

L9 - 03/05/2023

Chiusure di linguaggi regolari

Teorema Se L è regolare, L^* è regolare

Espressioni Regolari

Costituite che definiscono un linguaggio

↑
stringhe

↓ dell'alfabeto

$[\Sigma, +, \cdot, *, (,), \emptyset]$

Definizione

Dato un alfabeto Σ e dato l'insieme dei simboli $\{+, \cdot, *, (,), \emptyset\}$, si definisce espressione regolare su Σ una stringa $z \in (\Sigma \cup \{+, \cdot, *, (,), \emptyset\})^+$ tale che soddisfa una delle seguenti condizioni

1) $z = \emptyset$

2) $z \in \Sigma$

3) $z = (s+t)$, oppure $z = (s \cdot t)$, oppure $z = s^*$
(s e t sono espressioni regolari su Σ)

Es

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$(a+b)$ è espressione regolare su Σ

Espressioni Regolari e Linguaggi Corrispondenti:

$$L(\emptyset) = \Lambda$$

$$L(a) = \{a\}$$

$$L(s+t) = L(s) \cup L(t) \quad L(st) = L(s) \cdot L(t)$$

$$L(s^*) = (L(s))^*$$

Espressione che riconosce la sola stringa vuota

$\{\epsilon\}$

$$L(\emptyset^*) = \Lambda^* = \{\epsilon\}$$

Si può decidere anche con ϵ

L riconosciuto da
un automa a stati
finiti



L è descritto da
un'espressione regolare

I linguaggi infiniti possono essere riconosciuti solo da
espressioni che contengono $*$.

Non vale il contrario ($L(\emptyset^*) = \Lambda$)

$$(a+b)^* \text{ è equivalente a } (a^*b^*)^*$$

Si può sempre scrivere un'espressione con

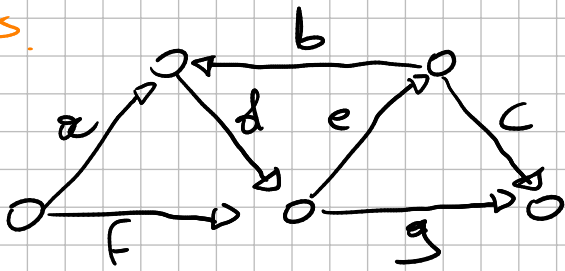
$*$ annidate in espressioni senza annidazione di $*$?

No, in certi casi l'annidazione
di $*$ è necessaria

"Star Height" indica il numero di occorrenze di $*$ in un'espressione regolare.

Di ogni linguaggio esiste uno star height minimale.

Es.



Trovare l'espressione regolare

Grammatiche di Chomsky

Es.

$$(S, A) \quad \Sigma = \{0, 1\}$$

$$\left. \begin{array}{l} S \rightarrow OAS \\ A \rightarrow OI \\ S \rightarrow OSI \end{array} \right\} \text{Regole di Produzione}$$

Def.

Una grammatica è una quadrupla

$$G = \langle V_T, V_N, P, S \rangle$$

dove

- V_T : alfabeto Terminale (es. $\{0, 1\}$)
- V_N : alfabeto non Terminale (es. $\{S, A\}$)
- P : insieme regole produzione
- S : $S \in V_N$, è l'assioma che definisce il simbolo di inizio

Tutti
insiemi
finiti