

A1EQUAZIONI CARTESIANE|2ELEMENTO GENERICO|3COMBINAZIONE LINEARE

12 Si isolano più variabili possibili. Si scrivono le variabili libere nel vettore.

23 Si mettono in tabella tutte le variabili libere. 1 a turno (0 al resto) e si sostituisce nel vettore

31 Si mettono in matrice per riga i vettori. Nell'ultima riga si mettono le incognite. Matrice Z (det/riduzione=0)

B1LEGGE|2IMMAGINI|3MATRICE

12 Base canoniche → Si sostituiscono

23 Se non sono le canoniche si trovano (sistema lineare) → Si mettono in colonna

31 Si moltiplica la matrice per quella delle incognite → Si trovano in colonna le componenti

Imf

$$\dim = p(M(f))$$

basi=vettori L.I. M(f) (non esiste se $\dim=0$)

eq.cart.=A31 (non esiste se $\dim \text{Imf} = \dim V$, è quella banale se $\dim=0$ [x=y=z=0])

kerf

$$\dim = \dim V - \dim \text{Imf}$$

basi=B31+Sistema (AX=0) (non esiste guarda ImF)

eq.cart.=Ottenua calcolando le basi (eguagliamo) (non esiste guarda ImF)

$$P.C. = \det(M(f) - tI)$$

Autovalori=Si pone P.C.=0 e si trovano le incognite

Molt.Algeb=Si guarda l'esponente in P.C.

Autospazi=ker ma si usa $M(f) - \lambda I$

M Diag.ata.=Si mettono nella diagonale principale le molt.algeb

M Diag.nte.=Si mettono in colonna le basi degli autospazi

Semplice=se $\dim V = \text{somma basi autospazi}$

Retta passante (parallela a vett.) per punto: $(x-x_0)/l=(y-y_0)/m=(z-z_0)/n$ [(x0,y0,z0) → punto, (l,m,n) → vettore direttivo]

Retta passante per due punti: $(x-x_1)/(x_2-x_1)=(y-y_1)/(y_2-y_1)=(z-z_1)/(z_2-z_1)$

Rette sghembe: Matrice dove si mettono in riga le eq. delle rette. Deve $\det \neq 0$

Fascio di rette: $\pi_1 + K\pi_2 = 0$ [π_1 e π_2 sono le eq. della retta]

Conica: $a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$ Se parliamo di parabola la sua forma canonica è

B=3X3 A=2X2 | p(B)=3 IRRIDUCIBILE ($\det B \neq 0$)

$\rho=2,1$ DUE RETTE SPEZZATE COINCIDENTI

O DISTINTE: (vanno trovate)

SE IRRIDUCIBILE:

-ELLISSE: $\det A > 0$

-REALE ($\text{tr} A \cdot \det B < 0$)

-IMMAGINARIA ($\text{tr} A \cdot \det B > 0$)

-CIRCONFERENZA ($a_{11}=a_{22} \neq 0$ e $a_{12}=0$)

-PARABOLA: $\det A = 0$

-IPERBOLE: $\det A < 0$

CIRCONFERENZA

con centro $C = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$ e raggio $r = \sqrt{(-\frac{a}{2})^2 + (-\frac{b}{2})^2 - c}$

$$\beta y^2 = 2\gamma \cdot x$$

Determinare β, γ .

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\gamma \\ 0 & \beta & 0 \\ -\gamma & 0 & 0 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

$\det B = -\beta\gamma^2, \det A = 0$ Da cui

$$\beta = \text{Tr} A, \gamma = +\sqrt{-\frac{|B|}{\text{Tr} A}}$$

Abbiamo preso il segno positivo per γ poichè per convenzione scegliamo il verso positivo dell'asse X.

Se parliamo di ellisse o iperbole abbiamo

$$I) : \alpha x^2 + \beta y^2 = \gamma$$

Determinare α, β, γ .

$$B = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

$\det B = -\alpha\beta\gamma, \det A = \alpha\beta$ Da cui

$$\gamma = -\frac{\det B}{\det A}$$

ed α, β si ricavano dal P.C.(A) poichè sono gli autovalori della matrice A. Nell'iperbole e nell'ellisse posso scegliere io chi chiamare α e chi chiamare β basta solo poi essere coerente a questa scelta.

LE RETTE SONO SGHEMBE SE $\det \neq 0$ (NON SONO COMPLICIARI)

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq 0$$

$$\text{ORTOGONALITÀ} \begin{cases} (l, m, n) \cdot (-1, -1, 1) = 0 \\ (l, m, n) \cdot (1, 1, 0) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -l - m + n = 0 \\ l + m = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} l - m + n = 0 \\ l = -m \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ l = -m \end{cases} \rightarrow \begin{cases} n = 0 \\ l = -m \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (-m, m, 0) \end{cases}$$

INCIDENZA SI RISOLVE IMPONENDO 2 FASCI:

$$\begin{cases} \text{FASCIO CHE CONTIENE } \rightarrow \begin{cases} x+2-z + K(y+2) = 0 \\ z-2 + h(x-y) = 0 \end{cases} \end{cases}$$

Se abbiamo ellisse o iperbole, le coordinate del **centro** soddisfano il seguente sistema:

$$\begin{cases} a_{11}x_C + a_{12}y_C + a_{13} = 0 \\ a_{21}x_C + a_{22}y_C + a_{23} = 0 \end{cases}$$

In tal caso il **centro** C coincide con il centro di simmetria.

$$S_2 : \perp \quad (m_2 = 1) \quad \text{antizipococo}$$

$$y - y_0 = m_2 (x - x_0)$$

COME TROVARE I PUNTI BASE

SONO I PUNTI PER CUI PASSANO
TUTTE LE CONICHE $\begin{cases} \pi_1 \\ \pi_2 \end{cases}$