Asignación 2

Instrucciones: Resuelva de manera manuscrita los ítems del 1 al 8, siguiendo la información suministrada en la presentación de vectores, matrices y normas, aunada a la información que ustedes puedan obtener por sus propios medios en internet y/o libros de textos sobre el tema. Para el ítem 9 que corresponde a la parte computacional deberán seleccionar ejercicios de su preferencia (desde su inventiva, tomado de internet o de los propuestos en los libros guías) y utilizarlos para la actividad computacional asignada en dicho ítem. Deben anexar las referencias sobre las fuentes de donde obtuvieron la información y ejercicios para los items 8 y 9

1. Defina tres matrices (digamos A, B, C) de dimensiones compatibles para realizar las siguientes operaciones con matrices:

1. $\boldsymbol{A \times B}$
2. $\boldsymbol{A + B}$
3. $\boldsymbol{5C \times A}$

2. Considere los cuatro sistemas lineales de 3×3 que tienen la misma matriz de coeficientes.

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + x_3 &= 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 &= -1, \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 &= 0; \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + x_3 &= 6, \\ x_1 + x_2 - x_3 &= 4, \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 &= 5; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + x_3 &= 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 &= 1, \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 &= -3; \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + x_3 &= -1, \\ x_1 + x_2 - x_3 &= 0, \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 &= 0. \end{aligned}$$

Resuelva los sistemas lineales aplicando la eliminación gaussiana a la matriz aumentada.

$$\left[\begin{array}{rrr:rrrr} 2 & -3 & 1 & 2 & 6 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -3 & 0 & 5 & -3 & 0 \end{array}\right].$$

3. Calcule $\det A$, $\det B$, $\det AB$ y $\det BA$ para

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

(Sugerencia: utilice el teorema 2 de la guía para obtener los resultados para el ejercicio 3)

4. Sean $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ y $A_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 16 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$. Demuestre que A_1 no es convergente, pero A_2 es convergente.

5. Resuelva: a) el sistema de ecuaciones siguiente por medio de la descomposición LU sin pivoteo.

$$
\begin{aligned}
8x_1 + 4x_2 - x_3 &= 11 \\
-2x_1 + 5x_2 + x_3 &= 4 \\
2x_1 - x_2 + 6x_3 &= 7
\end{aligned}
$$

b) Determine la matriz inversa usando la descomposición LU. Compruebe sus resultados por medio de verificar que $[\boldsymbol{A}]\,[\boldsymbol{A}]^{-1} = [\boldsymbol{I}]$.

6.

Obtenga $\|\mathbf{x}\|_\infty$ y $\|\mathbf{x}\|_2$ para los siguientes vectores.

a. $\mathbf{x} = (3, -4, 0, \frac{3}{2})^t$

b. $\mathbf{x} = (2, 1, -3, 4)^t$

c. $\mathbf{x} = (\text{sen}\, k, \cos k, 2^k)^t$ para un entero positivo fijo k

7. Leer del libro de CHAPRA la sección 10.3.2 y siguiendo el ejemplo 10.4 resuelva el ejercicio 10.11 de la sección de ejercicios del mismo capítulo.

8. Investigue sobre de los métodos iterativos de Jacobi y Gauss- Sidel y sus convergencias.

9. Programe en OCTAVE y seleccione ejercicios de su preferencia para correrlos, anexe los captures de las corridas y los códigos en los archivos m.file respectivos de los algoritmos:

- **Para el cálculo de matrices inversas con el algoritmo de descomposición LU**
- **Método de Jacobi**
- **Método de Gauss-Sidel**