Лабораторная работа №3. Модель боевых действий.

Вариант №30

Евдокимов Максим Михайлович НФИбд-01-20

Содержание

Список иллюстраций

Цель работы

Нам необходимо рассмотреть модели простейших боевых действий, так называемые модели Ланчестера. В моделях мы будем рассматривать три случая битв, сражение регулярных войск, сражение регулярных и партизанских войск, сражение партизанских войск. Если численность армии обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Задание

1. Выявить три случая модели Ланчестера, разобрать их теоретическое выведение.
2. Вывести уравнения для постоения моделей Ланчестера для двух случаев (Системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами).
3. Построить графики изменения численности войск, используя текст лабораторной работы.
4. Определить победившую сторону.

Выполнение лабораторной работы

Теоретические сведения

Рассмотри два случая ведения боевых действий с учетом различных типов войск:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

В первом случае (сражение между регулярными войсками) численность войск определяется тремя факторами:

1. скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
2. скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
3. скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Теоретические сведения

Потери, которые не связанны с боевыми действиями, описывают так $-a(t)x(t)$ и $-h(t)y(t)$, а элементы $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ отражают потери на поле боя. Коэффициенты $b(t)$, $c(t)$ указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно, $a(t)$,$h(t)$ - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции $P(t)$,$Q(t)$ учитывают возможность подхода подкрепления к войскам X и Yв течение одного дня.

Модель боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Получаем 2 формулы

Первый случай

Война между регулярными войсками. Модель принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Второй случай

Война между регулярными войсками и партизанскими отрядами. Модель принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cx(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Задача

Условие

Между страной Х и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна Х имеет армию численностью 52 000 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 49 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)Q(t)$ непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии Х и армии У для следующих случаев:

Случай 1

Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.36x(t) - 0.48y(t) + sin(t+1) + 1 \\ \frac{dy}{dt} = -0.6x(t) - 0.15y(t) + cos(t+2) + 1.1 \end{cases}$$

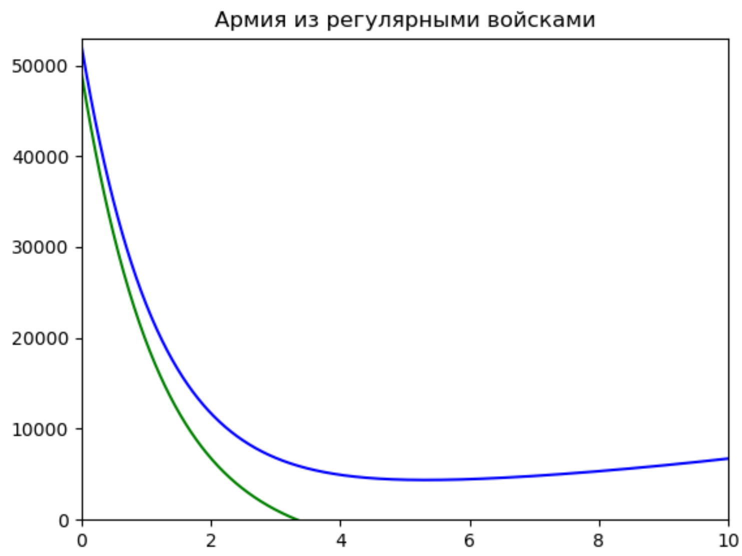

Рис. 1: Julia График числоности армий 1

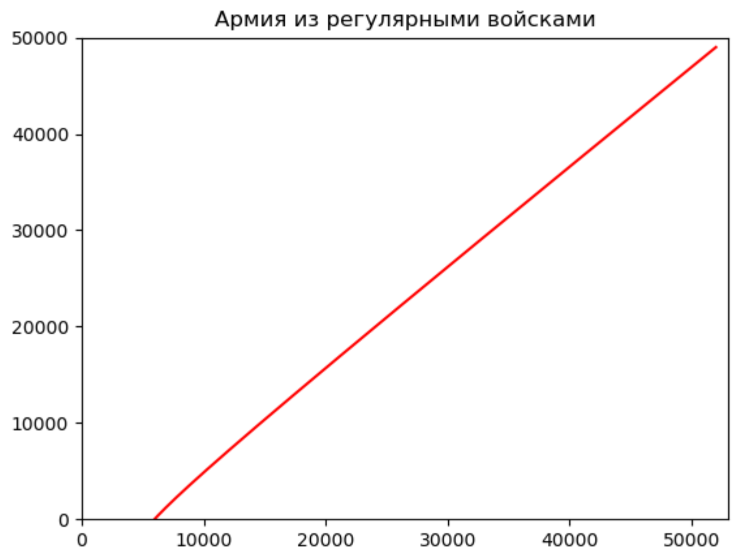

Рис. 2: Julia График числоности армий 1 (параметрический)

Победа достается армии X.

Случай 2

Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.11x(t) - 0.68y(t) + sin(5t) + 1.1 \\ \frac{dy}{dt} = -0.91x(t)y(t) - 0.32y(t) + cos(5t) + 1 \end{cases}$$

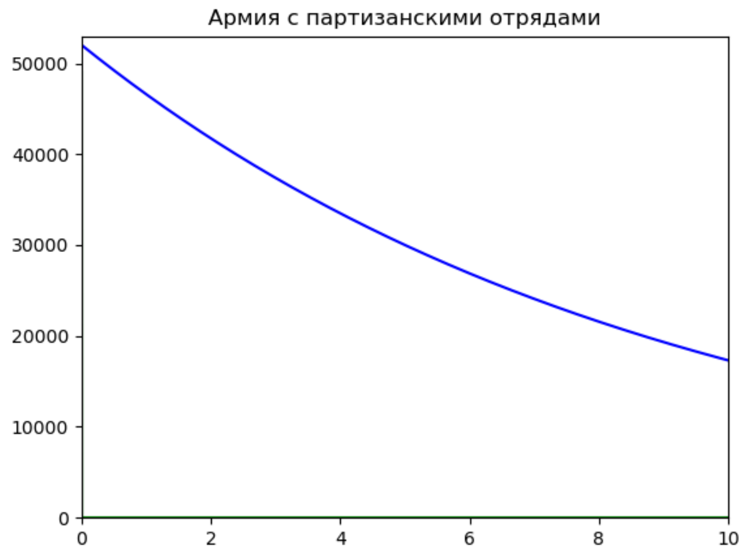

Рис. 3: Julia График числоности армий 2

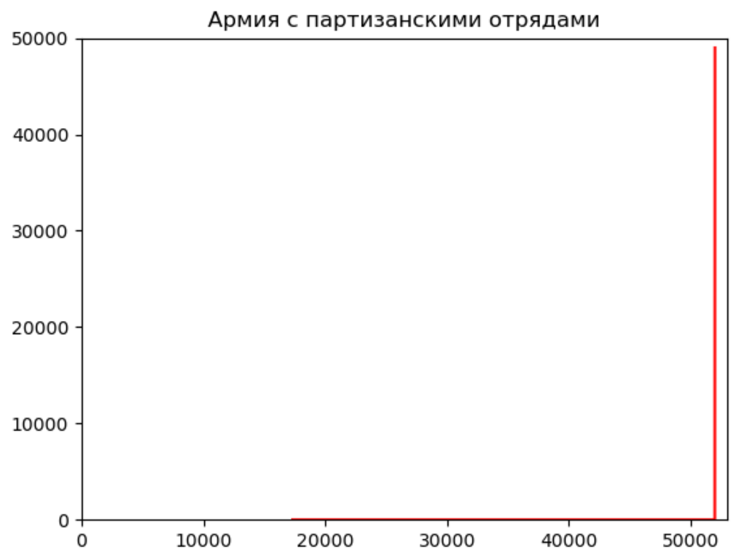

Рис. 4: Julia График числоности армий 2 (параметрический)

Победа достается армии X.

Код программы на Julia

```
using PyPlot
using DifferentialEquations

function f1(du, u, p, t)
    du[1] = -0.36*u[1] -0.48*u[2] + sin(t + 1) + 1
    du[2] = -0.49*u[1] -0.37*u[2] + cos(t + 2) + 1.1
end

function f2(du, u, p, t)
    du[1] = -0.11*u[1] -0.68*u[2] + sin(5t) + 1.1
    du[2] = -0.6*u[1]*u[2] -0.15*u[2] + cos(5t) + 1
end

function draw(p)
    ax = PyPlot.axes()
    ax.set_xlim(0, 53000)
    ax.set_ylim(0, 50000)
    ax.set_title(p)
    ax.plot(x, y, linestyle="-", color="red")
    show()
    close()
    ax = PyPlot.axes()
```

```
    ax.set_xlim(0, 10)
    ax.set_ylim(0, 53000)
    ax.set_title(p)
    ax.plot(time, x, linestyle="-", color="blue")
    ax.plot(time, y, linestyle="-", color="green")
    show()
    close()
end

const X = 52000
const Y = 49000
range = (0, 10)
ode = ODEProblem(f1, [X,Y], range)
sol = solve(ode, dtmax=0.01)
x = [u[1] for u in sol.u]
y = [u[2] for u in sol.u]
time = [t for t in sol.t]
draw("Армия из регулярными войсками")

ode = ODEProblem(f2, [X,Y], range)
sol = solve(ode, dtmax=0.01)
x = [u[1] for u in sol.u]
y = [u[2] for u in sol.u]
time = [t for t in sol.t]
draw("Армия с партизанскими отрядами")
```

Код программы на OpenModelica

случай 1

```
model model_1
  parameter Real a( start=0.36);
  parameter Real b( start=0.48);
  parameter Real c( start=0.49);
  parameter Real h( start=0.37);
  Real x(start=52000);
  Real y(start=49000);

  equation
    der(x)=-a*x-b*y+sin(time+1)+1;
    der(y)=-c*x-h*y+cos(time+2)+1.1;

  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=10, Tolerance=1e-
6, Interval=0.05));

end model_1;
```

Получившиеся графики

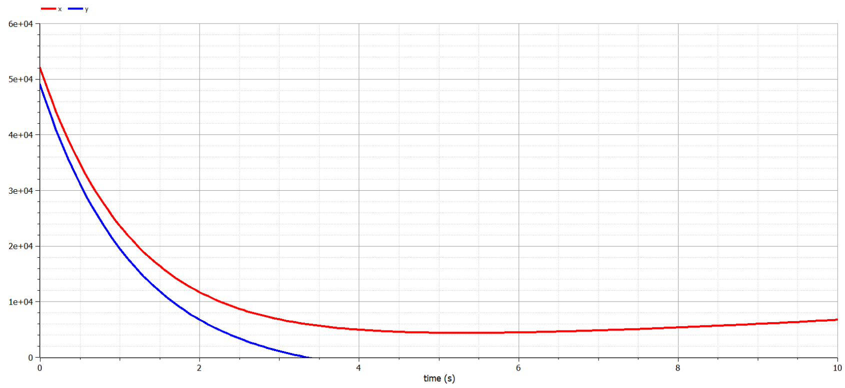

Рис. 1: OM График числоности армий 2

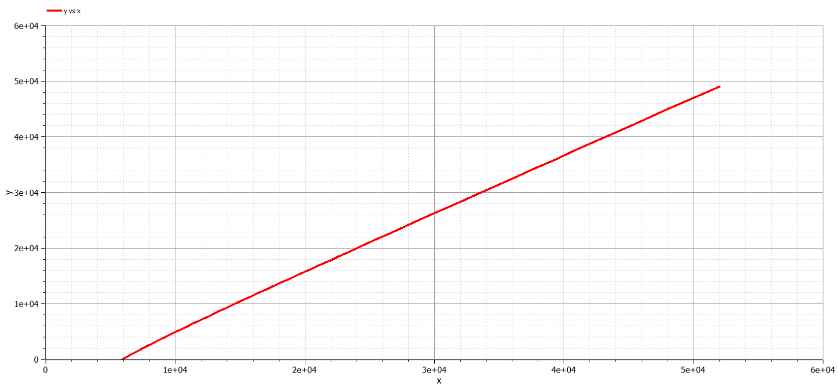

Рис. 2: OM График числоности армий 2 (параметрический)

случай 2

```
model model_2
  parameter Real a( start=0.11);
  parameter Real b( start=0.68);
  parameter Real c( start=0.6);
  parameter Real h( start=0.15);
  Real x(start=52000);
```

```
  Real y(start=49000);

  equation
    der(x)=-a*x-b*y+sin(5*time)+1.1;
    der(y)=-c*x*y-h*y+cos(5*time)+1;

  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=10, Tolerance=1e-
6, Interval=0.05));

end model_2;
```

Получившиеся графики

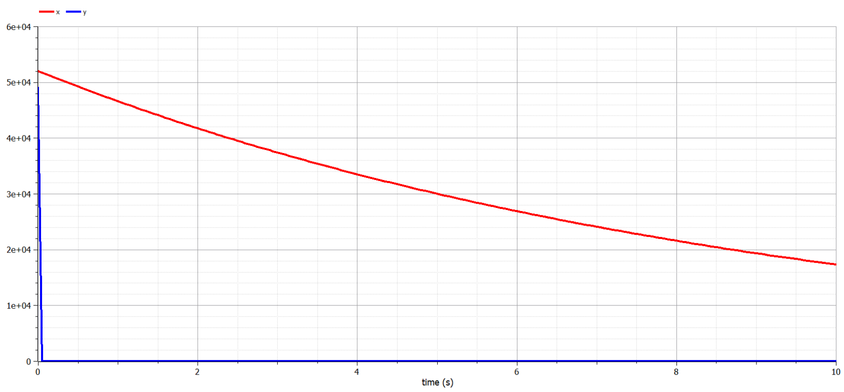

Рис. 3: OM График числоности армий 2

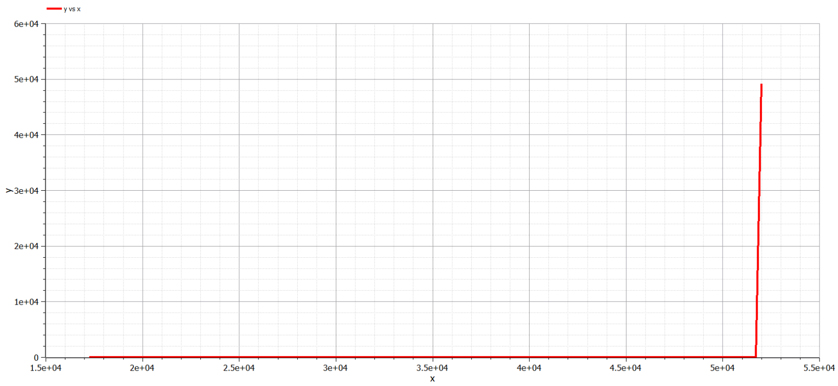

Рис. 4: OM График числоности армий 2 (параметрический)

Выводы

Рассмотрели модели простейших боевых действий, так называемые модели Ланчестера. Фактически научились програмировать более сложные дифференциальные уровнения такие как “Системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами”. В разбмраемой задаче мы рассмотрели два случая битв:

1. Сражение регулярных войск.
2. Сражение регулярных и партизанских войск.

И проверили как работают модели в этих случаях, построили графики двух видов линейный и параметрический, и сделали вывод о том, кто станет победителем в данных случаях.

Источники информации

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/Законы_Осипова_—_Ланчестера
2. https://www.socionauki.ru/journal/articles/130365/
3. http://www.mathprofi.ru/sistemy_differencialnyh_uravnenij.html
4. https://nextjournal.com/sosiris-de/ode-diffeq
5. https://openmodelica.org/doc/OpenModelicaUsersGuide/latest/solving.html
6. https://habr.com/ru/post/209112/