

# LÓGICA

Cód:30829840

Turma: SI

Prof. Dr. João Paulo I. F. Ribas



# Operações Lógicas (Conectivos)

- ▶ Negação (  $\sim$  )
- ▶ Conjunção (  $\wedge$  )
- ▶ Disjunção (  $\vee$  )
- ▶ Disjunção Exclusiva (  $\underline{\vee}$  )
- ▶ Condicional (  $\rightarrow$  )
- ▶ Bicondicional (  $\leftrightarrow$  )

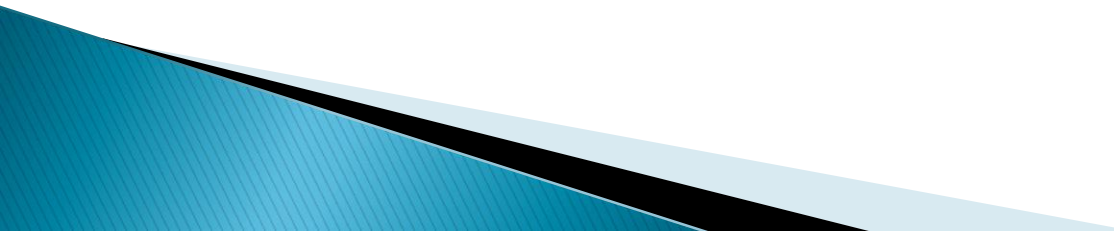
# Ordem de Prioridade

Prioridade	Operação	Símbolo	Conectivo
1 <sup>a</sup>	Negação	$\sim$	Não, É falso que, Não é verdade que
2 <sup>a</sup>	Conjunção	$\wedge$	e, mas
3 <sup>a</sup>	Disjunção	$\vee$	ou
4 <sup>a</sup>	Disjunção Exclusiva	$\underline{\vee}$	Ou...ou
5 <sup>a</sup>	Condicional	$\rightarrow$	Se...então
6 <sup>a</sup>	Bicondicional	$\leftrightarrow$	Se e somente se
<b>OBS:</b> Se houverem parêntesis, a ordem de precedência deve seguir os níveis estabelecidos nos parêntesis			

# Ordem de Prioridade

- ▶ Portanto, o conectivo mais fraco é  $\sim$  (negação) e o conectivo mais forte é  $\leftrightarrow$  (Bicondicional)
- ▶ Usar parênteses na simbolização das proposições para evitar qualquer tipo de ambiguidade.
- ▶ Exemplo :  $p \wedge q \vee r$ 
  - $(p \wedge q) \vee r$  : temos uma disjunção
  - $p \wedge (q \vee r)$  : temos uma conjunção
- ▶ Os parênteses podem ser suprimidos a fim de simplificar as proposições simbolizadas, desde que, naturalmente, ambiguidade alguma venha aparecer.

# Tabela-Verdade

- ▶ Instrumento usado para determinar os valores lógicos das proposições compostas, a partir de atribuições de todos os possíveis valores lógicos das proposições simples componentes.
  - ▶ A primeira das tabelas abaixo apresenta duas proposições simples:  $p$  e  $q$  e a segunda, três proposições simples:  $p$ ,  $q$  e  $r$ .
  - ▶ As células de ambas as tabelas são preenchidas com valores lógicos V e F, de modo a esgotar todas as possíveis combinações.
- 

# Tabela-Verdade

- ▶ O número de linhas da tabela pode ser previsto efetuando o cálculo: 2 elevado ao número de proposições simples. Nos exemplos abaixo tem-se  $2^2 = 4$  linhas e  $2^3 = 8$  linhas.
- ▶ O número de colunas depende da proposição composta (expressão lógica) em questão

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

# Construção de tabela-verdade

- ▶ Para compreendermos a construção da tabela-verdade vamos construir a tabela do seguinte exemplo:
- ▶  $P(p,q) = \sim(p \wedge \sim q)$
- ▶ 1º – Observamos o número de proposições simples envolvidas para sabermos o número de linhas da tabela-verdade, neste caso temos **p** e **q**, logo,  $2^2 = 4$
- ▶ 2º – Forma-se em primeiro lugar o par de colunas correspondentes as duas proposições simples a **p** e **q** com suas respectivas valorações;

# Construção de tabela-verdade

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

- 3° – Transcrever a proposição para formar as outras colunas da tabela; Deixar uma linha a mais para enumerar as prioridades.

p	q	$\sim$	(p	$\wedge$	$\sim$	q)
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					
Prioridades		4	1	3	2	1



# Construção de tabela-verdade

- ▶ 4º – Preencher a tabela seguindo a ordem das prioridades descritas na última linha.

p	q	~	(p	^	~	q)
V	V		V			V
V	F		V			F
F	V		F			V
F	F		F			F
Prioridades		4	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

- ▶ 4º – Preencher a tabela seguindo a ordem das prioridades descritas na última linha.

p	q	~	(p	^	~	q)
V	V		V		F	V
V	F		V		V	F
F	V		F		F	V
F	F		F		V	F
Prioridades		4	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

- ▶ 4º – Preencher a tabela seguindo a ordem das prioridades descritas na última linha.

p	q	~	(p	^	~	q)
V	V		V	F	F	V
V	F		V	V	V	F
F	V		F	F	F	V
F	F		F	F	V	F
Prioridades		4	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

- ▶ 4º – Preencher a tabela seguindo a ordem das prioridades descritas na última linha.

p	q	~	(p	^	~	q)
V	V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	V	V	F
F	V	V	F	F	F	V
F	F	V	F	F	V	F
Prioridades		4	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

- ▶ 5º – O resultado da tabela-verdade encontra-se na última coluna preenchida (a última prioridade).

p	q	~	(p	^	~	q)
V	V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	V	V	F
F	V	V	F	F	F	V
F	F	V	F	F	V	F
Prioridades		4	1	3	2	1

# Exemplos

Construa a tabela verdade das seguintes proposições:

a)  $\sim p \wedge q$

b)  $p \rightarrow (p \vee q)$

c)  $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

d)  $(\sim p \wedge r) \rightarrow (q \vee \sim r)$

e)  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$

# Construção de tabela-verdade

► e)  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$

p	q	r	(p	$\wedge$	q)	$\rightarrow$	r	$\vee$	( $\sim$	p	$\leftrightarrow$	(q	$\vee$	$\sim$	r))
V	V	V													
V	V	F													
V	F	V													
V	F	F													
F	V	V													
F	V	F													
F	F	V													
F	F	F													
Prioridades			1	5	1	8	1	7	4	1	6	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

► e)  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$

p	q	r	(p	^	q)	→	r	∨	(~	p	↔	(q	∨	~	r))
V	V	V	V		V		V			V		V			V
V	V	F	V		V		F			V		V			F
V	F	V	V		F		V			V		F			V
V	F	F	V		F		F			V		F			F
F	V	V	F		V		V			F		V			V
F	V	F	F		V		F			F		V			F
F	F	V	F		F		V			F		F			V
F	F	F	F		F		F			F		F			F
Prioridades			1	5	1	8	1	7	4	1	6	1	3	2	1



# Construção de tabela-verdade

► e)  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$

p	q	r	(p	$\wedge$	q)	$\rightarrow$	r	$\vee$	( $\sim$	p	$\leftrightarrow$	(q	$\vee$	$\sim$	r))
V	V	V	V		V		V			V		V		F	V
V	V	F	V		V		F			V		V		V	F
V	F	V	V		F		V			V		F		F	V
V	F	F	V		F		F			V		F		V	F
F	V	V	F		V		V			F		V		F	V
F	V	F	F		V		F			F		V		V	F
F	F	V	F		F		V			F		F		F	V
F	F	F	F		F		F			F		F		V	F
Prioridades			1	5	1	8	1	7	4	1	6	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

► e)  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$

p	q	r	(p	^	q)	→	r	∨	(~	p	↔	(q	∨	~	r))
V	V	V	V		V		V			V		V	V	F	V
V	V	F	V		V		F			V		V	V	V	F
V	F	V	V		F		V			V		F	F	F	V
V	F	F	V		F		F			V		F	V	V	F
F	V	V	F		V		V			F		V	V	F	V
F	V	F	F		V		F			F		V	V	V	F
F	F	V	F		F		V			F		F	F	F	V
F	F	F	F		F		F			F		F	V	V	F
Prioridades			1	5	1	8	1	7	4	1	6	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

► e)  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$

p	q	r	(p	^	q)	→	r	∨	(~	p	↔	(q	∨	~	r))
V	V	V	V		V		V		F	V		V	V	F	V
V	V	F	V		V		F		F	V		V	V	V	F
V	F	V	V		F		V		F	V		F	F	F	V
V	F	F	V		F		F		F	V		F	V	V	F
F	V	V	F		V		V		V	F		V	V	F	V
F	V	F	F		V		F		V	F		V	V	V	F
F	F	V	F		F		V		V	F		F	F	F	V
F	F	F	F		F		F		V	F		F	V	V	F
Prioridades			1	5	1	8	1	7	4	1	6	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

► e)  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$

p	q	r	(p	$\wedge$	q)	$\rightarrow$	r	$\vee$	( $\sim$	p	$\leftrightarrow$	(q	$\vee$	$\sim$	r))
V	V	V	V	V	V		V		F	V		V	V	F	V
V	V	F	V	V	V		F		F	V		V	V	V	F
V	F	V	V	F	F		V		F	V		F	F	F	V
V	F	F	V	F	F		F		F	V		F	V	V	F
F	V	V	F	F	V		V		V	F		V	V	F	V
F	V	F	F	F	V		F		V	F		V	V	V	F
F	F	V	F	F	F		V		V	F		F	F	F	V
F	F	F	F	F	F		F		V	F		F	V	V	F
Prioridades			1	5	1	8	1	7	4	1	6	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

► e)  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$

p	q	r	(p	$\wedge$	q)	$\rightarrow$	r	$\vee$	( $\sim$	p	$\leftrightarrow$	(q	$\vee$	$\sim$	r))
V	V	V	V	V	V		V		F	V	F	V	V	F	V
V	V	F	V	V	V		F		F	V	F	V	V	V	F
V	F	V	V	F	F		V		F	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	F	F		F		F	V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V		V		V	F	V	V	V	F	V
F	V	F	F	F	V		F		V	F	V	V	V	V	F
F	F	V	F	F	F		V		V	F	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F		F		V	F	V	F	V	V	F
Prioridades			1	5	1	8	1	7	4	1	6	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

► e)  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$

p	q	r	(p	$\wedge$	q)	$\rightarrow$	r	$\vee$	( $\sim$	p	$\leftrightarrow$	(q	$\vee$	$\sim$	r))
V	V	V	V	V	V		V	V	F	V	F	V	V	F	V
V	V	F	V	V	V		F	F	F	V	F	V	V	V	F
V	F	V	V	F	F		V	V	F	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	F	F		F	F	F	V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V		V	V	V	F	V	V	V	F	V
F	V	F	F	F	V		F	V	V	F	V	V	V	V	F
F	F	V	F	F	F		V	V	V	F	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F		F	V	V	F	V	F	V	V	F
Prioridades			1	5	1	8	1	7	4	1	6	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

► e)  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$

p	q	r	(p	$\wedge$	q)	$\rightarrow$	r	$\vee$	( $\sim$	p	$\leftrightarrow$	(q	$\vee$	$\sim$	r))
V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	V	F	V	V	F	V
V	V	F	V	V	V	F	F	F	F	V	F	V	V	V	F
V	F	V	V	F	F	V	V	V	F	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	F	F	V	F	F	F	V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V	V	V	V	V	F	V	V	V	F	V
F	V	F	F	F	V	V	F	V	V	F	V	V	V	V	F
F	F	V	F	F	F	V	V	V	V	F	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	V	F	V	V	F	V	F	V	V	F
Prioridades			1	5	1	8	1	7	4	1	6	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

► e)  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$

p	q	r	(p	$\wedge$	q)	$\rightarrow$	r	$\vee$	( $\sim$	p	$\leftrightarrow$	(q	$\vee$	$\sim$	r))
V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	V	F	V	V	F	V
V	V	F	V	V	V	F	F	F	F	V	F	V	V	V	F
V	F	V	V	F	F	V	V	V	F	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	F	F	V	F	F	F	V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V	V	V	V	V	F	V	V	V	F	V
F	V	F	F	F	V	V	F	V	V	F	V	V	V	V	F
F	F	V	F	F	F	V	V	V	V	F	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	V	F	V	V	F	V	F	V	V	F
Prioridades			1	5	1	8	1	7	4	1	6	1	3	2	1



# Construção de tabela-verdade

- ▶ e)  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$

(p	^	q)	→	r	∨	(~	p	↔	(q	∨	~	r))
V	V	V	V	V	V	F	V	F	V	V	F	V
V	V	V	F	F	F	F	V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	V	V	F	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	F	F	F	V	F	F	V	V	F
F	F	V	V	V	V	V	F	V	V	V	F	V
F	F	V	V	F	V	V	F	V	V	V	V	F
F	F	F	V	V	V	V	F	F	F	F	F	V
F	F	F	V	F	V	V	F	V	F	V	V	F
1	5	1	8	1	7	4	1	6	1	3	2	1

- ▶ **OBS:** Alternativamente, pode-se omitir as colunas referentes às proposições simples, basta preencher a tabela seguindo a ordem crescente das proposições.

# Construção de tabela-verdade

- ▶ e)  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$

(p	^	q)	→	r	v	(~	p	↔	(q	v	~	r))
V		V		V			V		V			V
V		V		F			V		V			F
V		F		V			V		F			V
V		F		F			V		F			F
F		V		V			F		V			V
F		V		F			F		V			F
F		F		V			F		F			V
F		F		F			F		F			F
1	5	1	8	1	7	4	1	6	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

- ▶ f)  $(r \leftrightarrow q) \rightarrow (p \vee (\sim r \rightarrow (p \vee \sim q)))$

(r	$\leftrightarrow$	q)	$\rightarrow$	(p	$\vee$	( $\sim$	r	$\rightarrow$	(p	$\vee$	$\sim$	q)))
1		1		1			1		1			1

# Construção de tabela-verdade

- ▶ f)  $(r \leftrightarrow q) \rightarrow (p \vee (\sim r \rightarrow (p \vee \sim q)))$

(r	$\leftrightarrow$	q)	$\rightarrow$	(p	$\vee$	( $\sim$	r	$\rightarrow$	(p	$\vee$	$\sim$	q)))
1	7	1	8	1	6	4	1	5	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

- f)  $(r \leftrightarrow q) \rightarrow (p \vee (\sim r \rightarrow (p \vee \sim q)))$

(r	$\leftrightarrow$	q)	$\rightarrow$	(p	$\vee$	( $\sim$	r	$\rightarrow$	(p	$\vee$	$\sim$	q)))
V		V		V			V		V			V
F		V		V			F		V			V
V		F		V			V		V			F
F		F		V			F		V			F
V		V		F			V		F			V
F		V		F			F		F			V
V		F		F			V		F			F
F		F		F			F		F			F
1	7	1	8	1	6	4	1	5	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

- f)  $(r \leftrightarrow q) \rightarrow (p \vee (\sim r \rightarrow (p \vee \sim q)))$

(r	$\leftrightarrow$	q)	$\rightarrow$	(p	$\vee$	( $\sim$	r	$\rightarrow$	(p	$\vee$	$\sim$	q)))
V		V		V			V		V		F	V
F		V		V			F		V		F	V
V		F		V			V		V		V	F
F		F		V			F		V		V	F
V		V		F			V		F		F	V
F		V		F			F		F		F	V
V		F		F			V		F		V	F
F		F		F			F		F		V	F
1	7	1	8	1	6	4	1	5	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

- f)  $(r \leftrightarrow q) \rightarrow (p \vee (\sim r \rightarrow (p \vee \sim q)))$

(r	$\leftrightarrow$	q)	$\rightarrow$	(p	$\vee$	( $\sim$	r	$\rightarrow$	(p	$\vee$	$\sim$	q)))
V		V		V			V		V	V	F	V
F		V		V			F		V	V	F	V
V		F		V			V		V	V	V	F
F		F		V			F		V	V	V	F
V		V		F			V		F	F	F	V
F		V		F			F		F	F	F	V
V		F		F			V		F	V	V	F
F		F		F			F		F	V	V	F
1	7	1	8	1	6	4	1	5	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

- f)  $(r \leftrightarrow q) \rightarrow (p \underline{\vee} (\sim r \rightarrow (p \vee \sim q)))$

(r	$\leftrightarrow$	q)	$\rightarrow$	(p	$\underline{\vee}$	( $\sim$	r	$\rightarrow$	(p	$\vee$	$\sim$	q)))
V		V		V		F	V		V	V	F	V
F		V		V		V	F		V	V	F	V
V		F		V		F	V		V	V	V	F
F		F		V		V	F		V	V	V	F
V		V		F		F	V		F	F	F	V
F		V		F		V	F		F	F	F	V
V		F		F		F	V		F	V	V	F
F		F		F		V	F		F	V	V	F
1	7	1	8	1	6	4	1	5	1	3	2	1



# Construção de tabela-verdade

- f)  $(r \leftrightarrow q) \rightarrow (p \vee (\sim r \rightarrow (p \vee \sim q)))$

(r	$\leftrightarrow$	q)	$\rightarrow$	(p	$\vee$	( $\sim$	r	$\rightarrow$	(p	$\vee$	$\sim$	q)))
V		V		V		F	V	V	V	V	F	V
F		V		V		V	F	V	V	V	F	V
V		F		V		F	V	V	V	V	V	F
F		F		V		V	F	V	V	V	V	F
V		V		F		F	V	V	F	F	F	V
F		V		F		V	F	F	F	F	F	V
V		F		F		F	V	V	F	V	V	F
F		F		F		V	F	V	F	V	V	F
1	7	1	8	1	6	4	1	5	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

- f)  $(r \leftrightarrow q) \rightarrow (p \vee (\sim r \rightarrow (p \vee \sim q)))$

$(r$	$\leftrightarrow$	$q)$	$\rightarrow$	$(p$	$\vee$	$(\sim$	$r$	$\rightarrow$	$(p$	$\vee$	$\sim$	$q)))$
V		V		V	F	F	V	V	V	V	F	V
F		V		V	F	V	F	V	V	V	F	V
V		F		V	F	F	V	V	V	V	V	F
F		F		V	F	V	F	V	V	V	V	F
V		V		F	V	F	V	V	F	F	F	V
F		V		F	F	V	F	F	F	F	F	V
V		F		F	V	F	V	V	F	V	V	F
F		F		F	V	V	F	V	F	V	V	F
1	7	1	8	1	6	4	1	5	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

- f)  $(r \leftrightarrow q) \rightarrow (p \vee (\sim r \rightarrow (p \vee \sim q)))$

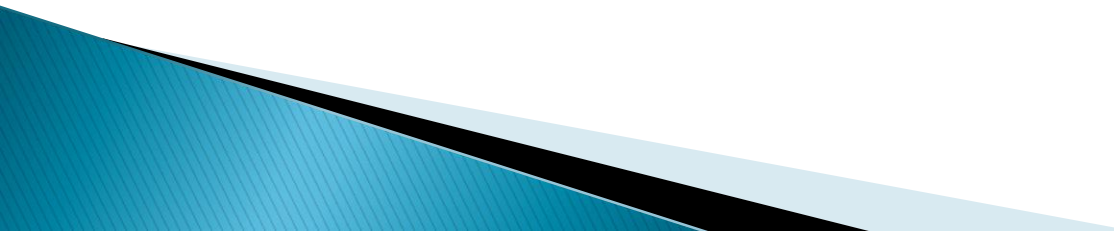
$(r$	$\leftrightarrow$	$q)$	$\rightarrow$	$(p$	$\vee$	$(\sim$	$r$	$\rightarrow$	$(p$	$\vee$	$\sim$	$q)))$
V	V	V		V	F	F	V	V	V	V	F	V
F	F	V		V	F	V	F	V	V	V	F	V
V	F	F		V	F	F	V	V	V	V	V	F
F	V	F		V	F	V	F	V	V	V	V	F
V	V	V		F	V	F	V	V	F	F	F	V
F	F	V		F	F	V	F	F	F	F	F	V
V	F	F		F	V	F	V	V	F	V	V	F
F	V	F		F	V	V	F	V	F	V	V	F
1	7	1	8	1	6	4	1	5	1	3	2	1

# Construção de tabela-verdade

- f)  $(r \leftrightarrow q) \rightarrow (p \vee (\sim r \rightarrow (p \vee \sim q)))$

(r	$\leftrightarrow$	q)	$\rightarrow$	(p	$\vee$	( $\sim$	r	$\rightarrow$	(p	$\vee$	$\sim$	q)))
V	V	V	F	V	F	F	V	V	V	V	F	V
F	F	V	V	V	F	V	F	V	V	V	F	V
V	F	F	V	V	F	F	V	V	V	V	V	F
F	V	F	F	V	F	V	F	V	V	V	V	F
V	V	V	V	F	V	F	V	V	F	F	F	V
F	F	V	V	F	F	V	F	F	F	F	F	V
V	F	F	V	F	V	F	V	V	F	V	V	F
F	V	F	V	F	V	V	F	V	F	V	V	F
1	7	1	8	1	6	4	1	5	1	3	2	1

# Tabela-Verdade – Outro método

- ▶ 1º – Observamos o número de proposições simples envolvidas para sabermos o número de linhas da tabela-verdade, neste caso temos **p, q e r**, logo,  $2^3 = 8$
  - ▶ 2º – Forma-se em primeiro lugar as colunas correspondentes as três proposições simples a **p, q e r** com suas respectivas valorações;
  - ▶ 3º – As próximas colunas correspondem às negações das proposições simples, quando houverem.
- 

# Tabela-Verdade – Outro método

- ▶ Monta-se as colunas de acordo com a ordem das operações, seguindo as prioridades.

p	q	r	$\sim p$	$\sim r$	$(q \vee \sim r)$	$(p \wedge q)$	$(\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$	$r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$	$(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$
V	V	V							
V	V	F							
V	F	V							
V	F	F							
F	V	V							
F	V	F							
F	F	V							
F	F	F							

# Tabela-Verdade – Outro método

p	q	r	$\sim p$	$\sim r$	$(q \vee \sim r)$	$(p \wedge q)$	$(\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$	$r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$	$(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$
V	V	V	F	F					
V	V	F	F	V					
V	F	V	F	F					
V	F	F	F	V					
F	V	V	V	F					
F	V	F	V	V					
F	F	V	V	F					
F	F	F	V	V					

# Tabela-Verdade – Outro método

p	q	r	$\sim p$	$\sim r$	$(q \vee \sim r)$	$(p \wedge q)$	$(\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$	$r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$	$(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$
V	V	V	F	F	V				
V	V	F	F	V	V				
V	F	V	F	F	F				
V	F	F	F	V	V				
F	V	V	V	F	V				
F	V	F	V	V	V				
F	F	V	V	F	F				
F	F	F	V	V	V				



# Tabela-Verdade – Outro método

p	q	r	$\sim p$	$\sim r$	$(q \vee \sim r)$	$(p \wedge q)$	$(\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$	$r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$	$(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$
V	V	V	F	F	V	V			
V	V	F	F	V	V	V			
V	F	V	F	F	F	F			
V	F	F	F	V	V	F			
F	V	V	V	F	V	F			
F	V	F	V	V	V	F			
F	F	V	V	F	F	F			
F	F	F	V	V	V	F			

# Tabela-Verdade – Outro método

p	q	r	$\sim p$	$\sim r$	$(q \vee \sim r)$	$(p \wedge q)$	$(\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$	$r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$	$(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$
V	V	V	F	F	V	V	F		
V	V	F	F	V	V	V	F		
V	F	V	F	F	F	F	V		
V	F	F	F	V	V	F	F		
F	V	V	V	F	V	F	V		
F	V	F	V	V	V	F	V		
F	F	V	V	F	F	F	F		
F	F	F	V	V	V	F	V		

# Tabela-Verdade – Outro método

p	q	r	$\sim p$	$\sim r$	$(q \vee \sim r)$	$(p \wedge q)$	$(\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$	$r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$	$(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$
V	V	V	F	F	V	V	F	V	
V	V	F	F	V	V	V	F	F	
V	F	V	F	F	F	F	V	V	
V	F	F	F	V	V	F	F	F	
F	V	V	V	F	V	F	V	V	
F	V	F	V	V	V	F	V	V	
F	F	V	V	F	F	F	F	V	
F	F	F	V	V	V	F	V	V	

# Tabela-Verdade – Outro método

p	q	r	$\sim p$	$\sim r$	$(q \vee \sim r)$	$(p \wedge q)$	$(\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$	$r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$	$(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$
V	V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	V	F	F	V	V	V	F	F	F
V	F	V	F	F	F	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	F	F	V
F	V	V	V	F	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V	V
F	F	F	V	V	V	F	V	V	V

# Tautologia

## ▶ Definição

- Chama-se **tautologia** toda a proposição composta cuja coluna resultante da sua tabela-verdade encerra somente a letra V (verdade).
- Proposições tautológicas ou logicamente verdadeiras.

## ▶ Exemplos:

- a)  $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$
- b)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r \rightarrow q)$

# Contradição

## ▶ Definição

- Chama-se **contradição** toda a proposição composta cuja coluna resultante da sua tabela-verdade encerra somente a letra F (falsidade).
- Proposições contraválidas ou logicamente falsas.
- A negação de uma tautologia é sempre uma contradição e vice-versa.

▶ Exemplo:  $\sim p \wedge (p \wedge \sim q)$

# Contingência

## ▶ Definição

- Chama-se **contingência** toda a proposição composta em cuja coluna resultante da sua tabela-verdade figuram as letras V e F cada uma pelo menos uma vez.
- Proposições contingentes ou indeterminadas.

## ▶ Exemplo

- A proposição  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$  é uma **contingência** (vide tabela-verdade)

# Construção de tabela-verdade

► e)  $(p \wedge q) \rightarrow r \vee (\sim p \leftrightarrow (q \vee \sim r))$

p	q	r	(p	$\wedge$	q)	$\rightarrow$	r	$\vee$	( $\sim$	p	$\leftrightarrow$	(q	$\vee$	$\sim$	r))
V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	V	F	V	V	F	V
V	V	F	V	V	V	F	F	F	F	V	F	V	V	V	F
V	F	V	V	F	F	V	V	V	F	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	F	F	V	F	F	F	V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V	V	V	V	V	F	V	V	V	F	V
F	V	F	F	F	V	V	F	V	V	F	V	V	V	V	F
F	F	V	F	F	F	V	V	V	V	F	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	V	F	V	V	F	V	F	V	V	F
Prioridades			1	3	1	8	1	7	5	1	6	1	4	2	1



# Exercícios

- ▶ Construir a tabelas-verdade das proposições para cada um dos métodos apresentados em sala de aula e identificar as tautologias, contradições e contingências.
  - a)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r \rightarrow q \wedge r)$
  - b)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee r \rightarrow q \vee r)$
  - c)  $p \wedge q \rightarrow (p \leftrightarrow q \vee r)$
  - d)  $(p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge q \wedge \sim r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$
  - e)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee ((q \wedge r) \rightarrow (p \wedge (p \vee r))))$
  - f)  $\sim((p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r \rightarrow q))$
  - g)  $\sim((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r))$
  - h)  $((r \vee s) \wedge (r \rightarrow t)) \vee (\sim(r \vee s)) \vee (\sim(r \rightarrow t))$

# Exercícios

Após anos procurando por um tesouro, Pedro encontra-se frente a quatro portas diferentes fechadas e a seguinte inscrição no chão de pedra: O tesouro encontra-se atrás de uma destas portas. Atrás das outras encontra-se um monstro, mas em cada porta há duas afirmações. Das oito afirmações somente três são verdadeiras e as outras cinco são falsas. As afirmações são as seguintes:

- Sobre a porta dourada:
  - O tesouro está atrás desta porta.
  - O tesouro está atrás da porta preta.
- Sobre a porta preta:
  - O tesouro está atrás da porta marrom.
  - O tesouro está atrás da porta dourada ou da porta branca.
- Sobre a porta branca:
  - O tesouro não está atrás da porta dourada nem atrás da porta marrom.
  - O tesouro está atrás da porta preta ou da porta dourada.
- Sobre a porta marrom:
  - O tesouro não está atrás da porta branca.
  - O tesouro está atrás da porta preta ou da porta marrom.

A decisão é de vida ou morte. Qual porta abrir? Justifique sua resposta utilizando tabela-verdade.

# Exercícios

p: O tesouro está atrás da porta dourada.  
r: O tesouro está atrás da porta marrom.

q: O tesouro está atrás da porta preta.  
s: O tesouro está atrás da porta branca.

Dourada	Preta	Branca	Marrom
p	r	$\sim p \wedge \sim r$	$\sim s$
q	$p \vee s$	$p \vee q$	$q \vee r$

p	q	r	s	$\sim p$	$\sim r$	$\sim s$	$p \vee s$	$\sim p \wedge \sim r$	$p \vee q$	$q \vee r$
V	F	F	F	F	V	V	V	F	V	F
F	V	F	F	V	V	V	F	V	V	V
<del>F</del>	<del>F</del>	<del>V</del>	<del>F</del>	<del>V</del>	<del>F</del>	<del>V</del>	<del>F</del>	<del>F</del>	<del>F</del>	<del>V</del>
F	F	F	V	V	V	F	V	V	F	F

Portanto, o tesouro está atrás da porta marrom.

# Exercícios

- ▶ Sabendo que os valores lógicos das proposições  $p$  e  $q$  são respectivamente  $F$  e  $V$ , determinar o valor lógico da proposição:

$$(p \wedge (\sim q \rightarrow p)) \wedge \sim((p \vee \sim q) \rightarrow q \vee \sim p)$$