Prova sul cap. 2 di Elementi di Analisi Matematica 2 del 29 novembre 2022
(primo turno)

Candidato.................

Numero di matricola.............................. Anno di corso..................

Parte A (Teoria)

1. Enunciare e dimostrare il criterio di Leibniz (non occorre dimostrare il Lemma)

2. Rispondere alle seguenti domande.

i) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è detta assolutamente convergente se...(completare).

ii) Dire quale delle seguenti affermazioni a) e b) è vera e provare con un controesempio che l'altra affermazione è falsa.

a) se una serie è assolutamente convergente, allora è convergente

b) se una serie è convergente, allora è assolutamente convergente

Parte B (Esercizi)

Svolgere i seguenti esercizi.

1) Stabilire il carattere della seguente serie numerica al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n\sqrt{n+1}}$$

2) Dire quali delle seguenti serie sono a segni alterni e stabilire il carattere di una a scelta fra le serie A), D), E).

A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^6-1}{4n^4+5}$

B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n+3}$

C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n}}{n}$

D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2+4}$

E) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+2}}{\sqrt{n}}$

F) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(-1)^{n+1}}$

Prova sul cap. 2 di Elementi di Analisi Matematica 2 del 29 novembre 2022
(primo turno)

Candidato.................

Numero di matricola.............................. Anno di corso..................

Parte A (Teoria)

1. Enunciare e dimostrare il Lemma sulle serie a segni alterni

2. Rispondere alle seguenti domande.

i) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è detta assolutamente convergente se...(completare).

ii) Dire quale delle seguenti affermazioni a) e b) è vera e provare con un controesempio che l'altra affermazione è falsa.

   a) se una serie è assolutamente convergente, allora è convergente

   b) se una serie è convergente, allora è assolutamente convergente

Parte B (Esercizi)

Svolgere i seguenti esercizi.

1) Stabilire il carattere della seguente serie numerica al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4x)^n}{(n+1)\sqrt{n}}$$

2) Dire quali delle seguenti serie sono a segni alterni e stabilire il carattere di una a scelta fra le serie C), E), F).

A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n}}{(-1)^n}$

B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n^2+3n+1}$

C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+2}}{\sqrt{n+4}}$

D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n}}{n}$

E) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3+n}$

F) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3-8}{n^2+7}$

Prova sul cap. 2 di Elementi di Analisi Matematica 2 del 29 novembre 2022
(secondo turno)

Candidato.................

Numero di matricola.............................. Anno di corso..................

Parte A (Teoria)

1. Enunciare il criterio del rapporto e dimostrarlo nel caso della divergenza.
2. Siano $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ due serie numeriche tali che

$$a_n \leq b_n, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Dire quale delle seguenti affermazioni a) e b) è vera e provare con un controesempio che l'altra affermazione è falsa.

a) se $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ è convergente, allora $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente

b) se $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ è divergente positivamente , allora $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è divergente positivamente.

Parte B (Esercizi)

Svolgere i seguenti esercizi.

1) Stabilire il carattere della seguente serie numerica al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n\sqrt{n^2+2n}}$$

2) Dire quali delle seguenti serie sono a termini positivi e stabilire il carattere di una a scelta fra le serie A), D), E).

A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^6-1}{4n^4+5}$

B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+3}$

C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n}}{n}$

D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n^2+4}$

E) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+2}}{\sqrt{n}}$

F) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{(-1)^{n+1}}$

Prova sul cap. 2 di Elementi di Analisi Matematica 2 del 29 novembre 2022
(secondo turno)

Candidato.................

Numero di matricola.............................. Anno di corso..................

Parte A (Teoria)

1. Enunciare il criterio del rapporto e dimostrarlo nel caso della convergenza.
2. Siano $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ e $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ due serie numeriche tali che

$$a_n \leq b_n, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Dire quale delle seguenti affermazioni a) e b) è vera e provare con un controesempio che l'altra affermazione è falsa.

a) se $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ è convergente, allora $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente

b) se $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ è divergente positivamente , allora $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è divergente positivamente.

Parte B (Esercizi)

Svolgere i seguenti esercizi.

1) Stabilire il carattere della seguente serie numerica al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n^2+1)\sqrt{n}}(x-1)^n$$

2) Dire quali delle seguenti serie sono a termini positivi e stabilire il carattere di una a scelta fra le serie B), C), F).

A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n}}{(-1)^n}$

B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n^2+3n+1}$

C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+2}}{\sqrt{n+4}}$

D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n}}{n}$

E) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3+n}$

F) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3-8}{n^2+7}$