Techniki obliczeniowe – sprawozdanie z projektu	
Kierunek: Elektronika i telekomunikacja, 2 rok, gr.5	Autorzy: Wojciech Broda, Mirosław Smoroński
Temat: **Wizualizacja zasady obliczania kwadratury dla dowolnej metody n-punktowej**	

1. Wstęp teoretyczny

Przedmiotem i celem tego projektu było zwizualizowanie, jak wygląda na wykresie obliczanie kwadratury dla dowolnej n-punktowej metody. Na samym początku, na bazie wiedzy z wykładu, zostało przyjęte założenie, że wraz ze wzrostem stopnia danego wielomianu aproksymującego otrzymywane będą dokładniejsze wyniki kwadratury.

Kwadratury - numeryczne wyznaczanie całki oznaczonej:

$$\int_{x_a}^{x_b} f(x)\,dx \approx \sum_{n=1}^{N} a_n \cdot f(x_n), \quad x_n \in < x_a ; x_b >$$

współczynniki $\mathbf{a_n}$ nie zależą od funkcji,
$\mathbf{x_n}$ – węzły kwadratury

Kwadratury z ustalonymi węzłami, węzły w równych odległościach – metody Newtona-Cotesa:

$$L_N(x) = \sum_{n=1}^{N} W_{n,N-1}(x) \cdot f(x_n)$$

$$a_n = \int_{x_a}^{x_b} w(x) \cdot W_{n,N-1}(x)\,dx$$

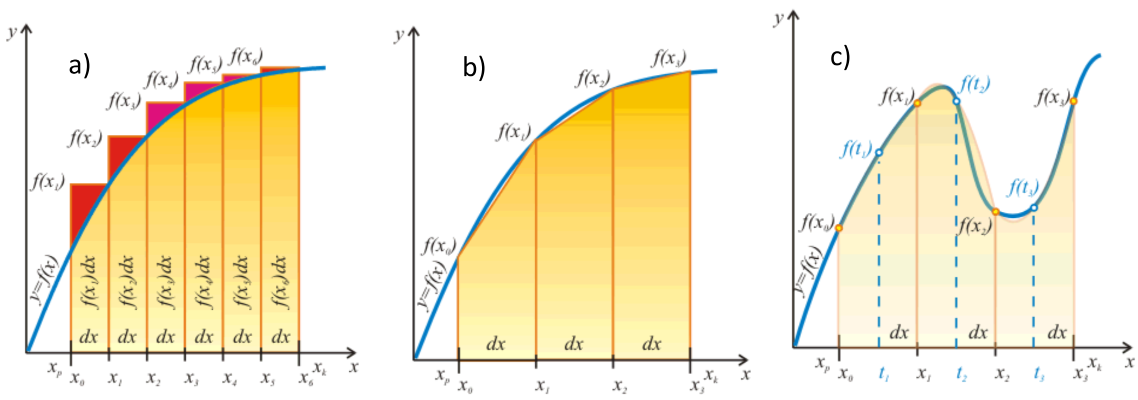
wielomian interpolacyjny Lagrange'a

Metoda Newtona-Cotesa (podstawowy wzór zamknięty = przedział domknięty)

$$\int_{x_1}^{x_2} f\,dx = h \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot f_1 + \frac{1}{2} \cdot f_2\right] \quad + \quad O\left(h^3 \cdot f''\right)$$

Poszerzenie metody na ciąg przedziałów daje nam metodę trapezów

Metody:
a) prostokątów (dla r=0)
b) trapezów (dla r=1, przybliżanie funkcją liniową)
c) Simpsona (przybliżanie parabolą)
itd. (r = rząd, stopień wielomianu)



2. Omówienie istotnych fragmentów projektu

Całość projektu składa się z głównej funkcji **projekt.m** wywoływanej w skrypcie **test.m**
Funkcja **projekt.m** odwołuje się do pozostałych m.plików, czyli:
- **calka.m** – własna procedura na obliczanie całki z wielomianu
- **wartosc_funkcji.m** – własna procedura obliczająca wartość funkcji
- **f.m** – funkcja w której ustalamy wielomian, który przybliżamy

projekt.m

```
function [c,c1] = projekt(aa,b,n,r)
XX = linspace(aa,b,1000);
YY = f(XX);
X=linspace(aa,b,n); %Określenie argumentów w których będą granice "paseczków"
Y= f(X); %Obliczanie wartości dla tych argumentów
plot(X,Y,'o','MarkerIndices',1:1:length(Y))
%Wykreślanie tych punktów (wartości) na wykresie w formie węzłów
hold on;
plot(XX,YY,'-','linewidth',4) %Wykreślanie naszej funkcji idealnej
title('Kwadratura numeryczna do oblicznia całki')
xlabel('Przedział całkowania')
ylabel('Wartości funkcji')
hold on;
grid on;
```

Powyższy zrzut ekranu przedstawia deklarację funkcji i nadanie jej argumentów:
aa, **b** (granice całkowania), **n** (ilość węzłów wyznaczających poszczególne paski),
r (rząd wielomianu aproksymującego). Wartości argumentów można zmieniać z poziomu okna komend. Pozostałe istotne operacje opatrzone są stosownym komentarzem.

```
for k=1:n-1
        x = linspace(X(k),X(k+1),r+1); %dzielenie każdego paska na 100 punktów
        y = f(x);  %funkcja zdefiniowana osobno w innym pliku
        for q =1:1:length(x) %interpolacja funkcji metodą Lagrange'a za pomocą miacierzy
              A(q,:) = x(q).^[r:-1:0];
        end
        a = inv(A)*y(:);
        a = a';
        c = c + polyval(polyint(a),X(k+1)) - polyval(polyint(a),X(k));
        c1 = c1 + wartosc_funkcji(calka(a),X(k+1)) - wartosc_funkcji(calka(a),X(k));
        xx = linspace(X(k),X(k+1),100); %generujemy dziedzinę do wykresu
        yy = polyval(a,xx); %dla każdego argumentu dziedziny xx obliczamy wartość wielomianu a
        area(xx,yy)
end
```

Zmienna **c** przestawia wartość całki obliczoną za pomocą funkcji wbudowanych,
c1 natomiast przedstawia tę samą wartość lecz przy udziale funkcji własnych.

`text(xm-0.5,ym-0.5,wartosc,'FontSize',12);` funkcja **text** wypisująca wynik na wykresie

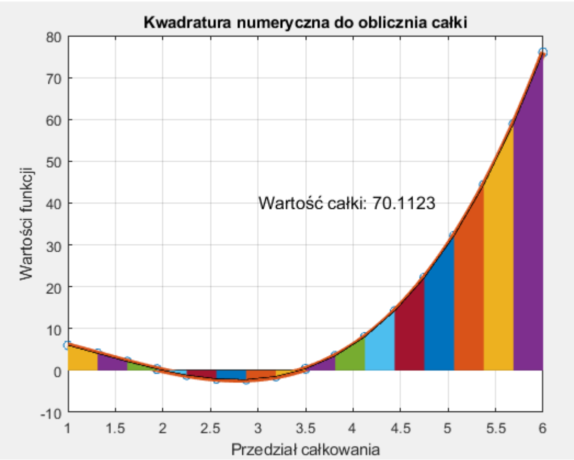
W skrypcie zawarliśmy, naszym zdaniem wszystkie, elementy niezbędne do ukazania wspomnianych wcześniej we wstępie zmian, umożliwiając jednocześnie edycje poszczególnych parametrów w sposób dynamiczny. Wartość całki jest dokładniejsza wraz ze wzrostem stopnia wielomianu aproksymującego oraz ilości węzłów (n).

3. Wizualizacja

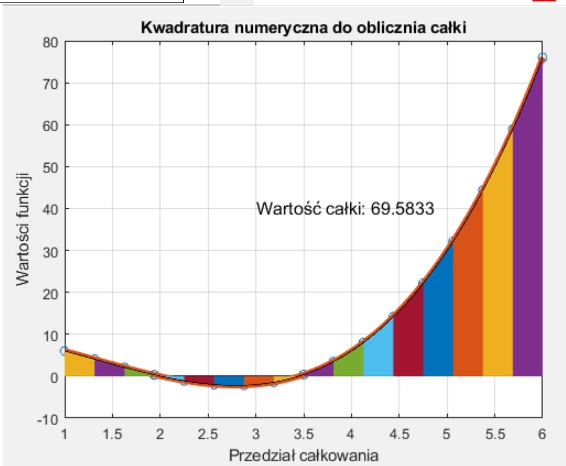
na czerwono zostały zaznaczone parametry ulegające zmianie w danej konfiguracji

$$f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 10$$

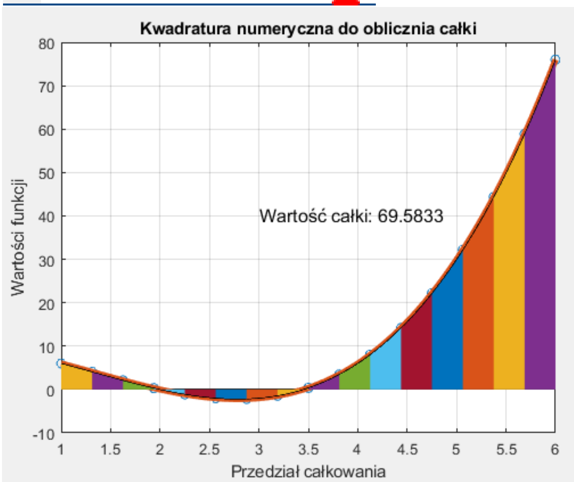
`>> projekt(1,6,17,1)`



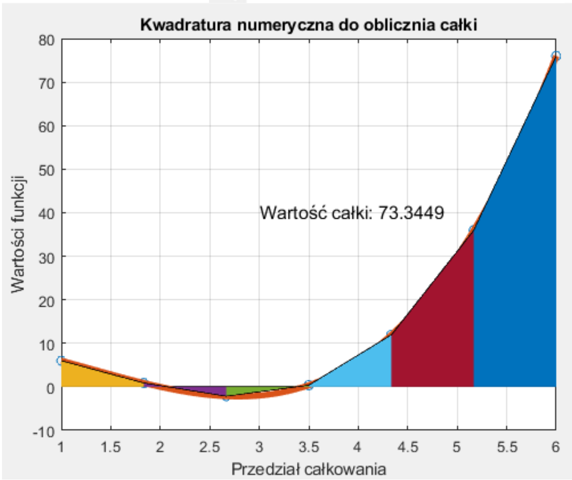
`>> projekt(1,6,17,2)`



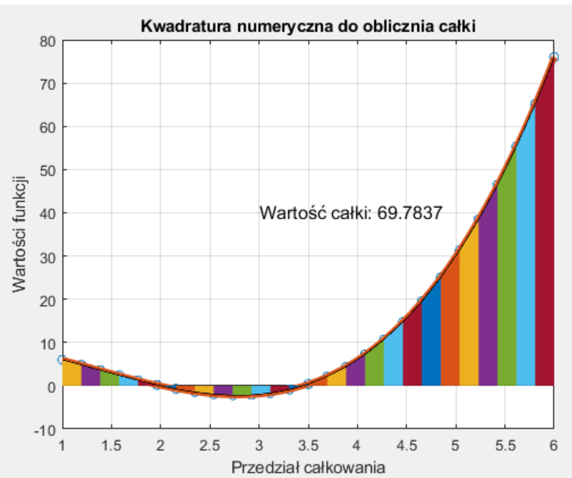
`>> projekt(1,6,17,3)`



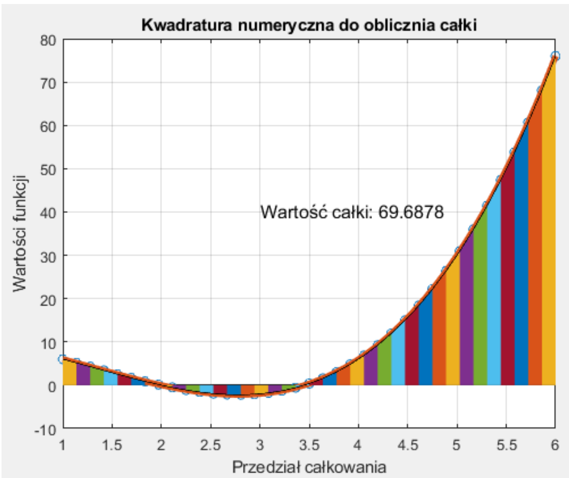
`>> projekt(1,6,7,1)`



`>> projekt(1,6,27,1)`



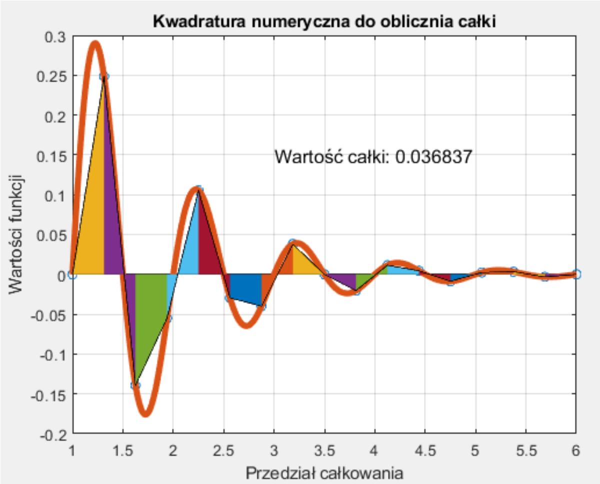
`>> projekt(1,6,37,1)`



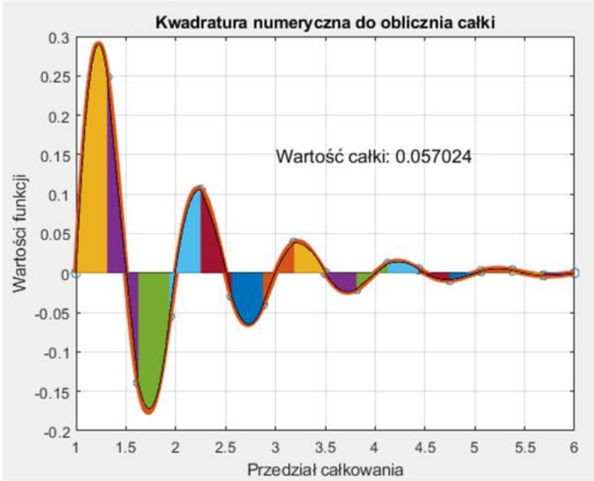
Dokładna wartość całki z powyższego wielomianu: $\frac{835}{12} \cong 69{,}5833$

$$f(x) = e^{-x} \sin(2\pi x)$$

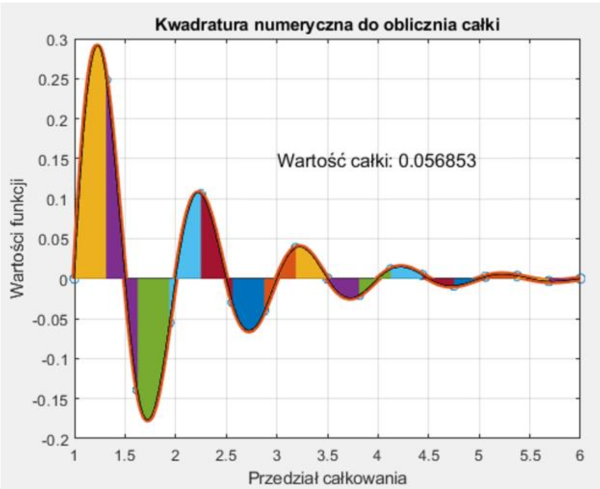
`>> projekt(1,6,17,1)`



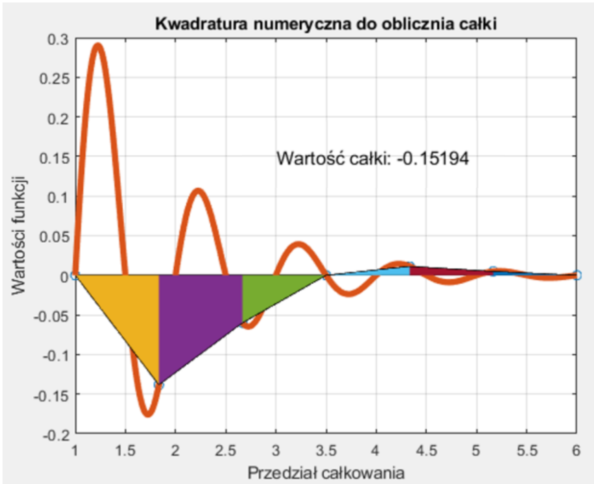
`>> projekt(1,6,17,2)`



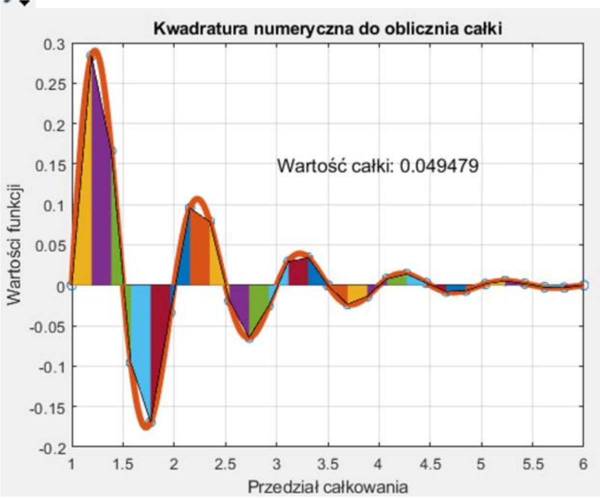
`>> projekt(1,6,17,3)`



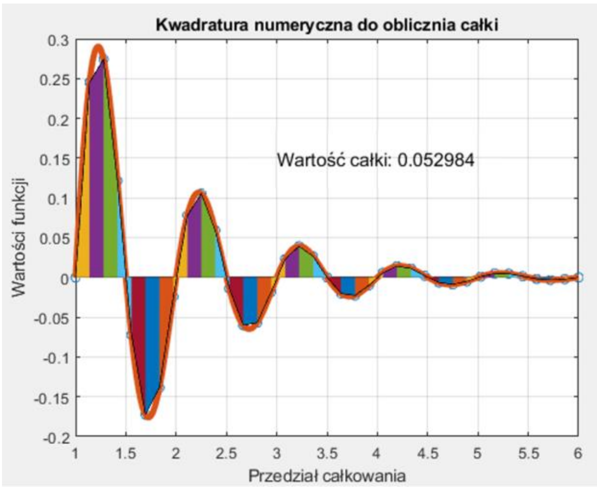
`>> projekt(1,6,7,1)`



`>> projekt(1,6,27,1)`



`>> projekt(1,6,37,1)`



Dokładna wartość całki z powyższej funkcji: 0,056718