

10/05/2023

Grammatiche di Chomsky

V_N : detto anche l'insieme delle variabili.

P : coppie di stringhe (simboli Terminali e non) con almeno un simbolo non Terminale nel primo elemento delle coppie.

Regole di Produzione

$$P \subseteq (V_N \cup V_T)^* \cdot V_N \cdot (V_N \cup V_T)^* \times (V_N \cup V_T)^*$$

↳ Sottoinsieme finito

Esempio

$$G = \langle \{0, 1\}, \{S, A\}, P, S \rangle$$

$$P = \{(S, 0A1), (A, 01), (S, 0S1)\}$$

ABBREVIATO SI VENTA:

$$S \rightarrow 0A1 \mid 0S1 \quad A \rightarrow 01$$

↳ Regole di Produzione

$S \Rightarrow 0A1 \Rightarrow 0011$ \rightarrow Li fermiamo perché con abbiamo più simboli non Terminali (non possiamo proseguire)

↳ Derivazione

$$S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow 00S11 \Rightarrow 000A111 \Rightarrow 00001111$$

$$L(G) = \{0^n 1^n \mid n \geq 2\}$$

Conversioni

$$V_T \leadsto a, b, c, \dots$$

$$V_N \leadsto x, y, A, B$$

$$(V_T)^* \leadsto x, y, z$$

Derivazione Diretta (in un solo passo)

Sia $G = \langle V_T, V_N, P, S \rangle$ grammatica

Siano $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in (V_T \cup V_N)^*$

Dico che $\alpha\beta\gamma$ deriva direttamente $\alpha\delta\gamma$ e scrivo

$\alpha\beta\gamma \Rightarrow \alpha\delta\gamma$ se $\beta \Rightarrow \delta$ e in P .

\hookrightarrow "deriva direttamente"

\hookrightarrow "produce"

Derivazione non banale (almeno un passo)

Sia $G = \langle V_T, V_N, P, S \rangle$ grammatica

Siano $\alpha, \beta \in (V_T \cup V_N)^*$

Dico che α deriva in modo non banale β e scrivo

$\alpha \xRightarrow{+} \beta$ se $\exists \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ con $n > 0$ tale che

\hookrightarrow "deriva in modo non banale"

$\alpha = \alpha_0 \Rightarrow \alpha_1 \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha_{n-1} \Rightarrow \alpha_n = \beta$

"non banale" perché $\alpha \neq \beta$

Derivazione (0 o più passi)

Come la derivazione non banale ma $n \geq 0$

Si indica con $\xRightarrow{*}$

$\xRightarrow{+}$ gode della proprietà transitiva (chiusura Transitiva)

$\xRightarrow{*}$ gode della proprietà riflessiva (chiusura riflessiva)

Linguaggio generato da una grammatica

Sia $G = (V_T, V_N, P, S)$ grammatica allora il linguaggio generato da G è

$$L(G) = \{x \in V_T^* \mid S \overset{*}{\Rightarrow} x\}$$

Funzionerebbe anche con +

Forme di Frase \rightarrow una stringa $\phi \in (V_T \cup V_N)^*$ Tale che

$$S \overset{*}{\Rightarrow} \phi$$

ϵ -Produzioni una produzione del tipo $S \rightarrow \epsilon, S \in V_N$

Esempio

$$L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$$

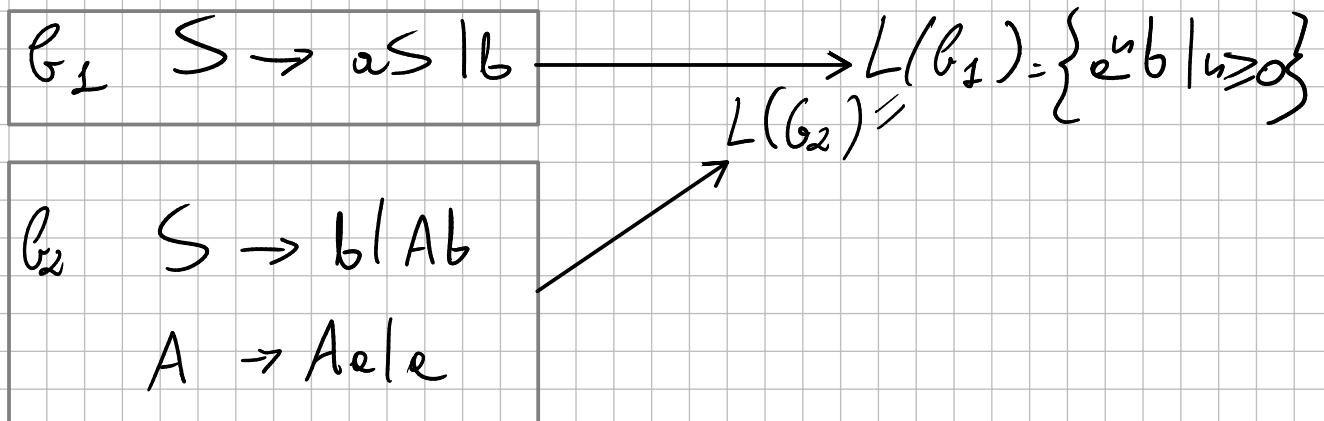
Pag. 40 esempio 2.5

$$\epsilon \in L(G) \iff \exists \epsilon\text{-Produzione}$$

Due grammatiche G_1 e G_2 sono dette equivalenti se

$$L(G_1) = L(G_2)$$

Esempio



Gerarchie di Chomsky (tipo 0 \supseteq tipo 1 \supseteq tipo 2 ecc)

Grammatiche di tipo 0 (grammatiche senza restrizioni)

$$\alpha \rightarrow \beta \text{ con } \alpha \in V^* \cdot V_N \cdot V^*, \beta \in V^*$$

Coincide con i linguaggi riconoscenti da una macchina di Turing.

Esempio

$$S \rightarrow \alpha A b$$

$$A \rightarrow \alpha A b$$

$$A \rightarrow \epsilon$$

Grammatiche di Tipo 1 (sensibile e contesto contestuale)

$$\alpha \rightarrow \gamma \quad \alpha = V^* \cdot V_N \cdot V^*, \quad \gamma \in V^+ \text{ e } |\alpha| \leq |\gamma|$$

Non può contenere ϵ -Produzioni

È superfluo in quanto $|\alpha| \leq |\gamma|$ e α deve contenere un simbolo $\in V_N$
 $|\alpha| \geq 1 \rightarrow |\gamma| \geq 1$

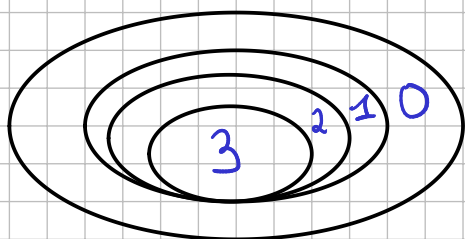
Grammatiche di Tipo 2 (non contestuali)

$$A \rightarrow \beta \quad A \in V_N \quad \beta \in V^+ \quad \text{Riconoscitori degli "Astoni e Pile"}$$

Grammatiche di Tipo 3 (lineari, bette / regolari)

$$A \rightarrow \delta \quad A \in V_N \quad \delta \in (V_T \cdot V_N) \cup V_T$$

3 linguaggi riconoscenti delle grammatiche di Tipo 3 coincidono con quelli regolari (ASFB o ASFNB)



Perché le grammatiche di Tipo 1 e 2 si dicono contestuali e non contestuali?

Le sostituzioni nel tipo 2 avviene di un singolo simbolo, mentre nel Tipo 1 si rimpiazza una stringa.

Esempio

$T_1 \quad A\delta B \rightarrow A\gamma B$ "Rimpiazza δ con γ se compare
T.e $A \in B$ "
 $T_2 \quad \delta \rightarrow \gamma$ "Rimpiazza δ con γ "