

LÓGICA


Cód:30829840

Turma: SI

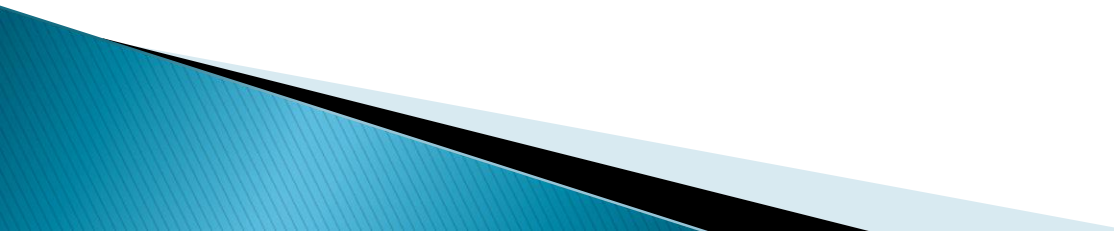
Prof. Dr. João Paulo I. F. Ribas



Ementa da Disciplina

- ▶ Sentido lógico-matemático convencional dos conectivos.
 - ▶ Argumentos.
 - ▶ Lógica sentencial.
 - ▶ Regras de formação de fórmulas.
 - ▶ Sistemas dedutivos.
 - ▶ Decidibilidade da lógica sentencial.
 - ▶ A lógica de predicados de primeira ordem.
 - ▶ Valores-verdade.
 - ▶ Funções de avaliação.
- 

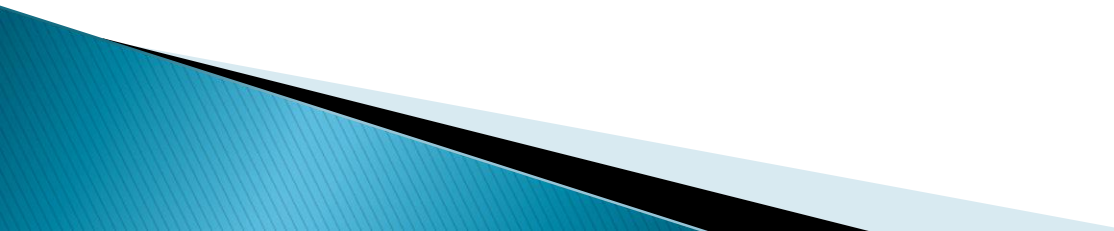
Justificativa

- ▶ A lógica matemática, que é também conhecida por lógica formal proposicional, auxilia o acadêmico no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e tem estrita relação com a Ciência da Computação.
 - ▶ Lida com a formalização e a análise de tipos de argumentação utilizados na Matemática e que exige a especificação de uma linguagem matemática formal.
- 

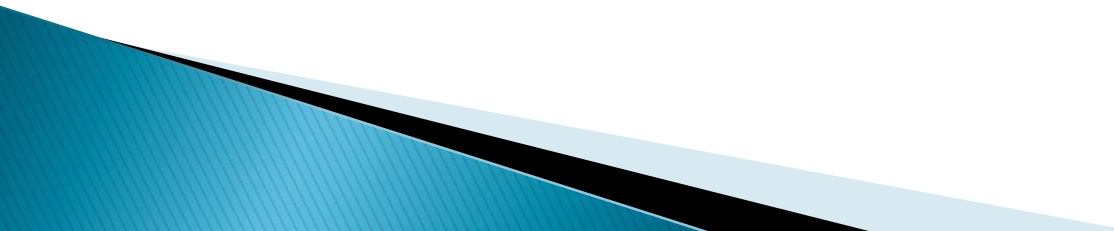
Justificativa

- ▶ O aprendizado da Lógica auxilia os estudantes no raciocínio, na compreensão de conceitos básicos, na verificação formal de programas e melhor os prepara para o entendimento do conteúdo de tópicos mais avançados.


Objetivo

- ▶ Apresentar ao acadêmico os conceitos e utilização da Lógica Matemática para a resolução de problemas e auxílio em outras áreas da Ciência da Computação, bem como aprimorar o nível de abstração lógico-matemático.
- 


Objetivos Específicos

- ▶ Introdução aos conceitos da lógica matemática;
 - ▶ Utilização dos operadores lógicos e expressões;
 - ▶ Construção de tabelas-verdade;
 - ▶ Uso de Equivalências e Implicações lógicas;
 - ▶ Introdução ao Método dedutivo;
 - ▶ Conceitos de Argumentos e demonstração de validade por inferências;
 - ▶ Utilização de Sentenças abertas e operações com sentenças abertas;
 - ▶ Conceitos sobre Quantificadores.
- 

Programação da Disciplina

- ▶ 1. Noções sobre lógica proposicional
 - ▶ 2. Operações lógicas sobre proposições
 - ▶ 3. Implicação lógica e Equivalência lógica
 - ▶ 4. Álgebra proposicional
 - ▶ 5. Regras de Inferência e equivalência
 - ▶ 6. Método dedutivo
 - ▶ 7. Argumentos
 - ▶ 8. Sentenças abertas
 - ▶ 9. Operações lógicas sobre sentenças abertas
 - ▶ 10. Quantificadores
- 

Metodologia

- ▶ Aulas expositivas teóricas em sala de aula com a utilização de quadro negro e projetor multimídia;
 - ▶ Resolução de exercícios em sala de aula;
 - ▶ Aplicação de listas complementares a serem resolvidas fora dos horários das aulas;
 - ▶ Auxílio do monitor, se houver.
- 

Método de Avaliação

- ▶ Duas avaliações durante o semestre mais uma prova final.
- ▶ As médias serão calculadas da seguinte forma:
 - Considerando
 - $N1$ = Nota da 1ª avaliação escrita (de 0 a 10 pontos)
 - $N2$ = Nota 2ª avaliação escrita (de 0 a 10 pontos)
 - MP = Média Parcial
 - MF = Média Final
 - Portanto
 - $MP = (N1 + N2)/2$
- ▶ MF : Para aqueles que obtiveram média parcial (MP) igual ou superior a 7,0 de um total de 10,0 pontos, a média final (MF) da disciplina será o resultado da MP calculada acima.
- ▶ Para aqueles que não obtiveram uma nota mínima de 7,0 de um total de 10,0 pontos na média parcial (MP), haverá uma prova final (PF) abrangendo toda a matéria da disciplina e para o aluno ser aprovado deverá obter uma média final (MF) igual ou superior a 5,0 pontos de um total de 10,0 pontos, como calculada abaixo:
 - $MF = (MP + PF)/2$

Bibliografia

- ▶ ALENCAR FILHO, E. Iniciação à Lógica Matemática. São Paulo: Nobel, 2002.
- ▶ GERSTING, J. L. Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação. 5ª Edição. Rio de Janeiro: Editora Ltc., 2004. 612 p.
- ▶ SOUZA, J. N. Não se pode atribuir um valor de verdadeiro ou falso às demais formas de sentenças como as interrogativas, as exclamativas e outras, embora elas também expressem pensamentos ou juízos. Lógica para Ciência da Computação. Campus, 2002.
- ▶ Carnielli, W., Epstein, R. L. Computabilidade, Funções Computáveis, Lógica e os Fundamentos da Matemática, Editora Editora Unesp, São Paulo, 2005.
- ▶ DAGHLIAN, Jacob. Lógica e Álgebra de Boole. 4ª Ed, São Paulo: Atlas, 2006.
- ▶ SOARES, Edvaldo. Fundamentos de Lógica: Elementos de Lógica Formal e Teoria da Argumentação. São Paulo: Atlas, 2003.
- ▶ ABAR, Celina. Noções de Lógica Matemática. São Paulo: PUC, 2008.
- ▶ Complementar Mortari, Cezar A. INTRODUÇÃO À LÓGICA – Ed. Unesp – 2001

Lógica Espontânea ou Natural

- ▶ Aptidão natural que permite ao homem agir, falar e raciocinar com coerência.
- ▶ Ordem que a razão humana segue, naturalmente, na acção e no conhecimento.
- ▶ É comum a todos.
- ▶ Aplica-se imediata e espontaneamente em todas as situações da vida quotidiana.
- ▶ Satisfaz-se com conclusões evidentes.
- ▶ É prática e, muitas vezes, acrítica.
- ▶ Não exige o conhecimento das leis lógicas.

Lógica Espontânea ou Natural

Exercício 01– Há cinco objetos alinhados numa estante: um violino, um grampeador, um vaso, um relógio e um tinteiro. Conhecemos as seguintes informações quanto à ordem dos objetos:

- O grampeador está entre o tinteiro e o relógio.
- O violino não é o primeiro objeto e o relógio não é o último.
- O vaso está separado do relógio por dois outros objetos.

Qual é a posição do violino?

Exercício 02– Considere a seguinte seqüência infinita de números: 3, 12, 27, __, 75, 108,... O número que preenche adequadamente a quarta posição dessa seqüência é?

Lógica Espontânea ou Natural

- ▶ **Resolução 01:** Se o violino não pode ser primeiro e já temos que colocar três objetos juntos. Enfileiramos os três objetos, colocamos o violino em ultimo e o relógio em penúltimo. O vaso fica em primeiro.
- ▶ **Resolução 02:** Dados os números: 3 12 27 __ 75 108, obtemos os seguintes 9 15 __ __ 33 intervalos. Observamos que 3×3 3×5 3×7 3×9 3×11 Logo: 21 27 Então: $21 + 27 = 48$.

Lógica Espontânea ou Natural

Exercício 03 –

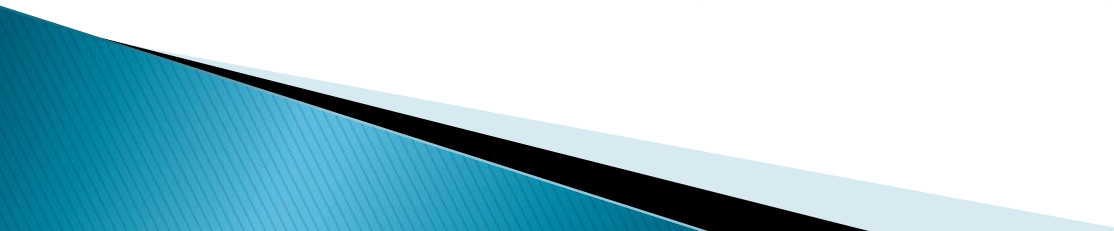
Três prisioneiros estão num cárcere. Um tem visão normal, o outro tem somente um olho e o terceiro é cego.

O carcereiro falou aos prisioneiros que, de um conjunto de três chapéus brancos e dois vermelhos, pegaria três e colocaria sobre suas cabeças, sem ser permitido ver a cor do chapéu sobre as próprias cabeças.

O carcereiro reuniu os três prisioneiros, já com os chapéus, e ofereceu a liberdade ao prisioneiro com visão normal, desde que ele soubesse a cor do seu chapéu. Ele confessou que não podia saber.

O processo foi repetido com o prisioneiro que tem somente um olho e este deu a mesma resposta.

O carcereiro, então, nem se preocupou em fazer a pergunta ao prisioneiro cego, mas este afirmou saber a cor de seu chapéu. Qual a cor do chapéu? Como ele chegou à conclusão?



Lógica Espontânea ou Natural

Exercício 04 – A Charada de Einstein

Há 5 casas de diferentes cores; Em cada casa mora uma pessoa de uma diferente nacionalidade; Esses 5 proprietários bebem diferentes bebidas, fumam diferentes tipos de cigarros e têm um certo animal de estimação; Nenhum deles têm o mesmo animal, fumam o mesmo cigarro ou bebem a mesma bebida. Sabe-se que:

- ▶ O Norueguês vive na primeira casa.
- ▶ O Inglês vive na casa Vermelha.
- ▶ O Sueco tem Cachorros como animais de estimação.
- ▶ O Dinamarquês bebe Chá.
- ▶ A casa Verde fica do lado esquerdo da casa Branca.
- ▶ O homem que vive na casa Verde bebe Café.
- ▶ O homem que fuma Pall Mall cria Pássaros.
- ▶ O homem que vive na casa Amarela fuma Dunhill.
- ▶ O homem que vive na casa do meio bebe Leite.
- ▶ O homem que fuma Blends vive ao lado do que tem Gatos.
- ▶ O homem que cria Cavalos vive ao lado do que fuma Dunhill.
- ▶ O homem que fuma BlueMaster bebe Cerveja.
- ▶ O Alemão fuma Prince.
- ▶ O Norueguês vive ao lado da casa Azul.
- ▶ O homem que fuma Blends é vizinho do que bebe Água.

Lógica Espontânea ou Natural

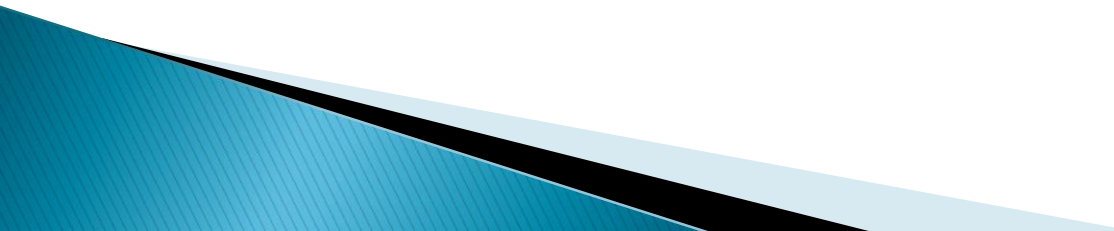
Resolução 04 – A Charada de Einstein

	1ª Casa	2ª Casa	3ª Casa	4ª Casa	5ª Casa
Cor	Amarela ▼	Azul ▼	Vermelha ▼	Verde ▼	Branca ▼
Nacionalidade	Norueguês ▼	Dinamarquês ▼	Inglês ▼	Alemão ▼	Sueco ▼
Bebida	Água ▼	Chá ▼	Leite ▼	Café ▼	Cerveja ▼
Cigarro	Dunhill ▼	Blends ▼	Pall Mall ▼	Prince ▼	Bluemaster ▼
Animal	Gatos ▼	Cavalos ▼	Pássaros ▼	Peixes ▼	Cachorros ▼

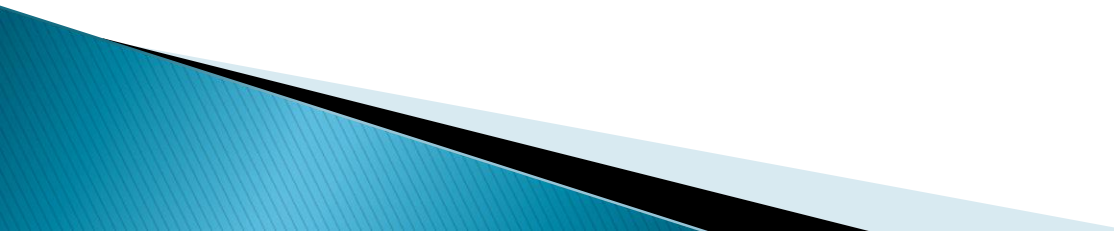
Lógica Científica

- ▶ É um esforço organizado da pesquisa e sistematização das leis do conhecimento.
- ▶ Ciência acessível apenas a quem estuda.
- ▶ Exige rigor, sistematização, formalismo.
- ▶ A palavra lógica vem do termo grego “logike”, que deriva de “logos” que significa pensamento ou razão, palavra ou discurso.
- ▶ Do ponto de vista etimológico, Lógica é a ciência da razão ou do pensamento e, também, a ciência do discurso racional.
- ▶ ciência que estuda a dimensão do discurso.
- ▶ Tem por objetivos permitir um uso correto da razão e do discurso com vista ao conhecimento da realidade e da verdade.

Conceitos de Lógica

- ▶ Parte do problema com a formalização da argumentação matemática é a necessidade de se especificar de maneira precisa uma linguagem matemática formal.
 - ▶ Linguagens naturais (Português ou Inglês) não servem para este propósito: elas são muito complexas e estão em constante modificação, além de serem ambíguas.
- 

Conceitos de Lógica

- ▶ linguagens de programação, que são rigidamente definidas, são muito mais simples e menos flexíveis que as linguagens naturais.
 - ▶ A Lógica tenta justamente combinar os benefícios das duas anteriores.
- 


Definição de Lógica

- ▶ “A Lógica é a análise de métodos de raciocínio”. No estudo desses métodos a Lógica está interessada principalmente na forma e não no conteúdo dos argumentos.
- ▶ Exemplos de argumentos:
 - Todo homem é mortal. Sócrates é um homem. Portanto, é mortal.
 - Todo cão late. Totó é um cão. Portanto, Totó late.


Definição de Lógica

- ▶ Do ponto de vista da Lógica, esses argumentos têm a mesma estrutura ou forma.
- ▶ Todo X é Y . Z é X . Portanto Z é Y .
- ▶ A Lógica é o estudo de tais estruturas. Alguns autores dizem que a Lógica é essencialmente o estudo da natureza do raciocínio e as formas de incrementar sua utilização.

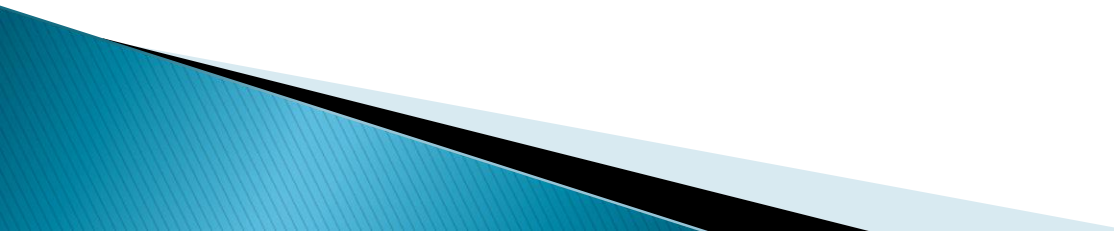
Outras Definições

- ▶ Estudo do raciocínio;
 - ▶ Estudo do pensamento correto e verdadeiro;
 - ▶ Regras para demonstração científica verdadeira;
 - ▶ Regras para pensamentos não-científicos;
 - ▶ Regras sobre o modo de expor o conhecimento;
 - ▶ Regras para verificação da verdade ou falsidade de um pensamento.
- 

Lógica e a Computação

- ▶ A Lógica é extensivamente usada em áreas como Inteligência Artificial e Algoritmos/Programação.
 - ▶ A programação lógica é uma tentativa de fazer computadores usarem raciocínio lógico e a linguagem de programação Prolog é comumente utilizada para isto.
 - ▶ Na lógica simbólica e lógica matemática, demonstrações feitas por humanos podem ser auxiliadas por computador.
- 

Lógica e a Computação

- ▶ Usando demonstração automática de teoremas os computadores podem achar e checar demonstrações, assim como trabalhar com demonstrações muito extensas.
 - ▶ Na ciência da computação, a álgebra booleana é a base do projeto de hardware.
- 

Classificação da Lógica

- ▶ **LÓGICA INDUTIVA:** útil no estudo da teoria da probabilidade (não será abordada).
- ▶ **LÓGICA DEDUTIVA:** que pode ser dividida em:
 - **LÓGICA CLÁSSICA** – Considerada como o núcleo da lógica dedutiva.
 - Cálculo Proposicional Clássico (CPC);
 - Cálculo de Predicados de 1ª ORDEM;
 - Três Princípios (entre outros) regem a Lógica Clássica: da *IDENTIDADE*, da *CONTRADIÇÃO* e do *TERCEIRO EXCLUÍDO* os quais serão abordados mais adiante.
 - **LÓGICAS COMPLEMENTARES DA CLÁSSICA:** Complementam de algum modo a lógica clássica estendendo o seu domínio. Exemplos: lógicas modal, deôntica, epistêmica , etc.
 - **LÓGICAS NÃO-CLÁSSICAS:** abolem algum ou alguns dos princípios da lógica clássica. Exemplos: paracompletas e intuicionistas (o princípio do terceiro excluído); paraconsistentes (o princípio da contradição); não-aléticas (o terceiro excluído e o da contradição); não-reflexivas (o princípio da identidade); probabilísticas, polivalentes, fuzzy-logic, etc...

Breve Histórico

PERÍODO ARISTOTÉLICO (\pm 390 a.C. a \pm 1840 d.C.)

- ▶ A história da Lógica tem início com o filósofo grego ARISTÓTELES (384 – 322 a.C.) de Estagira (hoje Estavo) na Macedônia.
- ▶ Aristóteles criou a ciência da Lógica cuja essência era a teoria do silogismo (certa forma de argumento válido).
- ▶ Seus escritos foram reunidos na obra denominada *Organon* ou *Instrumento da Ciência*.


Breve Histórico

- ▶ Aristóteles – 342 a.C, sistematizou os conhecimentos existentes em Lógica, elevando-os à categoria de ciência.
- ▶ Para ele, a lógica não era uma ciência teórica, prática ou produtiva, mas, sim, uma ciência para todas as ciências.
- ▶ Em sua obra chamada *Organum* (ferramenta para o correto pensar), estabeleceu princípios tão gerais e tão sólidos que até hoje são considerados válidos.
- ▶ Se preocupava com as formas de raciocínio que, a partir de conhecimentos considerados verdadeiros, permitiam obter novos conhecimentos.
- ▶ A partir dos conhecimentos tidos como verdadeiros, caberia à Lógica a formulação de leis gerais de encadeamentos lógicos que levariam à descoberta de novas verdades.
- ▶ Essa forma de encadeamento é chamada, em Lógica, de argumento.

Breve Histórico

- ▶ Aristóteles fez um estudo minucioso de certos tipos básicos de argumentos, estabelecendo regras para distinguir os que são válidos daqueles que não o são. Estes últimos são chamados de “falácias” ou “sofismas”.
- ▶ Aristóteles procurou eliminar as frases ambíguas, trabalhando apenas com as que não deixassem dúvida quanto ao seu significado. Exemplos:
 - “Pássaros comem insetos”, por “Todos os pássaros comem insetos” ou “Alguns pássaros comem insetos”.
 - “Índios não são carecas”, por “Nenhum índio é careca” ou “Alguns índios não são carecas”

Breve Histórico

- ▶ Na Grécia, distinguiram-se duas grandes escolas de Lógica,
 - **PERIPATÉTICA** (que derivava de Aristóteles)
 - **ESTÓICA** fundada por Zenão (326–264a.C.).
 - ▶ A escola **ESTÓICA** foi desenvolvida por Crisipo (280–250a.C.) a partir da escola **MEGÁRIA** (fundada por Euclides, um seguidor de Sócrates).
- 

Breve Histórico

- ▶ Segundo Kneale (*O Desenvolvimento da Lógica*), houve durante muitos anos uma certa rivalidade entre os Peripatéticos e os Megários
- ▶ Prejudicou o desenvolvimento da lógica, pois na verdade as teorias destas escolas eram complementares.
- ▶ *GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ* (1646–1716) merece ser citado, apesar de seus trabalhos terem tido pouca influência nos 200 anos seguidos e só foram apreciados e conhecidos no século XIX .

Breve Histórico

PERÍODO BOOLEANO (\pm 1840 a \pm 1910)


- ▶ Inicia-se com *GEORGE BOOLE* (1815–1864) e *AUGUSTUS DE MORGAN* (1806–1871).
- ▶ Publicaram os fundamentos da chamada Álgebra da lógica, respectivamente com *MATHEMATICAL ANALYSIS OF LOGIC* e *FORMAL LOGIC*.

Breve Histórico

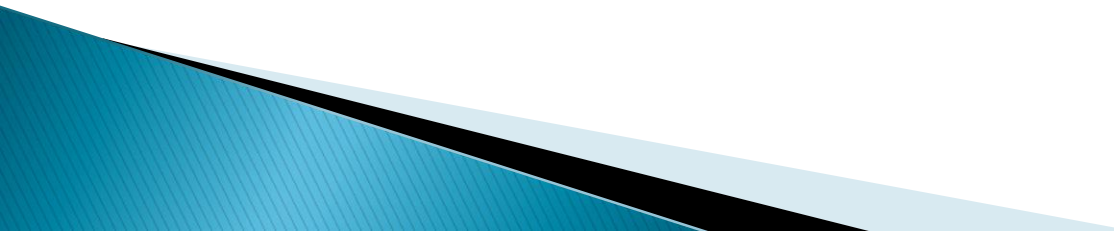
- ▶ **GOTLOB FREGE** (1848–1925) um grande passo no desenvolvimento da lógica com a obra *BEGRIFFSSCHRIFT* de 1879 – criação de um sistema de representação simbólica para formalizar as estruturas lógicas.
- ▶ As idéias de Frege só foram reconhecidas pelos lógicos mais ou menos a partir de 1905.
- ▶ É devido a Frege o desenvolvimento da lógica que se seguiu.
- ▶ **GIUSEPPE PEANO** (1858–1932) e sua escola com Burali-Forti, Vacca, Pieri, Pádoa, Vailati, etc. Quase toda simbologia da matemática se deve a essa escola italiana.

Breve Histórico

PERÍODO ATUAL (1910 ...)

- ▶ Inicia-se Com Bertrand Russell (1872;1970) e Alfred North Whitehead (1861–1947) com a obra *“Principia Mathematica”*.
 - ▶ David Hilbert (1862 ; 1943) e sua escola alemã com Von Neuman, Bernays, Ackerman e outros.
 - ▶ Kurt Gödel (1906–1978) e Alfred Tarski (1902 ; 1983) com suas importantes contribuições.
 - ▶ Hoje as especialidades se multiplicam e as pesquisas em lógica englobam muitas áreas do conhecimento.
- 

Breve Histórico

- ▶ Surgem as lógicas não-clássicas:
 - ▶ N.C.A. da Costa (Universidade de São Paulo) com as lógicas paraconsistentes
 - ▶ L. A. Zadeh (Universidade de Berkeley-USA) com a lógica “fuzzy”
 - ▶ Contribuições dessas lógicas para a Informática, no campo da *“Inteligência Artificial”* com os *“Sistemas Especialistas”*.
- 

Proposições

- ▶ O princípio básico da lógica matemática trata do estudo das sentenças declarativas conhecidas como **proposições**.
- ▶ Um argumento é composto por um conjunto de proposições simples ou compostas – as premissas e a conclusão.
- ▶ **Proposição** – é um conjunto de palavras ou símbolos que exprime um pensamento de sentido completo – sentenças declarativas afirmativas.
- ▶ Exemplos:
 - Antônio é estudante.
 - José é solteiro.
 - Cuiabá é a capital do Mato Grosso.
 - A Lua é um planeta.
 - $\pi \geq 3$.

Proposições

- ▶ Não são exemplos de proposições:

- Qual é seu nome?
- Venha aqui!
- Feliz Aniversário!
- Estude mais.
- π é um número ?

- ▶ Valor lógico: cada proposição pode assumir somente um de dois valores lógicos possíveis: verdadeiro (V) ou falso (F).

Princípios Básicos da Lógica

- ▶ A lógica matemática se assenta em dois princípios fundamentais:
- ▶ **Princípio da não contradição:** Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo;
- ▶ **Princípio do terceiro excluído:** Toda proposição ou é verdadeira ou falsa, excluindo-se qualquer outro valor.
- ▶ Somente às sentenças declarativas pode-se atribuir valores de verdadeiro ou falso.
- ▶ Não se pode atribuir um valor de verdadeiro ou falso às demais formas de sentenças como as interrogativas, as exclamativas e outras.

Proposições Simples e Compostas

- ▶ As proposições classificam-se em simples ou atômicas e compostas ou moleculares.
- ▶ **Proposição simples** — É um pensamento singular sem integrar qualquer outra proposição.
Exemplos:
 - Antônio é estudante.
 - José é solteiro.
 - Cuiabá é a capital do Mato Grosso.
 - A Lua é um planeta.
 - $\pi \geq 3$.
- ▶ As proposições simples são geralmente designadas pelas letras minúsculas **p, q, r, s,...**

Proposições Simples e Compostas

- ▶ **Proposição composta** — É formada pela combinação de duas ou mais proposições simples com a utilização de conectivos lógicos.
- ▶ **Conectivos:** Termos usados para formar novas proposições a partir de outras existentes.
 - "e", "ou", "não", "se... então... ", "se e somente se ..."
- ▶ **Exemplos:**
 - Maria é professora e Pedro é mecânico.
 - Se o carro é novo, então está em boa condição de uso.
 - Não está chovendo.
 - Está calor se e somente se não está nevando.
- ▶ As proposições compostas são geralmente pelas letras maiúsculas P, Q, R, S, ...

Valor Lógico das Proposições

- ▶ **Notação:** O valor lógico de uma proposição simples indica-se por $V(p)$ e composta por $V(P)$ (letra maiúscula).
- ▶ Exemplos de proposições simples:
 - p : um triângulo têm três lados.
 - q : Blumenau é um país.
 - $V(p) = V$ $V(q) = F$ (Lê-se valor lógico de p é igual a V (verdadeiro) e de q é igual a F (falso))
- ▶ Exemplo de proposição composta:
 - p : o sol é uma estrela ou
 - q : a terra é uma estrela.
 - $P(p,q) = p \vee q$ $V(P) = V$ (O símbolo " \vee " representa o conectivo "ou")

Valor Lógico das Proposições

Determinar o valor lógico (V ou F) de cada uma das seguintes proposições:

- a) O número 17 é primo. ()
- b) Fortaleza é a capital do Maranhão. ()
- c) TIRADENTES morreu afogado. ()
- d) $(3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2$. ()
- e) O valor archimadiano de p é $22/7$. ()
- f) $-1 < -7$. ()
- g) 0,131313... é uma dízima periódica simples. ()
- h) As diagonais de um paralelogramo são iguais. ()
- i) Todo polígono regular convexo é inscritível. ()
- j) O hexaedro regular tem 8 arestas. ()
- k) A expressão $n^2 - n + 41$ ($n \in \mathbb{N}$) só produz números primos. ()
- l) Todo número divisível por 5 termina por 5. ()
- m) O produto de dois números ímpares é um número ímpar. ()
- n) $\sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ = 2$. ()
- o) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)^2 = n^2$. ()
- p) As raízes da equação $x^3 - 1 = 0$ são todas reais. ()
- q) O número 125 é cubo perfeito. ()
- r) 0, 4 e -4 são raízes da equação $x^3 - 16x = 0$. ()
- s) O cubo é um poliedro regular. ()
- t) $\tan(p/4) < \tan(p/6)$. ()

▶
Resposta:

a) V b) F c) F d) F e) V f) F g) V h) F i) V j) F k) F l) F m) V n) F o) F p) F q) V r) V s) V t) F