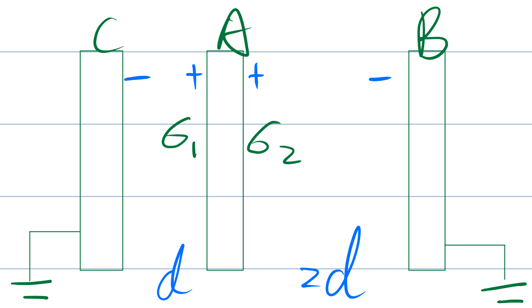
1. 三个平行金属板A,B,C的面积都是$200cm^2$，A和B相距4.0mm A与C相距2.0mm，B,C都接地如图所示。如果使A板带$3.0\times10^{-7}C$的正电荷，忽略边缘效应，问B板和C板上的感应电荷各是多少？以地的电势为零，则A板的电势是多少？



解：设A,B,C板面积为S，A左右电荷面密度为σ_1，σ_2

AC间距为d，AB间为2d

$\because$ C和B接地，C，B点电势为0

$U_{AC}=U_A-U_C$

$U_{AB}=U_A-U_B$

$\therefore U_{AC}=U_{AB}$

$\therefore E_{AC}\cdot d=E_{AB}\cdot 2d$

$$\frac{\sigma_1\cdot S}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\cdot d=\frac{\sigma_2\cdot S}{4\pi\varepsilon_0 4d^2}\cdot 2d$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{1}{2}$$

$\because$ A所带电荷为正电荷，$\therefore$ B,C处负感应电荷

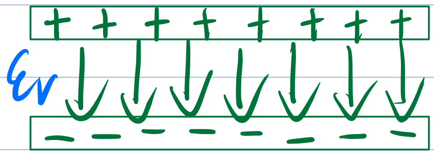
$\therefore$ C处感应电荷数为$-1\times10^{-7}C$

B处则为$-2\times10^{-7}C$

$\because$ A为金属 $\therefore E_A=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$\therefore U_A=E_A\cdot d=\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}\cdot d\approx2.26\times10^3V$

2. 一平板电容器充电后，极板上电荷面密度为 $\sigma_0 = 4.5\times10^{-5} C\cdot m^{-2}$ 现将两极板与电源断开，然后再把相对电容率为 $\varepsilon_r = 2.0$ 的电介质插入两极板之间，如图所示。此时电介质中的电位移 D，电场强度 E 和电极化强度 P 各为多少



$D = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot E$

$\oint D \cdot ds = \Sigma q$

$$D = \frac{Q}{ds} = \sigma_0 = 4.5\times10^{-5}\ C\cdot m^{-2}$$

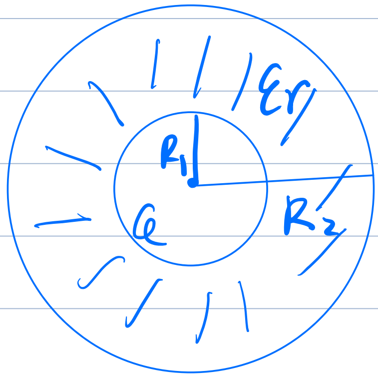
$$E = \frac{D}{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0} = \frac{4.5\times10^{-5}}{2.0\times8.85\times10^{-12}} \approx 2.5\times10^{6}\ V\cdot m^{-1}$$

$$P = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 E$$

$$= 8.85\times10^{-12}\times2.5\times10^{6}$$

$$\approx 2.2\times10^{-5}\ C\cdot m^{-2}$$

3. 在半径为R_1的金属球之外包有一层外半径为R_2的均匀电介质球壳，电介质的相对电容率为ε_r，金属球带电Q



$$\oint D\cdot dS = \sum q$$

(1) 电介质内，外的电场强度

① $R_1 < r < R_2$

$$E_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$$

② $r > R_2$

$$E_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

(2) 电介质层内、外的电势

① $R_1 < r < R_2$

$$U = \int_r^{R_2} E_1 \cdot dr + \int_{R_2}^{\infty} E_2 dr$$

$$= \int_r^{R_2} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} dr + \int_{R_2}^{\infty} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \left(\frac{1}{r}\Big|_{R_2}^{r}\right) + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}\Big|_{\infty}^{R_2}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\varepsilon_r r} - \frac{1}{\varepsilon_r R_2} + \frac{Q\varepsilon_r}{\varepsilon_r R_2}\right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{r} + \frac{\varepsilon_r - 1}{R_2}\right).$$

② $r > R_2$

$$U = \int_r^{\infty} E_2 \cdot dr$$
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

(3) 金属球的电势

$$U = \int_{R_1}^{R_2} E_1 \cdot dr + \int_{R_2}^{\infty} E_2 \cdot dr$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{\varepsilon_r - 1}{R_2}\right)$$