Отчет по ходу лабораторной работы №8.

Модель распространения рекламы. Вариант работы №30.

Евдокимов Максим Михайлович. Группа - НФИбд-01-20.

Содержание

Список иллюстраций

Цель работы

Изучить модель конкуренции для двух фирм и в двух случаях. Построить графики с помощью представленных уравнений, описивающих случаи.

Задание

1. Изучить модель конкуренции двух фирм
2. Изучить случаи представленные в варианте
3. Построить графики изменения оборотных средств в двух случаях

Теория

Теоретические сведения 1

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначения

N - число потребителей производимого продукта.

S – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

M – оборотные средства предприятия

τ - длительность производственного цикла

p - рыночная цена товара

$\tilde{p}$ - себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции

δ - доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек

k - постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции

$Q(S/p)$ – функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Теоретические сведения 2

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k\frac{p}{S} = q(1 - \frac{p}{p_{cr}})$$

где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при $p = p_{cr}$ (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина $p_{cr} = Sq/k$. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса является пороговой (то есть, $Q(S/p) = 0$ при $p \geq p_{cr}$) и обладает свойствами насыщения.

Теоретические сведения 3

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}})p - k$$

Уравнение для рыночной цены p представим в виде:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma(-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}))$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр γ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла τ. При заданном М уравнение описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

Теоретические сведения 4

В этом случае уравнение можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}) = 0$$

равновесное значение цены p равно

$$p = p_{cr}(1 - \frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq})$$

Тогда уравнения динамики оборотных средств приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau}(\frac{p}{p_{cr}} - 1) - M^2(\frac{\delta}{\tau\tilde{p}})^2\frac{p_{cr}}{Nq} - k$$

Это уравнение имеет два стационарных решения, соответствующих условию $dM/dt = 0$

$$\widetilde{M_{1,2}} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где:

$$a = Nq(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}}\tilde{p}\frac{\tau}{\delta}), b = kNq\frac{(\tau\tilde{p})^2}{p_{cr}\delta^2}$$

Получается, что при больших постоянных издержках (в случае $a^2 < 4b$) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть, $b << a^2$) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы.

Теоретические сведения 5

При $b << a$ стационарные значения M равны:

$$\widetilde{M_+} = Nq\frac{\tau}{\delta}(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}})\tilde{p}, \widetilde{M_-} = k\tilde{p}\frac{\tau}{\delta(p_{cr} - \tilde{p})}$$

Первое состояние $\widetilde{M_+}$ устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние \widetilde{M_{-} неустойчиво, так, что при $M < \widetilde{M_-}$ оборотные средства падают ($dM/dt < 0$), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу $\widetilde{M_-}$ соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр δ всюду входит в сочетании с τ. Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим: $\delta = 1$, а параметр τ будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

Выполнение лабораторной работы

Условие для случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a1}{c1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2\tilde{p}_1^2Nq}$$

$$a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2\tilde{p}_2^2Nq}$$

$$b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}$$

$$c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$$

$$c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$$

также введена нормировка $t = c_1 \Theta$

Условие для случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - (\frac{b}{c_1} + 0.0002) M_1 M_2 - \frac{a1}{c1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

Переменные

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами

$$M_0^1 = 8.8 \; M_0^2 = 9.9$$

$$p_{cr} = 30 \, N = 80 \, q = 1$$

$$\tau_1 = 25 \, \tau_2 = 20$$

$$\tilde{p}_1 = 10.1 \, \tilde{p}_2 = 11.5$$

Программы

Код программы на Julia

```
using PyPlot
using DifferentialEquations

function f1(du, u, p, t)
    du[1] = u[1]-(b/c1)*u[1]*u[2]-(a1/c1)*u[1]*u[1]
    du[2] = (c2/c1)*u[2]-(b/c1)*u[1]*u[2]-(a2/c1)*u[2]*u[2]
end

function f2(du, u, p, t)
    du[1] = u[1]-(b/c1+d)*u[1]*u[2]-(a1/c1)*u[1]*u[1]
    du[2] = (c2/c1)*u[2]-(b/c1)*u[1]*u[2]-(a2/c1)*u[2]*u[2]
end

function draw(text)
    ax = PyPlot.axes()
    ax.set_title(text * " (линейный)")
    ax.plot(time, m1, color="red")
    ax.plot(time, m2, color="blue")
    show()
    close()
```

```
    ax = PyPlot.axes()
    ax.set_title(text * " (параметрический)")
    ax.plot(m1, m2, color="green")
    show()
    close()
end

range = (0, 20)
Pcr = 30
t1, t2 = 25, 20
p1, p2 = 10.1, 11.5
N = 80
q = 1
M1, M2 = 8.8, 9.9
a1 = Pcr / (t1*t1*p1*p1*N*q);
a2 = Pcr / (t2*t2*p2*p2*N*q);
b = Pcr / (t1*t1*t2*t2*p1*p1*p2*p2*N*q);
c1 = (Pcr - p1) / (t1*p1);
c2 = (Pcr - p2) / (t2*p2);
d = 0.0002
ode = ODEProblem(f1, [M1,M2], range)
sol = solve(ode, dtmax=0.01)
m1 = [u[1] for u in sol.u]
m2 = [u[2] for u in sol.u]
time = [t for t in sol.t]
draw("Случай 1")

ode = ODEProblem(f2, [M1,M2], range)
sol = solve(ode, dtmax=0.01)
```

```
m1 = [u[1] for u in sol.u]
m2 = [u[2] for u in sol.u]
time = [t for t in sol.t]
draw("Случай 2")
```

Результаты

в первом случае:

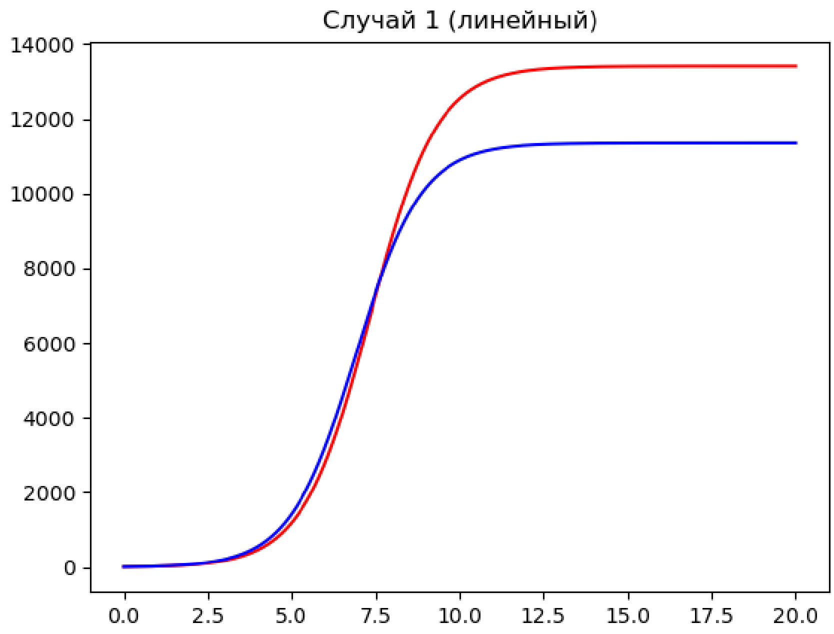

Рис. 1: График линейный для случая 1

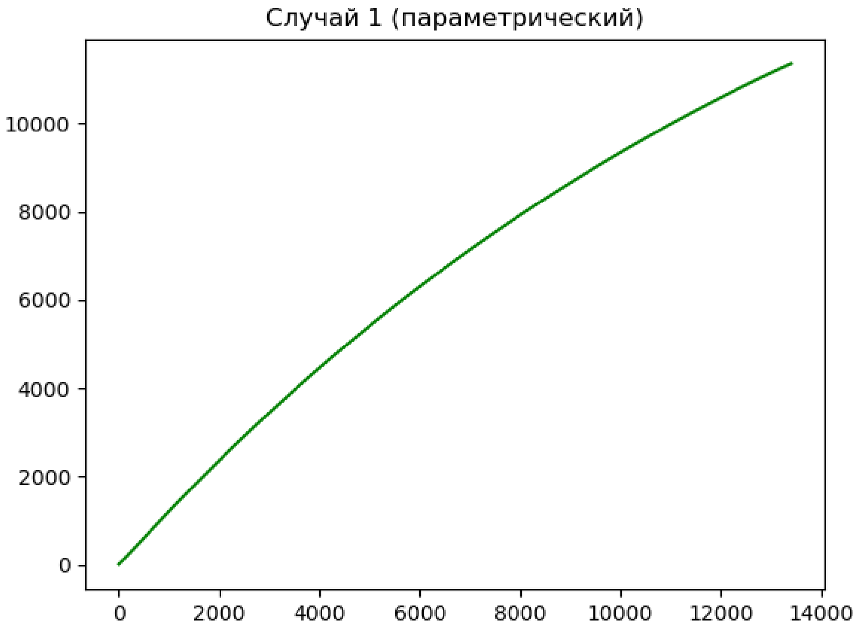

Рис. 2: График параметрический для случая 1

во втором случае:

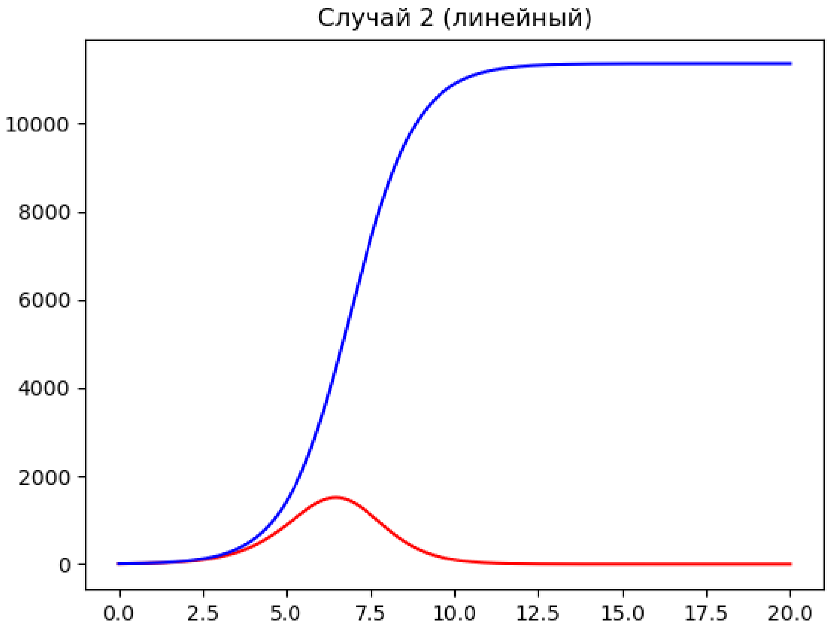

Рис. 3: График линейный для случая 2

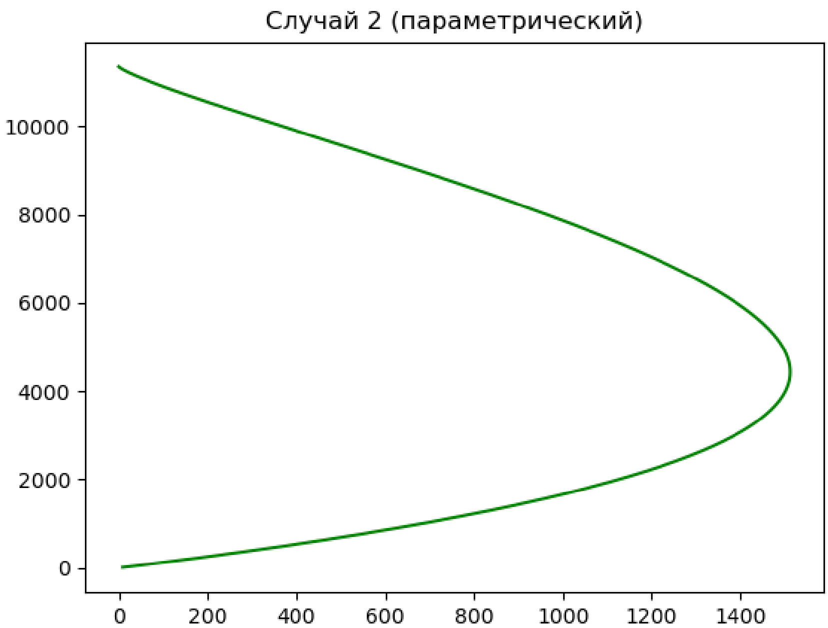

Рис. 4: График параметрический для случая 2

Код программы на OpenModelica

Случай 1

```
model model_1

parameter Real p_cr = 30;//критическая стоимость продукта
parameter Real tau1 = 25;//длительность производственного цикла фирмы 1
parameter Real p1 = 10.1;//себестоимость продукта у фирмы 1
parameter Real tau2 = 20;//длительность производственного цикла фирмы 2
parameter Real p2 = 11.5; //себестоимость продукта у фирмы 2
parameter Real N = 80; //число потребителей производимого продукта
parameter Real q = 1; //максимальная потребность одного человека в продукте в еди

parameter Real a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
parameter Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
parameter Real b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);

parameter Real d = 0.0002;

Real M1(start=8.8);
Real M2(start=9.9);

equation
  der(M1) = M1-(b/c1)*M1*M2-(a1/c1)*M1*M1;
  der(M2) = (c2/c1)*M2-(b/c1)*M1*M2-(a2/c1)*M2*M2;
```

```
  annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 20, Tolerance = 1e-6, Interval = 0.02));

end model_1;
```

Результат

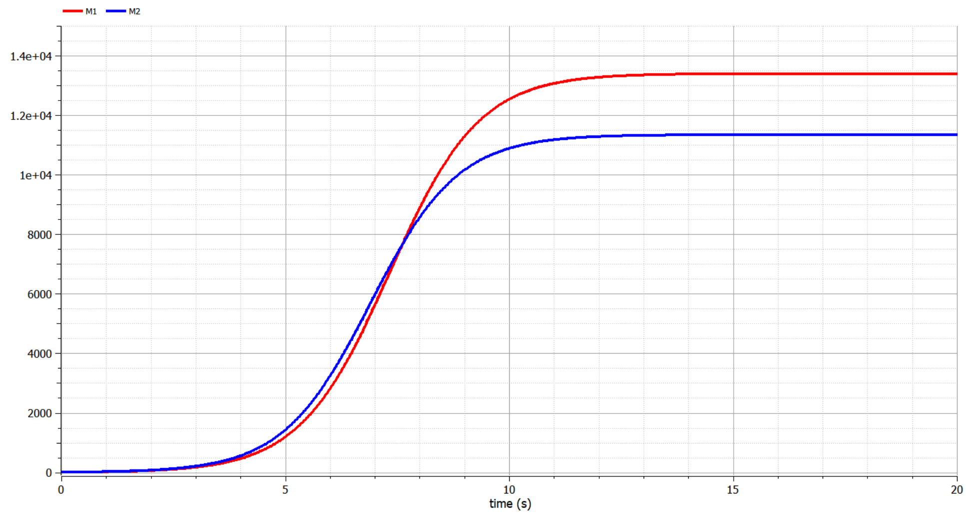

Рис. 5: Модель линейная для случая 1

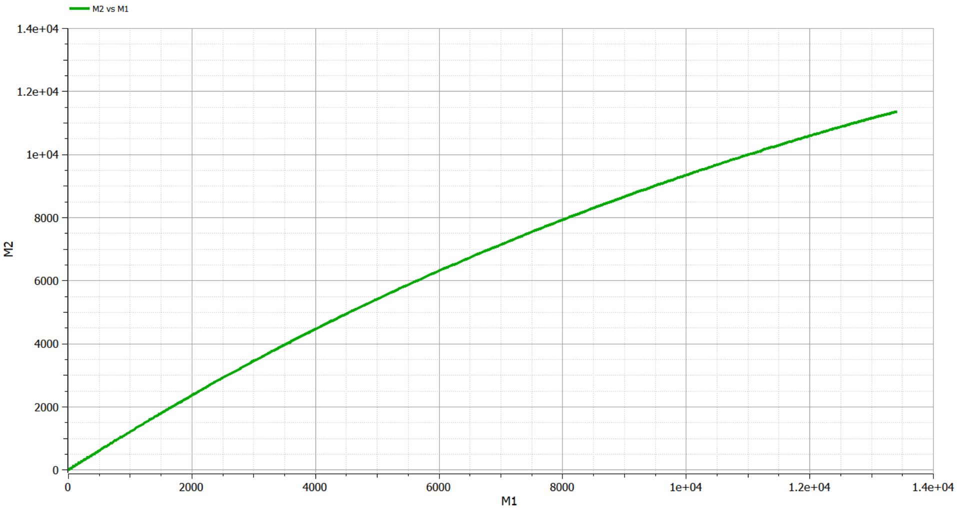

Рис. 6: Модель параметрическая для случая 1

Случай 2

```
model model_2

parameter Real p_cr = 30;//критическая стоимость продукта
parameter Real tau1 = 25;//длительность производственного цикла фирмы 1
parameter Real p1 = 10.1;//себестоимость продукта у фирмы 1
parameter Real tau2 = 20;//длительность производственного цикла фирмы 2
parameter Real p2 = 11.5; //себестоимость продукта у фирмы 2
parameter Real N = 80; //число потребителей производимого продукта
parameter Real q = 1; //максимальная потребность одного человека в продукте в еди

parameter Real a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
parameter Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
parameter Real b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);
```

```
parameter Real d = 0.0002;

Real M1(start=8.8);
Real M2(start=9.9);

equation
  der(M1) = M1-(b/c1+d)*M1*M2-(a1/c1)*M1*M1;
  der(M2) = (c2/c1)*M2-(b/c1)*M1*M2-(a2/c1)*M2*M2;

  annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 20, Tolerance = 1e-
6, Interval = 0.02));

end model_2;
```

Результат

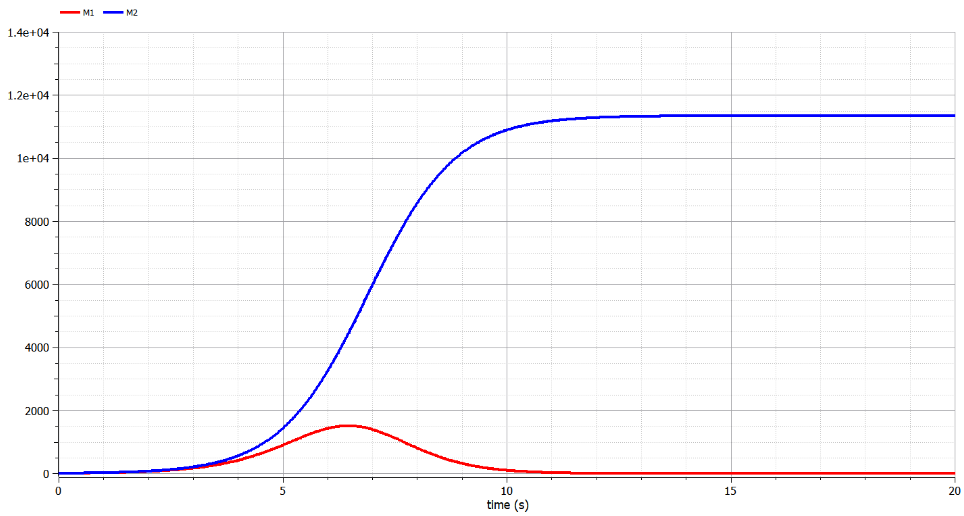

Рис. 7: Модель линейная для случая 2

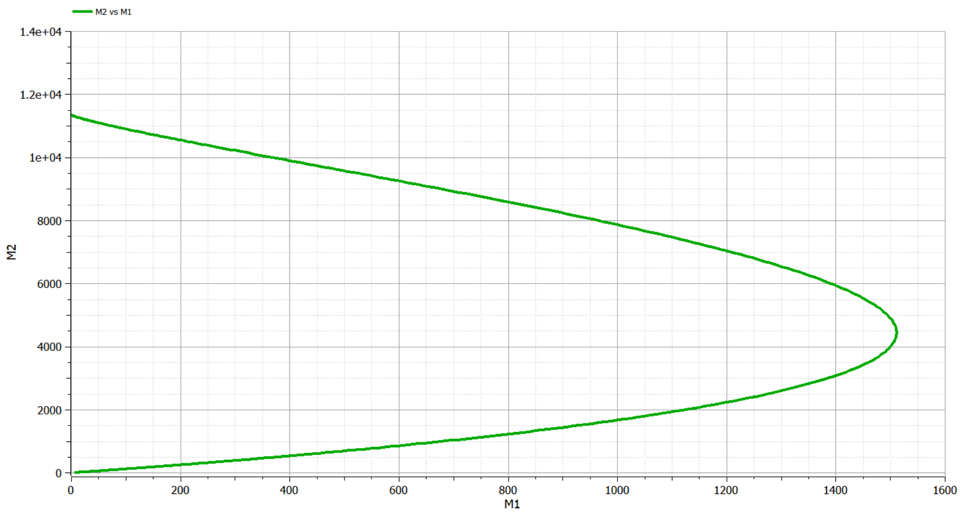

Рис. 8: Модель параметрическая для случая 2

Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель конкуренции и построены графики для двух фирм в двух случаях в параметрических и линейных координатах.

Список литературы

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ
2. Математические модели конкурентной среды
3. Разработка математических моделей конкурентных процессов
4. Игровая модель поведения на рынке двух конкурирующих фирм на Python