

# LÓGICA

Cód:30829840

Turma: SI

Prof. Dr. João Paulo I. F. Ribas



# Implicação Lógica

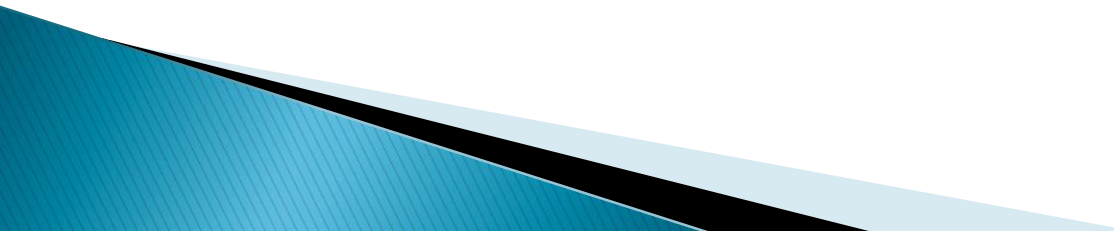
Sejam  $P(p,q,r,...)$  e  $Q(p,q,r,...)$  duas proposições compostas, diz-se que  $P$  implica  $Q$  (ou implica logicamente) se e somente se a condicional entre as colunas resultantes de suas tabelas-verdade  $(P \rightarrow Q)$  é uma TAUTOLOGIA.

- ▶ Lê-se “ $P$  implica  $Q$ ”.

- ▶ Notação:  $P(p,q,r,...) \Rightarrow Q(p,q,r,...)$

# Implicação Lógica

Portanto, dizemos que  $P \Rightarrow Q$  quando nas respectivas tabelas-verdade dessas duas proposições não aparece V na última coluna de P e F na última coluna de Q, com V e F em uma mesma linha, isto é, não ocorre P e Q com valores lógicos simultâneos respectivamente V e F.



# Implicação Lógica

Exemplos:

a)  $3 = 2 + 1 \Rightarrow 3^2 = (2 + 1)^2$ .

Podemos usar o símbolo  $\Rightarrow$ , pois a proposição condicional:  $3 = 2 + 1 \rightarrow 3^2 = (2 + 1)^2$  é verdadeira.

b) Não podemos escrever que  $3 > 2 \Rightarrow 3 > 4$ , pois a proposição condicional:  $3 > 2 \rightarrow 3 > 4$  é falsa.

# Implicação Lógica

- ▶ Observação: Os símbolos  $\Rightarrow$  e  $\rightarrow$  têm significados diferentes: O símbolo  $\Rightarrow$  entre duas proposições dadas indica uma relação, isto é, que a proposição condicional associada é uma tautologia, enquanto  $\rightarrow$  realiza uma operação entre proposições dando origem a uma nova proposição  $p \rightarrow q$  (que pode conter valores lógicos V ou F).

# Propriedades da Implicação

Propriedade Reflexiva:

$$P(p,q,r,\dots) \Rightarrow P(p,q,r,\dots)$$

Propriedade Transitiva:

$$\begin{array}{l} \text{Se } P(p,q,r,\dots) \Rightarrow Q(p,q,r,\dots) \text{ E} \\ Q(p,q,r,\dots) \Rightarrow R(p,q,r,\dots) \text{ ENTÃO} \\ P(p,q,r,\dots) \Rightarrow R(p,q,r,\dots) . \end{array}$$

# Implicação Lógica

Exemplos:

► Verificar se  $p \leftrightarrow q \Rightarrow p \rightarrow q$

► Verificar se  $p \leftrightarrow q \Rightarrow q \rightarrow p$

# Implicação Lógica

- ▶ Substituir o símbolo  $\Rightarrow$  (implicação) pelo símbolo  $\rightarrow$  (condicional) e adicionar parentêsis limitando cada uma das proposições, ou seja :  $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
- ▶ A condicional associada ao símbolo de implicação deve ser a última operação a ser feita;

(p	$\leftrightarrow$	q)	$\rightarrow$	(p	$\rightarrow$	q)
V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V
F	V	F	V	F	V	F
1	2	1	3	1	2	1

Portanto,

$$p \leftrightarrow q \Rightarrow p \rightarrow q$$



# Implicação Lógica

$(p$	$\leftrightarrow$	$q)$	$\rightarrow$	$(q$	$\rightarrow$	$q)$
V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	V	V	F	F
F	V	F	V	F	V	F
1	2	1	3	1	2	1

Portanto,  $p \leftrightarrow q \Rightarrow q \rightarrow p$

# Implicação Lógica

Exemplos:

- ▶  $p \rightarrow q \wedge r \rightarrow \sim q \Rightarrow r \rightarrow \sim p$

- ▶  $((p \leftrightarrow q) \vee (q \leftrightarrow s)) \wedge \sim (p \leftrightarrow q) \Rightarrow (q \leftrightarrow s)$

# Implicação Lógica

## Exemplos:

- ▶  $p \rightarrow q \wedge r \rightarrow \sim q \Rightarrow r \rightarrow \sim p$  (não implica)
- ▶  $((p \leftrightarrow q) \vee (q \leftrightarrow s)) \wedge \sim (p \leftrightarrow q) \Rightarrow (q \leftrightarrow s)$   
(implica)

# Implicação Lógica

Exercícios: Verifique as seguintes implicações por tabela-verdade:

a)  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow p \rightarrow r$

b)  $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r) \Rightarrow q \vee s$

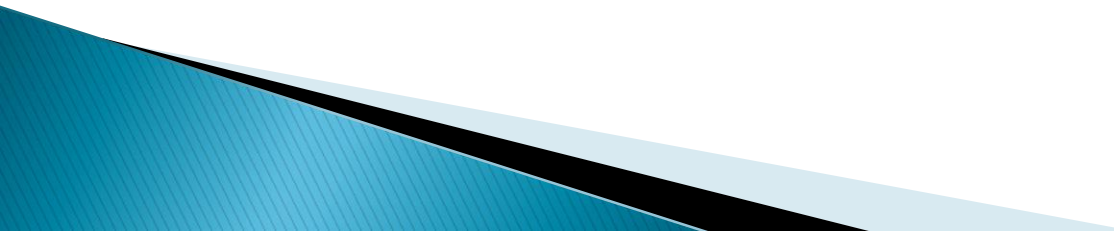
c)  $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\sim q \vee \sim s) \Rightarrow \sim p \vee \sim r$

# Implicação Lógica

Regras de Inferência		
Adição disjuntiva (AD)	$p \Rightarrow p \vee q$	$p \Rightarrow q \vee p$
Simplificação	$p \wedge q \Rightarrow p$	$p \wedge q \Rightarrow q$
Modus Ponens(MP)	$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$	
Modus Tollens(MT)	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$	
Silogismo Disjuntivo(SD)	$(p \vee q) \wedge \sim q \Rightarrow p$	
Silogismo Hipotético(SH)	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow p \rightarrow r$	
Dilema Construtivo(DC)	$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r) \Rightarrow q \vee s$	
Dilema Destrutivo(DD)	$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\sim q \vee \sim s) \Rightarrow \sim p \vee \sim r$	
Absorção(ABS)	$p \rightarrow q \Rightarrow p \rightarrow (p \rightarrow q)$	

# Proposições associadas a uma condicional

Sejam  $P$  e  $Q$  duas proposições quaisquer (simples ou compostas) e a condicional entre elas dada por  $P \rightarrow Q$ , tem-se as seguintes proposições associadas a  $P \rightarrow Q$ :

- ▶ Recíproca de  $P \rightarrow Q$ :  $Q \rightarrow P$
  - ▶ Contrária de  $P \rightarrow Q$ :  $\sim P \rightarrow \sim Q$
  - ▶ Contrapositiva de  $P \rightarrow Q$ :  $\sim Q \rightarrow \sim P$
- 

# Proposições associadas a uma condicional

## Observações:

- ▶ A condicional é equivalente a sua contrapositiva:  
 $(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow (\sim Q \rightarrow \sim P)$
- ▶ A recíproca da condicional é equivalente à contrária da condicional:  $(Q \rightarrow P) \Leftrightarrow (\sim P \rightarrow \sim Q)$

# Proposições associadas a uma condicional

Exemplos:

- ▶  $p \rightarrow q$  : Se Carlos é professor, então é pobre.
- ▶ A contrapositiva é  $\sim q \rightarrow \sim p$  : Se Carlos não é pobre, então não é professor.
- ▶ Portanto,  $(p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p)$  (Proposições equivalentes).



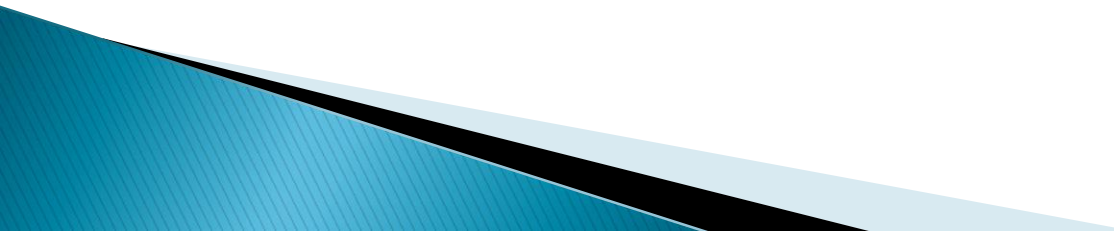
# Proposições associadas a uma condicional

Exemplos:

- ▶  $p$  :  $x$  é menor que zero
- ▶  $q$  :  $x$  é negativo
- ▶  $q \rightarrow p$  : Se  $x$  é negativo, então  $x$  é menor que zero.
- ▶ A contrapositiva é  $\sim p \rightarrow \sim q$  : Se  $x$  não é menor que zero, então  $x$  não é negativo.
- ▶ Portanto,  $(q \rightarrow p \Leftrightarrow \sim p \rightarrow \sim q)$  (Proposições equivalentes).

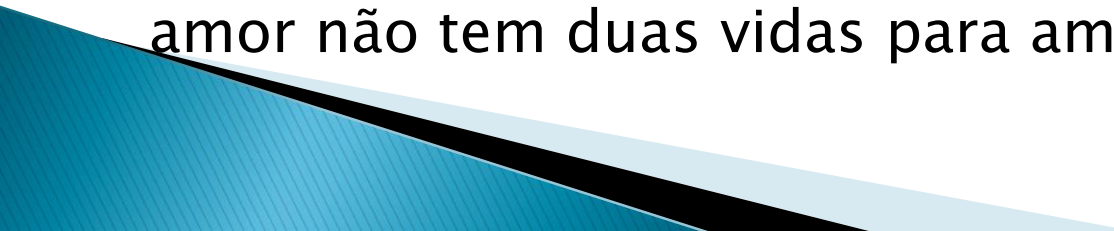
# Proposições associadas a uma condicional

Exemplos:

- ▶ P: “Se meu amor tem duas vidas para amar-te, então te amo duplamente”.
  - ▶ Contrária:
  - ▶ Recíproca:
  - ▶ Contrapositiva:
- 

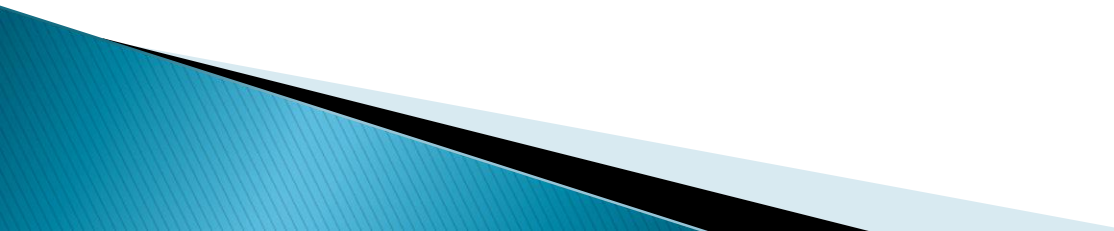
# Proposições associadas a uma condicional

Exemplos:

- ▶ P: “Se meu amor tem duas vidas para amar-te, então te amo duplamente”.
  - ▶ Contrária: “Se meu amor não tem duas vidas para amar-te, então não te amo duplamente”.
  - ▶ Recíproca: “Se te amo duplamente então meu amor tem duas vidas para amar-te”.
  - ▶ Contrapositiva: “Se não te amo duplamente então meu amor não tem duas vidas para amar-te”.
- 

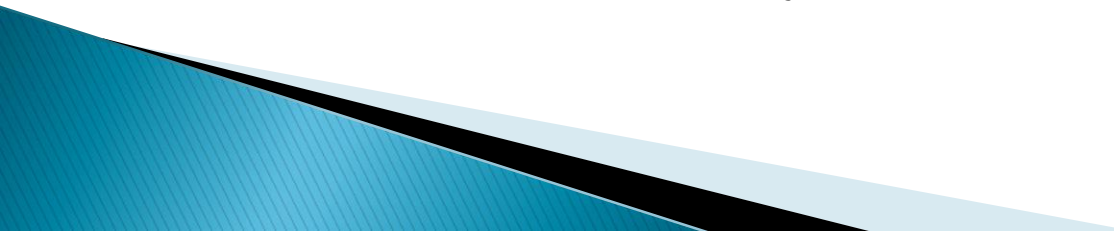
# Proposições associadas a uma condicional

Exemplos:

- ▶ Q: Se seu espírito está isento de toda turvação, então as nuvens da desordem se dissiparão e você conhecerá seu verdadeiro Eu.
  - ▶ Contrária:
  - ▶ Recíproca:
  - ▶ Contrapositiva:
- 

# Proposições associadas a uma condicional

Exemplos:

- ▶ Q: Se seu espírito está isento de toda turvação, então as nuvens da desordem se dissiparão e você conhecerá seu verdadeiro Eu.
  - ▶ Contrária: Se seu espírito não está isento de toda turvação, então não é verdade que as nuvens da desordem se dissiparão e você conhecerá seu verdadeiro Eu.
  - ▶ Recíproca: Se as nuvens da desordem se dissiparão e você conhecer seu verdadeiro Eu, então seu espírito está isento de toda turvação.
  - ▶ Contrapositiva: Se não é verdade que as nuvens da desordem se dissiparão e você conhecerá seu verdadeiro Eu, então seu espírito não estará isento de toda turvação.
- 

# Proposições associadas a uma condicional

Exercícios:

- ▶ Sejam as proposições  $P: \sim p \leftrightarrow r \vee q$  e  $Q: r \rightarrow s \wedge t$ .

Apresente:

- ▶ A Contrária da Contrapositiva da Recíproca de  $Q \rightarrow P$ :