6.8 树的计数

树的计数问题是：具有n个结点的不同形态的树有多少棵？

先讨论二叉树的情况，然后可将结果推广到树。

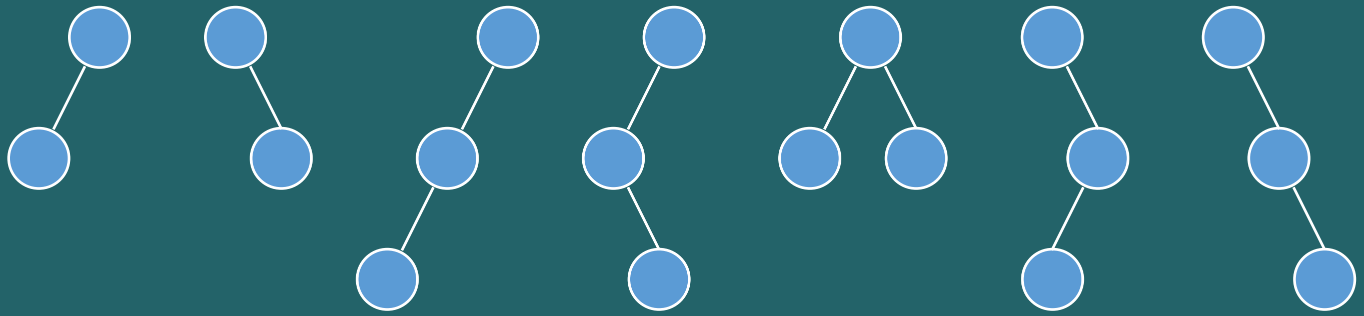
称二叉树T和二叉树T”**相似**”是指：二者都为空树或者二者均不为空树，且它们的左右子树分别相似。

称二叉树T和二叉树T”**等价**”是指：二者不仅相似，而且所有对应结点上的数据元素均相同。

二叉树的计数问题就是讨论具有n个结点、互不相似的二叉树的数目b_n。

在n值很小的情况下，可直观得到：$b_0=1$为空树；

$b_1=1$是只有一个根结点的树；$b_2=2$和$b_3=5$，其形态分别如图6.30(a)和图6.30(b)所示。

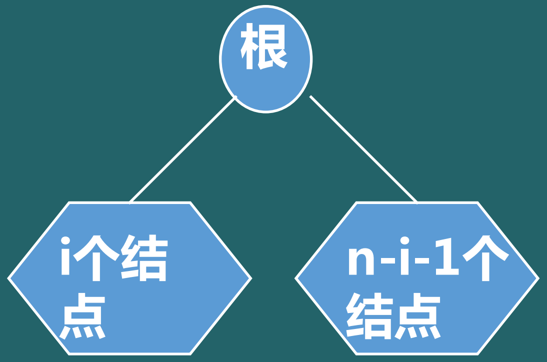


(a) (b)

图6.30 二叉树的形态

(a) n=2; (b) n=3;

一般情况下，一棵具有n(n>1)个结点的二叉树可以看成是由一个根结点、一棵具有**i** 个结点的左子树和一棵具有 **n-i-1**个结点的右子树组成（如下图所示），其中0<=i<=n-1。由此得下列递推公式：



$$\begin{cases} b_0=1 \\ b_n=\sum_{i=0}^{n-1} b_i * b_{n-i-1} & n>=1 \end{cases}$$

最后推出：

$$b_n=\frac{1}{n+1}C_{2n}^{n}$$

由二叉树的计数可推得树的计数。由‘6.4.2 森林与二叉树的转换’中可知，一棵树可转换成一棵没有右子树的二叉树，反之亦然。则具有 **n** 个结点有不同形态的树的数目 t_n 和具有 **n-1** 个结点互不相似的二叉树的数目相同。即：

$$t_n = b_{n-1}$$

本章小结

1. 熟练掌握**二叉树的概念、结构特性及性质**，了解相应的证明方法。

2. 熟悉二叉树的各种**存储结构**的特点及适用范围。

3. **遍历二叉树**是二叉树各种操作的基础。掌握各种遍历策略的**递归算法**，**灵活运用遍历算法**实现二叉树的其它操作。

4. 理解二叉树**线索化的实质**是建立结点与其在相应序列中的前驱或后继之间的直接联系，熟练掌握二叉树的**线索化过程**以及在中序线索化树上找给定结点的前驱和后继的方法。

5. 熟悉**树的**各种**存储结构**及其特点，掌握**树和森林与二叉树的转换**方法。

6. 学会编写**实现树的各种操作**的算法。

7. 了解**最优二叉树的特性**，掌握**建立最优二叉树和哈夫曼编码**的方法。