MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

Kerly Naranjo E-mail kerly.naranjo@epn.edu.ec

9 de abril de 2017

Introducción

El método de Newton-Raphson es un método iterativo que nos permite aproximar la solución de una ecuación del tipo f(x) = 0. Partimos de una estimación inicial de la solución x0 y construimos una sucesión de aproximaciones de forma recurrente mediante la fórmula

$$x_{j+1} = x_j - \frac{f(x_j)}{f^1(x_j)}$$

Por ejemplo, consideremos la ecuación

$$e^x = \frac{1}{x}$$

En este caso es imposible despejar la incógnita, no obstante, si representamos las curvas $y=ex,\ y=1/x$ en el intervalo $x\in[0,4]$, es evidente que la ecuación tiene una solución en este intervalo.

Para aplicar el método de Newton-Raphson, seguimos los siguientes pasos:

1. Expresamos la ecuación en la forma f(x) = 0, e identificamos la función f. En el ejemplo es

$$f(x) = e^x - \frac{1}{x}$$

2. Calculamos la derivada

$$f'(x) = e^x + \frac{1}{x^2}$$

3. Construimos la fórmula de recurrencia

$$x_{j+1} = x_j - \frac{e_j^x - \frac{1}{x_j}}{e_j^x + \frac{1}{x_j^2}}$$

4. Tomamos una estimación inicial de la solución. En este caso podemos tomar por ejemplo $x_0 = 1.0$, y calculamos las siguientes aproximaciones. Desde el punto de vista práctico, si deseamos aproximar la solución con 6 decimales, podemos detener

1

los cálculos cuando dos aproximaciones consecutivas coincidan hasta el decimal 8. En nuestro caso, obtendríamos

$$x_0 = 1.0,$$

$$x_1 = 1 - \frac{e^1 - \frac{1}{1}}{e^1 + \frac{1}{1^2}} = 0.53788284,$$

$$x_2 = x_1 - \frac{e_1^x - \frac{1}{x_1}}{e_1^x + \frac{1}{x_1^2}} = 0.56627701,$$

$$x_3 = 0.56714258,$$

$$x_4 = 0,56714329,$$

$$x_5 = 0,56714329.$$

5. Podemos, entonces, tomar como solución x = 0.567143.

CÓDIGO DE IMPLEMENTACIÓN

Java NetBeans