Enunciado del ejercicio: Simulación orbital

1. Introducción

Este proyecto tiene como objetivo implementar una simulación numérica del movimiento planetario en nuestro sistema solar, aplicando principios fundamentales de mecánica celeste y métodos de integración numérica. Los estudiantes compararán dos algoritmos de integración (Euler y Verlet) evaluando su precisión y eficiencia computacional.

2. Fundamentos Teóricos

2.1. Ley de Gravitación Universal

La fuerza gravitatoria entre dos cuerpos se describe mediante la ley de Newton:

$$\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r} \tag{1}$$

donde:

- G es la constante gravitacional ($6{,}6748 \times 10^{-11}$N·m^2/kg^2)
- m_1 y m_2 son las masas de los cuerpos
- r es la distancia entre centros de masa
- $\hat{r}$ es el vector unitario en la dirección radial

2.2. Ecuaciones de Movimiento

Para un planeta orbitando el Sol (considerado fijo), la aceleración se expresa como:

$$\vec{a} = -\frac{GM_{\text{Sol}}}{r^3}\vec{r} \tag{2}$$

2.3. Métodos de Integración Numérica

2.3.1. Método de Euler

Actualización de posición y velocidad:

$$\vec{r}(t+\Delta t) = \vec{r}(t) + \vec{v}(t)\Delta t \tag{3}$$

$$\vec{v}(t+\Delta t) = \vec{v}(t) + \vec{a}(t)\Delta t \tag{4}$$

2.3.2. Método de Verlet (Velocity-Stormer)

Más preciso y estable para sistemas conservativos:

$$\vec{r}(t+\Delta t) = \vec{r}(t) + \vec{v}(t)\Delta t + \frac{1}{2}\vec{a}(t)\Delta t^2 \tag{5}$$

$$\vec{v}(t+\Delta t) = \vec{v}(t) + \frac{1}{2}\left[\vec{a}(t) + \vec{a}(t+\Delta t)\right]\Delta t \tag{6}$$

2.4. Complejidad Computacional

Se analizará la complejidad temporal de ambos métodos en términos de notación Big-O, considerando:

- Número de cuerpos (n)
- Número de pasos temporales (k)
- Operaciones por iteración

3. Descripción del Ejercicio

Los estudiantes deberán implementar una simulación del sistema Sol-Tierra que:

1. Modele las interacciones gravitatorias usando las ecuaciones de Newton 2. Implemente ambos métodos de integración (Euler y Verlet) 3. Siga una arquitectura Modelo-Vista-Controlador (MVC):

- **Modelo**: Lógica de simulación y física
- **Vista**: Visualización de resultados
- **Controlador**: Gestión de parámetros y ejecución

4. Genere visualizaciones de las trayectorias orbitales 5. Compare cuantitativamente ambos métodos en términos de:

- Conservación de la energía total del sistema
- Estabilidad de la órbita a largo plazo
- Precisión respecto a la solución analítica
- Tiempo de ejecución y eficiencia computacional

4. Restricciones de Implementación

- **Lenguaje**: Python 3.x
- **Bibliotecas permitidas**:
  - `math` (cálculos básicos)
  - `matplotlib` (visualización)
  - `time` (medición de rendimiento)
- **Parámetros físicos**:

```
G = 6.6748e-11          # m^3 kg^-1 s^-2
M_SOL = 1.989e30        # kg
UA = 1.496e11           # metros (1 unidad astronómica)
```

- **Condiciones iniciales Tierra**:

```
posicion_inicial = [UA, 0]  # m
velocidad_inicial = [0, 29700]  # m/s (velocidad orbital)
```

- **Paso temporal**: $\Delta t = 86400$ s (1 día terrestre)

5. Resultados Esperados

Los estudiantes deberán entregar:

1. Código estructurado en MVC con implementación de ambos integradores 2. Gráficos comparativos de:

- Trayectorias orbitales completas
- Error energético relativo ($E/E_0 - 1$) vs tiempo
- Conservación del momento angular

3. Análisis cuantitativo que incluya:

- Tabla comparativa de errores máximos
- Gráfico de tiempo de ejecución vs pasos temporales

4. Animación opcional de las órbitas (usando matplotlib.animation)

6. Criterios de Evaluación

La calificación considerará:

Criterio	**Ponderación**
Correcta implementación física (ley de gravitación)	20 %
Implementación funcional de ambos métodos de integración	15 %
Arquitectura MVC bien estructurada	15 %
Análisis comparativo de precisión (energía, trayectoria)	20 %
Análisis de complejidad computacional y rendimiento	15 %
Calidad de visualizaciones y presentación de resultados	10 %
Documentación clara en código y README	5 %

6.1. Criterios Adicionales

- Estabilidad de la órbita terrestre después de 1 año simulado
- Error energético menor al 1 % para Verlet (a corto plazo)
- Demostración de la inestabilidad del método de Euler
- Análisis de la relación entre Δt y la precisión