Санкт-Петербургский политехнический университет
Институт компьютерных наук и технологий

КОМПЬЮТЕРЫ И КОГНИТИВНЫЕ СИСТЕМЫ

VII СЕМЕСТР

Лектор: *Олейников Виталий Сергеевич*

Автор: *Шкалин Кирилл*

весна 2023

Содержание

1 Лекция от 14.02.2023

Справка по первой работе:

1. В cmdline ввести `fuzzy`
2. Выбрать функцию
3. Задать границы
4. Повторить для давления и выходной функции
5. `veiw` → `rules`
6. Поверхность отклика: `view` → `surface`
7. `edit` → `rules`

1.1 Лингвистическая переменная

Лингвистическая переменная характеризуется ее наименованием, множеством значений, синтаксическими процедурами (позволяют оперировать элементами терм-множества T), U область определения.

Пример: Переменная с именем температура в комнате

- Синтаксические правила G, порождающее новые термы с использованием квантификаторов "и "использованием, "новые"

Расмотри лингвистические переменные для первой работы: `Принцип 80/20`

1. Температура.

Синглтон — имеет форму прямой.

2 Лекция от 07.03.2023

Сложная функция

$$h(x) = f(g(x))$$

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Примеры:

1.

$$h(x) = e^{x^2}$$

$$h'(x) = e^{x^2} \cdot 2x$$

2.

$$h(x) = \frac{1}{\sin x}$$

$$h'(x) = -\frac{\cos x}{\sin^2 x}$$

Рекурсивное вычисление производной.

$$h(x) = f(g(x)); \qquad g(x) = g_1(g_2(x))$$

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g_1'(g_2(x)) \cdot g_2'(x)$$

Пример:

$$h(x) = \sin(\cos(x^2))$$

$$h'(x) = \cos(\cos(x^2)) \cdot (-\sin(x^2)) \cdot 2x$$

Частные производные:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\partial f}{\partial g_1}\frac{\partial g_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f}{\partial g_2}\frac{\partial g_2}{\partial x_1}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{\partial f}{\partial g_1}\frac{\partial g_1}{\partial x_2} + \frac{\partial f}{\partial g_2}\frac{\partial g_2}{\partial x_2}$$

Домашняя работа:

1. Вывести частные производные для

$$f(x_1, \ldots, x_m), g_1(x_1 \ldots, x_n), \ldots, g_m(x_1, \ldots, x_n)$$

2. Найти производную сложной функции и найти ответ

$$f(g_1, g_2) = \frac{g_1}{g_2}; \qquad g_1(x_1, x_2) = x_1 + x_2; \qquad g_2(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2}(1, 2)$$

3.

$$f(g_1, g_2, g_3) = g_1 g_2 g_3$$

где $g_1 = x_2 + x_3$, $g_2 = x_1 + x_3$, $g_3 = x_1 + x_2$

$$\frac{\partial f}{\partial x_3}(1, 2, 3)$$

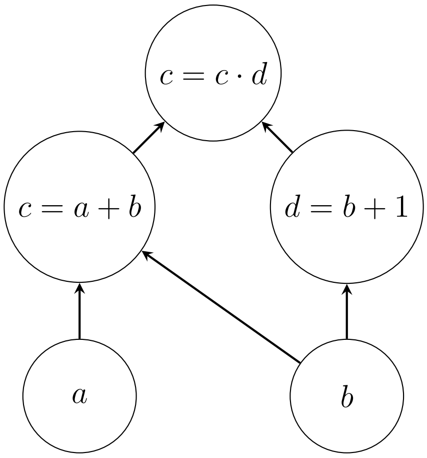
4.

$$f(g_1, g_2) = g_1^{g_2}$$

где $g_1(x) = x$, $g_2(x) = x$

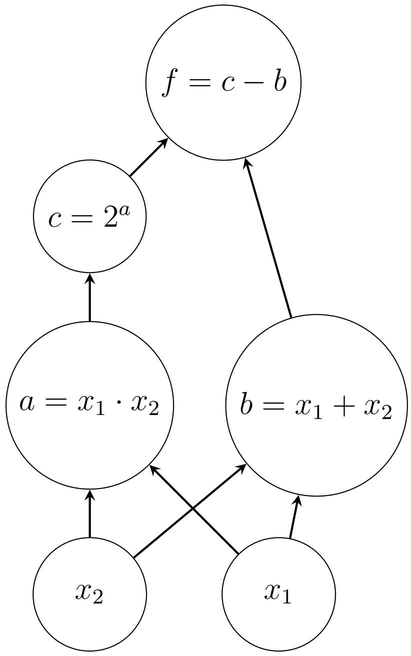
3 Лекция от 14.03.2023

Графы



Пример

$$f(x_1, x_2) = 2^{x_1 x_2} - (x_1 + x_2)$$



$$\frac{\partial f}{\partial c} = \frac{\partial (c-b)}{\partial c} = 1$$
$$\frac{\partial f}{\partial b} = \frac{\partial (c-b)}{\partial b} = -1$$
$$\frac{\partial f}{\partial a} = \frac{\partial f}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial a} = 1 \cdot 2^a \ln 2$$
$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\partial f}{\partial a}\frac{a}{\partial x_1} + \frac{\partial f}{\partial b}\frac{\partial b}{\partial x_1} = x_2 \cdot 2^a \ln 2 + -1 \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{\partial f}{\partial a}\frac{\partial a}{\partial x_2} + \frac{\partial f}{\partial b}\frac{\partial b}{\partial x_2} =$$

Алгоритм:

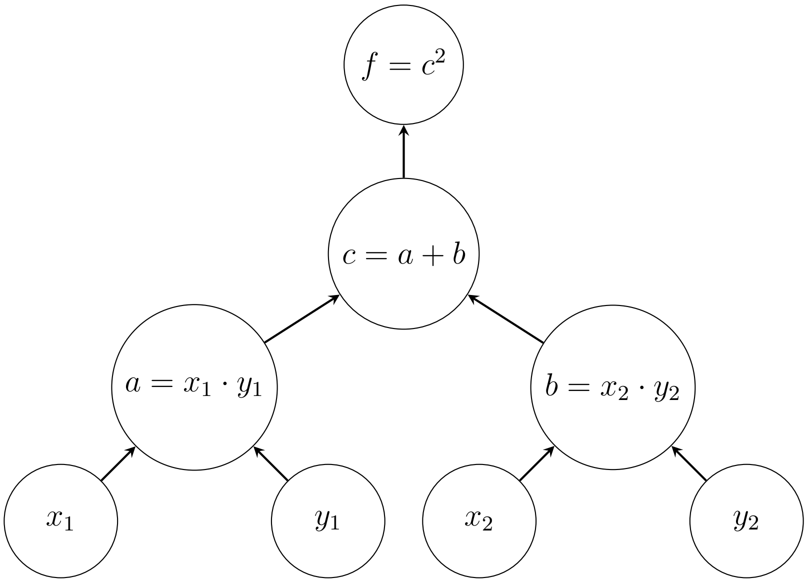
1. Считаем частные производные по всем буквам входящим в корень
2. Взять узел графа V такой, что для всех его узлов сверху частные производные уже посчитаны.

3. Тогда частные производные $\frac{\partial f}{\partial V}$ считаются по формуле

$$\frac{\partial f}{\partial V} = \frac{\partial f}{\partial V_1}\frac{\partial V_1}{\partial V} + \dots \frac{\partial f}{\partial V_k}\frac{\partial V_k}{\partial V}$$

$$\frac{\partial f}{\partial V} = \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial f}{\partial V_k}\frac{\partial V_k}{\partial V}$$

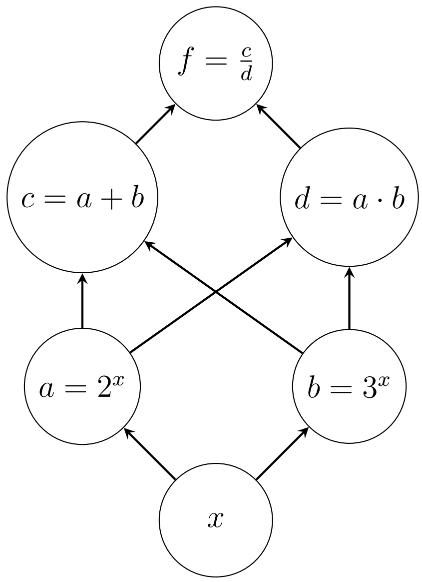
Дан граф функции f:



$$\frac{\partial f}{\partial c} = 2c$$
$$\frac{\partial f}{\partial a} = \frac{\partial f}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial a} = 2c \cdot 1 = 2c$$
$$\frac{\partial f}{\partial b} = \frac{\partial f}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial b} = 2c \cdot 1 = 2c$$
$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\partial f}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial a}\frac{\partial a}{\partial x_1} = 2c \cdot y_1$$
$$\frac{\partial f}{\partial y1} = 2cx_1$$

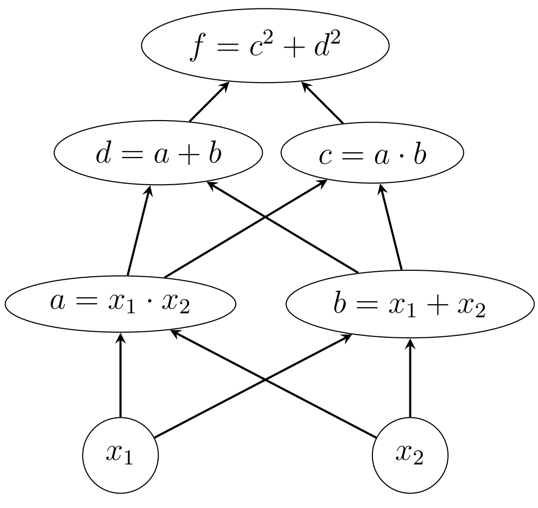
Задания:

1. есть лист графа x далее идут $a := 2^x$ $b := 3^x$ $c := a + b$ $d := ab$ $f := c/d$. Найти частные производные.



$$\frac{\partial f}{\partial c} = \frac{1}{d}$$
$$\frac{\partial f}{\partial d} = -\frac{1}{d^2}$$
$$\frac{\partial f}{\partial a} = \frac{\partial f}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial a} + \frac{\partial f}{\partial d}\frac{\partial d}{\partial a} = \frac{1}{d} \cdot 1 - \frac{1}{d^2} \cdot b = \frac{d-1}{d^2}$$
$$\frac{\partial f}{\partial b} = \frac{\partial f}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial b} + \frac{\partial f}{\partial d}\frac{\partial d}{\partial b} = \frac{1}{d} \cdot 1 - \frac{1}{d^2}a = \frac{d-a}{d^2}$$
$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial a}\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial b}\frac{\partial b}{\partial x} = \frac{d-1}{d^2} \cdot 2^x \ln 2 + \frac{d-a}{d^2}3^x \ln 3$$

2. x_1 x_2 $a = x_1 \cdot x_2$ $b = x_1 + x_2$ $c = ab$ $d = a + b$ $f = c^2 + d^2$



$$\frac{\partial f}{\partial d} = 2d$$
$$\frac{\partial f}{\partial c} = 2c$$
$$\frac{\partial f}{\partial a} = \frac{\partial f}{\partial d}\frac{\partial d}{\partial a} + \frac{\partial f}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial a} = 2d \cdot 1 + 2c \cdot b$$
$$\frac{\partial f}{\partial b} = \frac{\partial f}{\partial d}\frac{\partial d}{\partial b} + \frac{\partial f}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial b} = 2d \cdot 1 + 2c \cdot a$$
$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\partial f}{\partial a}\frac{\partial a}{\partial x_1} + \frac{\partial f}{\partial b}\frac{\partial b}{\partial x_1} = (2d + 2cb) \cdot (x_2) + (2d + 2ca) \cdot (1) = 28$$
$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{\partial f}{\partial a}\frac{\partial a}{\partial x_2} + \frac{\partial f}{\partial b}\frac{\partial b}{\partial x_2} = (2d + 2cb) \cdot (x_1) + (2d + 2ca) = 24$$

Сигмоида

Раньше сигмойда хайповала. Руки-базуки того времени.

$$\sigma(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$$

$$\sigma'(x) = \sigma(x)(1-\sigma(x))$$

Производная суперпозиции сигмойды

$$(\sigma(\sigma(x)))' = \sigma(\sigma(x))(1-\sigma(\sigma(x))) \cdot \sigma(x)(1-\sigma(x))$$

$$(\sigma(\sigma(\sigma(x))))' = \sigma(\sigma(\sigma(x)))(1-\sigma(\sigma(\sigma(x)))) \cdot (\sigma(\sigma(x)))'$$

При большом количестве производных сигмойда выраждается в ноль. (чем больше слоев, тем больше производных)

Задание:

В точке $x = 0$. Найти

$$\sigma(0) = \frac{e^0}{1+e^0} = 0.5$$

$$\sigma'(0) = \sigma(0)(1-\sigma(0)) = 0.25$$

$$\sigma'(\sigma(0)) = \sigma(\sigma(0))(1-\sigma(\sigma(0))) \cdot \sigma'(0) = \frac{e^{0.5}}{1+e^{0.5}}(1-\frac{e^{0.5}}{1+e^{0.5}}) \cdot 0.25 = 0.235$$

$$\sigma'(\sigma(\sigma(0))) = 0.227$$