

Laboratorio 1: Pulse Amplitude Modulation (PAM) y Pulse Code Modulation (PCM)

I. INTRODUCCIÓN

El presente informe de laboratorio de la asignatura Comunicación Digitales se ejerce como entrada a la simulación de convertidores de señales analógicas a digitales y/o viceversa (CAD y CDA) a través de las modulaciones por Amplitud de Pulsos (PAM) y por Codificación de Pulsos (PCM) ocupando el software MATLAB para las demostraciones teóricas. El laboratorio tiene como objetivo el análisis, desarrollo y simulación de distintas señales pasando por distintas modulaciones y muestreos para lo cual abarco tanto el entendimiento matemático tras la lógica como el técnico del software mismo. La Modulación por Amplitud de Pulsos (PAM) es una descripción a la conversión de una señal analógica a una señal tipo pulso la cual presenta información de la señal analógica, una de las cosas que se espera es que el ancho de banda sea mayor en la PAM a la de la señal analógica original debido a que se incorporan pulsos. A su vez hay dos clases de señales PAM, la de muestreo natural, y la de muestreo instantáneo y esta última es la que más se utiliza para la conversión PCM. La Modulación por Codificación de Pulsos en simples palabras es una conversión de una señal analógica a digital y este método tiene sus ventajas, tanto de costo de circuitos, también llamadas telefónicas a largas distancias por la regeneración de los bits en un repetidor, etc.

También se pueden plantear las siguientes preguntas a partir de esto: ¿Qué pasa si disminuye la frecuencia de muestreo? ¿Hay algún límite? Si lo hay, ¿Cuál es? ¿Porque existe este límite? ¿Que pasa si se supera este límite? ¿Porque la transformada de Fourier tiene esa forma para cada una de las señales? ¿El error por cuantificación depende de N?

II. METODOLOGÍA

Para el desarrollo del laboratorio la fuente principal de la investigación de la señal es el uso de la herramienta **MATLAB** y por la parte teórica el uso del libro que es la base para el entendimiento de la señal y algoritmos para la conversión. Por otra parte cabe recalcar que MATLAB no trabaja con señales analógicas, por lo que se hará una suposición de que se está trabajando con una señal analógica.

Antes de comenzar se debe entender la parte matemática de cada una de las señales con las cuales se trabaja:

II-A. Modulación por Amplitud de Pulsos

Teniendo $w(t)$ como una señal analógica (continua) dada por B Hz y $h(t)$ como una forma de onda hacia el infinito de pulsos este último está compuesto por un periodo de muestreo T_s y un ancho de pulso τ donde:

$$\tau \leq T_s = 1/f_s; f_s \geq 2B$$

También $h(t)$ esta compuesta de la siguiente forma:

$$h(t) = \prod\left(\frac{1}{\tau}\right) = 1, |t| < \tau/2; 0, |t| > \tau/2$$

II-A1. Muestreo Natural: Esta es la multiplicación de las dos señales en todo tiempo:

$$w_s(t) = w(t) * h(t)$$

II-A2. Muestreo Instantáneo (PAM Plana): Matemáticamente dada por la siguiente sumatoria:

$$w_s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(t) * (t - kT_s)$$

II-B. Modulación por Codificación de Pulsos

Esta modulación utiliza el muestreo instantáneo para asignar valores de la señal analógica de entrada a valores digitales. El error por cuantificación corresponde a la diferencia entre el valor real de la señal y el cuantificado en su nivel correspondiente, expresado matemáticamente :

$$Error = Entrada - Cuantificación$$

II-C. Procedimiento en MATLAB

En primer lugar a la creación de las frecuencias el ciclo y el tiempo con los siguientes datos:

$$f_c = 1000, f_m = 100000, f_s = 8000$$

$$t = 0 : 1/f_m : 4/f_c, ciclo = 50$$

Donde f_c es la frecuencia de la señal principal Seno, f_m es la frecuencia de muestreo y f_s es la frecuencia de la señal de pulso la cual también tiene un ciclo o τ de 50 %, todo esto se vera en una gráfico el cual solo mostrara una parte de esto, desde un tiempo 0 hasta un tiempo $\frac{4}{f_c}$ lo que es igual a mostrar solo 4 periodos de la frecuencia a una tasa de muestreo de $\frac{1}{f_m}$. Teniendo en cuenta ya todos los datos se procede a la creación de la señal principal que se considera como "análoga" Seno con amplitud = 1 y la señal de pulsos, para poder hacer la PAM de muestreo natural se hace una multiplicación entre la señal seno y la de pulsos $PAM = sen. * pulso$, esto dando una señal resultante que da 0 cuando el pulso esta en 0 y dando seno cuando el pulso es 1, en si es como si quedara la señal analógica por partes/sectores, ya para poder hacer la PAM de muestreo instantáneo hay que ser mas minucioso ya que cuando la esta solo sube al valor de seno en el primer punto de la subida del pulso lo que en esta tiempo seria $MI(i) = sen. * pulso$ y después se mantiene dando un $MI = MI(i - 1)$ cuando ya la señal pulso colapsa a 0 esta

la MI procede a ser $MI(i) = 0$.

Ya el siguiente procedimiento es la aplicación de la transformada rápida de fourier a las 3 señales principales, La original, PAM muestreo y PAM instantánea, ya con esto hecho se procedió a hacer la gráfica de estos 3 para su respectivo análisis.

Por otra parte se hicieron distintas pruebas para saber el que pasa si se baja la frecuencia de muestreo, o también que pasa si se baja la frecuencia de la señal pulso para hacer un análisis y que factores son claves o limitantes.

Para lograr la cuantización de la señal lo primero que se hace es definir el rango numérico en el que se moverán las palabras creadas, para ello se define el rango como la diferencia entre la amplitud máxima registrada y la mínima de la señal MI. Luego se define n como el número de bits que tendrán los valores digitalizados, siendo 2^n el tamaño de la palabra e implicando que dentro del rango previamente definido existirán tantos espacios de cuantificación como palabras posibles. Utilizando la función de matlab *quantiz* se logran encapsular los valores de cada muestra según su rango correspondiente.

III. RESULTADOS

A continuación se mostraran los resultados de los gráficos dados a partir de lo explicado en la sección II

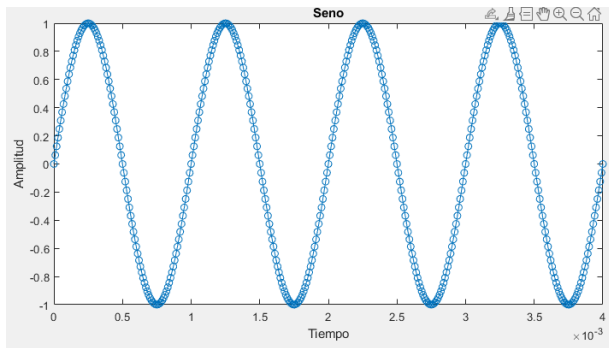


Figura 1. Señal principal sinusoidal.

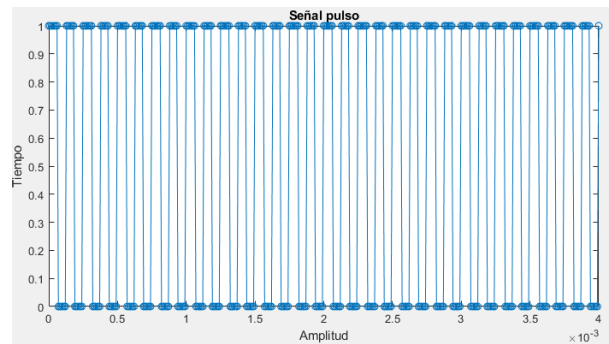


Figura 2. Señal pulso.

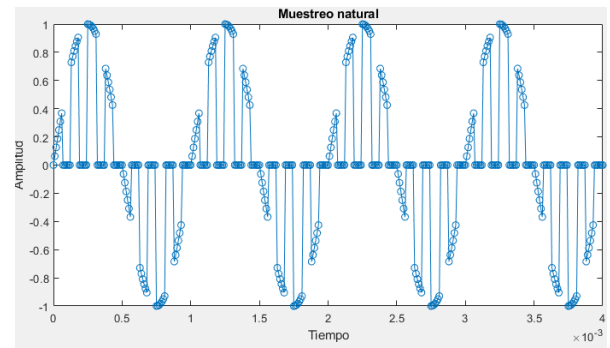


Figura 3. PAM muestreo natural.

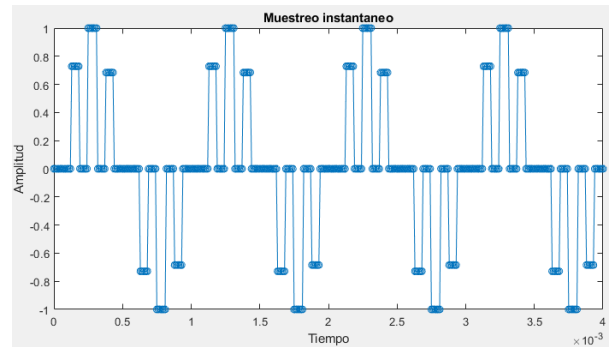


Figura 4. PAM muestreo instantáneo.

III-A. Transformada rápida de Fourier

Se mostrara desde distintos puntos las transformadas hechas a las señales Seno, PAM muestreo natural y PAM muestreo instantáneo:

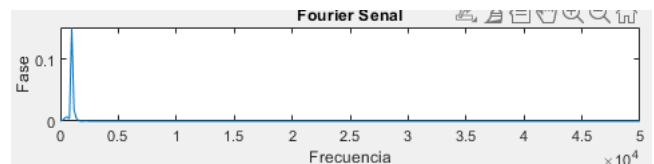


Figura 5. Transformada rápida en señal Seno.

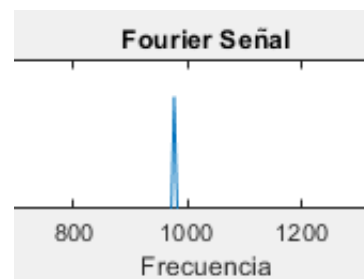


Figura 6. Zoom a transformada rápida de señal Seno.

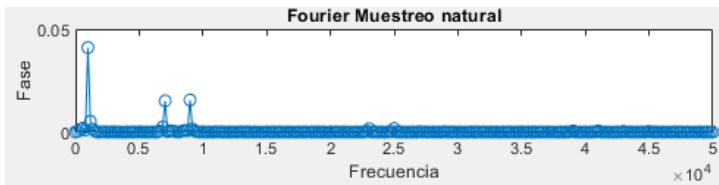


Figura 7. Transformada rápida PAM muestreo natural.

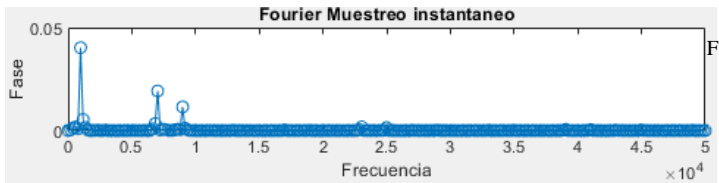


Figura 8. Transformada rápida PAM muestreo instantáneo.

III-B. Disminución de frecuencia de muestreo

En este caso se bajó de 100kHz a 5kHz y se recrearon las señales para poder graficar en el nuevo tiempo de muestreo:

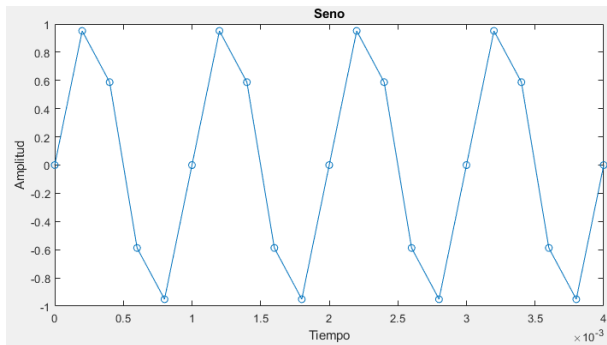


Figura 9. Señal Seno.

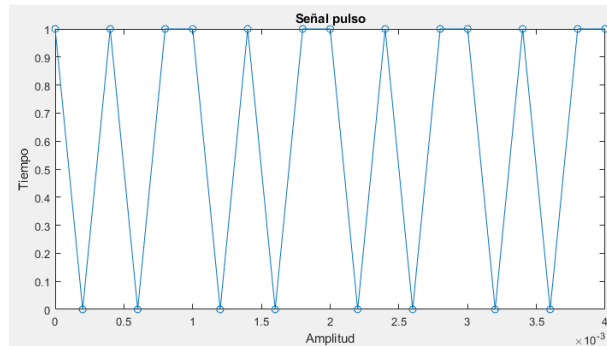


Figura 10. Pulso.

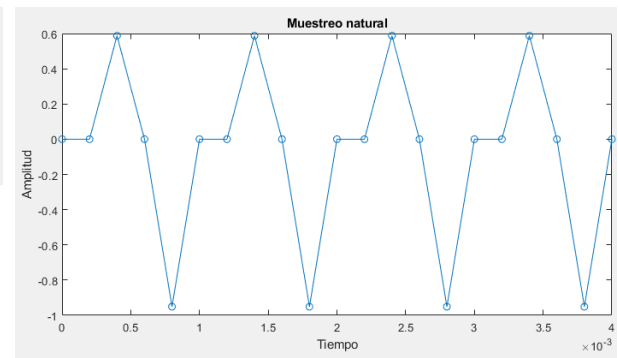


Figura 11. PAM muestreo natural.

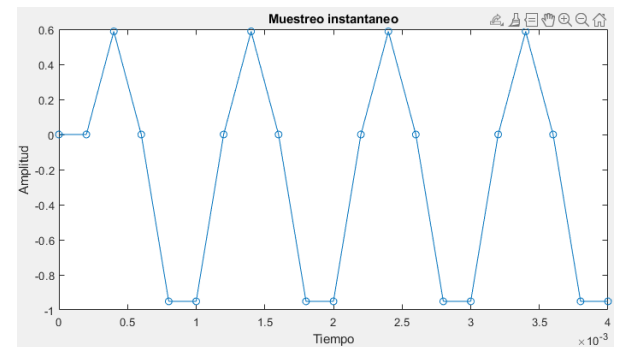


Figura 12. PAM muestreo instantáneo.

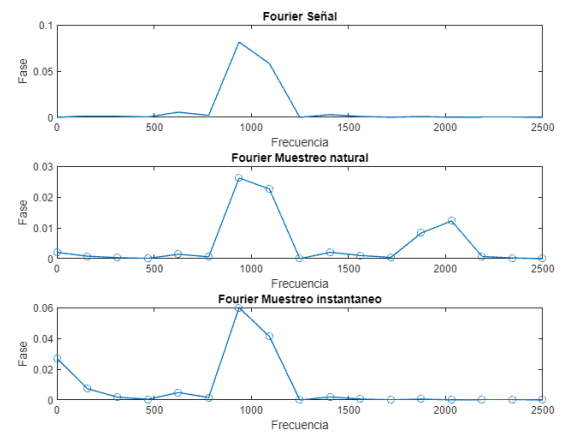


Figura 13. Transformada rápida aplicada a cada señal.

III-C. Disminución de frecuencia de pulso

A continuación los resultados de bajar la frecuencia de la señal de pulso de 8kHz a 2kHz:

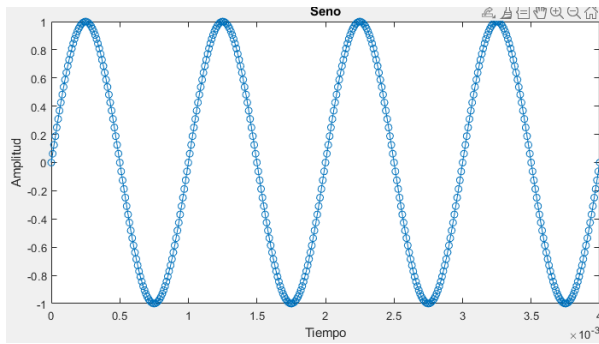


Figura 14. Señal Seno.

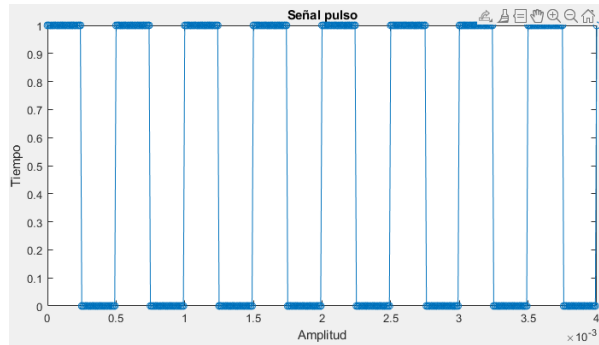


Figura 15. Pulso.

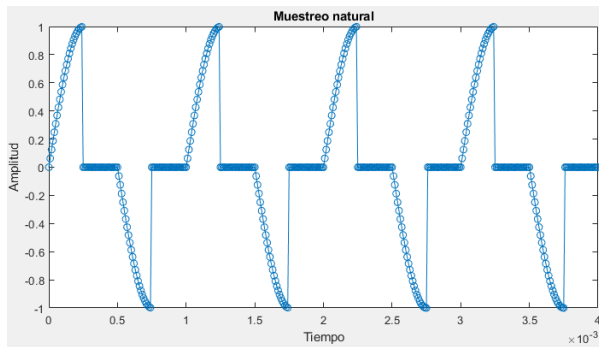


Figura 16. PAM muestreo natural.

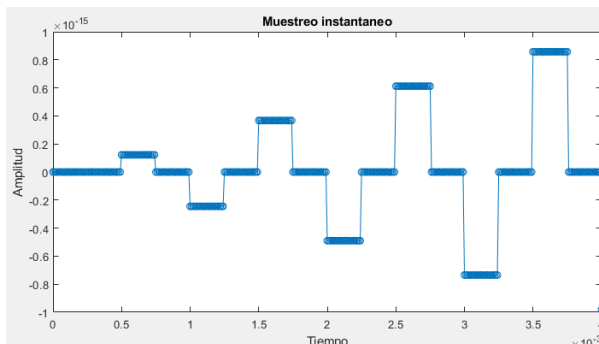


Figura 17. PAM muestreo instantáneo.

III-D. Cuantización

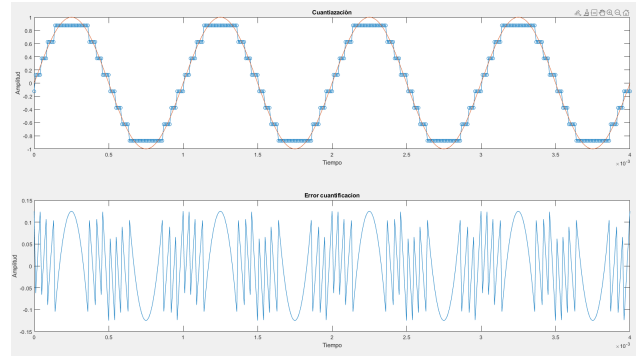


Figura 18. PAM muestreo instantáneo.

IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

IV-A. Preguntas

IV-A1. Disminución de frecuencia de muestreo: Para este caso consideramos dos cambios de frecuencia uno en donde se modifica la frecuencia de muestreo f_m y otro en la frecuencia de la señal pulso f_s , conociendo esto se comenzará con las preguntas.

¿Qué pasa si disminuye la frecuencia de muestreo f_m ?

Mientras más se disminuya esta menos datos se tendrán de la señal hasta un punto en donde ya se pierden muchos datos de la señal original y comienza a ser semejante a una señal triangular (Figura 9-12) también se le puede denominar aliasing que es una mala interpretación de la señal debido a que hay una baja frecuencia de muestreo, esto pasa tanto para la señal seno y pulso, por lo tanto la PAM de muestreo instantánea y natural se ven reflejadas de la misma manera.

Por otro lado está el caso de cuando se disminuye la frecuencia de la función que modela una figura cuadrática o un tren de pulsos, según corresponda. En este caso, podemos observar cambios dentro de sus transformadas. Por como está descrito el espectro para cada función, existe una separación entre los espectros según los armónicos de ésta frecuencia de muestreo, disminuir entonces la frecuencia de muestreo termina por reducir la distancia que separa a cada espectro, cuando se disminuye demasiado el espectro de un armónico y otro empiezan a solaparse, traduciendo esto en aliasing.

¿Hay algún límite? Si lo hay, ¿Cual es?

Sí, hay un límite, este límite está dado por el Teorema de muestreo donde la frecuencia de muestreo debe ser el doble de la frecuencia de Nyquist para la mejor obtención de una señal y estar libre del aliasing (distorsión).

$$f_m > 2B, B = 22,05 \text{ kHz}$$

$$f_c > 2B, B = 1000 \text{ Hz}$$

¿Porque existe este límite?

Este límite existe para no tener problemas de distorsión de la señal y que de la señal análoga(continua) a la digital(discreta) sea lo mas apegado posible a la original y no haya mala interpretación de la señal.

¿Que pasa si se supera este límite?

En el caso de estar por debajo de este limite se puede observar el aliasing, con los resultados obtenidos al hacer la comparación de la Figura 1(supuestamente Análoga* y continua) con la Figura 9(discreta) se puede observar una perdida de datos a la señal original, o lo mas parecido al aliasing que se comento anteriormente.

Por otro lado si se supera este límite podemos asegurar la reconstrucción de la señal original de manera tal que su interpretación esté libre de errores, seguir aumentando la frecuencia producirá una señal cada vez más exacta, pero debido al gran número de muestras que tendrá dificultará su procesamiento.

¿Por qué la transformada de Fourier tiene esa forma para cada una de las señales(justifique matemáticamente)?

Señal PAM: El espectro de esta señal está definido por:

$$W_s = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(d \frac{\sin(\pi n d)}{\pi n d} \right) W(f - f_s) \quad (1)$$

Donde la serie ortogonal $\sum (d \frac{\sin(\pi n d)}{\pi n d})$ corresponde a la envolvente de la transformada y es quién controla la forma en que está se desenvuelve. Por otro lado $W(f - f_s)$ es la transformada de la función original, cuya figura se va repitiendo según los armónicos de la frecuencia de la señal cuadrada. Esto explica la presencia de más de un pico dentro de la transformada, pues se va repitiendo el espectro. En la figura generada todos los valores de frecuencias negativas fueron suprimidos.

Señal MI: El espectro de la señal de muestreo instantáneo está definido por:

$$W_s = \left(\frac{1}{T_s} H(f) \right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} W(f - k f_s) \quad (2)$$

$$H(f) = \tau \left(\frac{\sin(\pi \tau f)}{\pi \tau f} \right) \quad (3)$$

Este caso es parecido al de la señal PAM, esto ya que el proceso de muestreo involucra una distinta forma de utilizar la función cuadrada, por lo que el espectro de esta es nuevamente quién forma la envolvente del espectro de la señal de muestreo instantáneo $\tau \left(\frac{\sin(\pi \tau f)}{\pi \tau f} \right)$. Nuevamente esta serie se combina con la transformada de la señal original trasladada según múltiplos de la frecuencia del tren de pulsos, repitiendo su figura para sus armónicos.

La diferencia la forma de ambas figuras con respecto al modelo teórica tienen sus causas debido al ruido"que significa contar con una cantidad finita de muestras, puesto que matlab se ve obligado a interpolar muestras.

IV-A2. Cuantización: ¿El error por cuantificación depende de N (numero de bits de la palabra PCM) (justifique)?

Sí, el error de cuantificación está definido como la diferencia entre la amplitud continua de la señal de entrada con la amplitud discreta de la señal cuantificada, dígame para este caso : $Error = sen - quants$. El grado de precisión entre los valores discretos de la señal cuantificada está directamente ligado al número de bits que se utilizan, esto ya que la cantidad de espacios de cuantificación depende directamente de la cantidad de palabras que se puedan formar con un n bits, siendo 2^n el número de espacios entre la diferencia de la amplitud máxima y mínima de la señal de entrada. Aumentar el número de bits permite asociar valores analógicos con mayor precisión y reducir la diferencia entre la señal original y la cuantizada.

V. CONCLUSIONES

En la vida cotidiana estamos rodeados de señales, tanto en celulares, routers, antenas, audífonos, etc, la mayoría deben hacer funciones de procesamiento de señales de analógico a digital o dicho de otra forma una codificación, y su contra parte de digital a analógico la decodificación. Esto ultimo no se contempló, en esta experiencia se pasó tanto por la teoría como por la "practica" suponiendo que con la señal que se estaba trabajando era una señal analógica, se pasó por distintos procesamientos con el fin de codificarla.

En la primera actividad se logró evidenciar la importancia del número de muestras en la recreación de una señal analógica. El proceso de muestreo puede derivar en una correcta interpretación de la señal o en una versión errónea de esta misma. Se logró identificar cómo afecta la disminución en el número de muestras que el tren de pulsos o la función cuadrada toma de la señal original. Se manifestó el aliasing a través del solapamiento de los espectros de las señales muestreadas cuando se reducía la frecuencia de muestreo del tren de pulsos o la señal cuadrada, pudiendo comprobar a su vez que ocurría cuando se forzaba la frecuencia mínima de Nysquit. Por otro lado se evidenció como aumentaba la precisión de las señales muestreadas conforme se aumentaba la frecuencia de muestreo que, sin embargo, afectó el rendimiento del motor de procesamiento matlab, ya que aumentaba el número de cálculos.

En la segunda actividad se logró simular la transformación un espectro del mundo físico a su versión digital. Debido al gran número de muestras que se ocupó, la señal de entrada presentó cualidades cercanas a las de una onda física real y el proceso de digitalización consistió en interpretarla hacia el mundo digital. Este proceso de digitalización dejó entrever las problemáticas a las que se enfrenta el proceso, principalmente la del ruido de cuantificación o error de cuantificación. Se pudo observar como aumentar el número de niveles entre la amplitud máxima de la señal de entrada y la amplitud mínima reducía más y más el error de cuantificación, esto ya que las diferencias entre los valores asignados a los niveles

de cuantificación se diferencian cada vez menos a los valores reales de la señal de entrada. Por otra parte, aumentar el la cantidad de niveles aumenta el tamaño de las palabras a utilizar, lo que se traduce en una mayor cantidad de cálculos por parte de la unidad de procesamiento.

Se concluye entonces que la precisión en el modelado de señales tiene un coste que, en algunos casos y superado un límite mínimo como el de Nysquit, no vale la pena adquirir. Los errores que evita la cantidad de cálculos adquiridos no son de gran relevancia al menos en lo que significa su representación.

ANEXOS

REFERENCIAS

- [1] H. Kopka and P. W. Daly, *A Guide to L^AT_EX*, 3rd ed. Harlow, England: Addison-Wesley, 1999.
- [2] L. Couch - Sistemas de comunicacion digitales y analogicos - 7a edicion