$Ax = b \quad A = (a_1 \ a_2 \ a_3) \quad x = (x_1 \ x_2 \ x_3)^t$

a)

$$Ax = (a_1 \ a_2 \ a_3)\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \end{pmatrix} = x_1 a_1 + x_2 a_2 + x_3 a_3 = b$$

b)

Då resultatet är en linjärkombination kan vi välja ett x så att linjärkombinationen representerar en kolumn a_i. För att detta ska ske måste endast en av x_1, x_2, x_3 vara lika med 1 medans de andra är 0.

- $Ax = a_1$ då $x = (1 \ 0 \ 0)^t$
- $Ax = a_2$ då $x = (0 \ 1 \ 0)^t$
- $Ax = a_3$ då $x = (0 \ 0 \ 1)^t$

c) om b är en möjlig linjärkombination av a_1, a_2, a_3, d.v.s ligger i spannet av a_1, a_2, a_3, så finns en lösning. I detta fall då b ligger i punkten, linjen, planet, rummet som a_1, a_2, a_3 spänner upp.

d) likt (c), en lösning är möjlig då b är en linjärkombination av de n stycken m-dimensionella vektorerna i A, alltså om b tillhör spannet av $a_1, \dots, a_n$. Geometriskt sätt om b ligger i området som $a_1, \dots, a_n$ spänner upp.