

Лабораторная работа №4 - “Модель гармонических колебаний”

Евдокимов Максим Михайлович. НФИбд-01-20.¹

27 марта, 2023, Москва, Россия

¹Российский Университет Дружбы Народов

Условия лабораторной работы

Цель лабораторной работы

Изучить уравнение гармонического осциллятора без затухания. Записать данное уравнение и построить фазовый портрет гармонических и свободных колебаний.

Задание к лабораторной работе

1. Построить решение уравнения гармонического осциллятора без затухания
2. Записать уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построить его решение. После построить фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием.
3. Записать уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построить решение и фазовый портрет.

Теоретический материал

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре. Также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Такая модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Уравнение же свободных колебаний гармонического осциллятора имеет вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega^2 = 0$$

При отсутствии потерь в системе ($\gamma = 0$) мы получим уравнение консервативного осциллятора энергии колебания, которое сохранится во времени.

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \dot{x}(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Уравнение второго порядка представляем в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} x = y \\ y = -\omega^2 x \end{cases}$$

Начальные условия для системы примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Условие задачи. Вариант № 30

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. без затуханий и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 4.3x = 0$$

2. с затуханием и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + \dot{x} + 20x = 0$$

3. с затуханием и под действием внешней силы:

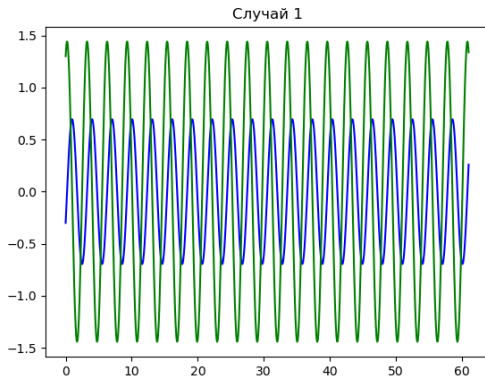
$$\ddot{x} + \dot{x} + 8.8x = 0.7 \sin 3t$$

На интервале $t \in [0; 61]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = -0.3, y_0 = 1.3$

Случай 1.1

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы на линейном графике:

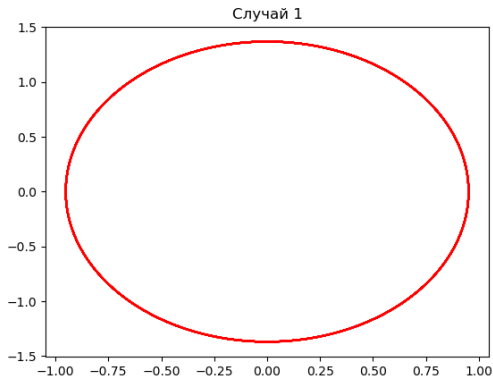
$$\ddot{x} + 4.3x = 0$$



Случай 1.2

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы на параметрическом графике:

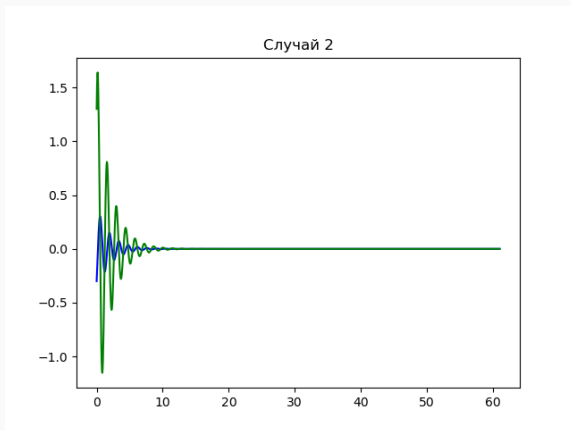
$$\ddot{x} + 4.3x = 0$$



Случай 2.1

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы на линейном графике:

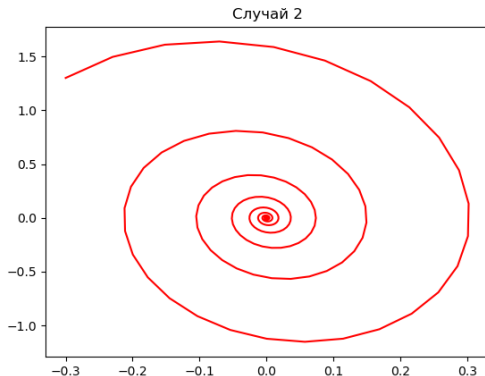
$$\ddot{x} + \dot{x} + 20x = 0$$



Случай 2.2

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы на параметрическом графике:

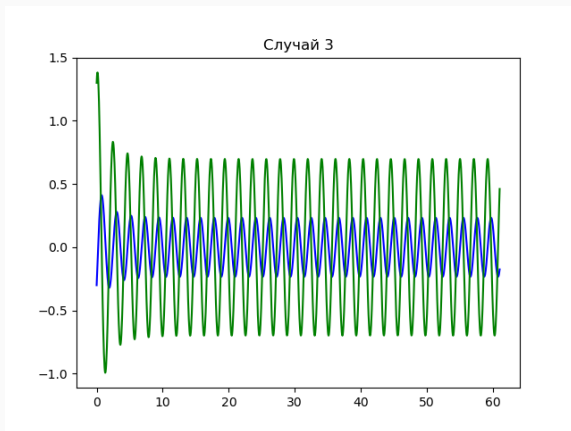
$$\ddot{x} + \dot{x} + 20x = 0$$



Случай 3.1

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы на линейном графике:

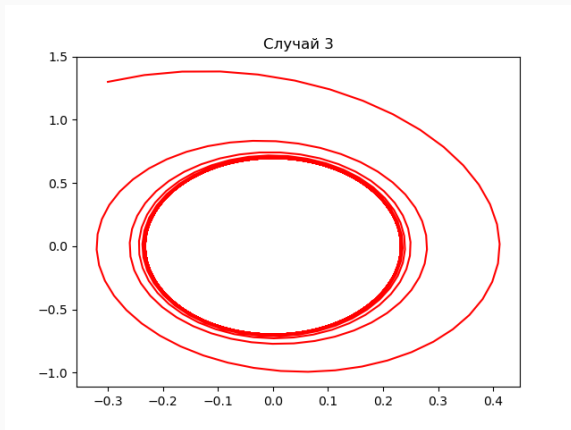
$$\ddot{x} + \dot{x} + 8.8x = 0.7 \sin 3t$$



Случай 3.2

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы на параметрическом графике:

$$\ddot{x} + \dot{x} + 8.8x = 0.7 \sin 3t$$



Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы мы построили решения уравнений гармонического осциллятора, а также фазовые портреты для трех случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы