2   $x = T.\text{root}$ 
3  while  $x \neq \text{NIL}$ 
4       $y = x$ 
5      if  $z.\text{key} < x.\text{key}$ 
6           $x = x.\text{left}$ 
7      else  $x = x.\text{right}$ 
8   $z.p = y$  //  $z.p = z.\text{parent}$ 
9  if  $y == \text{NIL}$ 
10      $T.\text{root} = z$  // tree  $T$  was empty
11  elseif  $z.\text{key} < y.\text{key}$ 
12       $y.\text{left} = z$ 
13  else  $y.\text{right} = z$ 

```

טבלאות



insert(13)

כלי גנרטור

: פונקציית גנרטור שמייצרת סדרה של ריבועים נסודים. וארה שורה נסודים.

. ריבועים נסודים ↗ .1

.null גנרטור ← נסודים לא יקיים null ↗ .

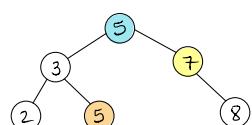
. 3, 9, 27, 81 ↗ .2

. ↗ נסודים לא יקיים null ↗ .

. ריבועים נסודים ↗ .3

לכלי (Successor) ↗ נסודים לא יקיים ↗ .

. ↗ נסודים לא יקיים ↗ .4



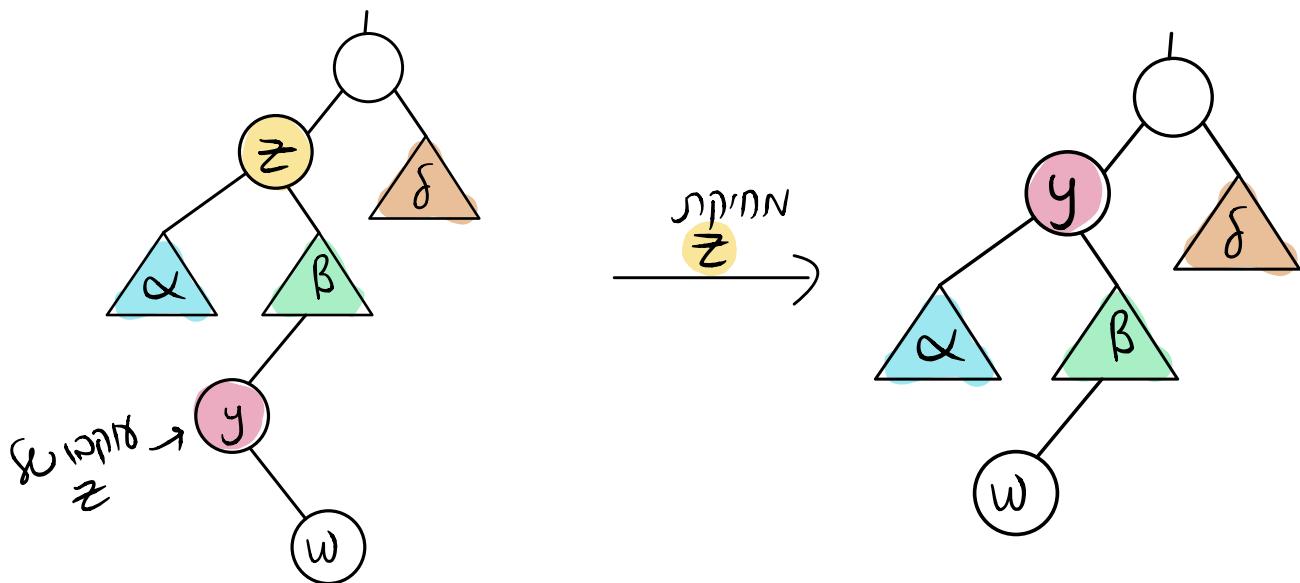
TREE-DELETE(T, z)

```
1 if  $z.left == \text{NIL}$ 
2   TRANSPLANT( $T, z, z.right$ )           //  $z$  has no left child
3 elseif  $z.right == \text{NIL}$ 
4   TRANSPLANT( $T, z, z.left$ )           //  $z$  has just a left child
5 else  $y = \text{TREE-MINIMUM}(z.right)$     //  $y$  is  $z$ 's successor
6   if  $y.p \neq z$ 
7     TRANSPLANT( $T, y, y.right$ )
8      $y.right = z.right$ 
9      $y.right.p = y$ 
10  TRANSPLANT( $T, z, y$ )                // Replace  $z$  by  $y$ .
11   $y.left = z.left$ 
12   $y.left.p = y$ 
```

: פונקציית

.פונקציית Transplant מחליף נード

: פונקציית פונקציית



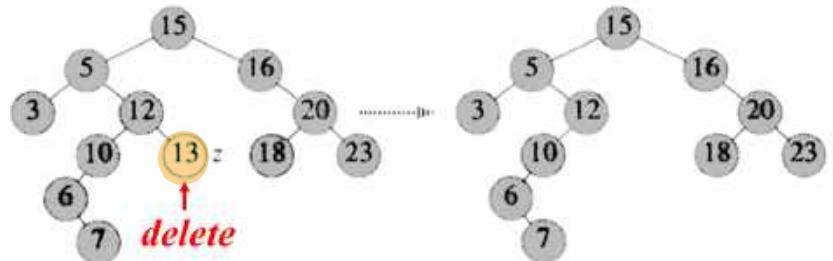
.בוקס בפונקציית Delete, מחליף נード z ב- y , רבודת, ופונקציית TRANSPLANT

לפונקציית Delete, מחליף נード z ב- y , רבודת, ופונקציית TRANSPLANT. בפונקציית Delete, מחליף נード z ב- y , רבודת, ופונקציית TRANSPLANT.

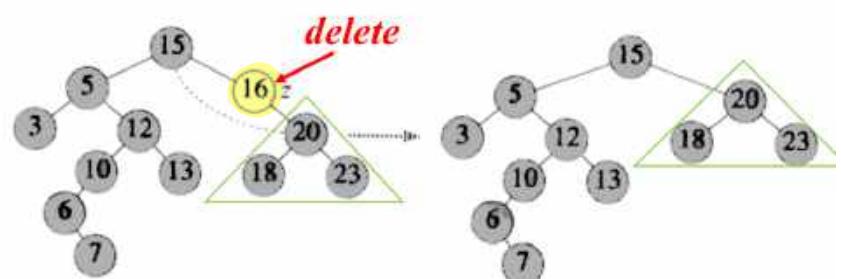
ככל שנדוד, מחליף נード z ב- y , רבודת, ופונקציית TRANSPLANT.

:பொறுப்பு 3-8 மின்கணக்கு

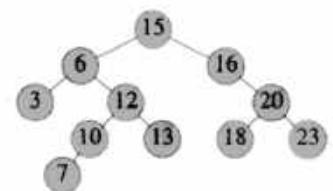
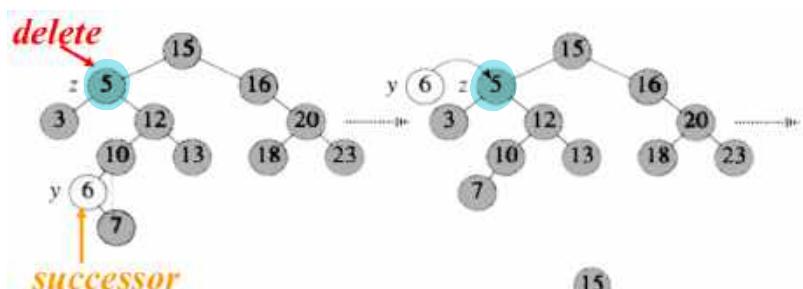
பொறுப்பு என்ன?



மின் பொறுப்பு என்ன?



பொறுப்பு மீது செய்யப்படும் வகை



நிலைமேக்காக விடங்களே விடங்களே பிரிசு

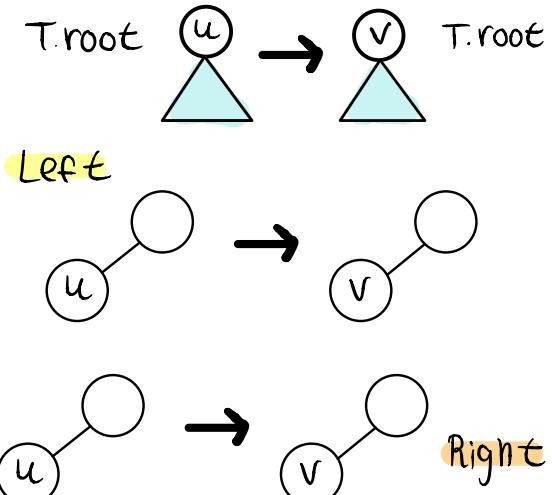
Transplant என்றும் அழைகிறோம்

(உலக முழுவதில் ஒரு தொழில் விடங்களே விடங்களே பிரிசு)

הכלואו גען

TRANSPLANT(T, u, v)

- 1 if $u.p == \text{NIL}$
- 2 $T.root = v$
- 3 elseif $u == u.p.left$
- 4 $u.p.left = v$
- 5 else $u.p.right = v$
- 6 if $v \neq \text{NIL}$
- 7 $v.p = u.p$



ריכוך סיכון נטוויה של צדקה

נkeh 1-2 ו-3 O(1) אפּוֹרְטָה: הימינית נזקפת אל תורם.
נkeh 3 חותם O(h) Tree-Minimum-8 אם לא מוגדר (בפּוֹתַח)

. O(h) פּוֹתַח Successor, Predecessor, insert, search
כלהייל שטעה: כהה שטעה נזקפת יסיקטן מהה (ה) O

לכוניג'ה אל הנטקחות
היא נאיה הסתקאות טוֹבָה

3. חיפוש ניוקי כרנלי כפּאלן (רכז ניוקי)

תִּשְׁכַּח: אף ערך ניוקי כרנלי כפּאלן כרונולוג' נס' ה-Netwon שירד (לפּ)
אף ניוקי שירד כרונולוג' נס' ה-Netwon שירד (לפּ)

טְבִּיאָה
טְבִּיאָה

. O(log(n)) חישוב נטוויה של צדקה כהה כהה (טְבִּיאָה)

. O(h) פּוֹתַח Successor, Predecessor, insert, search: כהה (טְבִּיאָה)