LÓGICA

Cód:30829840 Turma: SI

Prof. Dr. João Paulo I. F. Ribas

Argumento

Sejam P1, P2, ..., Pn ($n \geq 1$) proposições quaisquer (simples ou compostas),

chama-se <u>Argumento</u> toda afirmação de que uma dada sequência <u>finita</u> P1, P2, ..., Pn ($n \geq 1$) de proposições tem como consequência (ou acarreta) uma proposição final Q.

Argumento

- As proposições P1, P2, ..., Pn são as Premissas do Argumento;

- A proposição final Q é a Conclusão do Argumento;

- Um argumento de Premissas P1, P2, ..., Pn e Conclusão Q é denotado por:

P1, P2, ..., Pn |--- Q

Argumento

- P1, P2, ..., Pn |--- Q pode ser lido de uma das seguintes maneiras:

  - P1, P2, ..., Pn acarretam Q;
  - Q se decorre de P1, P2, ..., Pn;
  - Q se deduz de P1, P2, ..., Pn;
  - Que se infere de P1, P2, ..., Pn.

- Um argumento que consiste em duas premissas e uma conclusão é chamado de <u>Silogismo</u>.

Argumento

- Exemplos de argumentos em linguagem simbólica:
  - $p \rightarrow q , p \mid\!\!--- q$
  - $p \rightarrow q , \sim q \mid\!\!--- \sim p$
  - $p \vee q , \sim q \mid\!\!--- p$
  - $p \rightarrow q , q \rightarrow r \mid\!\!--- p \rightarrow r$
  - $p \rightarrow q , r \rightarrow s , p \vee r \mid\!\!--- q \vee s$
  - $p \rightarrow q , r \rightarrow s , \sim q \vee \sim s \mid\!\!--- \sim p \vee \sim r$
  - $p \rightarrow q \mid\!\!--- p \rightarrow (p \rightarrow q)$

Argumento

- Um argumento é uma sequencia finita de sentenças (proposições), em que uma delas é considerada como conclusão e as demais são consideradas como premissas.

- As premissas de um argumento são consideradas como justificativas para a conclusão.

Argumento

- Exemplos de argumentos em linguagem natural:

- Sócrates é homem.
  Todos os homens são mortais.
  Logo, Sócrates é mortal.

- Vovó se chama Ana.
  Vovô se chama Lúcio.
  Consequentemente, eu me chamo Ana Lúcia.

Argumento

- Exemplos de argumentos em linguagem natural:
- Há exatamente 136 caixas de laranja no depósito. Cada caixa contém pelo menos 140 laranjas. Nenhuma caixa contém mais do que 166 laranjas. <u>Deste modo</u>, no depósito estão pelo menos 6 caixas contendo o mesmo número de laranjas.

- Nunca se provou que existe uma quantidade finita de pares da forma (p, p + 2), onde p e p + 2 são primos. <u>Daí</u>, existe uma quantidade infinita de tais pares.

Argumento

- Não são Exemplos de argumentos:
- Todos os professores que fazem pesquisa gostam de ensinar.

  Márcia é uma professora que gosta de ensinar.

  Existem professores que não fazem pesquisa.

- Se a função seno é derivável e se toda função derivável é contínua, então a função seno é contínua.

- 1 é um número natural e é positivo.

  2 é um número natural e é positivo.

  3 é um número natural e é positivo.

  4 é um número natural e é positivo

  . . . .

  Logo, todo número natural é positivo.

Validade de Um Argumento

- Um Argumento P1, P2, ..., Pn |--- Q diz-se <u>válido </u>se a conclusão Q é <u>Verdadeira</u> todas as vezes que as Premissas P1, P2, ..., Pn são (todas) <u>Verdadeiras</u>.

- Se as premissas do argumento em questão são aceitas como verdadeiras, não se pode considerar como falsa a sua conclusão.

Validade de Um Argumento

- Em outros termos, um argumento P1, P2, ..., Pn |--- Q é válido se e somente se for V o valor lógico da Conclusão Q todas as vezes que as Premissas P1, P2, ..., Pn tiverem valor lógico V.

- A verdade das Premissa é incompatível com a falsidade da Conclusão.

Validade de Um Argumento

- Um argumento é válido se, em qualquer contexto, é impossível que sua conclusão seja falsa, caso se admita que suas premissas são verdadeiras.

- Um argumento válido também é chamado de correto, legítimo.

Validade de Um Argumento

- Um argumento inválido é chamado Sofisma;

- Um argumento é inválido se não é válido, isto é, se é possível que, em algum contexto, admitindo que suas premissas sejam verdadeiras se possa ter a conclusão falsa.

Validade de Um Argumento

- A Lógica só se preocupa com a validade dos argumentos e não com a verdade ou falsidade das premissas e conclusão;

- A validade de um argumento depende exclusivamente da relação existente entre as premissas e a conclusão.

- Ou seja ...

Validade de Um Argumento

- 1. Existem argumentos válidos em que as premissas e a conclusão são verdadeiras.

- 2. Existem argumentos válidos em que uma, ou mais, premissas são falsas e a conclusão é verdadeira.

- 3. Existem argumentos válidos em que uma, ou mais, premissas são falsas e a conclusão é falsa.

- 4. Não existem argumentos válidos em que as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa.

Validade de Um Argumento

- Portanto, afirmar que um argumento é válido significa afirmar que as premissas estão de tal modo relacionadas com a conclusão que não é possível ter a conclusão falsa se as premissas são verdadeiras.

Validade de Um Argumento

- Uma das formas de verificar a validade de um argumento utiliza-se o seguinte teorema:

- Teorema: Um argumento P1, P2, ..., Pn |--- Q é valido se e somente se a condicional:

$$(P1 \wedge P2 \wedge \ldots \wedge Pn) \rightarrow Q$$

é uma tautologia.

Validade de Um Argumento

- Exemplo: Verificar a validade dos seguintes argumentos por tabela-verdade:
  - $p \rightarrow q \text{ , } p \text{ |--- } q$
  - $p \rightarrow q \text{ , } \sim q \text{ |--- } \sim p$
  - $p \vee q \text{ , } \sim q \text{ |--- } p$
  - $p \rightarrow q \text{ , } q \rightarrow r \text{ |--- } p \rightarrow r$
  - $p \rightarrow q \text{ , } r \rightarrow s \text{ , } p \vee r \text{ |--- } q \vee s$
  - $p \rightarrow q \text{ , } r \rightarrow s \text{ , } \sim q \vee \sim s \text{ |--- } \sim p \vee \sim r$

Argumentos Válidos Fundamentais

- Adição (AD)
  - $p \vdash p \vee q$
  - $p \vdash q \vee p$
- Simplificação (SIMP)
  - $p \wedge q \vdash p$
  - $p \wedge q \vdash q$
- Conjunção (CONJ)
  - $p, q \vdash p \wedge q$
  - $p, q \vdash q \wedge p$
- Absorção (ABS)
  - $p \rightarrow q \vdash p \rightarrow (p \wedge q)$

Argumentos Válidos Fundamentais

- Modus ponens (MP)
  - $p \rightarrow q,\ p\ \vdash q$
- Modus tollens (MT)
  - $p \rightarrow q,\ \sim q\ \vdash \sim p$
- Silogismo disjuntivo (SD)
  - $p \vee q,\ \sim p\ \vdash q$
  - $p \vee q,\ \sim q\ \vdash p$
- Silogismo hipotético (SH)
  - $p \rightarrow q,\ q \rightarrow r\ \vdash p \rightarrow r$

Argumentos Válidos Fundamentais

- Dilema construtivo (DC)
  - $p \rightarrow q,\ r \rightarrow s,\ p \vee r \vdash q \vee s$
- Dilema destrutivo (DD)
  - $p \rightarrow q,\ r \rightarrow s,\ \sim q \vee \sim s \vdash \sim p \vee \sim r$

Regras de Inferência

- Os argumentos fundamentais da lista anterior são utilizados para fazer inferências, por isso chamam-se também regras de inferência;

- Fazer Inferências: execução dos passos de uma dedução ou demonstração;

- As regras de inferência são utilizadas para verificar a validade de argumentos por meio de deduções (método dedutivo)

Regras de Inferência

- A notação utilizada para se escrever as regras de inferência lembra uma operação matemática, colocando-se as premissas sobre um traço horizontal e a conclusão logo abaixo do mesmo traço.

$$\begin{array}{rl} \text{Premissas} & \left\{\begin{array}{l} P1 \\ P2 \\ P3 \end{array}\right. \\ \hline \text{Conclusão} \longrightarrow & Q \end{array}$$

Regras de Inferência

- Adição (AD): i) $\dfrac{p}{p \vee q}$ ii) $\dfrac{p}{q \vee p}$

- Simplificação (SIMP): i) $\dfrac{p \wedge q}{p}$ ii) $\dfrac{p \wedge q}{q}$

- Conjunção (CONJ): i) $\dfrac{\begin{array}{l} p \\ q \end{array}}{p \wedge q}$ ii) $\dfrac{\begin{array}{l} p \\ q \end{array}}{q \wedge p}$

- Absorção (ABS): $\dfrac{p \rightarrow q}{p \rightarrow p \wedge q}$

Regras de Inferência

- Modus ponens (MP):

$$\begin{array}{l} p \to q \\ p \\ \hline q \end{array}$$

- Modus tollens (MT):

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \sim q \\ \hline \sim p \end{array}$$

- Silogismo disjuntivo (SD):

i) $$\begin{array}{l} p \lor q \\ \sim p \\ \hline q \end{array}$$

ii) $$\begin{array}{l} p \lor q \\ \sim q \\ \hline p \end{array}$$

- Silogismo hipotético (SH):

$$\begin{array}{l} p \to q \\ q \to r \\ \hline p \to r \end{array}$$

Regras de Inferência

- Dilema construtivo (DC):

$$\begin{array}{l} p \to q \\ r \to s \\ p \lor r \\ \hline q \lor s \end{array}$$

- Dilema destrutivo (DD):

$$\begin{array}{l} p \to q \\ r \to s \\ \sim q \lor \sim s \\ \hline \sim p \lor \sim r \end{array}$$

Regras de Inferência –Exemplos

- Adição (AD):
  a) $$\frac{p}{p \vee \sim q}$$
  b) $$\frac{p \vee q}{(r \wedge s) \vee (p \vee q)}$$

- Simplificação (SIMP):
  a) $$\frac{(p \vee q) \wedge r}{p \vee q}$$
  b) $$\frac{p \wedge \sim q}{\sim q}$$

- Conjunção (CONJ):
  a) $$\frac{\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim r \end{array}}{(p \vee q) \wedge \sim r}$$
  b) $$\frac{\begin{array}{l} p \vee q \\ q \vee r \end{array}}{(p \vee q) \wedge (q \vee r)}$$

- Absorção (ABS):
  $$\frac{(r \vee s) \rightarrow (q \vee p)}{(r \vee s) \rightarrow (r \vee s) \wedge (q \vee p)}$$

Regras de Inferência –Exemplos

- Modus ponens (MP):

a)
$$\begin{array}{l} \sim p \rightarrow \sim q \\ \sim p \\ \hline \sim q \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} \sim p \vee r \rightarrow s \wedge \sim q \\ \sim p \vee r \\ \hline s \wedge \sim q \end{array}$$

- Modus tollens (MT):

a)
$$\begin{array}{l} \sim p \rightarrow \sim q \\ \sim\sim q \\ \hline \sim\sim p \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} \sim p \vee r \rightarrow s \wedge \sim q \\ \sim(s \wedge \sim q) \\ \hline \sim(\sim p \vee r) \end{array}$$

- Silogismo disjuntivo (SD):

a)
$$\begin{array}{l} (p \wedge q) \vee r \\ \sim r \\ \hline p \wedge q \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} \sim p \vee \sim q \\ \sim\sim p \\ \hline \sim q \end{array}$$

- Silogismo hipotético (SH):

$$\begin{array}{l} (p \rightarrow q) \rightarrow r \\ r \rightarrow (q \wedge s) \\ \hline (p \rightarrow q) \rightarrow (q \wedge s) \end{array}$$

Regras de Inferência –Exemplos

- Dilema construtivo (DC):

$$\frac{\begin{array}{l}(p \wedge q) \rightarrow \sim r \\ s \rightarrow t \\ (p \wedge q) \vee s\end{array}}{\sim r \vee t}$$

- Dilema destrutivo (DD):

$$\frac{\begin{array}{l}\sim q \rightarrow r \\ p \rightarrow \sim s \\ \sim r \vee \sim\sim s\end{array}}{\sim\sim q \vee \sim p}$$

Regras de Inferência (Implicações)

Regras de Inferência		
Adição disjuntiva (AD)	$p \Rightarrow p \vee q$	$p \Rightarrow q \vee p$
Simplificação	$p \wedge q \Rightarrow p$	$p \wedge q \Rightarrow q$
Modus Ponens(MP)	$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$	
Modus Tollens(MT)	$(p \rightarrow q) \wedge {\sim}q \Rightarrow {\sim}p$	
Silogismo Disjuntivo(SD)	$(p \vee q) \wedge {\sim}q \Rightarrow p$	
Silogismo Hipotético(SH)	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow p \rightarrow r$	
Dilema Construtivo(DC)	$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r) \Rightarrow q \vee s$	
Dilema Destrutivo(DD)	$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge ({\sim}q \vee {\sim}s) \Rightarrow {\sim}p \vee {\sim}r$	
Absorção(ABS)	$p \rightarrow q \Rightarrow p \rightarrow (p \wedge q)$	

Regras de Inferência

- Exercício: Indicar a Regra de Inferência que justifique a validade dos seguintes argumentos.

a) $p \rightarrow q \ \vdash (p \rightarrow q) \vee \sim r$

b) $\sim p \wedge (q \rightarrow r) \vdash \sim p$

c) $p \rightarrow q,\ q \rightarrow \sim r \ \vdash p \rightarrow \sim r$

d) $p \rightarrow (q \rightarrow r),\ p \ \vdash q \rightarrow r$

e) $(q \vee r) \rightarrow \sim p,\ \sim\sim p \ \vdash \sim(q \vee r)$

f) $p \rightarrow q,\ r \rightarrow \sim s \ \vdash (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow \sim s)$

g) $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge r),\ \sim(\sim p \wedge r) \vdash (p \wedge q)$

h) $p \rightarrow q \vee r \ \vdash p \rightarrow p \wedge (q \vee r)$

i) $x+y=z \rightarrow w-t=u,\ x+y=z \ \vdash w-t=u$

j) $\{x,y\} \in R \rightarrow x+y \in R,\ x+y \notin R \ \vdash \{x,y\} \notin R$

k) $x \neq 0\ ,\ x \neq 1 \ \vdash x \neq 0 \wedge x \neq 1$

l) $3 < 5 \ \vdash 3 < 5 \vee x < y$

m) $x<0 \vee x=1,\ x \neq 1 \ \vdash x < 0$

n) $x=1 \rightarrow x<3,\ x<3 \rightarrow x+y<5 \ \vdash x=1 \rightarrow x+y<5$

o) $\pi>3 \wedge \pi<4 \ \vdash \pi<4$

Regras de Inferência

- Exercício: Indicar a Regra de Inferência que justifique a validade dos seguintes argumentos.

a) $p \rightarrow q \vdash (p \rightarrow q) \lor \sim r$ (AD)
b) $\sim p \land (q \rightarrow r) \vdash \sim p$ (Simp)
c) $p \rightarrow q, q \rightarrow \sim r \vdash p \rightarrow \sim r$ (SH)
d) $p \rightarrow (q \rightarrow r), p \vdash q \rightarrow r$ (MP)
e) $(q \lor r) \rightarrow \sim p, \sim\sim p \vdash \sim(q \lor r)$ (MT)
f) $p \rightarrow q, r \rightarrow \sim s \vdash (p \rightarrow q) \land (r \rightarrow \sim s)$ (Conj)
g) $(p \land q) \lor (\sim p \land r), \sim(\sim p \land r) \vdash (p \land q)$ (SD)
h) $p \rightarrow q \lor r \vdash p \rightarrow p \land (q \lor r)$ (ABS)
i) $x+y=z \rightarrow w-t=u, x+y=z \vdash w-t=u$ (MP)
j) $\{x,y\} \in R \rightarrow x+y \in R, x+y \notin R \vdash \{x,y\} \notin R$ (MT)
k) $x \neq 0, x \neq 1 \vdash x \neq 0 \land x \neq 1$ (Conj)
l) $3 < 5 \vdash 3 < 5 \lor x < y$ (AD)
m) $x<0 \lor x=1, x \neq 1 \vdash x < 0$ (SD)
n) $x=1 \rightarrow x<3, x<3 \rightarrow x+y<5 \vdash x=1 \rightarrow x+y<5$ (SH)
o) $\pi>3 \land \pi<4 \vdash \pi<4$ (Simp)

Método Dedutivo

- O método dedutivo busca obter a conclusão de um argumento a partir das premissas, por meio de uma sequência de aplicações de regras de inferência;
- Ao se obter a conclusão, demonstra-se que o argumento é válido;
- A notação utilizada para se escrever as demonstrações também é feita colocando-se as premissas sobre um traço horizontal.

Validade de Argumentos Mediante Regras de Inferência

- Seja P1, P2, P3, ... Pn ⊢ Q um argumento qualquer, cuja validade deve ser verificada, ele deve ser apresentado seguindo a notação:

Premissas:
P1
P2
P3
...
Pn

Premissas Intermediárias:
P
P
P
...

Conclusão → Q

As Premissas Intermediárias são resultados das aplicações das Regras de Inferência sobre as outras premissas, incluindo as intermediárias também

Ao se obter a conclusão, demonstra-se que o argumento é válido

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

a) $p \rightarrow q,\ p \wedge r \ \vdash q$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

a) $p \rightarrow q,\ p \wedge r\ \vdash q$

1) $p \rightarrow q$	
2) $p \wedge r$	
3) p	2- Simp
4) q	1,3 - MP

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

b) $p \wedge q, p \vee r \rightarrow s \vdash p \wedge s$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

b) $p \wedge q,\ p \vee r \rightarrow s \ \vdash p \wedge s$

1) $p \wedge q$
2) $p \vee r \rightarrow s$

---

3) p	1 – Simp
4) $p \vee r$	3 – Ad
5) s	2,4 – MP
6) $p \wedge s$	3,5 – Conj

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

c) $p \rightarrow (q \rightarrow r),\ p \rightarrow q,\ p \ \vdash r$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

c) $p \to (q \to r),\ p \to q,\ p\ \vdash r$

1) $p \to (q \to r)$	
2) $p \to q$	
3) p	
4) $q \to r$	1,3– MP
5) $p \to r$	2,4 – SH
6) r	3,5 – MP

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

d) $p \rightarrow q,\ p \wedge q \rightarrow r,\ \sim(p \wedge r)\ \vdash\ \sim p$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

d) $p \to q,\ p \wedge q \to r,\ \sim(p \wedge r)\ \vdash \sim p$

1) $p \to q$	
2) $p \wedge q \to r$	
3) $\sim(p \wedge r)$	
4) $p \to (p \wedge q)$	1– Abs
5) $p \to r$	2,4 – SH
6) $p \to (p \wedge r)$	5 – Abs
7) $\sim p$	3,6 – MT

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

e) $p \vee q \rightarrow r,\ r \vee q \rightarrow (p \rightarrow (s \leftrightarrow t)),\ p \wedge s \ \vdash s \leftrightarrow t$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

e) $p \vee q \rightarrow r,\ r \vee q \rightarrow (p \rightarrow (s \leftrightarrow t)),\ p \wedge s \ \vdash s \leftrightarrow t$

1) $p \vee q \rightarrow r$	
2) $r \vee q \rightarrow (p \rightarrow (s \leftrightarrow t))$	
3) $p \wedge s$	
4) p	3– Simp
5) $p \vee q$	4 – Ad
6) r	1,5 – MP
7) $r \vee q$	6 – Ad
8) $p \rightarrow (s \leftrightarrow t)$	2,7 – MP
9) $s \leftrightarrow t$	4,8 – MP

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

f) $p \rightarrow \sim q, \sim p \rightarrow (r \rightarrow \sim q), \sim s \vee \sim r \rightarrow \sim\sim q, \sim s \vdash \sim r$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

f) $p \rightarrow \sim q, \sim p \rightarrow (r \rightarrow \sim q), \sim s \vee \sim r \rightarrow \sim\sim q, \sim s \vdash \sim r$

1) $p \rightarrow \sim q$	
2) $\sim p \rightarrow (r \rightarrow \sim q)$	
3) $\sim s \vee \sim r \rightarrow \sim\sim q$	
4) $\sim s$	
5) $\sim s \vee \sim r$	4 – Ad
6) $\sim\sim q$	3,5 – MP
7) $\sim p$	1,6 – MT
8) $r \rightarrow \sim q$	2,7 – MP
9) $\sim r$	6,8 – MT

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

g) $p \wedge q \rightarrow r,\ r \rightarrow s,\ t \rightarrow \sim u,\ t,\ \sim s \vee u\ \vdash \sim(p \wedge q)$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

g) $p \wedge q \rightarrow r,\ r \rightarrow s,\ t \rightarrow \sim u,\ t,\ \sim s \vee u \ \vdash \sim(p \wedge q)$

1) $p \wedge q \rightarrow r$	
2) $r \rightarrow s$	
3) $t \rightarrow \sim u$	
4) t	
5) $\sim s \vee u$	
6) $\sim u$	3,4 – MP
7) $\sim s$	5,6 – SD
8) $\sim r$	2,7 – MT
9) $\sim(p \wedge q)$	1,8 – MT

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

h) $p \rightarrow q,\ q \rightarrow r,\ s \rightarrow t,\ p \vee s \ \vdash r \vee t$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

h) $p \rightarrow q,\ q \rightarrow r,\ s \rightarrow t,\ p \vee s \ \vdash r \vee t$

1) $p \rightarrow q$
2) $q \rightarrow r$
3) $s \rightarrow t$
4) t
5) $p \vee s$

---

6) $p \rightarrow r$ — 1,2 – SH
7) $r \vee t$ — 3,5,6 – DC

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

i) $p \rightarrow q, \sim r \rightarrow (s \rightarrow t), r \vee (p \vee s), \sim r \vdash q \vee t$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

i) $p \rightarrow q, \sim r \rightarrow (s \rightarrow t), r \vee (p \vee s), \sim r \vdash q \vee t$

1) $p \rightarrow q$
2) $\sim r \rightarrow (s \rightarrow t)$
3) $r \vee (p \vee s)$
4) $\sim r$

---

5) $s \rightarrow t$ 2,4 – MP
6) $p \vee s$ 3,4 – SD
7) $q \vee t$ 1,5,6 – DC

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

j) $p \rightarrow q,\ (p \rightarrow r) \rightarrow s \vee q,\ p \wedge q \rightarrow r,\ \sim s \ \vdash q$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

j) $p \rightarrow q,\ (p \rightarrow r) \rightarrow s \vee q,\ p \wedge q \rightarrow r,\ \sim s \ \vdash q$

1) $p \rightarrow q$	
2) $(p \rightarrow r) \rightarrow s \vee q$	
3) $p \wedge q \rightarrow r$	
4) $\sim s$	
5) $p \rightarrow (p \wedge q)$	1 – ABS
6) $p \rightarrow r$	3,5 – SH
7) $s \vee q$	2,6 – MP
8) q	4,7 – SD

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

k) $p \rightarrow q$, $p \vee (\sim\sim r \wedge \sim\sim q)$, $s \rightarrow \sim r$, $\sim(p \wedge q) \vdash \sim s \vee \sim q$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

k) $p \rightarrow q,\ p \vee (\sim\sim r \wedge \sim\sim q),\ s \rightarrow \sim r,\ \sim(p \wedge q) \vdash \sim s \vee \sim q$

1) $p \rightarrow q$
2) $p \vee (\sim\sim r \wedge \sim\sim q)$
3) $s \rightarrow \sim r$
4) $\sim(p \wedge q)$

---

5)	$p \rightarrow (p \wedge q)$	1 – ABS
6)	$\sim p$	4,6 – MT
7)	$\sim\sim r \wedge \sim\sim q$	2,6 – SD
8)	$\sim\sim r$	7 – Simp
9)	$\sim s$	3,8 – MT
10)	$\sim s \vee \sim q$	9 – AD

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

I) $p \rightarrow r,\ q \rightarrow s,\ \sim r,\ (p \vee q) \wedge (r \vee s) \vdash \sim p \wedge \sim q$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

I) $p \to r,\ q \to s,\ \sim r,\ (p \vee q) \wedge (r \vee s) \vdash \sim p \wedge \sim q$

1) $p \to r$
2) $q \to s$
3) $\sim r$
4) $(p \vee q) \wedge (r \vee \sim s)$

---

5) $r \vee \sim s$	4 – Simp
6) $\sim s$	3,5 – SD
7) $\sim q$	2,6 – MT
8) $\sim p$	1,3 – MT
9) $\sim p \wedge \sim q$	7,8 – Conj

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

I) $p \rightarrow r,\ q \rightarrow s,\ \sim r,\ (p \vee q) \wedge (r \vee \sim s) \vdash \sim p \wedge \sim q$

1) $p \rightarrow r$	
2) $q \rightarrow s$	
3) $\sim r$	
4) $(p \vee q) \wedge (r \vee \sim s)$	
5) $r \vee \sim s$	4 – Simp
6) $\sim s$	3,5 – SD
7) $\sim q$	2,6 – MT
8) $\sim p$	1,3 – MT
9) $\sim p \wedge \sim q$	7,8 – Conj

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

m) $p \rightarrow q, q \rightarrow r, r \rightarrow s, \sim s, p \vee t \vdash t$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

m) $p \rightarrow q,\ q \rightarrow r,\ r \rightarrow s,\ \sim s,\ p \vee t \vdash t$

1) $p \rightarrow q$
2) $q \rightarrow r$
3) $r \rightarrow s$
4) $\sim s$
5) $p \vee t$

---

6) $p \rightarrow r$	1,2 – SH
7) $p \rightarrow s$	3,6 – SH
8) $\sim p$	4,7 – MT
9) t	5,8 – SD

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

n) $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s),\ t \rightarrow u,\ u \rightarrow v,\ \sim q \vee \sim v \vdash \sim p \vee \sim t$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

n) $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s),\ t \rightarrow u,\ u \rightarrow v,\ \sim q \vee \sim v \vdash \sim p \vee \sim t$

1) $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$
2) $t \rightarrow u$
3) $u \rightarrow v$
4) $\sim q \vee \sim v$

---

5) $p \rightarrow q$ — 1 – Simp
6) $t \rightarrow v$ — 2,3 – SH
7) $\sim p \vee \sim t$ — 4,5,6 – DD

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

o) $x=y \rightarrow x=z,\ x=z \rightarrow x=1,\ x=0 \rightarrow x\neq 1,\ x=y \vdash x\neq 0$

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

o) $x=y \rightarrow x=z,\ x=z \rightarrow x=1,\ x=0 \rightarrow x \neq 1,\ x=y \vdash x \neq 0$

1) $x=y \rightarrow x=z$	
2) $x=z \rightarrow x=1$	
3) $x=0 \rightarrow x \neq 1$	
4) $x=y$	
5) $x=y \rightarrow x=1$	1,2 – SH
6) $x=1$	4,5 – MP
7) $x \neq 0$	3,6 – MT

Validade de Argumentos

- Exemplos: Demonstrar a validade dos seguintes argumentos.

p) $x=y \rightarrow x=z,\ x\neq y \rightarrow x<z,\ x\geq z \vee y>z,\ y\neq z \wedge x\neq z \vdash y>z$

1) $x=y \rightarrow x=z$
2) $x\neq y \rightarrow x<z$
3) $x\geq z \vee y>z$
4) $y\neq z \wedge x\neq z$

---

5) $x\neq z$	4 – Simp
6) $x\neq y$	1,5 – MT
7) $x<z$	2,6 – MP
8) $y>z$	3,7 – SD