

Campionamento e quantizzazione

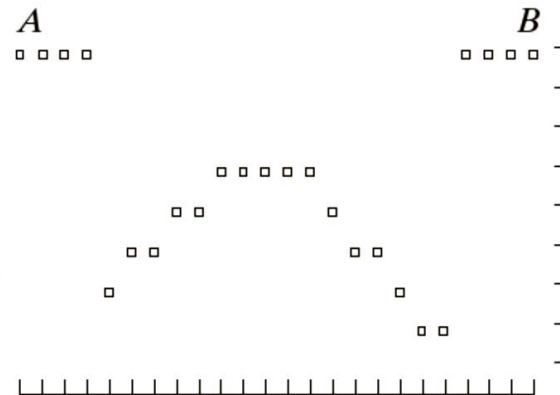
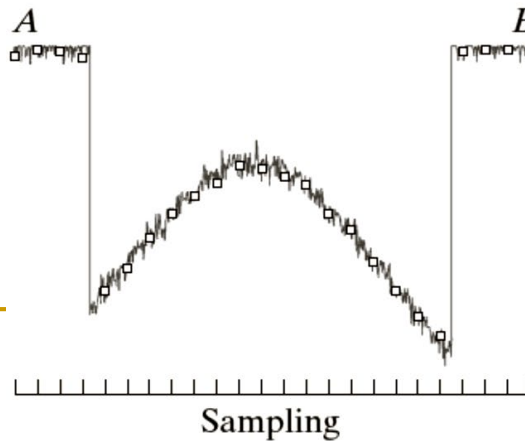
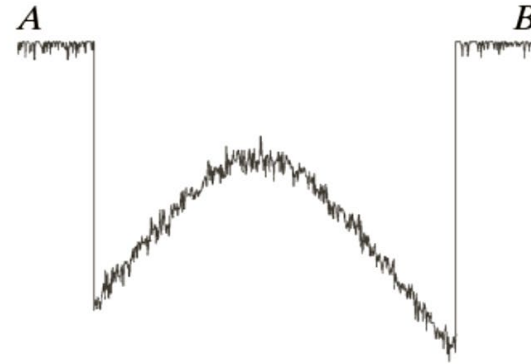
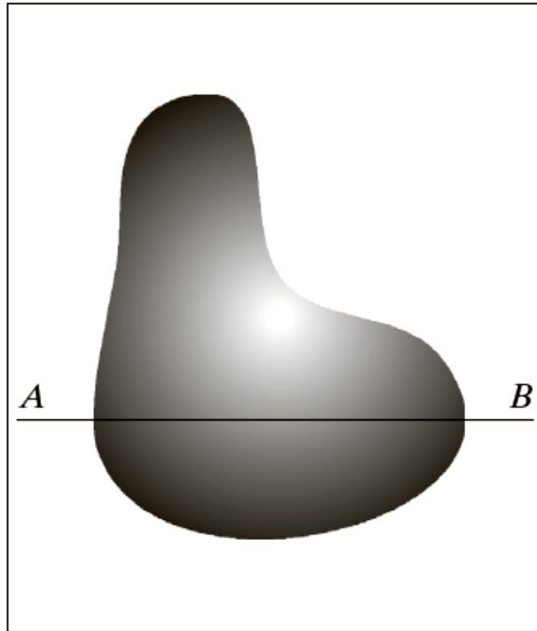


Campionamento e quantizzazione

- Dato un segnale continuo occorre scegliere un numero finito di “campioni” rappresentativi del segnale.
- Il valore in ogni singolo punto del segnale è un numero reale, occorre scegliere dei valori discreti per rappresentare correttamente il segnale.

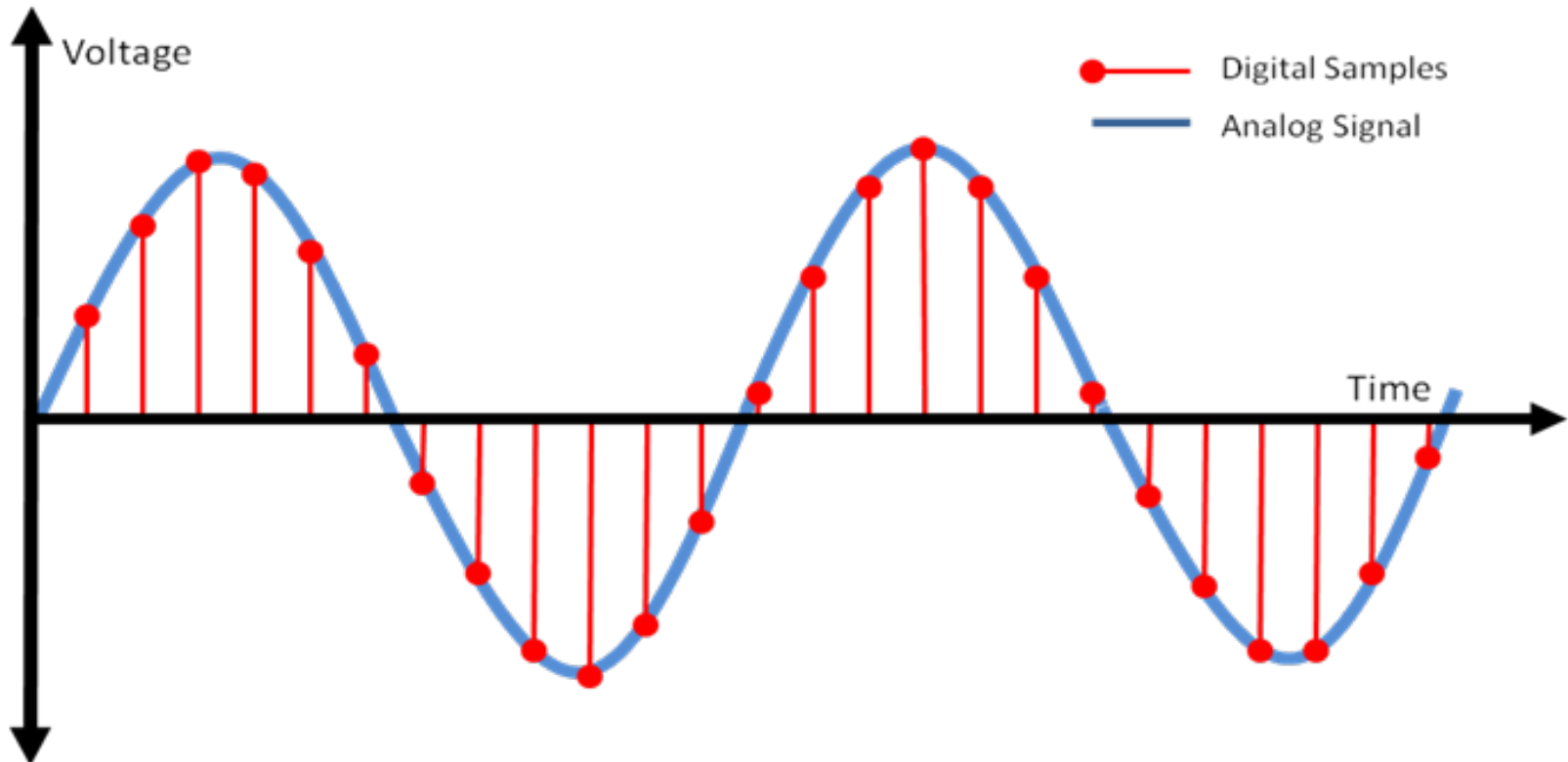


Campionamento e quantizzazione





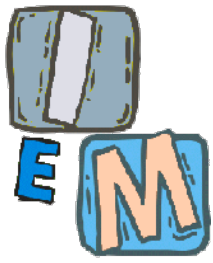
Campionamento - Esempio





Un errore nel tasso di campionamento può stravolgere un segnale in due modi:

- a) **Un campionamento troppo basso fa perdere dettagli ed informazioni**; sebbene grave una tale perdita è spesso una necessità: non possiamo conservare milioni di campioni e ci accontentiamo di perdere informazioni pur di tenere il database delle misure ottenute in dimensioni maneggevoli.
- b) **Un campionamento troppo basso può far apparire nella immagine dettagli NON PRESENTI nell'originale**. Il segnale viene “alterato” e cambiato in qualcosa di “altro”. Si parla di “aliasing”.
L'aliasing è un fenomeno sottile ma poiché esso è imprevedibile richiede attenzione.



Come scegliere il giusto campionamento?

- Per scegliere il giusto valore di campionamento si ricorre ad un teorema fondamentale: **il teorema di Shannon**.
- Tale teorema si basa sulla misura del Nyquist rate.
- Ma cos'è?



Nyquist rate (Harry Nyquist, 1928)

- Si definisce Nyquist rate il doppio della più alta frequenza in un segnale continuo e limitato.



Nyquist rate (in pratica)

*Non daremo una definizione rigorosa ma una “operativa” in 1D.
La generalizzazione a 2d è immediata.*

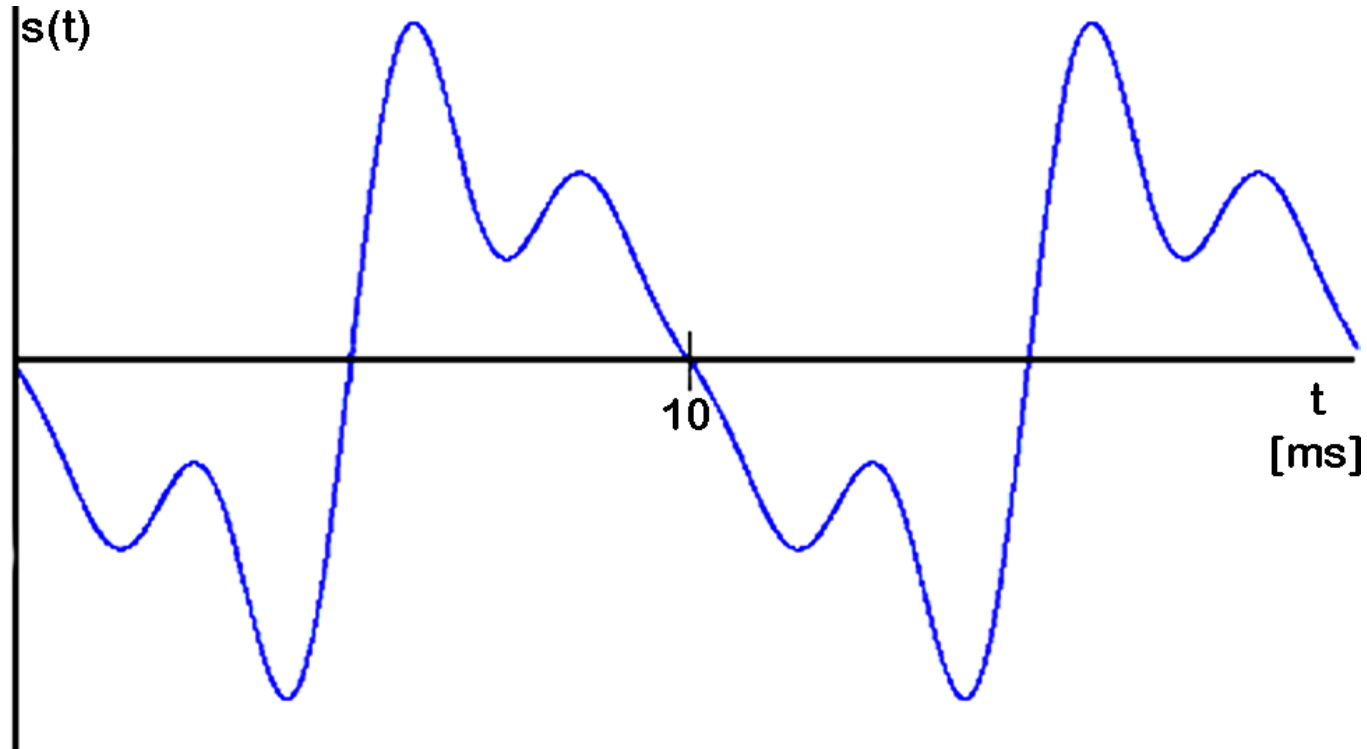
Si osservi un fenomeno che si svolge in un intervallo $a \dots b$

- Se il fenomeno è (approx) costante durante tutto l'intervallo, la più alta frequenza del segnale è 1: il fenomeno si svolge in un unico ciclo.
- Altrimenti si divide l'intervallo in 2 parti e si controlla per ciascun intervallino il fenomeno si mantiene (approx) costante (esso può però variare da intervallino ad intervallino).
- Si procede in tal modo dividendo l'intervallo in 3, 4, ... parti fino a trovare una suddivisione tale che entro ciascun intervallino il fenomeno sia in pratica costante.

Sia tale suddivisione in N parti. $2 \cdot N$ si dice Nyquist rate del fenomeno sull'intervallo osservato.



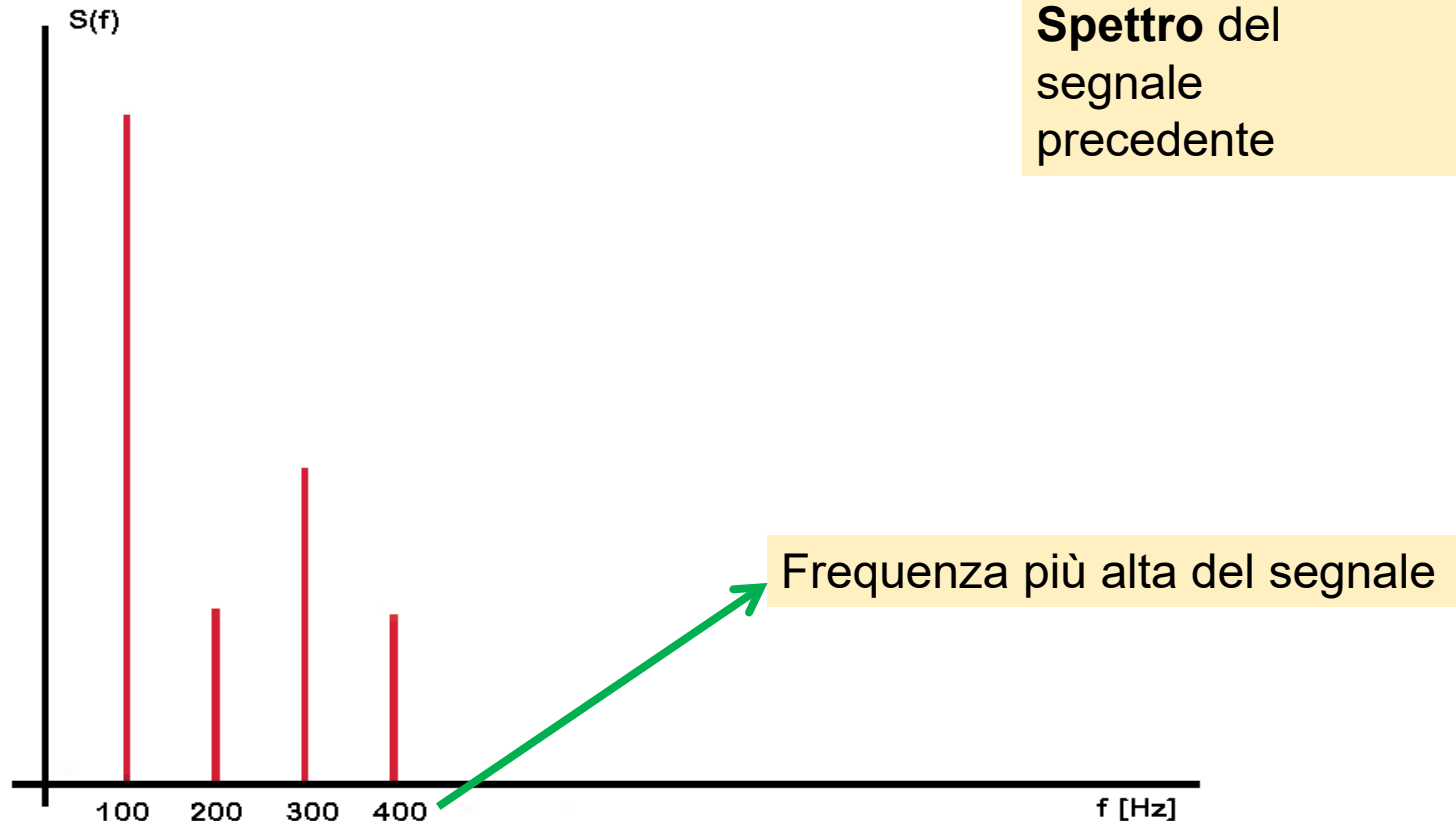
Dominio del tempo...



Attraverso l'operazione di **Serie di Fourier**...



... e della frequenza



... si passa ad un dominio differente: frequenze.

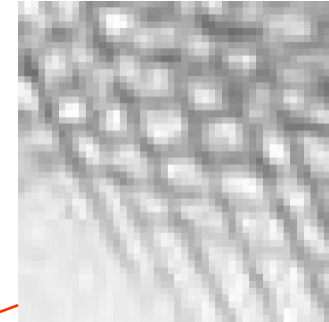


Teorema del campionamento di Shannon (Claude E. Shannon, 1949)

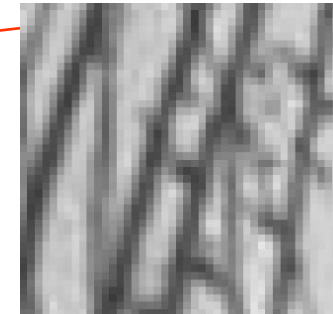
*Se si raccolgono campioni con frequenza più alta del Nyquist rate il segnale può essere ricostruito **FEDELMENTE** in ogni suo punto!*



Applicazione alle immagini



Diametro tratto: 4 pixel



Diametro tratto: 6 pixel



Campionamento corretto

Usiamo i tratti fini. Se preserviamo questi, allora abbiamo preservato anche gli altri. La nostra «frequenza più alta» è allora:

- dimensione quadro 720 pixel, dettaglio massimo 4 pixel, possiamo dividere l'intervallo in $720/4=180$ tratti.
- Il doppio di tale frequenza è il Nyquist rate: 360. Prenderemo allora solo 360 campioni e ricostruiremo con l'interpolazione bilineare l'immagine.

Originale con 720 x 720 campioni



Campionata con 360 x 360 campioni





Campionamento corretto

- Riscalco l'immagine in modo che quella campionata abbia la stessa dimensione di quella originale (uso algoritmo di interpolazione).

Originale con 720 x 720 campioni



Ricostruita con 360 x 360 campioni





Campionamento sbagliato

Decidiamo di volere trascurare i tratti fini. La nostra ipotetica «frequenza più alta» è allora:

- dimensione quadro 720 pixel, dettaglio massimo 6 pixel, possiamo dividere l'intervallo in $720/6=120$ tratti.
- Il Nyquist rate è quindi $2*120=240$. Prenderemo allora solo 240 campioni e ricostruiremo con l'interpolazione binomiale l'immagine.

Originale con 720 x 720 campioni



Campionata con 240 x 240 campioni





Campionamento sbagliato

- Riscalco l'immagine in modo che quella campionata abbia la stessa dimensione di quella originale (uso algoritmo di interpolazione).

Originale con 720 x 720 campioni



Ricostruita con 240 x 240 campioni





Campionamento sbagliatissimo

- Campioniamo a frequenza inferiore al Nyquist rate.

Originale con 720 x 720 campioni



Campionata con 120 x 120 campioni





Campionamento sbagliatissimo

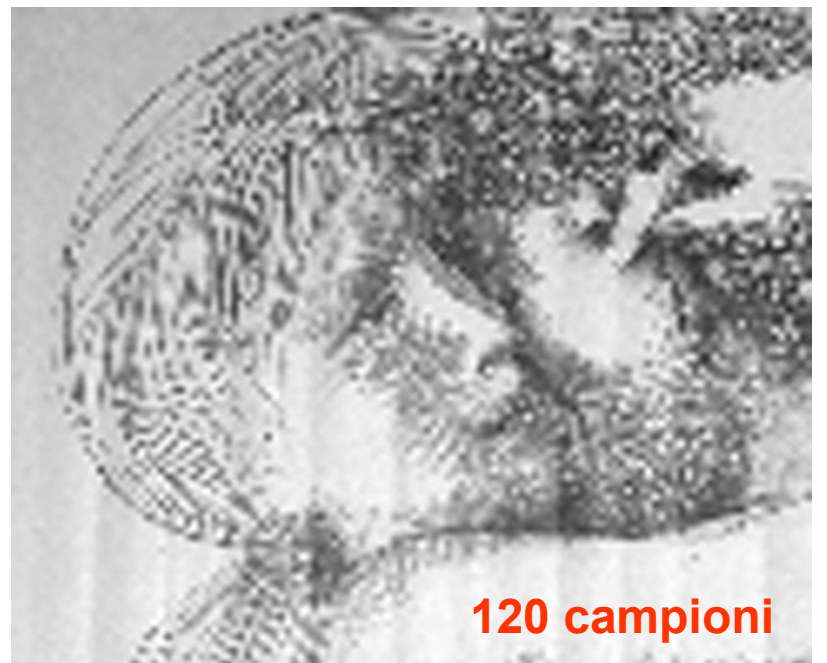
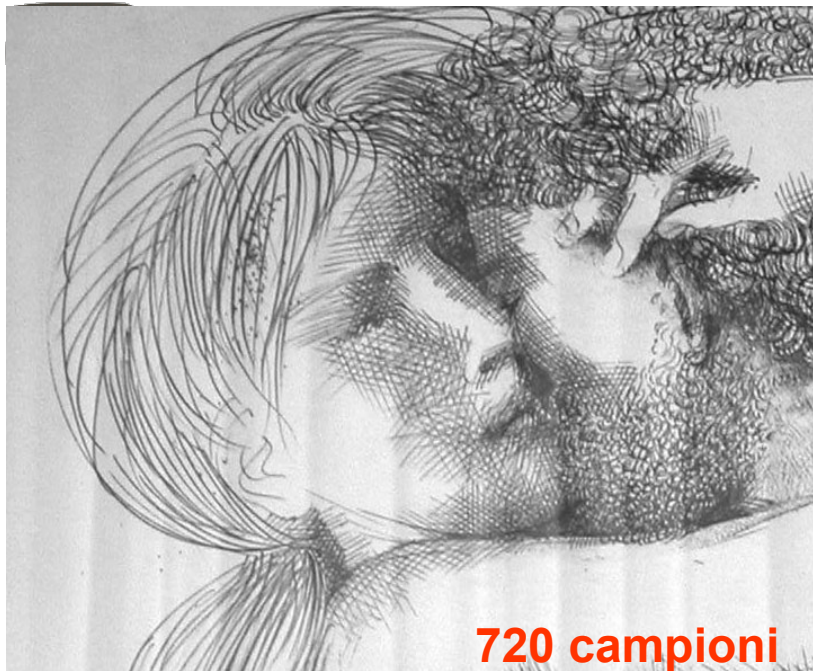
- Riscalco l'immagine in modo che quella campionata abbia la stessa dimensione di quella originale (uso algoritmo di interpolazione).

Originale con 720 x 720 campioni



Ricostruita con 120 x 120 campioni







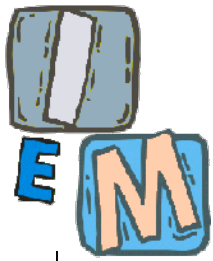
Sottocampionamento

- Ma cosa succede esattamente se si campiona a una frequenza inferiore a quella al Nyquist rate?
- Si perdono dei dettagli significativi e spesso si introducono nuovi dettagli che non sono presenti nella realtà.



Aliasing

- Questo fenomeno è detto frequency aliasing o semplicemente aliasing
- Con l'aliasing le alte frequenze sono “mascherate” da basse frequenze e trattate come tali nella fase di campionamento.
- Aliasing proviene da Alias cioè falsa identità!

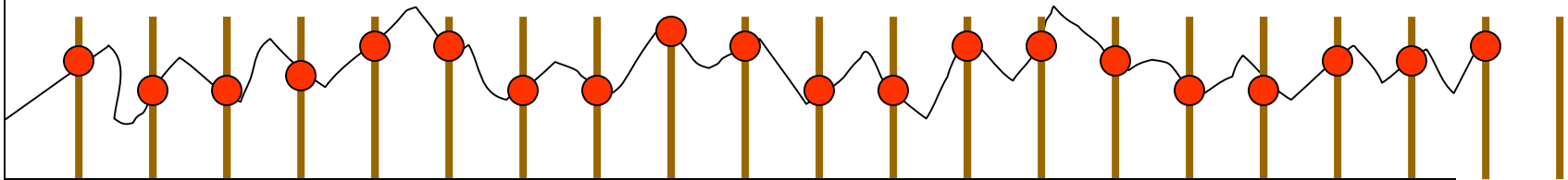


Perdita di dettagli

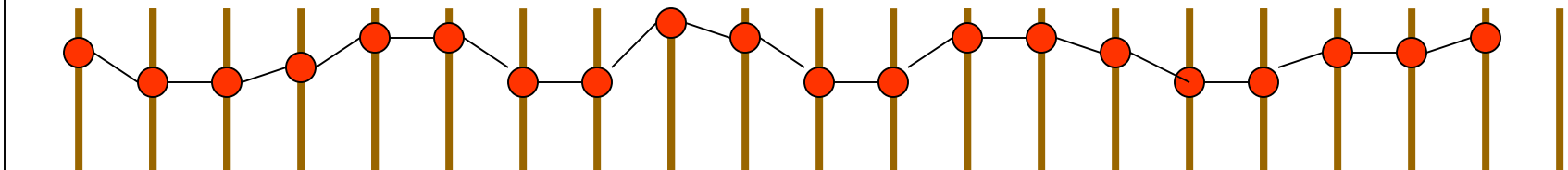
Segnale reale.



Campionamento "raro"



Ricostruzione per interpolazione (si perdono dettagli = alte frequenze)

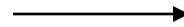
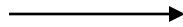
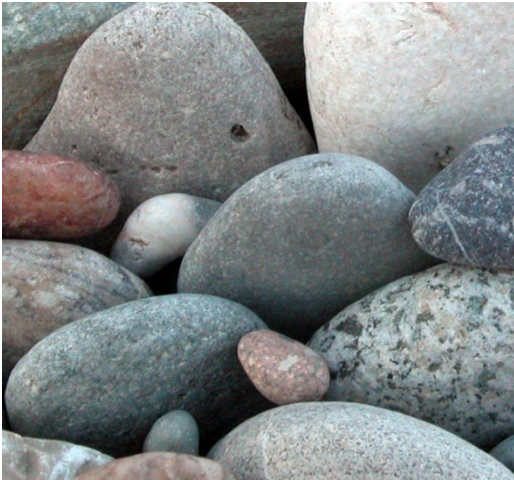




Aliasing

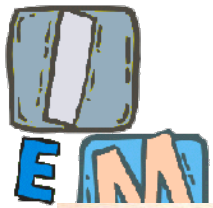
Campionamento
Un pixel ogni 256

Ricostruzione con
interpolazione
bicubica

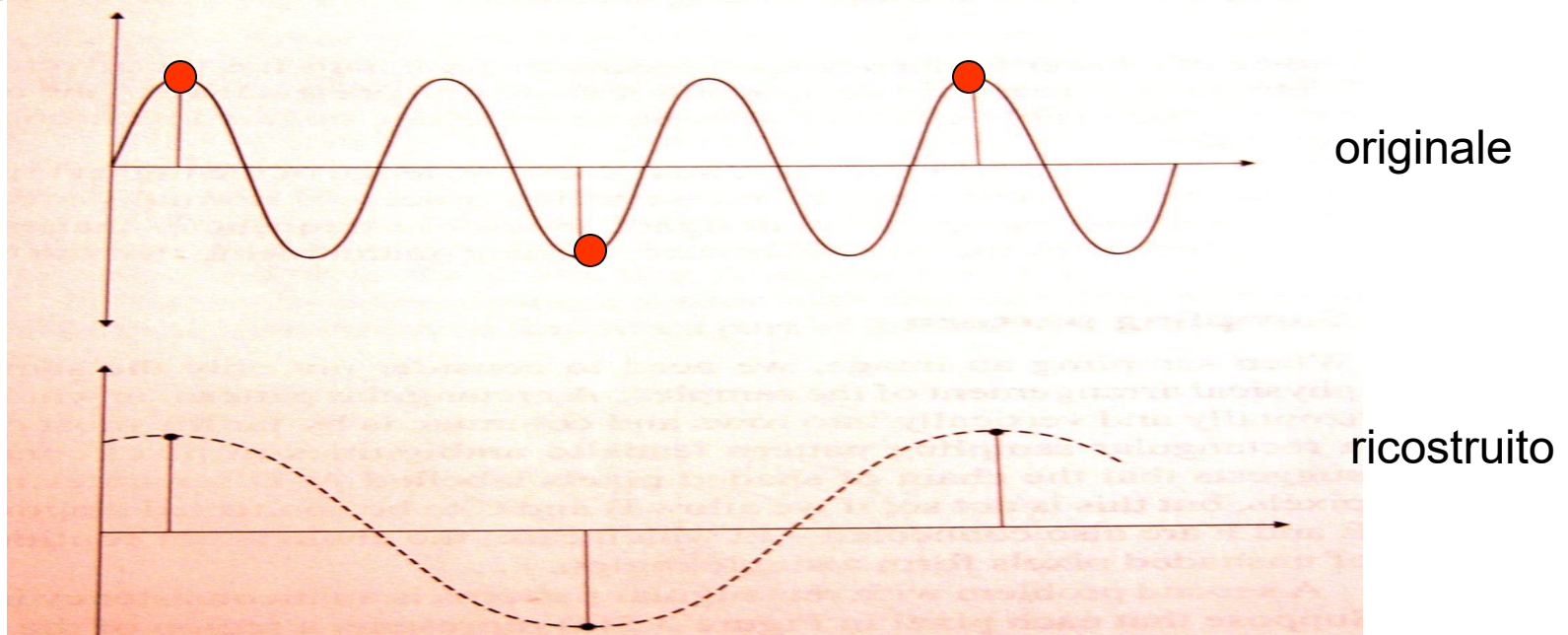


Si perdono dettagli, graffi e disegni sulle rocce sono divenuti indistinguibili e sono apparsi NUOVI dettagli!

- a) Ovvie scalettature sui bordi dei sassi.
- b) Fori che non erano presenti nell'originale!



Aliasing



Se si fosse trattato di una onda sonora un suono acuto sarebbe stato sostituito da un suono grave!

Quanti campioni prendere per riprodurre un suono con fedeltà accettabile? (passo essenziale per fare un CD!)



Aliasing



— originale

— Appaiano nuovi inesistenti
dettagli (“artifacts”)

— ricostruito



Aliasing

- Nella realtà l'aliasing è sempre presente anche se in condizioni minime.
- Esso viene introdotto quando si impone che il segnale sia limitato per essere campionato.
- L'aliasing può essere ridotto applicando una funzione di smussamento sul segnale originario prima del campionamento (anti-aliasing).



Aliasing

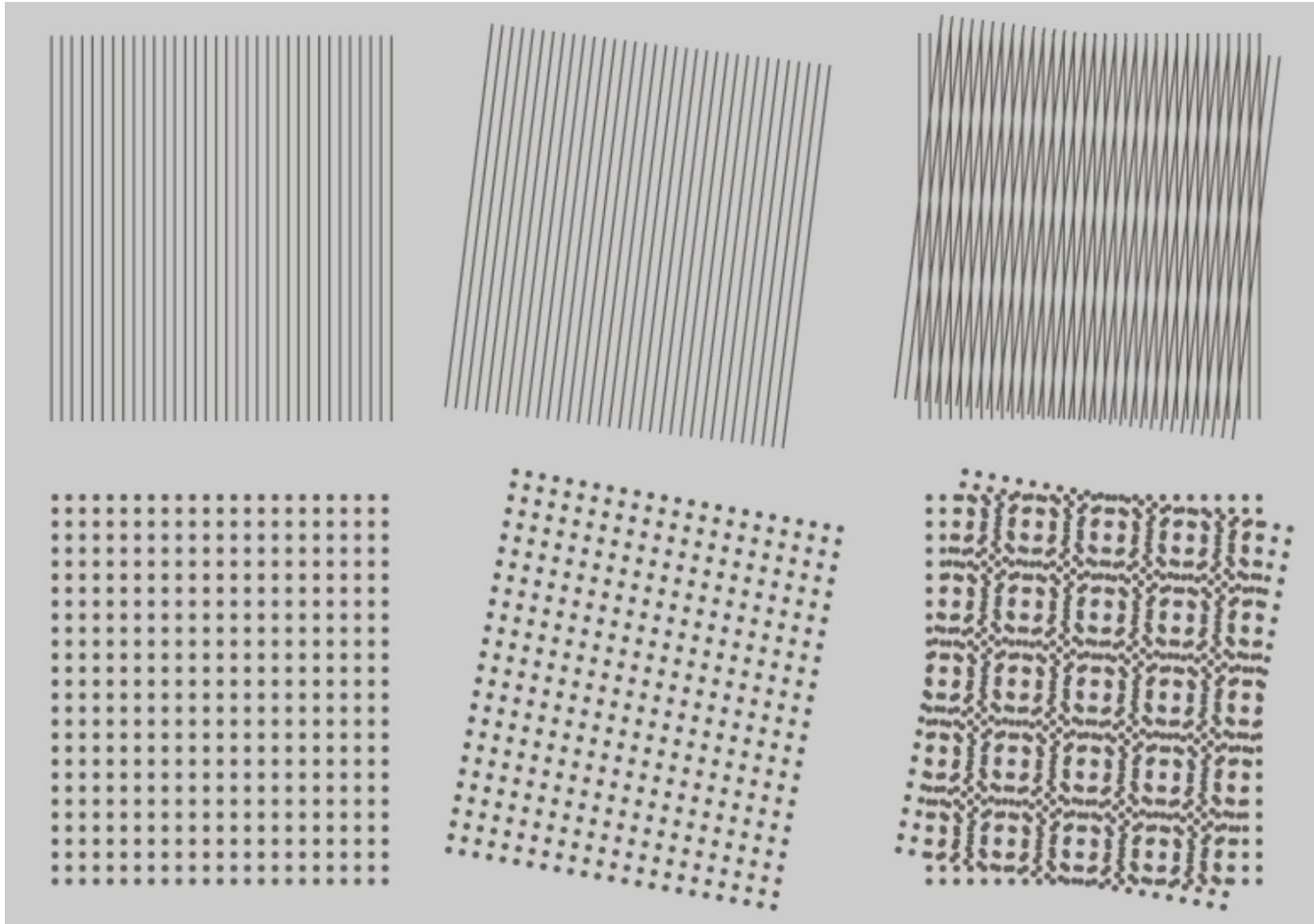


a b c

FIGURE 4.17 Illustration of aliasing on resampled images. (a) A digital image with negligible visual aliasing. (b) Result of resizing the image to 50% of its original size by pixel deletion. Aliasing is clearly visible. (c) Result of blurring the image in (a) with a 3×3 averaging filter prior to resizing. The image is slightly more blurred than (b), but aliasing is not longer objectionable. (Original image courtesy of the Signal Compression Laboratory, University of California, Santa Barbara.)



Moirè





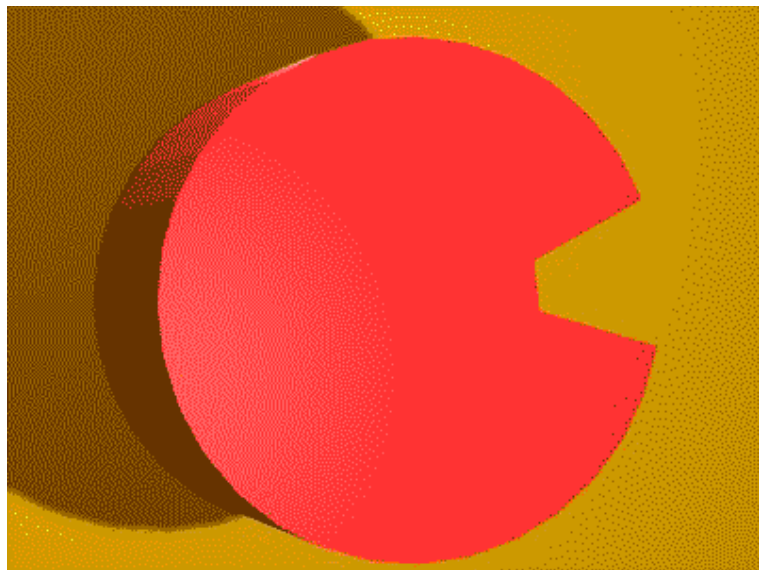
Cintura Moirè



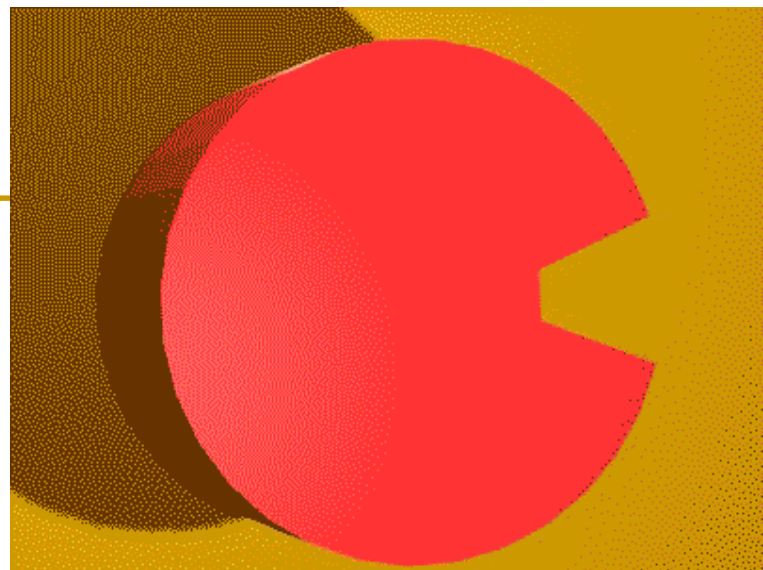


Immagini reali da Facebook

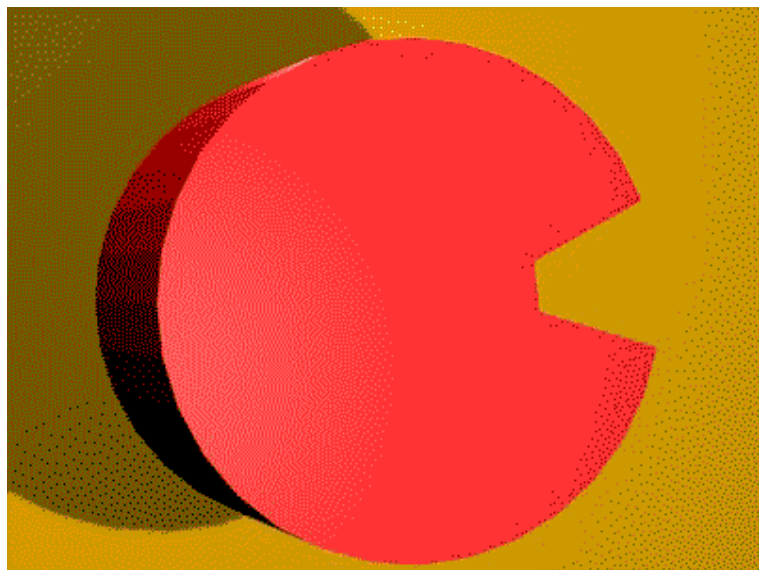




Animazione costruita
con tutti i campioni disponibili



Animazione costruita
Usando un campione ogni 4



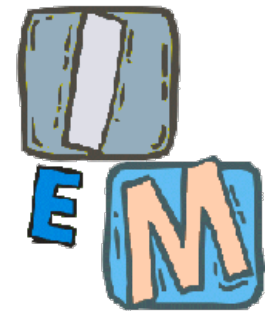
Animazione costruita
Usando un campione ogni 25

Essa viene percepita come retrograda!
(Alias temporale: un movimento viene
sostituito ad un altro!)



Wagon wheel

- Cercate i video su YouTube inserendo “wagon wheel aliasing”...



La quantizzazione



Quantizzazione

- **I sensori sono apparecchiature analogiche: forniscono misure di luminosità come numeri REALI.**
- **È utile arrotondare tali valori e mantenerli in un certo range.**
- **Tale processo si chiama QUANTIZZAZIONE**



Quantizzazione

- In più le misure sono sempre soggette a **ERRORE** a causa di difetti nel sensore o di perturbazioni termiche (“**rumore**”).
- Nei CCD anche a obiettivo chiuso ci sono correnti parassite che inducono rumore dentro il dispositivo elettronico dette “dark current”.



Quantizzazione: procedura generale

Se i valori da quantizzare sono numeri reali nel range $[a, b]$ e si vuole quantizzare su n livelli:

Si fissano $n+1$ numeri (t_0, t_1, \dots, t_n) in $[a, b]$ tali che:

$$t_0 = a < t_1 < t_2 < \dots < t_n = b$$

Il numero x in $[a, b]$ verrà assegnato al livello di quantizzazione k se risulta:

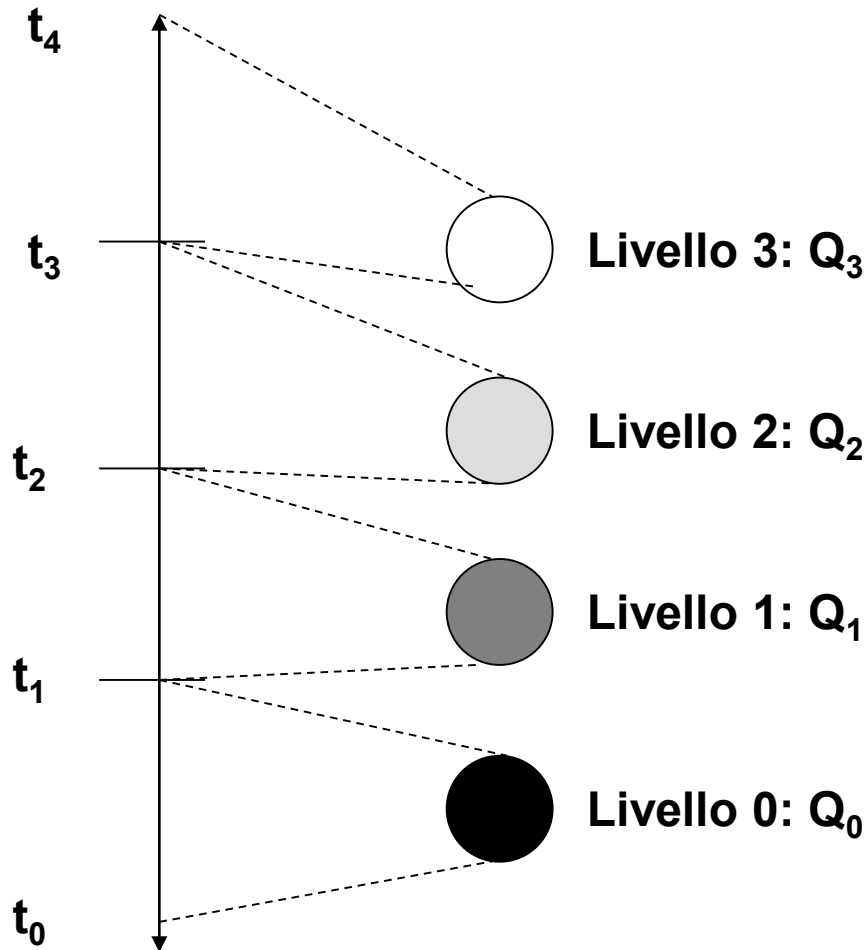
$$t_k \leq x < t_{k+1}$$

(b viene assegnato al livello k .)

A ciascun livello si assegna un valore rappresentativo Q_i



Quantizzazione: diagramma



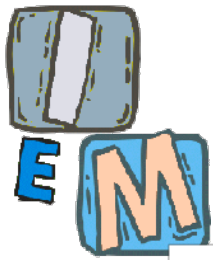
Fissato il numero di livelli di quantizzazione si pone il problema di come rappresentare in memoria tali livelli. Ovviamente utilizzeremo delle etichette numeriche.

Quanti bit sono necessari per ricordare quale livello di luminosità si misura in un punto?

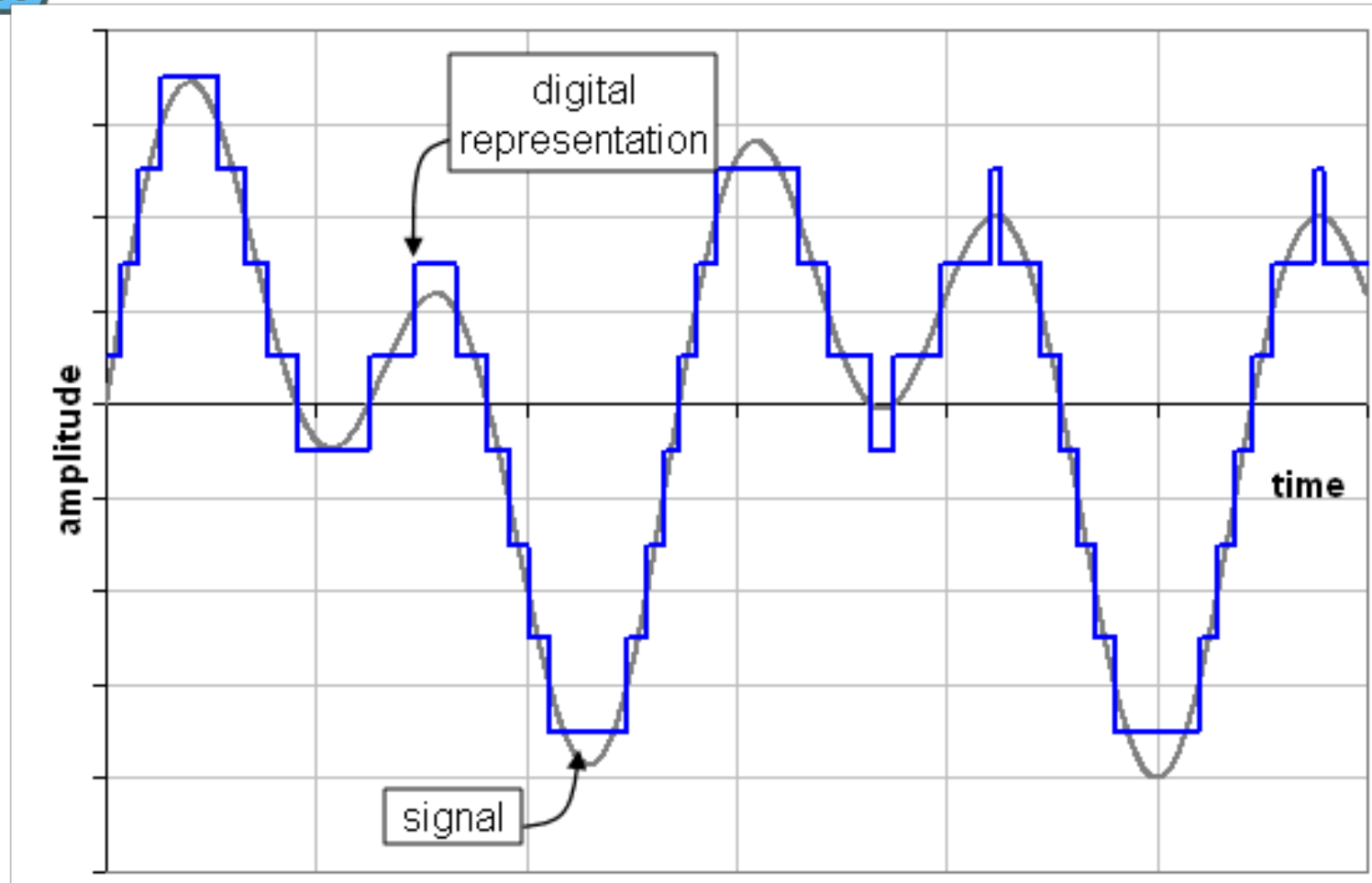
Nell'esempio ne bastano $2 = \log(4)$

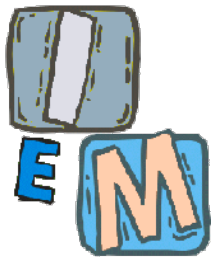
In generale se ci sono N livelli occorre rappresentare N etichette numeriche e avremo bisogno di un numero di bit pari a:

$$B = \log(N)$$

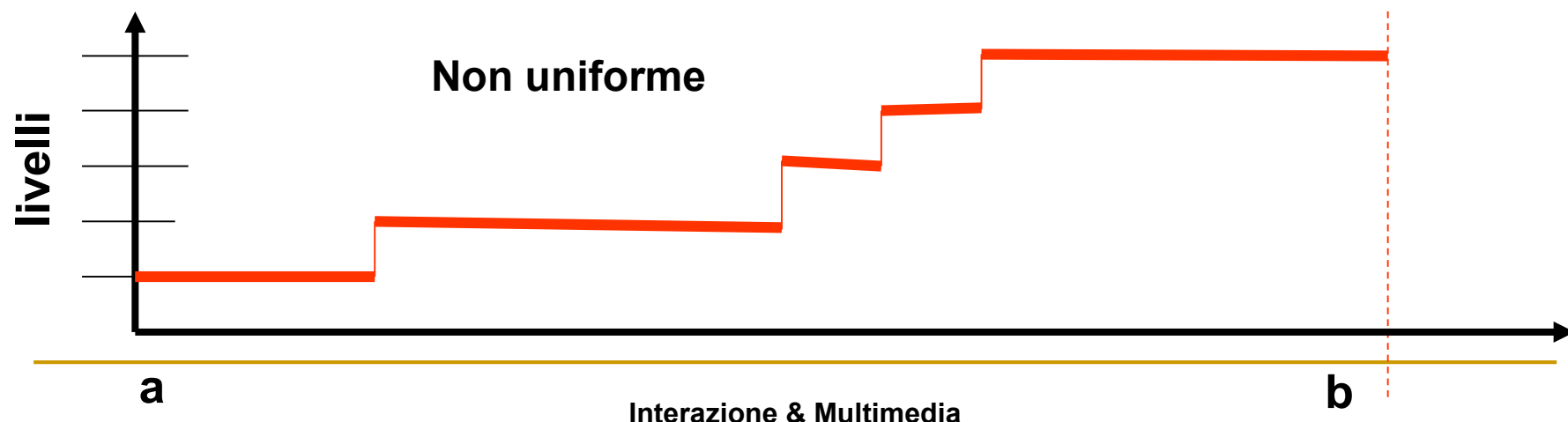
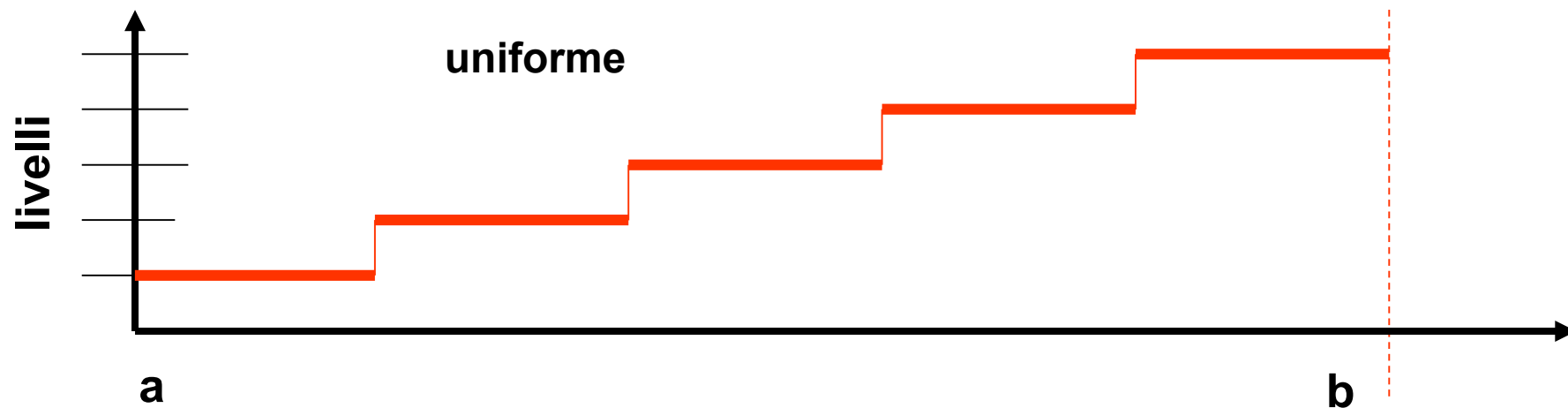


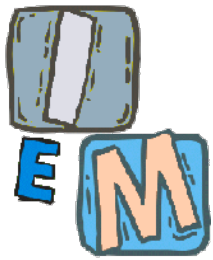
Quantizzazione - Esempio





Tipi di quantizzazione





La quantizzazione

La quantizzazione effettuata dagli scanner commerciali e dalla fotocamere digitali è **non uniforme e logaritmica**:
ciò permette di assegnare più livelli nella area dei toni scuri e meno livelli nella area dei toni chiari.

Questo è particolarmente importante quando si elaborano dati medici (es.radiografie)



**Quantizzazione
uniforme**



**Quantizzazione
logaritmica**

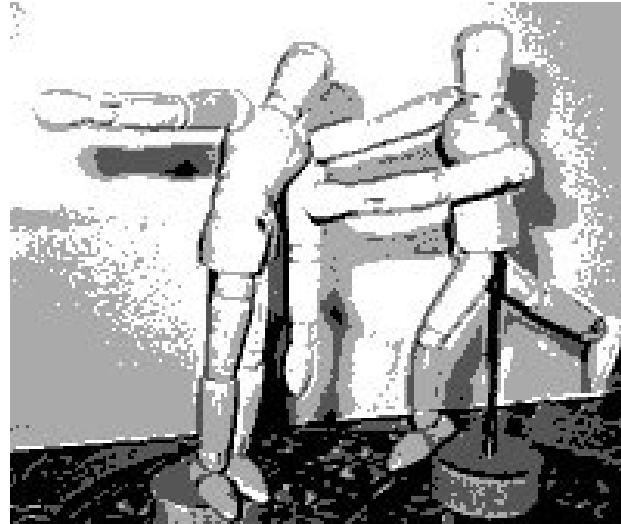


Quantizzazione: effetti sulle immagini

**2 livelli
1 bit**



**4 livelli
2 bit**

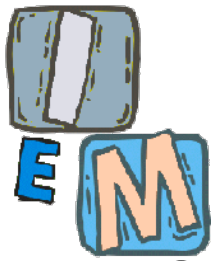


**8 livelli
3 bit**



**256
livelli
8 bit**

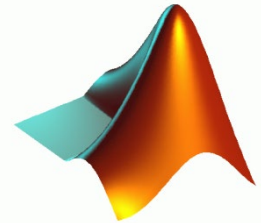




Quantizzazione

Quantizzazione uniforme:

- range in ingresso $0 \dots N-1$,
- range in uscita $0 \dots K-1$ con $K \leq N$.



Se L è il livello di ingresso rappresentato da un intero il livello L' corrispondente dopo la quantizzazione è:

$$L' = (L * K) / N$$

Esempio: portare $0 \dots 255$ in $0 \dots 7$ con quantizzazione uniforme.

Il livello 10 diviene $(10 * 8) / 256 = 0$

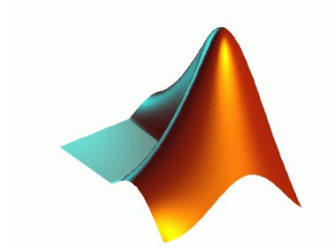
Il livello 20 diviene $(20 * 8) / 256 = 0$

il livello 30 diviene $(30 * 8) / 256 = 0$

Il livello 32 diviene $(32 * 8) / 256 = 1$ eccetera...



Quantizzazione



Quantizzazione non uniforme:

- range in ingresso $0 \dots N-1$,
- range in uscita $0 \dots K-1$ con $K \leq N$.

Se L è il livello di ingresso rappresentato da un intero il livello L' corrispondente dopo la ri-quantizzazione è:

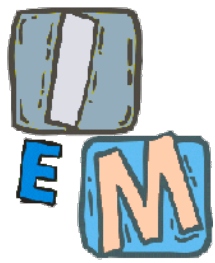
$$L' = f(L, N, K)$$

La funzione $f(L, N, K)$ definisce lo schema di riquantizzazione, e può avere le forma più varie. Tra le più comuni è la

Quantizzazione logaritmica: $f(L, N, K) = (\log_2(L) * K) / \log_2(N)$ (si intende per log la parte intera del logaritmo in base 2)

Nel caso più comune $N=256$, $\log(N)=8$ e $K=8$, o comunque in generale $\log(N)=K$, per cui $f(L, N, K) = \log_2(L)$.

Tuttavia si potrebbe volere portare il range $0 \dots 255$ in $0 \dots 15$ e in tal caso la formula di cui sopra ritorna utile.



quantizzazione uniforme



quantizzazione non uniforme

