# MOZA Projekt Wzmacniacz Kaskodowy 4 (wariant B)

Jakub Półtorak 25 maja 2022

# Spis treści

1	Sformułowanie matematyczne zadania optymalizacji	2
	1.1 Optymalizacja jednokryterialna	2
	1.2 Optymalizacja wielokryterialna	3
2	Wyznaczenie przybliżenia początkowego rozwiązania	4
3	Wyznaczanie parametrów roboczych, gładkość funkcji celu, opis	
	kodu	5
	3.1 Wyznaczanie parametrów roboczych	5
	3.2 Gładkość funkcji celu i ograniczeń	6
	3.3 Opis kodu	7
4	Propozycja rozwiązania numerycznego	8
	4.1 Algorytm, skalowanie	8
5	Grafiki w wysokiej rozdzielczości.	9

# Etap 1

#### Opis problemu

Zadanie polega na doborze wartości elementów wzmacniacza tak, aby uzyskać maksymalnie duży iloczyn GBW. Na układ nałożono dodatkowe ograniczenia w postaci minimalnego wzmocnienia dla małych częstotliwości  $k_{u0} > 20dB \ (10 \frac{V}{V})$  dla źródła AC o amplitudzie 1 V) oraz minimalnej częstotliwości granicznej  $f_q > 200MHz$  (rozumianej jako częstotliwość spadku o 3 dB względem  $k_{u0}$ ).

## 1 Sformulowanie matematyczne zadania optymalizacji

#### 1.1 Optymalizacja jednokryterialna

Poszukiwane jest minimum funkcji celu:

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^+} f(\mathbf{x})$$

p.o.

$$g_i(\mathbf{x}) \le 0$$
  $i = 1..n_g$ 

gdzie:

$$f(\mathbf{x}) = -(k_{u0} \cdot f_a)$$

 $\mathbf{x}$  - wektor zmiennych optymalizowanych:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} REE1 & REE2 & RE & RC2 & RC3 & CEE & CG \end{bmatrix},$$

 $k_{u0}(\mathbf{x})$  - wzmocnienie dla małych częstotliwości, rozumiane jako wzmocnienie dla częstotliwości 1 kHz.

 $f_g(\mathbf{x})$  - częstotliwość graniczna, rozumiana jako częstotliwość, dla której wzmocnienie spada o 3 dB względem  $k_{u_0}(\mathbf{x})$ .

Parametry  $k_{u0}(\mathbf{x})$  oraz  $f_g(\mathbf{x})$  obliczane są w Matlabie na podstawie surowych danych  $(U_{out}^{AC}(x,f))$  zwracanych przez symulator LTSpice.

Dodatkowo, w zadaniu pojawiają się ograniczenia nieliniowe związane z wymaganiami projektowymi:

- $g_1(\mathbf{x}): -(\frac{k_{u0}(\mathbf{x})}{k_{u_{min}}} 1) < 0$ Warunek minimalnego wzmocnienia,  $k_{umin} = 20dB$
- $g_2(\mathbf{x}): -(\frac{f_g(\mathbf{x})}{f_{g_{min}}} 1) < 0$ Warunek minimalnej częstotliwości granicznej,  $f_{gmin} = 200MHz$ . Częstotliwość graniczna  $f_g$  obliczana jest jako częstotliwość, dla której wzmocnienie spada o 3 dB względem  $ku_0$ .

•  $g_3(\mathbf{x}): b(\mathbf{x}) - b_{max} < 0$ Ograniczenie podbicia charakterystyki,  $b_{max} = 1dB$ . Podbicie  $b(\mathbf{x})$  rozumiane jest jako różnica między maksymalnym poziomem wzmocnienia a  $k_{u0}$  ((czyli  $max(k_u(\mathbf{x})) - b_{max}$ )). Podbicie jest obliczane w Matlabie.

#### 1.2 Optymalizacja wielokryterialna

Poszukiwane jest minimum funkcji celu:

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^+} [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x})]$$

p.o.

$$g_i(\mathbf{x}) \le 0$$
  $i = 1..n_g$ 

gdzie:

$$f_1(\mathbf{x}) = -k_{u0}$$

$$f_2(\mathbf{x}) = -f_g$$

 $\mathbf{x}$  - wektor zmiennych optymalizowanych:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} REE1 & REE2 & RE & RC2 & RC3 & CEE & CG \end{bmatrix}$$

 $k_{u0}(\mathbf{x})$  - wzmocnienie dla małych częstotliwości, rozumiane jako wzmocnienie dla częstotliwości 1 kHz.

 $f_g(\mathbf{x})$  - częstotliwość graniczna, rozumiana jako częstotliwość, dla której wzmocnienie spada o 3 dB względem  $k_{u_0}(\mathbf{x})$ .

Parametry  $k_{u0}(\mathbf{x})$  oraz  $f_g(\mathbf{x})$  obliczane są w Matlabie na podstawie surowych danych  $(U_{out}^{AC}(x,f))$  zwracanych przez symulator LTSpice.

Dodatkowo, w zadaniu pojawiają się ograniczenia nieliniowe związane z wymaganiami projektowymi (identyczne jak dla optymalizacji jednokryterialnej):

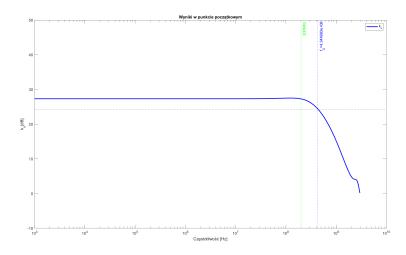
- $g_1(\mathbf{x}):-(\frac{k_{u0}(\mathbf{x})}{k_{u_{min}}}-1)<0$ Warunek minimalnego wzmocnienia,  $k_{umin}=20dB$
- $g_2(\mathbf{x}): -(\frac{f_g(\mathbf{x})}{f_{g_{min}}}-1) < 0$ Warunek minimalnej częstotliwości granicznej,  $f_{gmin}=200MHz$ . Częstotliwość graniczna  $f_g$  obliczana jest jako częstotliwość, dla której wzmocnienie spada o 3 dB względem  $ku_0$ .
- $g_3(\mathbf{x}): b(\mathbf{x}) b_{max} < 0$ Ograniczenie podbicia charakterystyki,  $b_{max} = 1dB$ . Podbicie  $b(\mathbf{x})$  rozumiane jest jako różnica między maksymalnym poziomem wzmocnienia a  $k_{u0}$  ((czyli  $max(k_u(\mathbf{x})) - b_{max}$ )). Podbicie jest obliczane w Matlabie.

## 2 Wyznaczenie przybliżenia początkowego rozwiązania

Zgodnie z poleceniem zmodyfikowano domyślne wartości elementów tak, aby uzyskać rozwiązanie spełniające warunek minimalnej częstotliwości granicznej i wzmocnienia. Ostatecznie, po wybraniu wartości, wektor  $\mathbf{x}$  wygląda następująco:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 5\Omega & 15\Omega & 320\Omega & 220\Omega & 200\Omega & 45p & 50p \end{bmatrix},$$

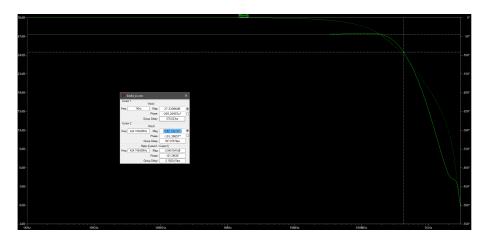
Wyniki w punkcie początkowym można zobaczyć na poniższym wykresie:



Rysunek 1: Charakterystyka układu w punkcie startowym.

Jak widać spełnione są warunki postawione w zadaniu (minimalna wartość wzmocnienia to 20 dB, przy źródle AC mającym 1 V amplitudy) oraz wzmacniacz pracuje prawidłowo (symulacja czasowa wykonan w LTSpice potwierdziła prawidłową pracę układu).

Aby potwierdzić, że Matlab i Spice zwracają te same wyniki przeprowadzono symulację w LTSpice:



Rysunek 2: Charakterystyka układu w punkcie startowym.

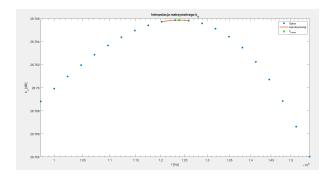
# 3 Wyznaczanie parametrów roboczych, gładkość funkcji celu, opis kodu

#### 3.1 Wyznaczanie parametrów roboczych

W zadaniu badane są trzy parametry: częstotliwość graniczna, wzmocnienie oraz podbicie charakterystyki.

#### Podbicie b

Podbicie rozumiane jest jako różnica między wzmocnieniem  $k_{u0}$  a maksymalnym wzmocnieniem jakie osiąga charakterystyka  $(max(k_u(\mathbf{x})) - b_{max})$ . Maksimum charakterystyki jest wyznaczane przez interpolację (wielomian drugiego stopnia). Pozwala to dokładniej ustalić maksynmalne wzmocnienie i wygładza funkcję celu. Efekty interpolacji widać na poniższym wykresie:



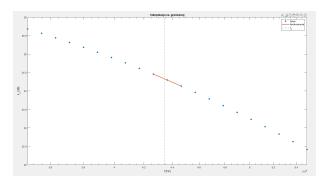
Rysunek 3: Interpolacja maksimum charakterystyki.

#### Wzmocnienie małoczęstotliwościowe $k_{u0}$

Wzmocnienie  $k_u$  rozumiane jest jako wartość wzmocnienia pozyskana z danych  $U_{out}^{AC}(x,f)$  dla częstotliwości 1 KHz.

#### Częstotliwość graniczna $f_q$

Częstotliwość graniczna wyznaczana jest jako częstotliwość, dla której wzmocnienie względem  $k_{u_0}$  spada o 3 dB. Ponieważ LTSpice zwraca wyniki w postaci punktów, uznano, że wymagana jest interpolacja częstotliwości granicznej. Interpolacja pozwoliła zminimalizować "skoki" w funkcji celu. Do interpolacji wykorzystano wielomian drugiego stopnia. Wynik interpolacji przedstawia poniższy wykres:



Rysunek 4: Interpolacja częstotliwości granicznej.

#### 3.2 Gładkość funkcji celu i ograniczeń

Przyjęto, że funkcja celu, w obrębie odpowiednich wartości elementów układu, jest ciągła. Tak długo, jak w układzie zmieniane są wartości pojemności i rezystancji i nie powodują nieprawidłowej pracy układu zawsze możliwe będzie

otrzymanie charakterystyki, która, nawet jeśli nie spełnia wymagań projektowych, daje "sensowne" wartości paremetrów roboczych (bez dużych skoków np. wzrost wzmocnienia do 10000 dB).

Funckje ograniczeń i celu mogą być w niektórych przypadkach niegładkie. Może dojść do takiej sytuacji, gdy aktualny zestaw wartości elementów spowoduje powstanie charakterystyki, dla której niektóre z parametrów roboczych nie są możliwe do obliczenia lub nie mają fizycznego sensu (np. płaska charakterystyka na poziomie 0 dB spowoduje, że nie istnieje częstotliwość graniczna rozumiana wg. zasad zdefiniowanych na początku raportu, funkcja obliczająca zwraca wtedy 0). Punkty przejścia między dobrą a złą charakterystyką są właściwie punktami, gdzie funkcja nie jest gładka. Solver fmincon nie spełnia ograniczeń dla każdej iteracji, przez co teoretycznie może zdarzyć się np. płaska charakterystyka, dla której funkcje nie są gładkie. Przeporwadzone próby wykazały jednak, że problem ten zachodzi bardzo rzadko i ma niewielki wpływ na optymalizację.

#### 3.3 Opis kodu

Dołączony katalog z kodem podzielony został na odpowiednie katalogi dla wyników (results, gdzie zapisany jest workspace z Matlaba i plots, wykresy) i plików dla symulacji(spice). W katalogu głównym znajdują się skrypty i m-funckje. W celu weryfikacji poprawności działania kodu można uruchomić skrypt starting\_point.m, który przedstawia wyniki w pkt. początkowym.

Aby uruchomić optymalizację należy uruchomić skrypt main.m. Po optymalizacji wyniki zostaną zapisane do odpowiednich folderów.

Aby nie czekać aż optymalizator zakończy pracę (ok. 5 minut) można wczytać gotowe wyniki za pomocą komendy load(żesults/latest.mat").

#### Opis plików

- main.m główny skrypt realizujący zadanie optymalizacji.
- display\_results.m Skrypt wyświetlający wyniki optymalizacji. Uruchamiany automatycznie po main.m
- starting\_point.m Skrypt obliczający wyniki w pkt. startowym. Do weryfikacji działania funkcji.
- optmization\_wrapper.m funckja będąca nakładką na optymalizator pozwalającą na współdzielenie obliczonych wartości. Funkcja ta wykorzystuja zagnieżdżone funkcje celu i ograniczeń (oraz skalowania). Wszytskie ustawienia (dolne i górne ograniczenia, opcje itp.) znajdują się w tym pliku.
- get fg.m Funckja obliczająca częstotliwość graniczną.
- boost.m Funckja obliczająca podbicie charakterystyki.

- extract\_results.m Funkcja odczytująca dane z pliku output\_results powstającego przez funckję output\_fun.
- modify params.m Funkcja modyfikująca parametry w pliku params.inc
- output fun.m Funkcja wyjściowa dla optymalizatora.
- run sim.m Funkcja uruchamiająca symulator LTSpice.
- LTspice2Matlab.m Funkcja do odczytu danych z LTSpice.

#### 4 Propozycja rozwiązania numerycznego

#### 4.1 Algorytm, skalowanie

#### Solver i algorytm optymalizacji

Jako solver wykorzystano fmincon z domyślnym algorytmem (Interior Point). Zdecydowano się na wykorzystanie metod gradientowych, ponieważ założono gładkość funkcji dla danych ograniczeń. Po przeprowadzonyh próbach optymalizacji uznano, że założenie jest słuszne (brak wartości NaN i Inf podczas pracy solvera, widoczna poprawa parametrów układu, wyraźna zbieżność).

Po próbach przeprowadzonych w LTSpice ustalono, że niektóre elementy mają większy wpływ na układ niż inne, jednak, przy różnych kombinacjach wartości, wpływ rożnych elementów jest trudny do przewidzenia. Stwierdzono np. że zmniejszanie wartości REE1 powoduje wzrost wzmocnienia przy spadku pasma, manipulowanie pojemnością CEE wpływa na pasmo, CG na podbicia itp. Ponieważ nie znaleziono jednoznacznej zależności (działanie na kształt algorytmu Gaussa-Seidla) postanowiono nie ograniczać liczby optymalizowanych zmiennych, a jedynie zadbać o odpowiednie ograniczenia kostkowe parametrów.

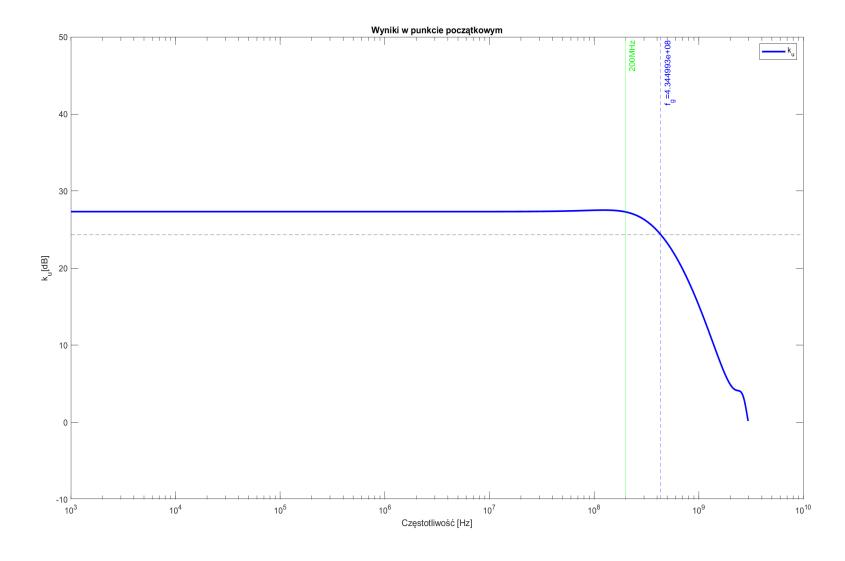
#### Skalowanie

Zarówno wektor wartości elementów jak i funkcja celu zostały przeskalowane.

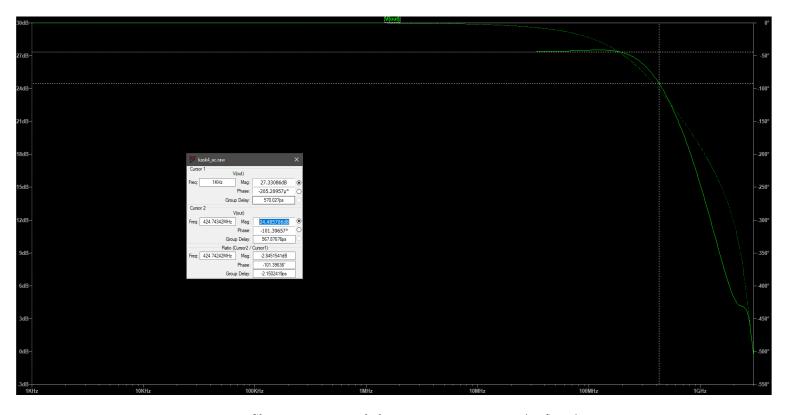
W przypadku wektora parametrów optymalizowanych zastosowano proste skalowanie do 1 względem punktu startowego  $\frac{x}{x_0}$ . W badanym przypadku wartości są podobnego rzędu (jednostki zostają dopisane dopiero w funkcji modyfikującej plik z parametrami), jednak dla przejrzystości psotawnowiono wykonać skalowanie wektora względem wektora startowego.

W przypadku funkcji celu iloczyn wzmocnienia i częstotliwości granicznej sięga rzędu  $10^9$ . Aby usprawnić pracę optymalizatora wyjście z zaimplementowanej funkcji celu jest postaci -log(GBW).

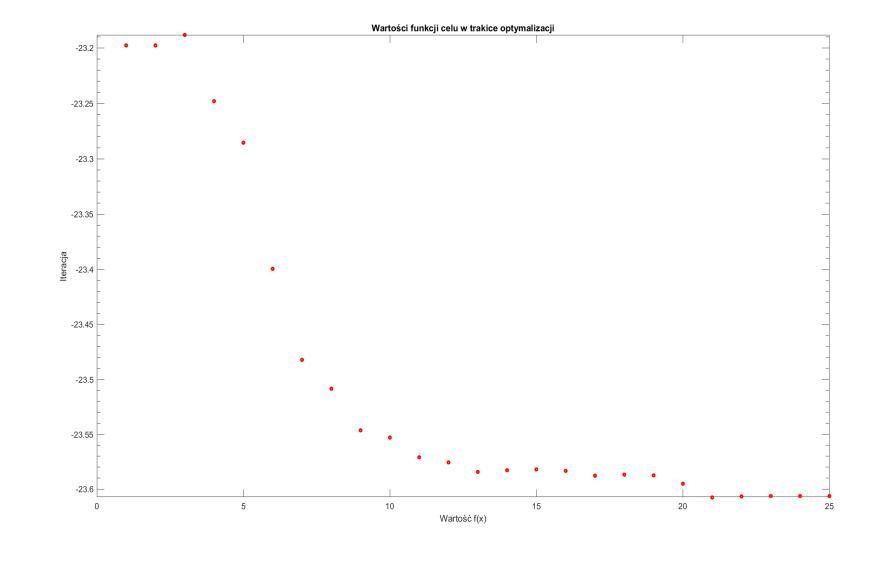
5 Grafiki w wysokiej rozdzielczości.



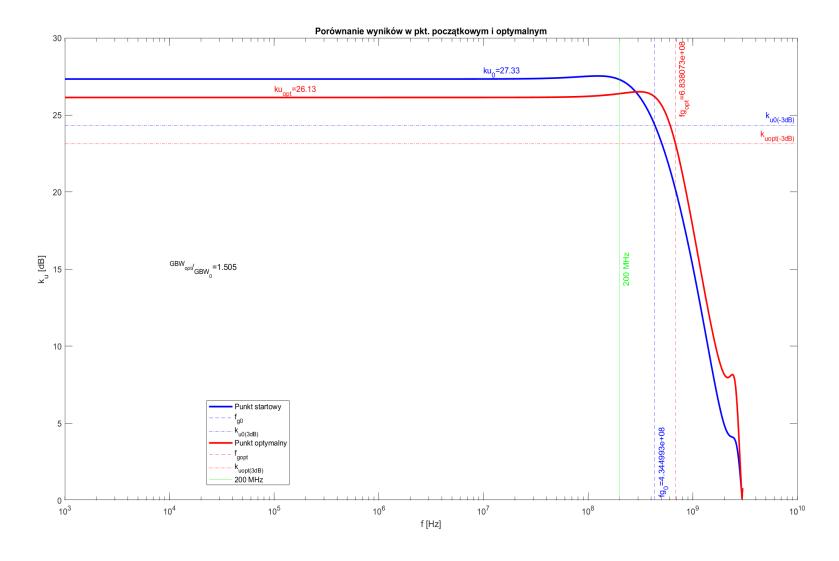
Rysunek 5: Charakterystyka układu w punkcie startowym.



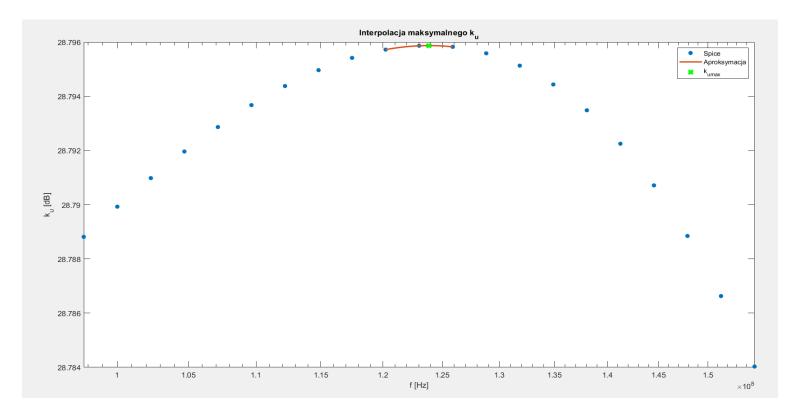
Rysunek 6: Charakterystyka układu w punkcie startowym (LTSpice).



Rysunek 7: Przebieg wartości funkcji celu.



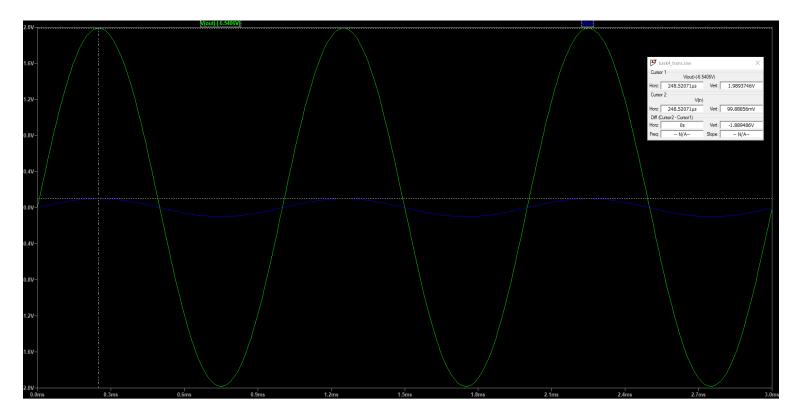
Rysunek 8: Porównanie wyników w punkcie optymalnym i startowym.



Rysunek 9: Interpolacja maksymalnego wzmocnienia.

Interpolacja cz. granicznej

Rysunek 10: Interpolacja częstotliwości granicznej.



Rysunek 11: Symulacja czasowa w pkt. optymalnym. Wzmacniacz wzmacnia.