

Презентация по ходу работы над моделью эпидемии SIR

Евдокимов Максим михайлович¹

6 марта, 2023, Москва, Россия

¹Российский Университет Дружбы Народов

Цель лабораторной работы

Изучить простейшую модель эпидемии SIR . Используя условия из варианты, задать в уравнение начальные условия и коэффициенты. После построить графики изменения численностей трех групп в двух случаях.

Теория

1. Изучить модель эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: $I(0) \leq I^*$, $I(0) > I^*$

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи - $S(t)$. Вторая группа - это число инфицированных особей, которые также являются распространителями инфекции - $I(t)$. А третья группа $R(t)$ - это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Дальше чуть сложнее, чтобы понимать сколько людей заразиться на каждом шаге, надо понимать наличие двух вероятностей: вероятность контакта между двумя индивидами и вероятность заразить при контакте инфицированного с восприимчивым (β). Часто в модели для воплощения первой вероятности используют просто $1/N$ (N – объём популяции), подразумевая, что в каждый момент времени каждый индивид контактирует с одним случайным индивидом в популяции. А вторая вероятность (β), обеспечивает собственно биологический показатель заразности конкретного патогена (со всеми влияющим факторами: температура, наличие маски и т.п.).

Скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Скорость изменения числа инфекционных особей:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Скорость изменения выздоравливающих особей:

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 11700$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 270$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 49$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. $I(0) \leq I^*$
2. $I(0) > I^*$

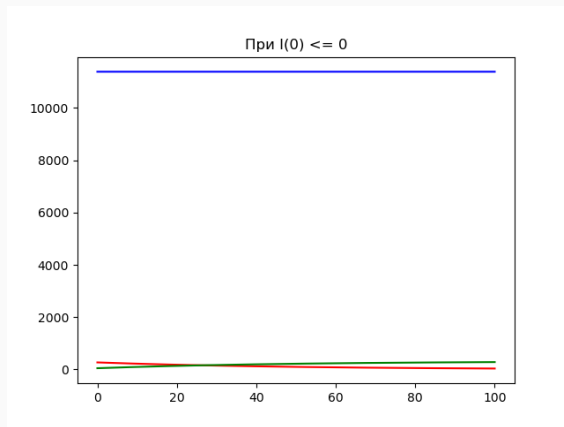


Рис. 1: Графики численности разных групп При $I(0) \leq I^*$

Графики изменения численности в первом случае на OpenModelica

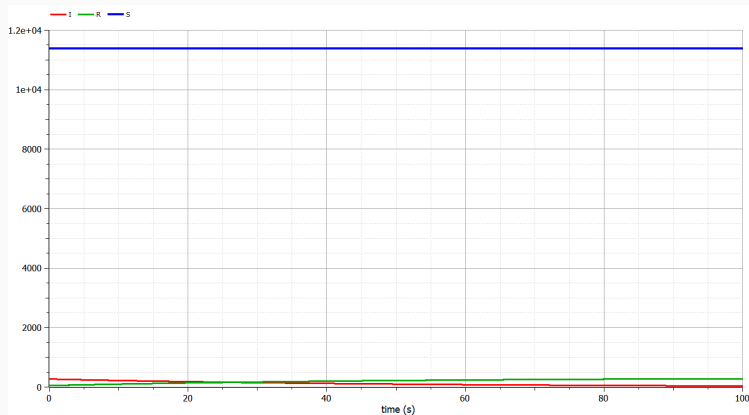


Рис. 2: Модель численности разных групп При $I(0) \leq I^*$

Графики изменения численности во втором случае на Julia

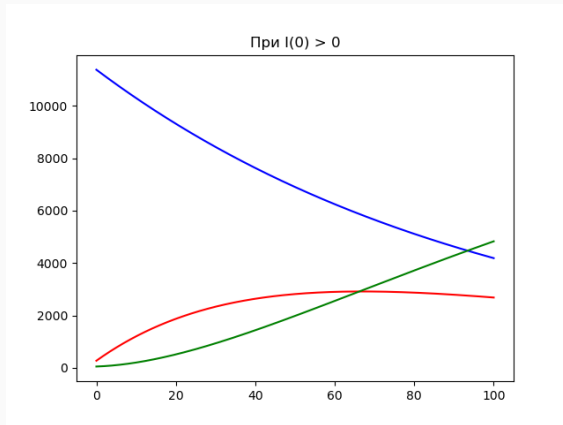


Рис. 3: Графики численности разных групп При $I(0) > I^*$

Графики изменения численности во втором случае на OpenModelica

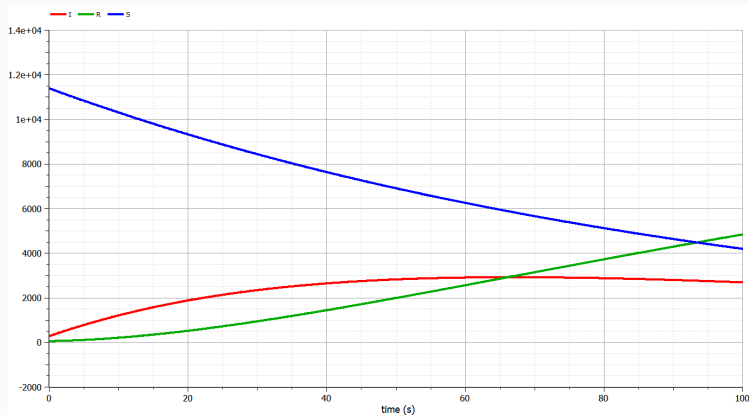


Рис. 4: Модель численности разных групп При $I(0) > I^*$

Выводы по проделанной работе

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена простейшая модель эпидемии и построены графики на основе условий задачи и начальных данных, которые были описаны в варианте лабораторной работы.