Лабораторная работа №3. Модель боевых действий.

Евдокимов Максим Михайлович НФИбд-01-20[1]

23 февраля, 2023, Москва, Россия

[1]Российский Университет Дружбы Народов

Цели и задачи работы

Цель лабораторной работы

Нам необходимо рассмотреть модели простейших боевых действий, так называемые модели Ланчестера. В моделях мы будем рассматривать три случая битв, сражение регулярных войск, сражение регулярных и партизанских войск, сражение партизанских войск. Если численность армии обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Задание к лабораторной работе

1. Выявить три случая модели Ланчестера, разобрать их теоретическое выведение.
2. Вывести уравнения для постоения моделей Ланчестера для двух случаев (Системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами).
3. Построить графики изменения численности войск, используя текст лабораторной работы.
4. Определить победившую сторону.

Процесс выполнения лабораторной работы

Теоретический материал

Будем рассматривать три случая ведения боевых действий с учетом различных типов войск:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов
3. Боевые действия между партизанскими отрядами

Первый случай

Первый случай

В первом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Второй случай

Второй случай

Во втором уже расматривается модель боевых действий между регулярными и партизанскими войсками описывается как:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Модель базовых боевых действий

Модель базовых боевых действий

В простейшей модели борьбы двух противников коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$ являются постоянными. Состояние системы описывается точкой (x, y) положительного квадранта плоскости. Координаты этой точки, x и y - это численности противостоящих армий. Тогда модель принимает вид

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -by \\ \frac{dy}{dt} = -ax \end{cases}$$

Это - жесткая модель, которая допускает точное решение

$\frac{dx}{dy} = \frac{by}{cx}$

$cxdx = bydy, cx^2 - by^2 = C$

Эволюция численностей армий x и y происходит вдоль гиперболы, заданной уравнениями в тексте лабораторной работы. По какой именно гиперболе пойдет война, зависит от начальной точки.

Вывод из модели

Для борьбы с вдвое более многочисленным противником нужно в четыре раза более мощное оружие, с втрое более многочисленным - в девять раз и т. д. (на это указывают квадратные корни в уравнении прямой). Стоит помнить, что эта модель сильно идеализирована и неприменима к реальной ситуации. Но может использоваться для начального анализа.

Задача

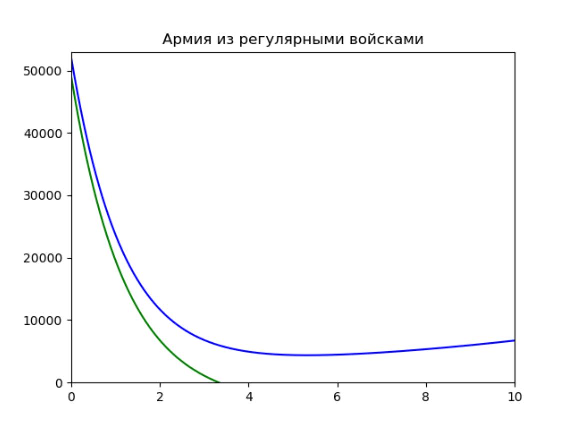
Условие

Между страной X и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 52 000 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 49 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)Q(t)$ непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии X и армии У для следующих случаев:

Модель боевых действий между регулярными войсками

Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.36x(t) - 0.48y(t) + sin(t+1) + 1 \\ \frac{dy}{dt} = -0.6x(t) - 0.15y(t) + cos(t+2) + 1.1 \end{cases}$$

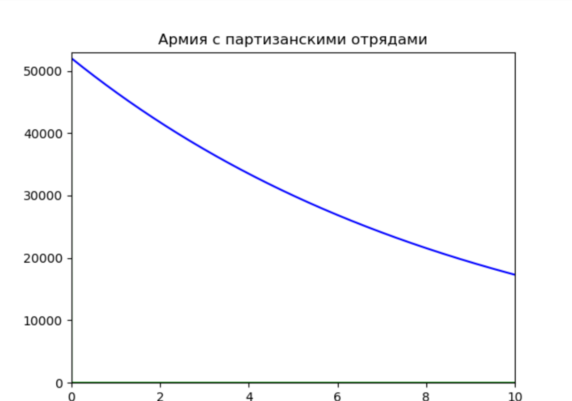


Случай 2

Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.11x(t) - 0.68y(t) + sin(5t) + 1.1 \\ \frac{dy}{dt} = -0.91x(t)y(t) - 0.32y(t) + cos(5t) + 1 \end{cases}$$



Вывод

Из расмотренных моделей простейших боевых действий, основанных на модели Ланчестера. В моделях мы рассмотрели два случая битв:

1. Сражение регулярных войск.
2. Сражение регулярных и партизанских войск.

Проверили как работают модели в этих случаях, построили графики и сделали вывод о том, кто станет победителем в данных случаях.

Источники информации

Источники информации

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/Законы_Осипова_—_Ланчестера
2. https://www.socionauki.ru/journal/articles/130365/
3. http://www.mathprofi.ru/sistemy_differencialnyh_uravnenij.html
4. https://nextjournal.com/sosiris-de/ode-diffeq
5. https://openmodelica.org/doc/OpenModelicaUsersGuide/latest/solving.html
6. https://habr.com/ru/post/209112/