

# MATLAB 中梅森公式等价程序的推导（节录）

（710071）西安电子科技大学 137 信箱 陈怀琛

电子邮箱: hchchen@xidian.edu.cn

## 一. 符号运算（Symbolic）工具箱简介（略）

## 二. 信号流图计算公式的推导

MATLAB 的控制工具箱中，要化简复杂系统的结构图，只有 connect 函数。靠它化简的结果，只能是状态空间表示式。利用信号流图导出的通用程序，却可以得到传递函数或零极增益的形式。

设信号流图中有  $K_i$  个输入节点， $K$  个中间和输出节点，它们分别代表输入信号  $u_i$  ( $i=1,2,\dots,K_i$ ) 和系统状态  $x_j$  ( $j=1,2,\dots,K$ )。信号流图代表它们之间的联结关系。用拉普拉斯算子表示后，任意  $x_j$  可以表为  $u_i$  和  $x_j$  的线性组合：

$$x_j = \sum_{k=1}^K q_{jk} x_k + \sum_i^{K_i} p_{ji} u_i$$

用矩阵表示可写成：  $X = QX + PU$

其中：  $X = [x_1; x_2; \dots; x_K]$  为  $K$  维状态列向量，  $U = [u_1; u_2; \dots; u_{K_i}]$  为  $K_i$  维输入列向量，

$Q$  为  $K \times K$  维的连接矩阵，  $P$  为  $K \times K_i$  维的输入矩阵。

$$(I - Q)X = PU$$

由此可得：

$$X/U = (I - Q)^{-1}P$$

因此，系统的传递函数矩阵为  $(I - Q)^{-1}P$ ，这个简明的公式就等价于梅森公式。只要写出  $P$  和  $Q$ ，任何复杂系统的传递矩阵都可用这个简单的式子，通过 MATLAB 求出，若代入的是符号，得出的是公式，代入的是 LTI 数据，得出的是系统相应的 LTI 传递矩阵的值。

例：设系统的信号流图

如右，求以  $u$  为输入， $x_8$  为输出的传递函数。

解：方程为：

```
x1=u
x2=x1-x3-x5
x3=G1*x2
x4=x3+x1-x5
x5=G2*x4
x6=x3+x5-x7
x7=G3*x6
x8=K*x7
```

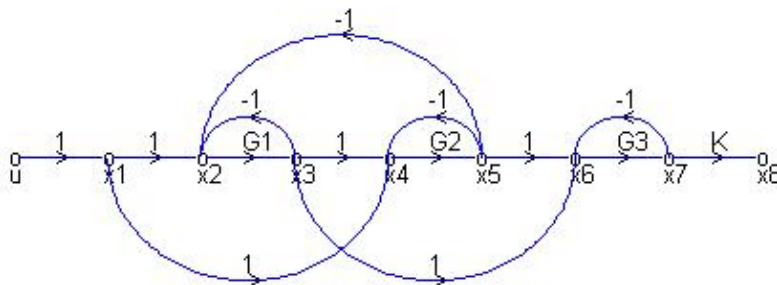


图 6-4-5 系统的信号流图

写成矩阵形式为：

$$X = \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \\ x6 \\ x7 \\ x8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \\ x6 \\ x7 \\ x8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u = QX + PU \Rightarrow W = X/U = (I - Q)^{-1}P$$

故其 MATLAB 程序如下

```
syms G1 G2 G3 K % 定义字符变量
Q(3,2)=G1; % 采用字符矩阵时，第一条赋值语句右端必须是字符变量
Q(2,1)=1;Q(2,3)=-1;Q(2,5)=-1;% 列出连接矩阵
Q(4,3)=1;Q(4,1)=1;Q(4,5)=-1;
```

```

Q(5,4)=G2;
Q(6,3)=1;Q(6,5)=1;Q(6,7)=-1;
Q(7,6)=G3;
Q(8,7)=K;
Q(:,end+1)=zeros(max(size(Q)),1)% 加一个全零列,补成方阵
P=[1;0;0;0;0;0;0;0];
I=eye(size(Q));
W=(I-Q)\P          % 求出完整的传递矩阵
W8 = W(8)          % x8为输出的传递函数为其第八项W(8)
运行此程序的结果为:
W8=G3*K*(2*G2*G1+G1+G2)/(2*G2*G1+2*G2*G1*G3+G3+G1+1+G2+G2*G3+G1*G3)      (1)
整理后即为:  $W8 = \frac{G3 \cdot K \cdot (2 \cdot G2 \cdot G1 + G1 + G2)}{(1 + G3) (2 \cdot G2 \cdot G1 + 1 + G2 + G1)}$ 

```

它和梅森公式的结果完全相同。

### 三. 代入变量的技巧（略）