相量运算规则

(1) 唯一性

两个同频率正弦量相等的充要条件是代表这两个正弦量的相量相等。即对于所有的时间 t ，

$\mathrm{Re}[\dot{A}_{\mathrm{m1}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] = \mathrm{Re}[\dot{A}_{\mathrm{m2}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]$ 充要条件为 $\dot{A}_{\mathrm{m1}} = \dot{A}_{\mathrm{m2}}$

(2) 线性性质

N个同频率正弦量线性组合(具有实系数)的相量等于各个正弦量相量的同样的线性组合。设

$f_k(t) = \mathrm{Re}[\dot{A}_{\mathrm{m}k}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]$，(b_k 为实数)，则

$$\sum_{k=1}^{N} b_k \cdot f_k(t) = \mathrm{Re}[(\sum_{k=1}^{N} b_k \dot{A}_{\mathrm{m}k})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \qquad \sum_{k=1}^{N} b_k \cdot f_k(t) \rightleftharpoons \sum_{k=1}^{N} b_k \dot{A}_{\mathrm{m}k}$$

相量运算规则

(3) 微分规则

正弦量(角频率为ω) 时间导数的相量等于表示原正弦量的相量乘以因子 jω。

设 $f(t)=\mathrm{Re}[\dot{A}_\mathrm{m}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]$，则 $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)=\mathrm{Re}[\mathrm{j}\omega\dot{A}_\mathrm{m}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)\rightleftharpoons \mathrm{j}\omega\dot{A}_\mathrm{m}$$

由于采用相量表示正弦量，正弦量对时间求导运算变换为用 jω 乘以代表它们的相量的运算。

$$u=\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\qquad \dot{U}_\mathrm{m}=\mathrm{j}\omega\dot{\psi}_\mathrm{m}\quad \text{或}\quad \dot{\psi}_\mathrm{m}=\frac{1}{\mathrm{j}\omega}\dot{U}_\mathrm{m}$$

相量运算规则

HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY

(4) 积分规则

正弦量(角频率为ω) 时间积分的相量等于表示原正弦量的相量除以因子 jω。

设 $f(t)=\mathrm{Re}[\dot{A}_{\mathrm{m}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]$ ，则

$$\int f(t)\mathrm{d}t=\mathrm{Re}\left[\frac{\dot{A}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{j}\omega}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]$$

$u_C(t)=\dfrac{1}{C}\int i_C(\zeta)\mathrm{d}\zeta$ 对应相量形式 $\dot{U}_C=\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}_C$

相量运算规则　例题

例1 相量运算确定由如下微积分方程描述的电路中电流 $i(t)$

$$6i+4\int i\mathrm{d}t-3\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=50\cos(2t+75^\circ)$$

解：方程对应的相量形式

$$6\dot{I}_\mathrm{m}+\frac{4\dot{I}_\mathrm{m}}{\mathrm{j}\omega}-3\mathrm{j}\omega\dot{I}_\mathrm{m}=50\angle 75^\circ$$

代入 ω=2

$$(6-\mathrm{j}2-\mathrm{j}6)\dot{I}_\mathrm{m}=50\angle 75^\circ$$

$$\dot{I}_\mathrm{m}=\frac{50\angle 75^\circ}{6-\mathrm{j}8}=\frac{50\angle 75^\circ}{10\angle -53.1^\circ}=5\angle 128.1^\circ\,\mathrm{A}$$

$$i(t)=5\cos(2t+128.1^\circ)\mathrm{A}$$