

# LÓGICA

Cód:30829840

Turma: SI

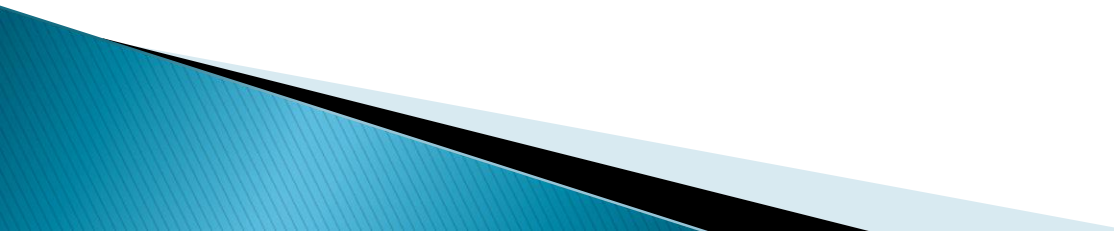
Prof. Dr. João Paulo I. F. Ribas



# Operações Lógicas (Conectivos)

- ▶ As proposições simples (ou atômicas) possuem um valor lógico (V ou F);
  - São representadas por letras minúsculas:  $p, q, r, s, t, \dots$
- ▶ Proposições compostas (ou moleculares) são formadas por uma ou mais proposições simples;
  - São representadas por letras maiúsculas:  $P, Q, R, S, T, \dots$
  - O valor lógico depende dos valores lógicos das proposições simples componentes e dos conectivos (operações lógicas) envolvidos.

# Operações Lógicas (Conectivos)

- ▶ Quando escritas em linguagem simbólica as proposições compostas são expressões proposicionais;
  - ▶ Obedecem regras de cálculo, denominado cálculo proposicional.
  - ▶ Principais conectivos lógicos: não, e, ou, ou...ou, se...então, se e somente se.
- 

# Operações Lógicas (Conectivos)

- ▶ Negação (  $\sim$  )
- ▶ Conjunção (  $\wedge$  )
- ▶ Disjunção (  $\vee$  )
- ▶ Disjunção Exclusiva (  $\underline{\vee}$  )
- ▶ Condicional (  $\rightarrow$  )
- ▶ Bicondicional (  $\leftrightarrow$  )

# Operações Lógicas (Negação)

**Negação ( $\sim$ ):** Seja  $p$  uma proposição simples, a negação de  $p$  é dada por  $\sim p$  (lê-se "não  $p$ ").

- ▶ Outro símbolo utilizado:  $\neg p$
- ▶ A negação de uma proposição define-se pelo seu valor lógico contrário.
- ▶ Assim, se:
  - $V(p) = V$ , então "não  $p$ " é Falso:  $V(\sim p) = F$ ;
  - $V(p) = F$ , então "não  $p$ " é Verdadeiro:  $V(\sim p) = V$ ;
- ▶ Outras considerações:
  - $\sim V = F$
  - $\sim F = V$ ;
  - $V(\sim p) = \sim V(p)$ .

# Operações Lógicas (Negação)

## ▶ Exemplo:

- $p$  : Joana é bonita
- $\sim p$  : Joana **não** é bonita
- $\sim p$  : Não é verdade que Joana é bonita
- $\sim p$  : É falso que Joana é bonita

## ▶ Tabela-Verdade:

$p$	$\sim p$
V	F
F	V

# Operações Lógicas (Negação)

- ▶ Exercício: Qual a negação das seguintes proposições?
  - Todos os homens são católicos.
  - Algum político é honesto.
  - Nem todos os peixes são de água doce.
  - Nenhuma mulher é policial.
  - $X = Y$ .
  - $X > Y$ .
  - $Y \leq Z$ .
  - $Y \geq Z$ .
  - $Z < W$ .

# Operações Lógicas (Negação)

Palavra	Negação
Algum(a)	Nenhum(a)
Todos(as)	Nem todos(as)
Alguns(mas)	Algum(a) ou nenhum(a)

Proposição	Negação
$X = Y$	$X \neq Y$
$X > Y$	$X \leq Y$
$X \geq Y$	$X < Y$
$X < Y$	$X \geq Y$
$X \leq Y$	$X > Y$
$X \neq Y$	$X = Y$



# Operações Lógicas (Conjunção)

**Conjunção ( $\wedge$ ):** Sejam  $p$  e  $q$  duas proposições simples, a conjunção de  $p$  e  $q$  é dada por  $p \wedge q$ .

- ▶ Lê-se “ $p$  e  $q$ ”.
- ▶ o valor lógico da proposição composta somente será verdadeiro quando todos seus átomos forem verdadeiros.
- ▶ Assim, se:
  - $V(p) = V$  e  $V(q) = V$ , então  $V(p \wedge q) = V$ ;
  - Nos demais casos  $V(p \wedge q) = F$ .

# Operações Lógicas (Conjunção)

## ► Ou seja:

- $V \wedge V = V$
- $V \wedge F = F$
- $F \wedge V = F$
- $F \wedge F = F$

## ► Tabela-Verdade:

Conjunção ( $\wedge$ )		
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

# Operações Lógicas (Conjunção)

## ▶ Exemplo:

- $p$  : A neve é branca. (V )
- $q$  :  $2 < 5$ . (V)
- $p \wedge q$ : A neve é branca e  $2 < 5$ .
- $V(p \wedge q) = V(p) \wedge V(q) = V \wedge V = V$

## ▶ Outro exemplo:

- $p$  : Está sol.
- $q$  : O dia está agradável.
- $p \wedge q$ : Está sol e o dia está agradável.
- $p \wedge q$ : Está sol, mas o dia está agradável.
- $p \wedge q$ : Está sol. O dia está agradável.

# Operações Lógicas (Disjunção)

**Disjunção(v):** Sejam  $p$  e  $q$  duas proposições simples, a disjunção de  $p$  e  $q$  é dada por  $p \vee q$ .

- ▶ Lê-se “ $p$  ou  $q$ ”.
- ▶ o valor lógico da proposição composta somente será falso quando todos seus átomos forem falsos.
- ▶ Assim, se:
  - $V(p) = F$  e  $V(q) = F$ , então  $V(p \vee q) = F$ ;
  - Nos demais casos  $V(p \vee q) = V$ .

# Operações Lógicas (Disjunção)

## ▶ Ou seja:

- $V \vee V = V$
- $V \vee F = V$
- $F \vee V = V$
- $F \vee F = F$

## ▶ Tabela-Verdade:

Disjunção ( $\vee$ )		
p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

# Operações Lógicas (Disjunção)

## ▶ Exemplo:

- $p$  : Paris é a capital da França. (V )
- $q$  :  $10 - 7 = 5$ . (F)
- $p \vee q$ : Paris é a capital da França ou  $10 - 7 = 5$ .
- $V(p \vee q) = V(p) \vee V(q) = V \vee F = V$

## ▶ Outro exemplo:

- $p$  : Está chovendo.
- $q$  : O mar é salgado.
- $p \vee q$ : Esta chovendo ou o mar é salgado.

# Operações Lógicas (Disjunção Exclusiva)

**Disjunção Exclusiva( $\underline{v}$ ):** Sejam  $p$  e  $q$  duas proposições simples, a disjunção exclusiva de  $p$  e  $q$  é dada por  $p \underline{v} q$ .

- ▶ Lê-se “ou  $p$  ou  $q$ ”.
- ▶ O valor lógico da proposição composta será verdadeiro quando **apenas um** dos átomos forem verdadeiros.
- ▶ Assim, se:
  - $V(p) = V$  e  $V(q) = F$ , então  $V(p \underline{v} q) = V$ ;
  - $V(p) = F$  e  $V(q) = V$ , então  $V(p \underline{v} q) = V$ ;
  - Nos demais casos  $V(p \underline{v} q) = F$ .

# Operações Lógicas (Disjunção Exclusiva)

## ► Ou seja:

- $V \underline{\vee} V = F$
- $V \underline{\vee} F = V$
- $F \underline{\vee} V = V$
- $F \underline{\vee} F = F$

## ► Tabela-Verdade:

Disjunção Exclusiva ( $\underline{\vee}$ )		
p	q	$p \underline{\vee} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F



# Operações Lógicas (Disjunção Exclusiva)

## ▶ Exemplo:

- $p$  : Paris é a capital da França. (V )
- $q$  : Cuiabá é a capital de Mato Grosso. (V)
- $p \underline{\vee} q$ : Ou Paris é a capital da França ou Cuiabá é a capital do Mto Grosso.
- $V(p \underline{\vee} q) = V(p) \underline{\vee} V(q) = V \vee V = F$

## ▶ Outro exemplo:

- $p$  : João é Gaúcho.
- $q$  : João é Paulista.
- $p \underline{\vee} q$ : Ou João é gaúcho ou é paulista, mas não ambos.

# Operações Lógicas (Condicional)

Condicional( $\rightarrow$ ): Sejam  $p$  e  $q$  duas proposições simples, a condicional de  $p$  e  $q$  é dada por  $p \rightarrow q$ .

- ▶ Lê-se “se  $p$  então  $q$ ”.
- ▶ o valor lógico da proposição composta somente será falso quando o átomo da esquerda for verdadeiro e o da direita for falso.
- ▶ Assim, se:
  - $V(p) = V$  e  $V(q) = F$ , então  $V(p \rightarrow q) = F$ ;
  - Nos demais casos  $V(p \rightarrow q) = V$ .

# Operações Lógicas (Condicional)

## ▶ Ou seja:

- $V \rightarrow V = V$
- $V \rightarrow F = F$
- $F \rightarrow V = V$
- $F \rightarrow F = V$

## ▶ Tabela-Verdade:

Condicional( $\rightarrow$ )		
p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

# Operações Lógicas (Condicional)

- ▶ Em  $p \rightarrow q$  :
  - $p$  é o antecedente
  - $q$  é o consequente
- ▶ Ou ainda
  - $p$  é condição suficiente para  $q$
  - $q$  é condição necessária para  $p$
- ▶ Ou seja
  - Se  $p$  é verdadeiro é obrigatório  $q$  ser verdadeiro para que a condicional  $p \rightarrow q$  seja verdadeira;
  - Porém, se  $p$  é falso, já é suficiente para que a condicional  $p \rightarrow q$  seja verdadeira.

# Operações Lógicas (Condicional)

► Exemplo:

- $p$  : A Terra é um planeta. (V)
- $q$  :  $10 - 7 = 5$ . (F)
- $p \rightarrow q$ : Se a Terra é um planeta então  $10 - 7 = 5$ .
- $V(p \rightarrow q) = V(p) \rightarrow V(q) = V \rightarrow F = F$

► Outro exemplo:

- $p$ : Há fumaça.  $q$ : Há fogo.
- $p \rightarrow q$ : Se há fumaça, então há fogo .
- $p \rightarrow q$ : Haver Fogo é uma condição necessária para haver fumaça.
- $p \rightarrow q$ : Haver Fumaça é uma condição suficiente para haver fogo.
- Antecedente: Há fumaça
- Consequente: Há fogo.

# Operações Lógicas (Bicondicional)

Bicondicional( $\leftrightarrow$ ): Sejam  $p$  e  $q$  duas proposições simples, a bicondicional de  $p$  e  $q$  é dada por  $p \leftrightarrow q$ .

- ▶ Lê-se “ $p$  se e somente se  $q$ ”.
- ▶ o valor lógico da proposição composta somente será falso quando os átomos forem diferentes.
- ▶ Assim, se:
  - $V(p) = V$  e  $V(q) = F$ , então  $V(p \leftrightarrow q) = F$ ;
  - $V(p) = F$  e  $V(q) = V$ , então  $V(p \leftrightarrow q) = F$ ;
  - Nos demais casos  $V(p \leftrightarrow q) = V$ .

# Operações Lógicas (Bicondicional)

## ▶ Ou seja:

- $V \leftrightarrow V = V$
- $V \leftrightarrow F = F$
- $F \leftrightarrow V = F$
- $F \leftrightarrow F = V$

## ▶ Tabela-Verdade:

Bicondicional( $\leftrightarrow$ )		
p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

# Operações Lógicas (Bicondicional)

▶ Em  $p \leftrightarrow q$  :

- $p$  é condição suficiente e necessária para  $q$
- $q$  é condição suficiente e necessária para  $p$

▶ Ou seja

- Se  $p$  é verdadeiro é obrigatório  $q$  ser verdadeiro para que a bicondicional  $p \leftrightarrow q$  seja verdadeira;
- Se  $p$  é falso é obrigatório  $q$  ser falso para que a bicondicional  $p \leftrightarrow q$  seja verdadeira;



# Operações Lógicas (Resumo)

Operações Lógicas								
p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \underline{\vee} q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	V	V	F
F	F	V	V	F	F	F	V	V

# Exercícios

Sejam as proposições simples  $p$  e  $q$ , traduzir para a linguagem corrente as seguintes proposições:

1.  $p$ : Está frio e  $q$ : Está Chovendo.

- |                                    |                    |                           |                               |
|------------------------------------|--------------------|---------------------------|-------------------------------|
| a) $\sim p$                        | b) $p \wedge q$    | c) $p \vee q$             | d) $q \leftrightarrow p$      |
| e) $p \rightarrow \sim q$          | f) $p \vee \sim q$ | g) $\sim p \wedge \sim q$ | h) $p \leftrightarrow \sim q$ |
| i) $p \wedge \sim q \rightarrow p$ |                    |                           |                               |

2.  $p$ : Jorge é rico e  $q$ : Carlos é feliz.

- |                      |                                    |                               |                           |
|----------------------|------------------------------------|-------------------------------|---------------------------|
| a) $q \rightarrow p$ | b) $p \vee \sim q$                 | c) $q \leftrightarrow \sim p$ | d) $\sim p \rightarrow q$ |
| e) $\sim \sim p$     | f) $\sim p \wedge q \rightarrow p$ |                               |                           |

# Exercícios

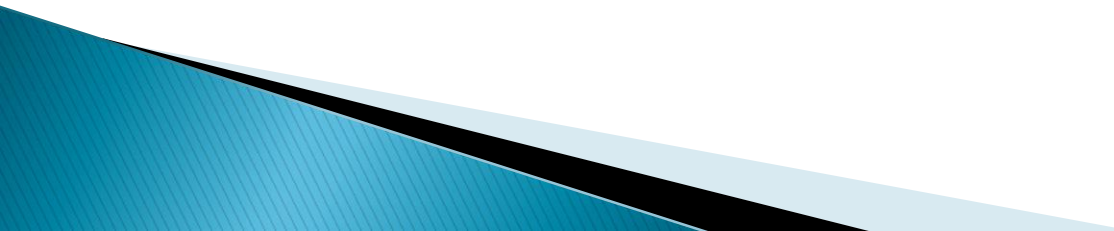
3.  $p$ : Claudio fala inglês e  $q$ : Claudio fala alemão.

- a)  $q \vee p$       b)  $p \wedge q$       c)  $p \wedge \sim q$       d)  $\sim p \wedge \sim q$       e)  $\sim\sim p$   
f)  $\sim(\sim p \wedge \sim q)$

4.  $p$ : João é gaúcho e  $q$ : Jaime é paulista.

- a)  $\sim(\sim p \wedge \sim q)$     b)  $\sim\sim p$     c)  $\sim(\sim p \vee \sim q)$     d)  $p \rightarrow \sim q$   
e)  $\sim p \rightarrow \sim q$     f)  $\sim(\sim q \rightarrow p)$

5.      $p$ : Marcos é alto.  
        $q$ : Marcos é elegante.

- a) Marcos é alto e elegante
  - b) Marcos é alto, mas não é elegante
  - c) Não é verdade que Marcos não é alto ou elegante
  - d) Marcos não é nem alto e nem elegante
  - e) Marcos é alto ou não é alto, mas é elegante
  - f) É falso que Marcos não é alto ou que não é elegante
- 

6.         $p$ : Suely é rica  
             $q$ : Suely é feliz.

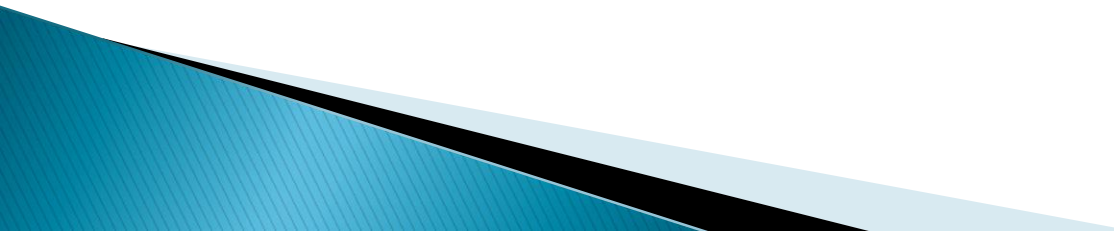
a) Suely não é rica, mas é feliz

b) Suely é rica ou não é feliz

c) Suely não é rica e nem feliz

d) Suely não é rica ou é rica, mas não é feliz

7.                    p: Carlos fala francês.  
                         q: Carlos fala inglês.  
                         r: Carlos fala alemão.

- a) Carlos fala francês ou inglês, mas não fala alemão
  - b) Carlos fala francês e inglês, ou não fala francês e alemão
  - c) É falso que Carlos fala francês mas que não fala alemão
  - d) É falso que Carlos fala inglês ou alemão mas que não fala francês
- 

8. a)  $x = 0$  ou  $x > 0$

b)  $x \neq 0$  ou  $y \neq 0$

c)  $x > 1$  ou  $x + y > 0$

d)  $x^2 = x \cdot x$  ou  $x^0 = 1$

9. a)  $(x + y = 0 \text{ e } z > 0)$  ou  $z = 0$

b)  $x = 0$  e  $(y + z > x$  ou  $z = 0)$

c)  $x \neq 0$  ou  $(x = 0 \text{ e } y < 0 \text{ e } z = 0)$

d)  $(x + y = 0 \text{ e } z > 0)$  ou  $z = 0$

10. a) Se  $x > 0$  então  $y = 2$

b) Se  $x + y = 2$  então  $z > 0$

c)  $x = 1$  ou  $z = 2$  então  $y > 1$

d) Se  $z > 5$  então  $x \neq 1$  e  $x \neq 2$

e) Se  $x \neq y$  então  $x + z > 5$  e  $y + z < 5$

f) Se  $x + y > z$  e  $z = 1$  então  $x + y > 1$

g) Se  $x < 2$  então  $x = 1$  ou  $x = 0$

h) Se  $y = 4$  e se  $x < y$  então  $x < 5$