UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2022-23

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in Informatica

Prova scritta di **Elementi di Analisi Matematica I** (corso **M-Z**) assegnata il giorno 17 Febbraio 2023.

AVVERTENZE

Tempo a disposizione: 90 minuti. Durante lo svolgimento NON È PERMES-SO consultare libri, appunti o formulari. È altresì vietato l'uso di qualsiasi tipo di DISPOSITIVO ELETTRONICO pena l'ANNULLAMENTO DELLA PROVA.

Esercizio 1. Risolvere l'equazione

$$\frac{z+|z|}{(z+\overline{z})^2} = 1$$

nel campo complesso e rappresentarne graficamente le eventuali soluzioni.

Esercizio 2. Studiare la funzione definita dalla legge

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} e^x$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

Esercizio 3. Determinare il limite della successione

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n |e^{a_n} - 1| & \text{per ogni } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

Esercizio 4. Dimostrare oppure confutare la seguente affermazione.

Siano $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile e $\mathcal{R}(y) = \max\{0, y\}$. Allora la funzione g definita ponendo $g(x) = \mathcal{R}(f(x))$ è derivabile.