

Лабораторной работе №2. Задача о погоне

“Евдокимов Максим Михайлович НФИбд-01-20”¹

17 февраля, 2023, Москва, Россия

¹Российский Университет Дружбы Народов

Цели и задачи работы

Цель работы

Цель работы - разобраться в алгоритме построения математической модели на примере задачи о погоне. Нам необходимо провести теоритические рассуждение и вывести дифференциальные уравнения, с помощью которых мы сможем определить точку пересечения лодки и катера из задачи. Для более наглядного примера нам были выданы варианты, с помощью которых можно будет смоделировать траектории движения лодки и катера. Условия задачи: “На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в n раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо

Задача

1. Изучить условия задачи. Провести теоритические рассуждения используя данные из варианта
2. Вывести дифференциальное уравнение, соответствующее условиям задачи
3. Написать программу для расчета траетории движения катера и лодки.
4. Построить модели.
5. Определить по моделям точку пересечения катера и лодки.

Ход работы лабораторной работы

Теоретический материал 1

Принимаем за $t_0 = 0$, $X_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент, когда их обнаруживают катера береговой охраны. После введем полярные координаты. Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{x+k}{v}$ (для второго случая $\frac{x-k}{v}$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v} \text{ - в первом случае, } \frac{x}{v} = \frac{x-k}{v} \text{ во втором случае.}$$

Отсюда мы найдем два значения x_1 и x_2 , задачу будем решать для двух случаев :

$$*x_1 = \frac{k}{n+1}, \text{ при } \theta = 0$$

$$*x_2 = \frac{k}{n-1}, \text{ при } \theta = -\pi$$

Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$. Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость $v_t = \sqrt{n^2 v_r^2 - v^2}$. Поскольку, радиальная скорость равна v , то тангенциальную скорость находим из уравнения $v_t = \sqrt{n^2 v^2 - v^2}$. Следовательно, $v_\tau = v \sqrt{n^2 - 1}$.

- Тогда получаем $r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1}$

$$\begin{cases} r_0 = s/(v+1) \\ \theta_0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_0 = s/(v-1) \\ \theta_0 = \frac{-2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{v^2 - 1}}$$

$$\frac{dr}{r} = \frac{d\theta}{\sqrt{v^2 - 1}}$$

$$\ln(r) = \int_{span[1]}^{span[2]} \frac{d\theta}{\sqrt{v^2 - 1}} = \frac{\theta}{\sqrt{v^2 - 1}}$$

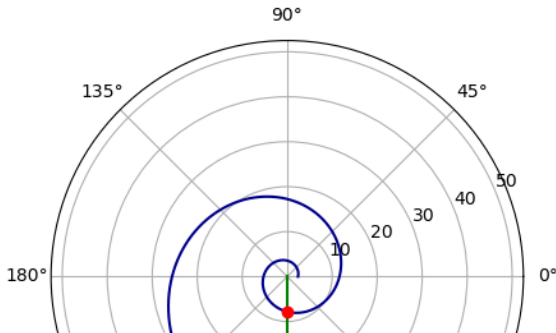
$$r = C * e^{\frac{\theta}{\sqrt{v^2 - 1}}}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению: $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{n^2-1}}$ Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5.1 раза больше скорости браконьерской лодки

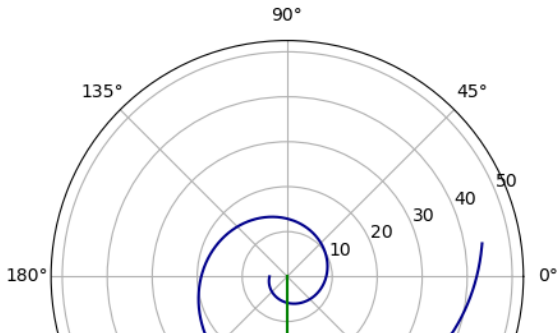
Результаты работы программы

Точка пересечения красного и зеленого графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров. Исходя из этого графика, мы имеем координаты: Координаты точки пересечения - (4.71238898038469 ; 7.823758233349156)



Результаты работы программы

Точка пересечения красного и зеленого графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров. Исходя из этого графика, мы имеем координаты: Координаты точки пересечения - (4.71238898038469 ; 28.363483870979746)



Выводы

Мы рассмотрели задачу о погоне, также провели анализ с помощью данных которые нам были даны, составили и решили дифференциальные уравнения. С моделировали ситуацию и сделали вывод, что в первом случае погоня завершиться раньше.