UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2022-23

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in Informatica

Prova scritta di **Elementi di Analisi Matematica I** (corso **M-Z**) assegnata il giorno 31 Gennaio 2023.

AVVERTENZE

Tempo a disposizione: 90 minuti. Durante lo svolgimento NON È PERMES-SO consultare libri, appunti o formulari. È altresì vietato l'uso di qualsiasi tipo di DISPOSITIVO ELETTRONICO pena l'ANNULLAMENTO DELLA PROVA.

Esercizio 1. Risolvere l'equazione

$$iz^2 + 1 = 2(z^2 - i)$$

nel campo complesso e rappresentarne graficamente le eventuali soluzioni.

Esercizio 2. Studiare la funzione definita dalla legge

$$f(x) = e^{-x^2} - x - 1$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

Esercizio 3. Determinare il limite della successione

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n^3 + a_n^2 - 1 & \text{per ogni } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

Esercizio 4. Dimostrare oppure confutare la seguente affermazione.

Sia data una funzione $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ con massimo in un punto $x_0 \in \mathbb{R}$. Allora la funzione g definita ponendo $g(x) = e^{-|f(x)|}$ ha massimo nello stesso punto.