

LÓGICA

Cód:30829840

Turma: SI

Prof. Dr. João Paulo I. F. Ribas



Regras de Inferência (Implicações)

Regras de Inferência (Implicações)		
AD	$p \Rightarrow p \vee q$	$p \Rightarrow q \vee p$
SIMP	$p \wedge q \Rightarrow p$	$p \wedge q \Rightarrow q$
CONJ	$p, q \Rightarrow p \wedge q$	$p, q \Rightarrow q \wedge p$
ABS	$p \rightarrow q \Rightarrow p \rightarrow (p \wedge q)$	
MP	$p \rightarrow q, p \Rightarrow q$	
MT	$p \rightarrow q, \sim q \Rightarrow \sim p$	
SD	$p \vee q, \sim p \Rightarrow q$	$p \vee q, \sim q \Rightarrow p$
SH	$p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$	
DC	$p \rightarrow q, r \rightarrow s, p \vee r \Rightarrow q \vee s$	
DD	$p \rightarrow q, r \rightarrow s, \sim q \vee \sim s \Rightarrow \sim p \vee \sim r$	

Equivalências Notáveis

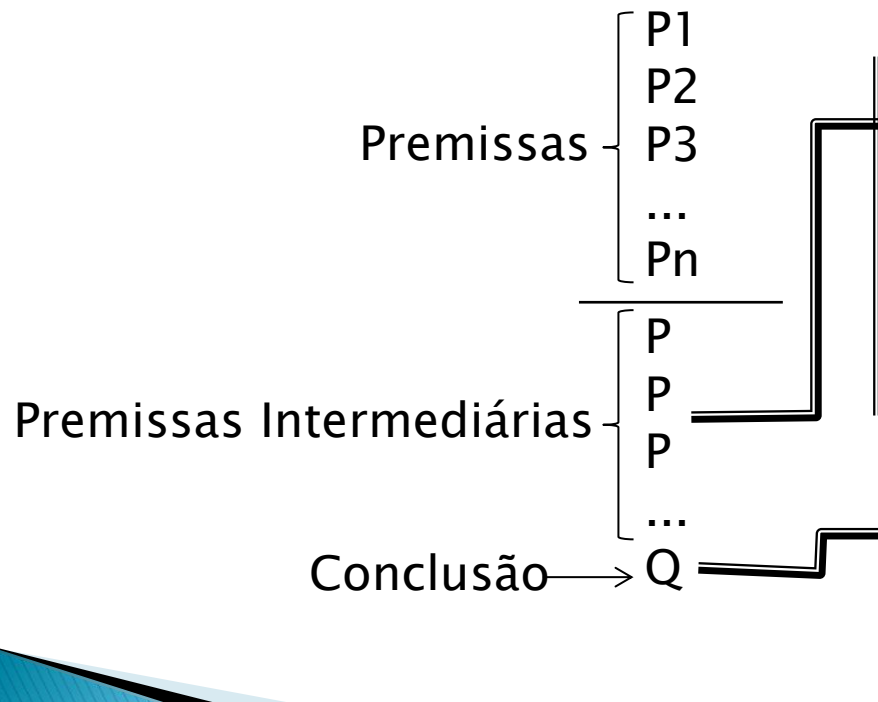
Equivalências	
IDEM	$p \Leftrightarrow p \wedge p$
COM	$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$
ASSOC	$p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
ID	$p \wedge t \Leftrightarrow p$ $p \wedge c \Leftrightarrow c$
	onde $t = V$ (verdadeiro) e $c = F$ (falso)
DIST	$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
ABS	$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$
DN	$p \Leftrightarrow \sim\sim p$
DM	$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$
COND	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$
BICOND	$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
CP	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$
EI	$p \wedge q \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$

Inferências x Equivalências

Inferências	Equivalências
<ul style="list-style-type: none">• Só podem ser aplicadas da esquerda para a direita;	<ul style="list-style-type: none">• Podem ser aplicadas de ambos os lados;
<ul style="list-style-type: none">• São aplicadas sobre uma, duas ou até três premissas;	<ul style="list-style-type: none">• São aplicadas sobre uma única premissa;
<ul style="list-style-type: none">• Exigem serem aplicadas sobre a(s) premissa(s) como um todo;	<ul style="list-style-type: none">• Podem ser aplicadas em partes de uma premissa (termo);
<ul style="list-style-type: none">• Obtêm resultados de deduções aplicadas sobre as premissas envolvidas;	<ul style="list-style-type: none">• São apenas substituições da premissa envolvida por outra equivalente;
<ul style="list-style-type: none">• Utilizam as equivalências como suporte para adequar as premissas;	<ul style="list-style-type: none">• Geralmente são utilizadas à adequar as premissas para posteriores aplicações das regras de inferência;

Validade de Argumentos Mediante Regras de Inferência e Equivalências

- Seja $P1, P2, P3, \dots Pn \vdash Q$ um argumento qualquer, cuja validade deve ser verificada, ele deve ser apresentado seguindo a notação:



As Premissas Intermediárias são resultados das aplicações das Regras de Inferência e Equivalências sobre as outras premissas, incluindo as intermediárias também

Ao se obter a conclusão, demonstra-se que o argumento é válido

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

a) $p \rightarrow \sim q, q \vdash \sim p$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

a) $p \rightarrow \sim q, q \vdash \sim p$

1) $p \rightarrow \sim q$	
2) q	
<hr/>	
3) $\sim\sim q \rightarrow \sim p$	1 – CP
4) $q \rightarrow \sim p$	3 – DN
5) $\sim p$	2,4 – MP

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

b) $p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q \vdash p \rightarrow \sim r$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

b) $p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q \vdash p \rightarrow \sim r$

1) $p \rightarrow q$	
2) $r \rightarrow \sim q$	
<hr/>	
3) $\sim\sim q \rightarrow \sim r$	1 – CP
4) $q \rightarrow \sim r$	3 – DN
5) $p \rightarrow \sim r$	1,4 – SH

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

c) $p \vee (q \wedge r), p \vee q \rightarrow s \vdash p \vee s$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

c) $p \vee (q \wedge r), p \vee q \rightarrow s \vdash p \vee s$

1) $p \vee (q \wedge r)$	
2) $p \vee q \rightarrow s$	
<hr/>	
3) $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$	1 – Dist
4) $p \vee q$	3 – Simp
5) s	2,4 – MP
6) $p \vee s$	5 – AD

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

d) $p \vee q \rightarrow r \wedge s, \sim s \vdash \sim q$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

d) $p \vee q \rightarrow r \wedge s, \sim s \vdash \sim q$

1) $p \vee q \rightarrow r \wedge s$

2) $\sim s$

3) $\sim r \vee \sim s$

2 – AD

4) $\sim(r \wedge s)$

3 – DM

5) $\sim(p \vee q)$

1,4 – MT

6) $\sim p \wedge \sim q$

5 – DM

7) $\sim q$

6 – Simp

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

e) $\sim p \rightarrow \sim q, q, s \vee \sim p \vdash \sim(\sim p \vee \sim s)$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

e) $\sim p \rightarrow \sim q, q, s \vee \sim p \vdash \sim(\sim p \vee \sim s)$

1) $\sim p \rightarrow \sim q$	
2) q	
3) $s \vee \sim p$	
<hr/>	
4) $\sim\sim p$	1,2 – MT
5) p	4 – DN
6) s	3,5 – SD
7) $p \wedge s$	5,6 – Conj
8) $\sim(\sim p \vee \sim s)$	7 – DM

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

f) $(p \vee \sim q) \vee r, \sim p \vee (q \wedge \sim p) \vdash q \rightarrow r$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

f) $(p \vee \sim q) \vee r, \sim p \vee (q \wedge \sim p) \vdash q \rightarrow r$

1) $(p \vee \sim q) \vee r$	
2) $\sim p \vee (q \wedge \sim p)$	
<hr/>	
3) $(\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim p)$	2 – Dist
4) $(\sim p \vee q) \wedge \sim p$	3 – ID
5) $\sim p$	4 – Simp
6) $p \vee (\sim q \vee r)$	1 – Assoc
7) $\sim q \vee r$	5,6 – SD
8) $q \rightarrow r$	7 – Cond

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

g) $p \rightarrow \sim q, r \rightarrow q, r \vdash \sim p$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

g) $p \rightarrow \sim q, r \rightarrow q, r \vdash \sim p$

1) $p \rightarrow \sim q$

2) $r \rightarrow q$

3) r

4) $\sim q \rightarrow \sim r$

2 – CP

5) $p \rightarrow \sim r$

1,4 – SH

6) $\sim\sim r \rightarrow \sim p$

5 – CP

7) $r \rightarrow \sim p$

6 – DN

8) $\sim p$

3,7 – MP

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

h) $p \rightarrow q, q \leftrightarrow s, t \vee (r \wedge \sim s) \vdash p \rightarrow t$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

h) $p \rightarrow q, q \leftrightarrow s, t \vee (r \wedge \sim s) \vdash p \rightarrow t$

1) $p \rightarrow q$	
2) $q \leftrightarrow s$	
3) $t \vee (r \wedge \sim s)$	
<hr/>	
4) $(q \rightarrow s) \wedge (s \rightarrow q)$	2 – Bicond
5) $q \rightarrow s$	4 – Simp
6) $p \rightarrow s$	1,5 – SH
7) $(t \vee r) \wedge (t \vee \sim s)$	3 – Dist
8) $t \vee \sim s$	7 – Simp
9) $\sim s \vee t$	8 – Com
10) $s \rightarrow t$	9 – Cond
11) $p \rightarrow t$	6,10 – SH

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

i) $p \rightarrow \sim q, \sim r \rightarrow p, q \vdash \sim s \vee r$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

i) $p \rightarrow \sim q, \sim r \rightarrow p, q \vdash \sim s \vee r$

1) $p \rightarrow \sim q$

2) $\sim r \rightarrow p$

3) q

4) $\sim\sim q$

3 – DN

5) $\sim p$

1,4 – MT

6) $\sim\sim r$

1,5 – MT

7) r

6 – DN

8) $\sim s \vee r$

7 – AD

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

j) $p \vee (q \wedge r), p \rightarrow s, s \rightarrow r \vdash r$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

j) $p \vee (q \wedge r), p \rightarrow s, s \rightarrow r \vdash r$

1) $p \vee (q \wedge r)$

2) $p \rightarrow s$

3) $s \rightarrow r$

4) $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

1 – Dist

5) $p \rightarrow r$

2,3 – SH

6) $p \vee r$

4 – Simp

7) $r \vee p$

6 – Com

8) $\sim\sim r \vee p$

7 – DN

9) $\sim r \rightarrow p$

8 – Cond

10) $\sim r \rightarrow r$

5,9 – SH

11) $\sim\sim r \vee r$

10 – Cond

12) $r \vee r$

11 – DN

13) r

12 – ID

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

k) $p \wedge q \rightarrow \sim r, r \vee (s \wedge t), p \leftrightarrow q \vdash p \rightarrow s$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

k) $p \wedge q \rightarrow \sim r, r \vee (s \wedge t), p \leftrightarrow q \vdash p \rightarrow s$

1) $p \wedge q \rightarrow \sim r$	
2) $r \vee (s \wedge t)$	
3) $p \leftrightarrow q$	
<hr/>	
4) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	3 – Bicond
5) $p \rightarrow q$	4 – Simp
6) $p \rightarrow (p \wedge q)$	5 – ABS
7) $p \rightarrow \sim r$	1,6 – SH
8) $(r \vee s) \wedge (r \vee t)$	2 – Dist
9) $r \vee s$	8 – Simp
10) $\sim \sim r \vee s$	9 – DN
11) $\sim r \rightarrow s$	10 – Cond
12) $p \rightarrow s$	7,11 – SH

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

l) $p \rightarrow q, r \rightarrow s, q \vee s \rightarrow \sim t, t \vdash \sim p \wedge \sim r$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

l) $p \rightarrow q, r \rightarrow s, q \vee s \rightarrow \sim t, t \vdash \sim p \wedge \sim r$

1) $p \rightarrow q$

2) $r \rightarrow s$

3) $q \vee s \rightarrow \sim t$

4) t

5) $\sim\sim t$

4 – DN

6) $\sim(q \vee s)$

3,5 – MT

7) $\sim q \wedge \sim s$

6 – DM

8) $\sim q$

7 – Simp

9) $\sim s$

7 – Simp

10) $\sim p$

1,8 – MT

11) $\sim r$

2,9 – MT

12) $\sim p \wedge \sim r$

10,11 – Conj

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

m) $p \rightarrow q, q \rightarrow (p \rightarrow (r \vee s)), r \leftrightarrow s, \sim(r \wedge s) \vdash \sim p$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

m) $p \rightarrow q, q \rightarrow (p \rightarrow (r \vee s)), r \leftrightarrow s, \sim(r \wedge s) \vdash \sim p$

1) $p \rightarrow q$	
2) $q \rightarrow (p \rightarrow (r \vee s))$	
3) $r \leftrightarrow s$	
4) $\sim(r \wedge s)$	
<hr/>	
5) $(r \wedge s) \vee (\sim r \wedge \sim s)$	3 – Bicond
6) $\sim r \wedge \sim s$	4,5 – SD
7) $\sim(r \vee s)$	6 – DM
8) $p \rightarrow (p \rightarrow (r \vee s))$	1,2 – SH
9) $(p \wedge p) \rightarrow (r \vee s)$	8 – EI
10) $p \rightarrow (r \vee s)$	9 – ID
11) $\sim p$	7,10 – MT

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

n) $\sim p \vee q \rightarrow r, r \vee s \rightarrow \sim t, t \vdash \sim q$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

n) $\sim p \vee q \rightarrow r, r \vee s \rightarrow \sim t, t \vdash \sim q$

1) $\sim p \vee q \rightarrow r$

2) $r \vee s \rightarrow \sim t$

3) t

4) $\sim\sim t$

3 – DN

5) $\sim(r \vee s)$

2,4 – MT

6) $\sim r \wedge \sim s$

5 – DM

7) $\sim r$

6 – Simp

8) $\sim(\sim p \vee q)$

1,7 – MT

9) $\sim\sim p \wedge \sim q$

8 – DM

10) $\sim q$

9 – Simp

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

o)

$$\begin{array}{l} 1) x=y \rightarrow x \geq y \\ 2) y=0 \leftrightarrow x \geq y \\ 3) x=0 \vee z=1 \rightarrow y=0 \\ 4) (x=y \rightarrow y=0) \rightarrow x=0 \\ \hline \therefore \sim(x < y \wedge x=1) \end{array}$$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

o)	
1) $x=y \rightarrow x \geq y$	
2) $y=0 \leftrightarrow x \geq y$	
3) $x=0 \vee z=1 \rightarrow y=0$	
4) $(x=y \rightarrow y=0) \rightarrow x=0$	
<hr/>	
5) $(y=0 \rightarrow x \geq y) \wedge (x \geq y \rightarrow y=0)$	2 – Bicond
6) $x \geq y \rightarrow y=0$	5 – Simp
7) $x=y \rightarrow y=0$	1,6 – SH
8) $x=0$	4,7 – MP
9) $x=0 \vee z=1$	8 – AD
10) $y=0$	3,9 – MP
11) $y=0 \rightarrow x \geq y$	5 – Simp
12) $x \geq y$	10,11 – MP
13) $x \geq y \vee x \neq 1$	12 – AD
14) $\sim(x < y \wedge x=1)$	13 – DM

Validade de Argumentos (Exemplos)

- ▶ Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

$$p) p \rightarrow q, q \rightarrow r, r \rightarrow p, p \rightarrow \sim r \vdash \sim p \wedge \sim r$$

Validade de Argumentos (Exemplos)

- Demonstrar a validade dos seguintes argumentos utilizando as regras de inferência e equivalências:

p) $p \rightarrow q, q \rightarrow r, r \rightarrow p, p \rightarrow \sim r \vdash \sim p \wedge \sim r$

1) $p \rightarrow q$

2) $q \rightarrow r$

3) $r \rightarrow p$

4) $p \rightarrow \sim r$

5) $p \rightarrow r$

6) $(p \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow p)$

7) $p \leftrightarrow r$

8) $(p \wedge r) \vee (\sim p \wedge \sim r)$

9) $\sim p \vee \sim r$

10) $\sim(p \wedge r)$

11) $\sim p \wedge \sim r$

1,2 – SH

3,5 – Conj

6 – Bicond

7 – Bicond

4 – Cond

9 – DM

8,10 – SD