LÓGICA

Cód:30829840 Turma: SI

Prof. Dr. João Paulo I. F. Ribas

Equivalência Lógica

Sejam P(p,q,r,...) e Q(p,q,r,...) duas proposições compostas, elas são ditas equivalentes (logicamente equivalentes) se e somente se a coluna resultante de suas tabelas-verdade são idênticas

- Lê-se “P é equivalente a Q“.
- Notação: $P(p,q,r,...) \Leftrightarrow Q(p,q,r,...)$

Propriedades da Equivalência

Propriedade Reflexiva:

$$P(p,q,r,\ldots) \Leftrightarrow P(p,q,r,\ldots)$$

Propriedade Simétrica:

Se $P(p,q,r,\ldots) \Leftrightarrow Q(p,q,r,\ldots)$ **ENTÃO**

$$Q(p,q,r,\ldots) \Leftrightarrow P(p,q,r,\ldots)$$

Propriedades da Equivalência

Propriedade Transitiva:

Se $P(p,q,r,\ldots) \Leftrightarrow Q(p,q,r,\ldots)$ **E**
$Q(p,q,r,\ldots) \Leftrightarrow R(p,q,r,\ldots)$ **ENTÃO**
$P(p,q,r,\ldots) \Leftrightarrow R(p,q,r,\ldots)$.

Equivalência Lógica

- Exemplos: Verificar se as proposições $P(p,q)=p \to q$ é equivalente a $Q(p,q)=\sim p \vee q$.

- Ou seja, verificar se $p \to q \Leftrightarrow \sim p \vee q$

Equivalência Lógica

- Preencher a tabela-verdade com as duas proposições, da seguinte forma:

p	→	q	⇔	~	p	v	q
V	V	V		F	V	V	V
V	F	F		F	V	F	F
F	V	V		V	F	V	V
F	V	F		V	F	V	F
1	2	1		2	1	3	1

Equivalência Lógica

p	→	q	⇔	~	p	v	q
V	V	V		F	V	V	V
V	F	F		F	V	F	F
F	V	V		V	F	V	V
F	V	F		V	F	V	F
1	2	1		2	1	3	1

São Equivalentes

Equivalência Lógica

- Verifica-se que se as duas proposições são equivalentes, a bicondicional entre elas é uma tautologia.

(p	→	q)	↔	(~	p	v	q)
V	V	V	V	F	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V	F
1	2	1	4	2	1	3	1

Tautologia

Equivalência Lógica

Exercícios: Verifique as seguintes equivalências por tabela-verdade:

a) $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow p \vee r$

b) $p \veebar q \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$

c) $p \wedge q \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$

Negação Conjunta

Sejam p e q duas proposições simples, a negação conjunta de p e q é dada por $p \downarrow q$.

- Lê-se “não p e não q“.

- $p \downarrow q \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

Negação Conjunta

- Ou seja:
  - V ↓ V = F
  - V ↓ F = F
  - F ↓ V = F
  - F ↓ F = V

- Tabela-Verdade:

Negação Conjunta		
p	**q**	**p↓q**
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Negação Disjunta

Sejam p e q duas proposições simples, a negação disjunta de p e q é dada por $p \uparrow q$.

- Lê-se “não p ou não q“.
- $p \uparrow q \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$

Negação Disjunta

- Ou seja:
  - $V \uparrow V = F$
  - $V \uparrow F = V$
  - $F \uparrow V = V$
  - $F \uparrow F = V$

- Tabela-Verdade:

Negação Disjunta		
p	**q**	**$p \uparrow q$**
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	V

Equivalências Notáveis

<table>
<tr><th colspan="5">EQUIVALÊNCIAS NOTÁVEIS</th></tr>
<tr><td>IDEM</td><td colspan="2">$p \Leftrightarrow p \wedge p$</td><td colspan="2">$p \Leftrightarrow p \vee p$</td></tr>
<tr><td>COM</td><td colspan="2">$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$</td><td colspan="2">$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$</td></tr>
<tr><td>ASSOC</td><td colspan="2">$p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$</td><td colspan="2">$p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ID</td><td>$p \wedge t \Leftrightarrow p$</td><td>$p \wedge c \Leftrightarrow c$</td><td>$p \vee t \Leftrightarrow t$</td><td>$p \vee c \Leftrightarrow p$</td></tr>
<tr><td colspan="4">onde $t = V$ (verdadeiro) e $c = F$ (falso)</td></tr>
<tr><td>DIST</td><td colspan="2">$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$</td><td colspan="2">$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$</td></tr>
<tr><td>ABS</td><td colspan="2">$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$</td><td colspan="2">$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$</td></tr>
</table>

Equivalências Notáveis

EQUIVALÊNCIAS NOTÁVEIS (Continuação)		
DN	$p \Leftrightarrow \sim\sim p$	
DM	$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$	$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$
COND	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$	
BICOND	$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
CP	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$	
EI	$p \wedge q \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$	
Outras	$p \vee q \Leftrightarrow \sim (p \leftrightarrow q)$	
	$p \downarrow q \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$	
	$p \uparrow q \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$	