

Arbeit zur Erlangung des akademischen Grades
Bachelor of Science

**Suche nach dem Lepton-Flavor
verletzenden Zerfall $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ bei
LHCb**

Normierungskonstante

Kevin Sedlaczek
geboren in Dortmund

2016

Lehrstuhl für Experimentelle Physik V
Fakultät Physik
Technische Universität Dortmund

Erstgutachter: Dr. Johannes Albrecht
Zweitgutachter: Prof. Dr. Bernhard Spaan
Abgabedatum: 1. Juli 2016

Kurzfassung

Diese Bachelorarbeit befasst sich mit der Bestimmung einer Normierungskonstante für den Zerfall $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ über eine Analyse des Zerfalls $J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp$. Dazu wird auf im Jahre 2012 am LHCb-Detektor bei einer integrierten Luminosität von 2 fb^{-1} und einer Schwerpunkstenergie von 8 TeV aufgenommene Daten eine Selektion durchgeführt, aus welcher schließlich die Anzahl der Signalkandidaten bestimmt wird. Zusammen mit den während der Analyse bestimmten Effizienzen kann hieraus eine Normierungskonstante α berechnet werden. Der Zerfall $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ ist im Standardmodell verboten, da er die Erhaltung des *lepton-flavor* verletzt. Eine parallel durchgeführte Analyse beschäftigt sich mit der Optimierung der Suche nach Kandidaten für diesen Zerfall. Zusammen mit der Normierungskonstante kann eine obere Abschätzung für die Zerfallsbreite $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp)$ zu $(9,2 \pm 3,4) \cdot 10^{-5}$ bestimmt werden.

Abstract

This thesis aims at determining a normalisation factor α for the decay $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$, which is strictly forbidden within the standard model of particle physics, as it is violating the conservation of lepton-flavor. To achieve this, the similar decay $J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp$ is analysed. Within this analysis the selection of data taken in 2012 at the LHCb detector at a centre of mass energy of 8 TeV, corresponding to an integrated luminosity of 2 fb^{-1} is optimized, so that a number of expected signal-events can be determined. Taking this number and the efficiencies of the selection into consideration, a normalisation factor is calculated. A simultaneously implemented study aims at the optimization of the search for $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ events. Combining these two studies, an upper limit of $(9,2 \pm 3,4) \cdot 10^{-5}$ can be set for the branching fraction $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp)$.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Physikalischer Hintergrund	2
2.1	Das Standardmodell der Teilchenphysik	2
2.2	Lepton-Flavor-Violation und der Zerfall $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$	3
3	Der Large Hadron Collider und der LHCb-Detektor	6
3.1	Der Large Hadron Collider	6
3.2	Der LHCb Detektor	7
4	Analyse des Kontrollkanals	10
4.1	Datensätze	10
4.2	Selektion des Kontrollkanals	12
4.3	Massenfit	14
4.4	Bestimmung der Signalkandidaten	19
4.5	Bestimmung der Normierungskonstante	19
4.6	Obere Abschätzung für das Verzweigungsverhältnis	21
5	Ergebnisse der Analyse	22
5.1	Ausblick	22
	Literaturverzeichnis	24

1 Einleitung

Die Teilchenphysik beschäftigt sich mit dem Verständnis der Physik auf elementarster Ebene. Dazu gehört die Beschreibung der Elementarteilchen sowie deren Wechselwirkungen untereinander. Über die letzten Jahrzehnte ist dabei das sogenannte Standardmodell der Teilchenphysik entstanden, welches bis heute die beste Beschreibung in dieser Hinsicht liefert. Dennoch existieren Phänomene, die sich durch das Standardmodell nicht beschreiben lassen: die Existenz von dunkler Materie, Gravitation oder Neutrinooszillationen sind Beispiele dafür. Die ständige Überprüfung der Vorhersagen, sowie die Suche nach Physik, die über das Standardmodell hinaus geht, sind Aufgaben von Physikern an Teilchenbeschleunigern wie dem LHC (Large Hadron Collider) der Europäischen Organisation für Kernforschung CERN. Eine parallel durchgeführte Untersuchung beschäftigt sich mit der Suche nach dem *lepton-flavor-verletzenden* Zerfall $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$, also Physik jenseits des Standardmodells [1]. Das Ziel dieser Arbeit ist es, eine obere Ausschlussgrenze für das Verzweigungsverhältnis dieses Zerfalls zu bestimmen. Um diese Ausschlussgrenze in Kombination mit den Ergebnissen der Signalanalyse zu bestimmen, beschäftigt sich diese Arbeit mit der Bestimmung einer Normierungskonstante α . Diese erfolgt über die Analyse des Kontrollkanals $B^+ \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu\mu)K^+$. Der Kontrollkanal ist ein im Standardmodell erlaubter, gut vermessener Prozess mit großem Verzweigungsverhältnis (hohe statistische Genauigkeit), weswegen sich hierfür in statistischer und messbedingter Ungenauigkeit deutlich verringerte Aussagen treffen lassen. Da für diesen Kanal bisher keine Analyse auf Basis von Daten des LHCb-Detektors existiert, wird über die Bestimmung der oberen Ausschlussgrenze auch untersucht, ob eine Analyse dieses Zerfalls mit Daten des LHCb-Detektors möglich ist. Dazu werden im Jahre 2012 am LHCb Experiment bei einer Schwerpunktsenergie von 8 TeV gemessene Daten, die einer Luminosität von 2fb^{-1} entsprechen, analysiert. Die Struktur dieser Arbeit ist viergeteilt: Zunächst wird in Kapitel 2 das zugrundeliegende Standardmodell der Teilchenphysik, sowie der physikalische Hintergrund des betrachteten Zerfalls beschrieben. Kapitel 3 beschäftigt sich mit der Konstruktion und Funktion des LHC und des LHCb Detektors. Es wird erläutert welche Detektoren zur Erstellung der verwendeten Datensätze verwendet werden. Der Hauptteil der Arbeit - die Analyse - wird in Kapitel 4 behandelt. Dazu wird die Zahl der erwarteten Signalkandidaten für den Zerfall $J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp$ bestimmt und mit den Ergebnissen der parallel vorgenommenen Analyse für $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ die Ermittlung der Normierungskonstante vorgenommen. In einem letzten Schritt werden die beiden Ergebnisse kombiniert und eine obere Abschätzung für die Zerfallsbreite des Signalkanals bestimmt (Kapitel 5).

2 Physikalischer Hintergrund

2.1 Das Standardmodell der Teilchenphysik

Das Standardmodell (SM) der Teilchenphysik ¹ beschreibt den Aufbau der Materie, sowie ihre Wechselwirkung auf elementarer Ebene. Sie stellt eine seit 1978 [2] über viele Jahrzehnte auf der speziellen Relativitätstheorie sowie der Quantentheorie erwachsene und vielfältig getestete Theorie dar. Allgemein werden zunächst zwei Arten von Teilchen unterschieden: Fermionen (halbzahliger Spin $s = 1/2$) und Bosonen (ganzzahliger Spin $s = 1$). Die Fermionen im Standardmodell sind in drei Generationen von Quarks, sowie drei Generationen von Leptonen unterteilt, wie sie in Abbildung 2.1 aufgeführt sind. Die Leptonengenerationen bestehen hierbei aus einem ganzzahlig (in Einheiten der Elementarladung) geladenen, punktförmigen Lepton (e, μ, τ), sowie den dazugehörigen ungeladenen und masselosen Neutrinos ν_e, ν_μ, ν_τ . Auch die Quarks gliedern sich in drei Generationen. Diese erfolgt über die

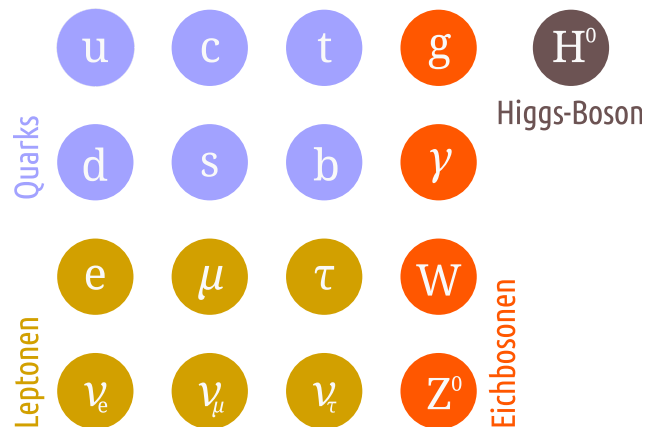


Abbildung 2.1: Die Elementarteilchen im Standardmodell der Teilchenphysik.

Eigenschaften der Teilchen: die Quarks lassen sich in *up-artige* Quarks mit Ladung $2/3$, sowie *down-artige* mit Ladung $-1/3$ einteilen. Es gilt für die Darstellung in Abbildung 2.1, dass die Teilchenmassen zwischen den Generationen von links nach rechts zunehmen.

Im Standardmodell unterscheidet man zwischen drei Wechselwirkungen der Elementarteilchen untereinander: die starke Wechselwirkung zwischen farbgeladenen Teilchen, die schwache Wechselwirkung an welcher alle Elementarteilchen teilnehmen, sowie die elektromagnetische Wechselwirkung, welcher nur elektrisch geladene

¹Diese Ausführung basiert auf jenen in [2, 3].

Teilchen unterliegen. Die letzten beiden lassen sich im Rahmen des SM zur elektroschwachen Wechselwirkung vereinigen. Die Farbladung in der starken Wechselwirkung beschreibt das Konzept einer Quantenzahl deren Existenz unter Anderem zur theoretischen Umsetzung des sogenannten *confinement* dient. *Confinement* meint hierbei die Tatsache, dass alle elementaren Teilnehmer der starken Wechselwirkung nur in "farbneutralen" (z.B. Farbe + Antifarbe) Zuständen frei existieren; freie Quarks lassen sich, da sie eine von Null verschiedene Farbladung tragen also nicht beobachten.

Die Übertragung der Wechselwirkungen findet über die in Abbildung 2.1 genannten Bosonen statt. Bei der starken Wechselwirkung sind dies die Gluonen (g). Sie tragen eine Farbladung und einen ganzzahligen Spin $s = 1$. Die Austauschteilchen der elektroschwachen Wechselwirkung sind die Photonen (γ) für den elektromagnetischen Teil, sowie für die schwache Wechselwirkung das neutrale Z-Boson und die geladenen W^\pm -Bosonen.

Aus den in Abbildung 2.1 aufgeführten Quarks (bis auf das *top*-Quark, dessen Lebensdauer zu gering ist [4]) existieren über Kombination mehrere so genannte Hadronen - also aus Quarks zusammengesetzte Teilchen. Hierbei unterscheidet man die aus Quark und Antiquark bestehenden Mesonen und die aus drei Quarks (Antiquarks) bestehenden Baryonen. Zu den Mesonen zählt beispielsweise auch das J/ψ mit einem Quarkinhalt von $(c\bar{c})$, während das Proton ein prominenter Vertreter der Baryonen ist. Die meisten der aus den sechs Quarks sowie deren Antiteilchen gebildeten Hadronen sind nicht stabil, sodass sie über eine der oben genannten Wechselwirkungen in andere Hadronen sowie Leptonen zerfallen. Ähnliches lässt sich auch durch Streuprozesse oder Kollisionen erzielen, wie sie beispielsweise am LHC stattfinden.

Im Standardmodell sind bei all solchen Zerfällen diverse Erhaltungsgrößen zu beachten. Neben den klassischen Größen, wie etwa Energie- oder Impulserhaltung sind für die verschiedenen Wechselwirkungen auch einige Quantenzahlen im Teilchenzerfall invariant. Eines der fundamentalen Konzepte ist die *lepton-flavor*-Erhaltung.

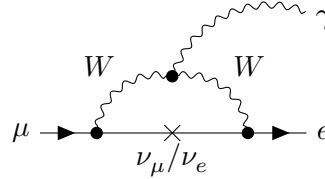
2.2 Lepton-Flavor-Violation und der Zerfall $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$

Wie in der Einleitung bereits erwähnt, ist der Signalzerfall $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ ein im Standardmodell verbotener Zerfall, weil er die Erhaltung des *lepton-flavor* verletzt. Jedem Lepton wird hierbei gemäß der in Abbildung 2.1 aufgeführten Generationen eine Quantenzahl zugeordnet (der *lepton-flavor*). Elektronen oder Elektronenneutrinos besitzen beispielsweise die Quantenzahl $l_e = 1$, aber $l_\mu = 0$, während Myonen $l_\mu = 1$ und $l_e = 0$ tragen. Antiteilchen unterscheiden sich jeweils im Vorzeichen (negativ). So lassen sich die Anfangs- und Endzustände von Teilchenzerfällen auf die Erhaltung

2 Physikalischer Hintergrund

des *lepton-flavor* überprüfen; der Zerfall $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ verstößt hierbei offensichtlich gegen diese Erhaltung.

Es gibt einige theoretische Vorhersagen über Mechanismen und Möglichkeiten der Lepton-Flavor violation (LFV); die meisten davon beschreiben Physik jenseits des Standardmodells. Ein im Standardmodell über Neutrinooszillation möglicher Zerfall ist in dem folgenden Diagramm dargestellt.



Da die Masse der Neutrinos nicht verschwindend ist, können sogenannte Oszillationen in andere *lepton-flavors* stattfinden. Über diesen Mechanismus ist ein Zerfall möglich, der an jedem Vertex *lepton-flavor*-erhaltend ist. Da die Massen der Neutrinos allerdings als sehr klein abgeschätzt werden können, sind die Beiträge dieses Zerfalls zu gering, als dass sie experimentell nachgewiesen werden können [5]. Die Wahrscheinlichkeit für diesen Zerfall ist proportional zum Verhältnis von W-Masse und Neutrinomasse hoch vier (Gleichung 2.1 [5]), was zu einer theoretischen Abschätzung für die Zerfallsbreite führt, die so gering ist (10^{-54}), dass diese nicht messbar ist. Experimentelle Evidenz deutete daher auf Physik jenseits des Standardmodells hin.

$$\text{BR}(\mu \rightarrow e \gamma) = \frac{3\alpha}{32\pi} \left| \sum_i U_{\mu i}^* U_{e i} \frac{m_{\nu_i}^2}{M_W^2} \right|^2. \quad (2.1)$$

Andere theoretische Beschreibungen gehen etwa von Zerfällen über ein Z' -Boson aus [6]. Das dazugehörige Feynman-Diagramm ist in Abbildung 2.2a dargestellt. Auch Prozesse über aus der Theorie der Supersymmetrie postulierte Teilchen sind

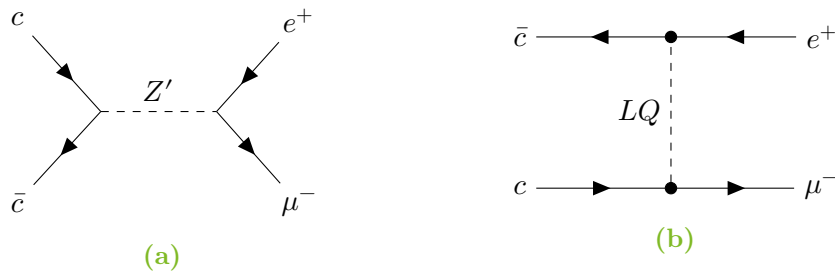


Abbildung 2.2: Der Signalzerfall über ein Z' (a) bzw. über ein Leptoquark (b).

nicht ausgeschlossen [7]. Andere theoretische Erklärungsansätze benötigen etwa sogenannte Leptoquarks [8]. Diese Bosonen ($s = 1$) würden sowohl Farbladung, als auch einen *lepton-flavor* tragen. Eine Kopplung an beide Teilchensorten, sowie Änderungen ihrer Quantenzahlen wären damit möglich (Abbildung 2.2b).

Der hier untersuchte Zerfall $J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp$ stellt mit einer Wahrscheinlichkeit von $(5,986 \pm 0,033) \%$ einen kleinen Teil aller gemessenen J/ψ -Zerfälle dar [4]. Allerdings liegt diese im Vergleich zu der zum Signalzerfall $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ nach oben abgeschätzten mit $1,6 \cdot 10^{-7}$ (bei einem Konfidenzlevel von 90 %) einige Größenordnungen höher [9]. Dieser Zerfall eignet sich aufgrund seiner ähnlichen Topologie (Zerfall des J/ψ in zwei Leptonen) und hohen Statistik als Kontrollkanal. Ein Vergleich mit dem Signalzerfall ermöglicht demnach die Eliminierung einiger systematischer Fehlerquellen, welche bei den erwarteten Größenordnungen der Signalkandidaten eine signifikante Rolle spielen.

3 Der Large Hadron Collider und der LHCb-Detektor

3.1 Der Large Hadron Collider

Der *Large Hadron Collider* (LHC) [10] am CERN ist der derzeit leistungsstärkste Teilchenbeschleuniger der Welt. Er dient der Erzeugung von Proton-Proton-Kollisionen (pp -Kollisionen), sowie weiteren Teilchenkollisionen bei einer Schwerpunktenenergie von bis zu $\sqrt{s} = 14$ TeV [10]. Diese durch Größe und Bauteile beschränkten Energien werden nach dem letzten Upgrade mit 13 TeV beinahe ausgereizt [10]. Durch die Ausweitung des zu untersuchenden Energiebereiches auf diese Größenordnung eignet sich der LHC zur Entdeckung von Physik jenseits des SM, wie etwa unbekannter Teilchen. Im Jahre 2012 gelang der ATLAS- und der CMS-Kollaboration die Entdeckung des in den 60er-Jahren von Higgs, Englert und Brout vorhergesagten Higgs-Bosons [11, 12].

Bevor die Protonen im 50 bis 175 m [10] unter der Erde liegenden, 27 km langen Speicherring auf die maximale Schwerpunktsenergie beschleunigt werden, durchlaufen sie ein vielschrittiges System aus Vorbeschleunigern. Dessen letzte Stufe ist der *Super Proton Synchrotron* (SPS), welcher die Protonen auf etwa 99,999 78 % der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt [10]. Diese Protonen werden mit einer Schwerpunktsenergie von 0,45 TeV über zwei Transferlinien in den LHC injiziert, wo sie in entgegengesetzter Richtung beschleunigt werden. Die Beschleunigung und Kreisführung findet dabei in einem Ultrahochvakuum über *radio frequency*-Kavitäten und supraleitende Magnete, welche von flüssigem Helium auf etwa 1,9 K gekühlt werden, statt. So werden Hunderte einzelner Protonenbündel auf beinahe Lichtgeschwindigkeit beschleunigt und anschließend in Abständen von 25 ns (40 MHz) in einem der vier großen Experimente durch Strahlkreuzung zur Kollision gebracht. Da Datenmengen in dieser Größenordnung nicht gespeichert werden können, wird ein mehrstufiges Filtersystem angewendet: die Trigger. Diese sind in drei Stufen aufgeteilt. Der Hardwaretrigger L0 trifft direkt bei der Messung in Echtzeit Entscheidungen, sodass die Ereignisrate ein prozessierbares Niveau (1 MHz) [13] erreicht, gleichzeitig aber möglichst viele Ereignisse, die potenziell physikalisch relevant sind, aufgenommen werden. Dazu werden Daten aus den Kalorimetern, sowie den Myonkammern zur Bestimmung hoher Transversalimpulse bzw. Energien verwendet. Die Softwaretrigger (HLT1 und HLT2) reduzieren kurz darauf die Datensätze auf physikalisch Relevantes. Der HLT1-Trigger führt dabei eine partielle Rekonstruktion der Events über Vertex- und Spurbestimmungen durch. Der HLT2-Trigger stellt die letzte Stufe dar und kann Entscheidungen auf Grundlage der gesamten Ereignis-Informationen

treffen. So wird die Datenrate von 16 MHz auf etwa 2 kHz reduziert.

3.2 Der LHCb Detektor

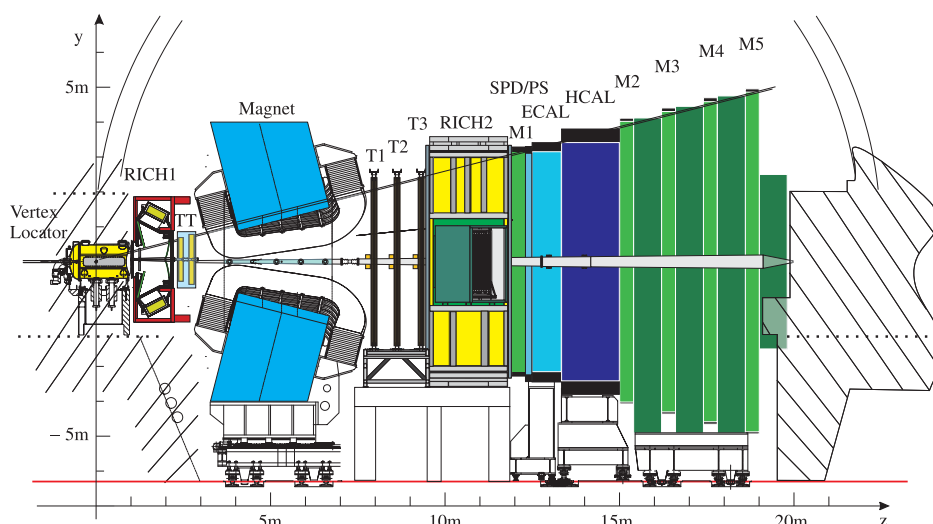


Abbildung 3.1: Querschnitt des LHCb-Detektors [14].

Der LHCb-Detektor deckt im Gegensatz zu den anderen drei Experimenten am LHC bei seinen Messungen nicht den gesamten Raumwinkel um den Kollisionspunkt ab. Es handelt sich hierbei um einen einarmigen vom Kollisionspunkt in einer der Strahlrichtungen vorwärtsgerichteten Detektor. Die Wahl dieser Bauart hängt unter anderem mit dem Hauptverwendungszweck des Detektors zusammen: Wie der Name schon impliziert ist die Untersuchung von b -Quarks bzw. B-Mesonen Hauptziel des Experimentes. Da sich diese nach ihrer Erzeugung in den pp -Kollisionen in Kegeln unter sehr kleinen Winkeln zum Protonstrahl bewegen, ist ein Detektor wie der LHCb auf die Vermessung dieses Bereiches optimal ausgelegt, da einer der beiden Zerfallskegel genau in den Detektor strahlt. Dieser Winkel in der Produktion der B -Mesonen ist dadurch begründet, dass der für die Erzeugung der B-Mesonen maßgebliche Prozess über Gluonen aus dem Quark-Gluon-Plasma abläuft. Diese Gluonen tragen kleine, asymmetrisch verteilte Impulsbruchteile, sodass die Impulse nach Kollision vergleichsweise stark in longitudinale Richtung weisen. Der Akzeptanzbereich des Detektors zur Strahlachse gemessen beträgt hierbei 10 mrad - 300 mrad. Dieser deckt bei einer Schwerpunktsenergie von 8 TeV etwa 27 % der b -Quarks ab [15]. Der etwa 20 m lange Detektor ist aus mehreren Schichten verschiedener Detektoren und Messsysteme aufgebaut, die im Folgenden genauer erläutert werden. Dabei ist

wenn von positiver z-Richtung die Rede ist, die Strahlrichtung vom Kollisionspunkt in den Detektor gemeint. Die Detektorsysteme lassen sich allgemein in zwei Arten von Detektoren unterteilen:

1. Spurdetektoren: Vertex Locator (VELO), Tracker Turicensis (TT), Innerer Spurdetektor (IT), Äußerer Spurdetektor (OT)
2. Teilchenidentifikation (PID): erster und zweiter Cherenkovdetektor (RICH 1 und RICH 2), elektromagnetisches und hadronisches Kalorimeter (ECAL und HCAL) sowie die Myondetektoren.

Der dem Kollisionspunkt am nächsten liegende Detektor ist der **Vertex Locator**, kurz VELO. Seine Aufgabe ist die möglichst exakte Ermittlung der Zerfallsvertices, beispielsweise der B-Mesonen. Die in den Kollisionen entstehenden B-Mesonen zerfallen innerhalb von Strecken einiger Millimeter, weswegen die Detektoren unmittelbar um den Kollisionspunkt liegen, wenn Daten genommen werden [13]. Da diese Region auch die am intensivsten von Strahlenschäden betroffene Region ist, ist der Detektor bei Injektion der Kollisionskandidaten mechanisch auf Abstand zu bringen.

Der VELO umgibt den Strahlrohr von zwei Seiten. Er besteht dabei im Einzelnen aus halbmondförmigen, 0,3 mm starken Scheiben von Spurdetektoren, die entlang des Strahlrohres angeordnet sind [13]. Durchqueren geladene Teilchen die Siliziumscheiben, so erzeugen sie Elektron-Loch-Paare, welche elektronisch gemessen werden können und analog ausgelesen werden. Der während der Datennahme lediglich 7 mm vom Strahl entfernte VELO stellt neben dem TT den Hauptspurdetektor vor Einsatz des Magneten dar [13].

In der direkt vor dem Magneten liegenden von einem geringen Magnetfeld durchsetzten Region des Detektors befindet sich der **Tracker Turicensis**. Dieser zweigeteilte Detektor besteht aus zwei über insgesamt etwa 8,4 m² den gesamten Akzeptanzbereich des Detektors abdeckenden Silizium-Streifen-Detektoren [14]. Ihre Aufgabe ist die dreidimensionale Rekonstruktion von Teilchenspuren, sowie die Identifikation von neutralen Teilchen, deren Lebensdauern so groß sind, dass sie den VELO verlassen können (z.B. das K_s^0 -Meson).

Das Spurbestimmungssystem T1-T3 besteht aus den **inneren Spurdetektoren** (IT), welche auf dieselbe Weise wie der TT arbeiten und den **äußeren Spurdetektoren** (OT) [16]. Der IT bildet den direkt am Strahlrohr liegenden Teil der T-Tracker und zeigt damit das höchste Aufkommen an geladenen Teilchen. Sie führen wie die TT über einzelne Silizium-Detektormodule Spurmessungen mit einer Auflösung von etwa 50 µm durch [13]. Diese Module sind in einem Bereich von 125 cm Weite und 40 cm Höhe kreuzförmig um das Strahlrohr ausgerichtet [16].

Die **äußeren Spurdetektoren** stellen den letzten Spurdetektor im LHCb dar. Sie decken den weitaus größeren Bereich der T1-T3 Spurdetektoren ab, der außerhalb der Akzeptanz der IT liegt; dabei übernehmen sie die gleiche Aufgabe, wie die

Inneren Spurdetektoren.

Die Teilchenidentifikation (PID) erfolgt zunächst über zwei Cherenkov-Detektoren: das *Ring Imaging Cherenkov* Detektor-System (**RICH**). Sie dienen vor Allem der Unterscheidung und Bestimmung vieler Hauptzerfallsprodukte der B-Mesonen [14]. Der erste dieser Detektoren (**RICH1**) befindet sich zwischen dem VELO und den T1-T3. Der zweite Detektor (**RICH2**) liegt nach dem letzten Tracking-System, (T3) aber noch vor den Kalorimetern (siehe Abbildung 3.1). Cherenkov-Photonen entstehen, wenn sich ein geladenes Teilchen in einem Medium schneller bewegt, als sich Licht in Selbigem ausbreitet. Der Winkel unter dem diese Photonen abgestrahlt werden, ist abhängig von der Teilchengeschwindigkeit und dem Brechungsindex des Mediums. Daher kann aus diesem Winkel die Geschwindigkeit der Teilchen und zusammen mit dem Impuls die Masse dieser bestimmt werden. Diese Information lässt sich zur Identifikation der Teilchen nutzen. Die Auflösung der Detektoren liegt zwischen 2 und 100 GeV [14].

Bevor die Myonenkammern den Detektor abschließen, vermisst ein Kalorimetersystem die Energie der Teilchen. Dieses besteht aus einem elektromagnetischen Kalorimeter (**ECAL**) und einem hadronischen Kalorimeter (**HCAL**). In diesen Kalorimetern werden alle Teilchen, bis auf Myonen, absorbiert. Dies geschieht über Wechselwirkungen mit dem Material, welche sogenannte Teilchenschauer erzeugen. Diese Schauer deponieren ihre Energie in Szintillatoren, indem sie diese anregen. Die daraufhin von den Szintillatoren emittierten Photonen können als Maß für die Energie der Teilchen gemessen werden. Die Energiebestimmung dient anschließend unter Anderem den Triggern dazu, Teilchen mit hoher transversaler Energie (also großer Impuls vom Strahlrohr weg) herauszufiltern [14]. Das ECAL misst dabei insbesondere die elektromagnetischen Schauer, die von Elektronen oder Photonen ausgelöst werden. Um die Teilchenidentifikation für das Kalorimeter zu verbessern befinden sich hier zwei weitere Detektoren vor dem ECAL.

Das HCAL fungiert wie das ECAL, vermisst dabei aber die von Hadronen (hauptsächlich Pionen, Kaonen und Protonen) ausgelösten Schauer. Es ist hinter dem ECAL positioniert.

Die **Myonenkammern** (**M1-M5** in Abbildung 3.1) detektieren die den Detektor aufgrund ihres geringen Wirkungsquerschnitts größtenteils ungestört durchquerenden Myonen. Sie bestehen aus auf fünf Detektorelemente aufgeteilte Vieldrahtproportionalen Kammern, in welchen die Impulse der Myonen und ihre Spuren gemessen werden. Das erste Detektorelement **M1** befindet sich dabei vor dem Kalorimetersystem und besitzt aufgrund des hohen Teilchenaufkommens sogenannte *triple-GEM*-Folie [13]. Nicht alle Myonen erreichen die Detektoren **M2-M5**, abhängig von ihren Impulsen. Diese befinden sich hinter dem Kalorimetersystem und decken die gesamte Akzeptanz des Detektors ab [14].

4 Analyse des Kontrollkanals

Ziel dieser Analyse ist es die benötigten Größen zur Bestimmung einer Normierungskonstante α für den Signalzerfall $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ zu ermitteln. Diese ist in Gleichung (4.1) definiert.

$$\alpha = \frac{\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow J/\psi K^+) \mathcal{BR}(J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp) (\epsilon_{\text{ges}})_{J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp}}{N_{J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp} (\epsilon_{\text{ges}})_{J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp}} \quad (4.1)$$

Hierbei ist $\mathcal{BR}(J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp)$ das bereits zu $(5,986 \pm 0,033) \%$ [4] vermessene Verzweigungsverhältnis für den Zerfall des J/ψ -Mesons in zwei Myonen. $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow J/\psi K^+)$ ist das zu $(0,1027 \pm 0,0031) \%$ [4] bestimmte Verzweigungsverhältnis für den Zerfall eines B -Mesons in ein J/ψ - und ein K -Meson. $N_{J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp}$ beschreibt die in dieser Arbeit bestimmte Anzahl der gemessenen Signalereignisse für $B \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu\mu)K$. ϵ_{ges} beschreibt die Gesamteffizienzen der Analyse des jeweiligen Kanals. Sie beinhalten die Detektion, Rekonstruktion und Selektion der Ereignisse. Die Normierungskonstante ermöglicht es, systematische Fehler in der Bestimmung der Signalkandidaten und Effizienzen des Signalzerfalls $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ möglichst herauszukürzen und so ein deutlich exakteres Ergebnis zu bestimmen. α kann dazu genutzt werden, zusammen mit der in [1] ermittelten Anzahl erwarteter Signalkandidaten eine Abschätzung für das Verzweigungsverhältnis des Zerfalls $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ nach Gleichung (4.2) zu ermitteln.

$$\mathcal{BR}(J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp) < N_{J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp, 95\%} \cdot \alpha. \quad (4.2)$$

Ideal wäre die Betrachtung eines Datensatzes für $J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp$. Hierzu existiert allerdings bisher keine Vorselektion für Daten des LHCb, da sich diese noch in Vorbereitung befindet. Daher wird ein Datensatz für den Zerfall $B^+ \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu\mu)K^+$ verwendet. Da die Selektion für die darin enthaltenen Ereignisse aufgrund der Abweichung vom Signalzerfall ebenfalls abweichend ist, müssen bestimmte Korrekturen der erwarteten Ereignisse durchgeführt werden. Diese werden in Abschnitt 4.5 diskutiert. Um die benötigten Größen aus dieser Analyse zu bestimmen, wird eine schnittbasierte Selektion des Kontrollkanals durchgeführt, um über die Ermittlung der rekonstruierten Signalereignisse und der dabei auftretenden Effizienzen die Normierungskonstante bestimmen zu können.

4.1 Datensätze

Bei dem für die Analyse des Zerfalls $J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp$ verwendeten Datensatz handelt es sich um im Jahre 2012 am LHCb-Experiment bei einer Schwerpunkstenergie

von $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ aufgenommene Daten, die einer integrierten Luminosität von 2 fb^{-1} entsprechen. Dazu ist eine dem Zerfall $B^+ \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu\mu)K^+$ angepasste Selektion (Stripping Bu2LLK_mmLine) verwendet worden, welche eine Effizienz von $(8,744 \pm 0,006) \%$ aufweist. Die Selektionsvariablen und die zugehörigen Kriterien sind in Tabelle 4.1 aufgeführt. Es wird also die rekonstruierte Masse des B -Mesons auf

Tabelle 4.1: Auf den Datensatz angewendete Selektion.

Selektionsvariable	Bedingung
m_B	$> 5129 < 5429$
$B^+ : \chi_{\text{IP}}^2$	< 25
$B^+ : \chi_{\text{VD,PV}}^2$	> 100
$B^+ : \text{DIRA}$	$> 0,9995$

einen Bereich von $\pm 150 \text{ MeV}$ um die tatsächliche Masse von $(5279,25 \pm 0,26) \text{ MeV}$ eingeschränkt. χ_{IP}^2 ist dabei definiert als der Unterschied zwischen dem χ^2 des Primärvertex' unter Berücksichtigung des beschriebenen Teilchens und jenem ohne Berücksichtigung desselben. Über $\chi_{\text{VD,PV}}^2$ wird die Flugdistanz des B -Mesons, die aufgrund seiner Lebensdauer entfernt vom Primärvertex liegt, nach unten beschränkt. Durch Wahl von Ereignissen mit $B^+ : \text{DIRA}$ nahe 1 werden solche selektiert, deren Winkel zwischen Impuls und rekonstruierter Spur des Teilchens möglichst gering und somit die Übereinstimmung möglichst groß ist. Die verwendeten Daten enthalten dabei etwa 5959563 experimentell gemessene Daten, sowie etwa 2210052 in sogenannten Monte-Carlo-Simulationen generierte.

Monte-Carlo-Simulationen (MC) stellen eine bewährte Methode dar, um die Physik, die eine Theorie beschreibt und die experimentell gemessenen Daten vergleichbar zu machen. Um die Vorhersage für das Signal eines bestimmten Zerfalls in Form einer experimentellen Messung anzupassen, werden verschiedene Algorithmen zur Simulation der Kollisionen sowie deren Messung verwendet. Ziel ist es, die Kollision, anschließende Zerfälle sowie die Wechselwirkungen mit dem spezifischen Detektor möglichst exakt zu simulieren. So entsteht ein Signaldatensatz, welcher unter anderem der Unterdrückung des experimentell gemessenen Untergrundes in Analysen, sowie der Suche nach neuer Physik dient. Bei dem hier verwendeten MC handelt es sich um die Simulation des Zerfalls $B^+ \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu\mu)K^+$. Dabei werden die Proton-Proton-Kollisionen durch das Programm **PYTHIA 8.1** [17] simuliert, welches über komplexe Modelle die entstehenden Teilchen generiert. Zerfallspunkte sowie die Produkte der bei diesen Kollisionen entstehenden B -Mesonen werden durch **EVTGEN** [18] simuliert. Die anschließende Wechselwirkung der Zerfallsprodukte mit dem Detektor konstruiert der Algorithmus **GEANT4** [19], sodass die so entstandenen

Datensätze durch dieselbe Hardware und Software (Trigger, Rekonstruktion etc.), wie die experimentell am LHCb Gemessenen laufen können. Die Umwandlung der berechneten Ereignisse in die dazu benötigten elektrischen Signale übernimmt die Software `BOOLE` [20]. Die Simulation geht dabei von einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ aus. Um die Simulation den Beschaffenheiten des Detektors anzupassen, ist der Winkelbereich der Zerfallsprodukte auf einen etwas größeren als den realen Akzeptanzbereich des Detektors beschränkt. Hierdurch werden Effekte am Rand des Detektors vernachlässigbar.

4.2 Selektion des Kontrollkanals

Die Datensätze für den zu untersuchenden Kontrollkanal $B^+ \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu\mu)K^+$ werden zunächst schnittbasiert selektiert. Es erfolgt also eine Einschränkung auf den physikalisch für den gesuchten Zerfall relevanten Bereich. Dazu werden die in Tabelle 4.2 aufgeführten Bedingungen an die relevanten Ereignisse in dem Datensatz sowohl an die Daten, als auch an die Simulation gestellt. Diese Selektion orientiert sich dabei an der in der Studie zur Signaloptimierung [1] angewendeten.

Tabelle 4.2: Auf den Datensatz angewendete Selektion.

Selektionsvariable	Bedingung
$m_{\mu\mu}$	$> 2946 < 3176$
$\mu^- : \chi_{\text{IP}}^2$	> 36
$\mu^+ : \chi_{\text{IP}}^2$	> 36
$\mu^- : \text{GhostProb}$	$< 0,3$
$\mu^+ : \text{GhostProb}$	$< 0,3$
$J/\psi : \text{BKGCAT(Nur MC)}$	$== 0$
$J/\psi : \text{DIRA}$	> 0

Ziel dieser Selektion ist es, bei möglichst hoher Effizienz auf tatsächlich aus dem untersuchten Zerfall stammenden Ereignissen, möglichst viele Ereignisse aus sogenannten Untergrund-Zerfällen auszuschließen. Der bei allen Messungen unweigerlich in den Messungen dokumentierte Untergrund stellt eine Kombination verschiedener Teiluntergünde dar. Diese haben mitunter sehr unterschiedliche Ursachen. Der teilweise rekonstruierte Untergrund beispielsweise wird von Zerfällen induziert, die teilweise die selben Endprodukte wie der Signalzerfall erreichen, von denen allerdings nicht alle detektiert werden. Er überwiegt im unteren Massenfenster. Auch die Fehlerbehaftung der Messungen der einzelnen Detektorkomponenten erzeugt einen systematischen Untergrund, da die Messprozesse zwangsläufig statistischen

Schwankungen unterliegen. Einen dritten Beitrag liefert der sogenannte kombinatorische Untergrund, der dadurch entsteht, dass beispielsweise zwei aus unabhängigen Zerfällen stammende Myonen, die zusammen zur Masse des J/ψ kombiniert werden damit fälschlicherweise als Signal identifiziert werden.

Es wird zunächst ein Massenfenster von $m_{\mu\mu} = 2946 \text{ MeV}$ bis $m_{\mu\mu} = 3176 \text{ MeV}$ um die rekonstruierte Masse des J/ψ -Mesons von $(3096,916 \pm 0,011) \text{ MeV}$ [4] gelegt. Diese invariante Masse wird aus den Viererimpulsen der beiden Tochtermionen berechnet, sodass durch das Fenster sichergestellt wird, dass diese auch aus einem J/ψ -Zerfall stammen. Die anderen Selektionsbedingungen sind aus einer rekursiven Optimierung des Signalzerfalls $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ aus der parallel durchgeführten Studie [1] übernommen, um eine optimale Vergleichbarkeit zu gewährleisten. Selbstverständlich sind sie für den Zerfall $J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp$ an die beiden Myonen angepasst. Die Bedingungen $\mu^\pm : \chi_{\text{IP}}^2$ geben an, wie gut die rekonstruierten Myonen einem Primärvertex zugeordnet werden können. χ_{IP}^2 ist dabei definiert als der Unterschied zwischen dem χ^2 des Primärvertex' unter Berücksichtigung des beschriebenen Teilchens und jenem ohne Berücksichtigung desselben [21]. Die Variable $\mu^\pm : \text{GhostProb}$ gibt an, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass die Identifikation eines Myons fälschlicherweise stattfand, sodass die Selektion diese Wahrscheinlichkeit auf maximal 30 % beschränkt. $J/\psi : \text{BKGCAT}$ legt fest, dass das in der Simulation rekonstruierte Ereignis auch als Signalereignis erzeugt wurde. Über die Variable $J/\psi : \text{DIRA}$ lässt sich die Übereinstimmung der Richtungen der aus den Vertices rekonstruierten Spuren sowie den Impulsen derselben Teilchen prüfen. Da es sich um den *cosinus* des Winkels zwischen diesen Richtungen handelt, sollte diese Variable möglichst nahe bei 1 liegen. Nach Anwenden der so gewählten Selektion auf die Simulation bleiben 1814293 Ereignisse. Die Effizienz dieser Selektion folgt daher nach Gleichung (4.3). Die Fehlerangaben entsprechen dabei den Binomial-Fehlern.

$$\epsilon_{\text{Selektion}} = \frac{N_{\text{MC-events after selection}}}{N_{\text{MC-events after strip}}} = (82,09 \pm 0,03) \% . \quad (4.3)$$

Des Weiteren werden sogenannte Triggerstufen als Bedingung für die Selektion der relevanten Ereignisse herangezogen. Die Trigger fungieren als Entscheidungskriterien dafür, ob ein Ereignis potentiell interessante Physik bereithält und somit vom Detektor aufgenommen und gespeichert werden soll, oder nicht. Die TOS-Trigger (*triggered on signal*) lösen dabei aus, wenn Teilchen aus Signalzerfällen detektiert werden. Die hier, sowie in der Signalanalyse [1] verwendeten Trigger gliedern sich in die in Tabelle 4.3 aufgeführten drei Stufen L0, HLT1 und HLT2. Diese sortieren nacheinander Ereignisse heraus, die nicht mindestens eine der aufgeführten Bedingungen innerhalb einer Stufe erfüllen. Daher selektiert jede Stufe feiner als die Vorherige. Die Effizienz ϵ dieser drei Triggerstufen, sowie der Selektion bezogen auf die Zahl der Ereignisse

Tabelle 4.3: Auflistung der auf das J/ψ-Meson angewandten Trigger. Ereignisse, die nicht innerhalb jeder einzelnen Triggerstufe mindestens eine Triggerbedingung erfüllen, werden aussortiert.

L0-Trigger
L0MuonDecision_TOS
L0HadronDecision_TOS
HLT1-Trigger
Hlt1TrackAllL0Decision_TOS
Hlt1TrackMuonDecision_TOS
HLT2-Trigger
Hlt2Topo2BodyBBDTDecision_TOS
Hlt2Topo3BodyBBDTDecision_TOS
Hlt2Topo4BodyBBDTDecision_TOS
Hlt2TopoMu2BodyBBDTDecision_TOS
Hlt2TopoMu3BodyBBDTDecision_TOS
Hlt2TopoMu4BodyBBDTDecision_TOS

im Datensatz beträgt für die Simulation den in Gleichung (4.4) aufgeführten Wert.

$$\epsilon_{\text{Trigger}} = \frac{N_{\text{MC-events after trigger}}}{N_{\text{MC-events after selection}}} = (74,15 \pm 0,04) \% . \quad (4.4)$$

Zusammen mit der Generatoreffizienz

$$\epsilon_{\text{gen}} = \frac{N_{\text{Akzeptanz}}}{N_{\text{wahr}}} = (16,099 \pm 0,021) \% \quad (4.5)$$

und der Strippingeffizienz $\epsilon_{\text{strip}} = (8,744 \pm 0,006) \%$ kann so die Gesamteffizienz wie in Gleichung (4.6) berechnet werden.

$$\epsilon_{J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp, \text{ges}} = \epsilon_{\text{gen}} \cdot \epsilon_{\text{strip}} \cdot \epsilon_{\text{Selektion}} \cdot \epsilon_{\text{Trigger}} = (0,857 \pm 0,001) \% \quad (4.6)$$

4.3 Massenfit

Um aus dem so eingeschränkten und selektierten MC-Datensatz die Anzahl der Signalkandidaten $N_{J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp}$ zu bestimmen, wird ein sogenannter *extended maximum-likelihood-fit* [22] der rekonstruierten J/ψ-Masse durchgeführt. Die oben beschriebene Selektion beschränkt den Massenbereich des rekonstruierten J/ψ-Mesons auf einen

Bereich von etwa $[m_{\mu\mu} - 150 \text{ MeV}, m_{\mu\mu} + 80 \text{ MeV}]$. Die Masse des J/ψ -Mesons beträgt $(3096,916 \pm 0,011) \text{ MeV}$ [4]. Diese Einschränkung konzentriert den Fit auf die 60,87 % der gesamten Ereignisse, welche in diesem Bereich liegen, da so das gesamte Signal, aber möglichst wenig Untergrund vorliegen. Gleichzeitig ist das Intervall weit genug gewählt, um auch den eingangs dieses Kapitels beschriebenen Untergrund modellieren zu können. Da das hier verwendete Modelle numerisch sehr stark von der Wahl der Startwerte und der Iterationsintervalle abhängt, wird die Ausgleichsrechnung auf einem auf zufällig ausgewählte 100 000 Ereignisse beschränkten Teil des Gesamtdatensatzes durchgeführt. Hieraus folgt demnach ein Skalierungsfaktor von 13,4524 für die bestimmten Signalereignisse.

Mit Hilfe des frameworks `RooFit` [23] wird die Verteilung der rekonstruierten J/ψ -Masse an ein Gesamtmodell angepasst. Dazu wird für ein aus Signalfunktion und Untergrundfunktion zusammengesetztes Modell der in Gleichung 4.7 dargestellten Form eine Ausgleichrechnung durchgeführt.

$$G(m_{\mu\mu}) = S(m_{\mu\mu}) + B(m_{\mu\mu}) \quad (4.7)$$

$S(m_{\mu\mu})$ beschreibt hierbei das verwendete Signalmodell, während $B(m_{\mu\mu})$ den Untergrund modelliert. Die Verteilung der Massen entspricht in etwa einer Gaußverteilung, zeigt aber an den Rändern sogenannte *Ausläufer*: nicht der Normalverteilung entsprechende, beispielsweise durch Polynome beschriebene Verteilungen. Diese werden unter Anderem durch die Abstrahlung von niederenergetischen Photonen in Form von *final state radiation* erzeugt [24]. Um diese Eigenschaft der Verteilung hinreichend zu modellieren, werden sogenannte *Crystal Ball*-Funktionen (CB) verwendet. Diese zur Modellation asymmetrischer Wahrscheinlichkeitsverteilungen verwendeten Funktionen stellen eine Gaußfunktion dar, welche an einer Seite in eine Potenzfunktion übergeht. Die Darstellung ist in Gleichung 4.8 [24] angegeben, wobei die Parameter A und B stets so bestimmt werden, dass die Funktion analytisch ist.

$$CB(x; \alpha, n, \mu, \sigma, N) = N \cdot \begin{cases} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), & \text{falls } \frac{x-\mu}{\sigma} > -\alpha \\ A \cdot \left(B - \frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-n}, & \text{falls } \frac{x-\mu}{\sigma} \leq -\alpha \end{cases} \quad (4.8)$$

Als Modell für den Untergrund in dieser Messung wird ein exponentieller Zusammenhang der in Gleichung 4.9 dargestellten Form verwendet.

$$B(x; c) = e^{c \cdot x}. \quad (4.9)$$

Da durch nicht gaußverteilte Detektoreffekte *Ausläufer* auch bei höheren Energien entstehen, kann es sinnvoll sein, durch die Kombination von zwei CB-Funktionen, also einem *Double-Crystal-Ball* (DCB) die Modellation dieser zu ermöglichen [25]. Im Folgenden wird der Signalteil der Verteilung der rekonstruierten Masse also als

DCB-Funktion modelliert. Dies entspricht einem Gesamtmodell der in Gleichung 4.10 dargestellten Form.

$$G(m_{\mu\mu}; f) = \text{CB}_1(m_{\mu\mu}; \alpha_1, \mu, \sigma_1, n_1) + f\text{CB}_2(m_{\mu\mu}; \alpha_2, \mu, \sigma_2, n_2) + B(m_{\mu\mu}; c) \quad (4.10)$$

Der Faktor f beschreibt dabei das Verhältnis der beiden CB-Funktionen und liegt zwischen 0 und 1. Zu dieser Funktion wird der oben beschriebene exponentielle Untergrund ($B(m_{\mu\mu})$) hinzugefügt und das so entstehende Gesamtmodell an die Daten angepasst. Dazu werden die in Gleichung (4.10) aufgeführten Parameter mit Hilfe von **Roofit** der Verteilung angepasst. α gibt dabei an, ab wann die Gaußverteilung durch den Potenzzusammenhang ersetzt wird. Dies beeinflusst also, wann die Modellation der *Ausläufer* einsetzt. Ein positives α bedeutet dabei, dass der *Ausläufer* zu kleineren Werten einsetzt, während ein $\alpha < 0$ diesen zu größeren Werten modelliert. μ beschreibt den Wert für das Maximum der Gaußfunktion. Anschaulich beschreibt dies die aus den Daten rekonstruierte Masse des J/ψ -Mesons. Da beide *Crystal Ball*-Funktionen an den gleichen gaußschen Teil der Verteilung angepasst werden, wird über diesen Parameter für beide Funktionen gemeinsam iteriert. Das σ gibt wie bei gaußschen Verteilungen üblich die Breite der Verteilung an. Über den Parameter n kann das Modell für den *Ausläufer* angepasst werden. Der Wert für n gibt den Grad der Potenz an. Die Ausgleichsrechnung ergibt die in Tabelle 4.4 dargestellten Werte für die Parameter. Die Ausgleichsrechnung ist so durchgeführt, dass alle Parameter bis auf n_2 frei sind. Diese Einschränkung ist notwendig, damit die Ausgleichsrechnung auf dem hier vorliegenden Datensatz konvergiert und die Ergebnisse sowie die Fehler stabile Werte annehmen. Der Wert wurde durch schrittweise Annäherung in eigenen Studien bestimmt. Eine Anpassung der Startwerte und Iterationsintervalle böte an diesem Punkt Potential für eine exaktere Untersuchung. Die so definierte Gesamtfunktion, sowie die einzelnen Komponenten sind in Abbildung 4.1 dargestellt. Die Wahl mehrerer CB-Funktionen ermöglicht es unter anderem, die Gaußverteilung, also den Kern des Fits zu verzerren. Auf diese Weise, ist das Gesamtmodell in der Lage auch nicht gaußverteilte Verteilungen in diesem Bereich zu modellieren. Allerdings ist die Ausgleichsrechnung mit **Roofit** für Modelle dieser Art numerisch sehr instabil, sodass die Wahl der Intervalle und Startwerte für die freien Parameter großen Einfluss auf das Ergebnis hat. Daher ist eine systematische und zuvor genau zu untersuchende Bestimmung dieser von Nöten, welche über den in dieser Arbeit gesteckten Rahmen hinaus ginge.

Tabelle 4.4: Auflistung der Fit-Ergebnisse des Signalmodells (DCB), sowie des exponentiellen Hintergrunds. Der Parameter n_2 ist hier auf einen Wert von 40 festgesetzt.

Signalmodell	Fit-Ergebnis
α_1	$1,78 \pm 0,05$
μ	$3097,71 \pm 0,05$
σ_1	$10,0 \pm 0,2$
n_1	$1,10 \pm 0,05$
α_2	$-1,87 \pm 0,08$
σ_2	$15,6 \pm 0,4$
f	$0,39 \pm 0,03$
n_{BKG}	303 ± 135
n_{Sig}	99700 ± 334
Untergrundmodell	Fit-Ergebnis
c	$-1,1 \cdot 10^{-6} \pm 4,5 \cdot 10^{-3}$

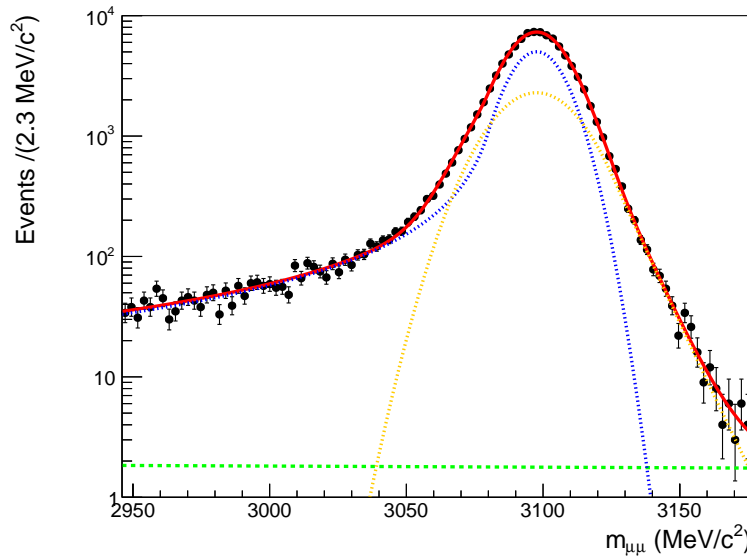


Abbildung 4.1: Verteilung der J/ψ -Masse sowie das Ergebnis des DCB-Fits. (schwarz: Daten, grün: Untergrund, rot: Gesamtmodell, blau: CB1, orange: CB2).

Über die Skalierung mit dem Faktor 13,4524 folgen für die Anzahl der Signal-

sowie der Untergrundereignisse $n_{\text{Sig, skaliert}} = 1341204 \pm 4493$ und $n_{\text{BKG, skaliert}} = 4076 \pm 1816$. Diese sind als Parameter für die Kombination aus Untergrund- und Signalmodell über die Ausgleichsrechnung bestimmt worden und entsprechen der durch dieses Modell dargestellten Verteilung der Signalereignisse bzw. der Untergrundereignisse.

Um der oben beschriebenen numerischen Instabilität vorzubeugen, kann beispielsweise die sogenannte IPATIA-Funktion als Signalmodell verwendet werden. Diese ist in Referenz [25] genau beschrieben. Das ihr zugrunde liegende Modell berücksichtigt die oben erwähnten *Ausläufer* und ermöglicht die Verzerrung der gaußschen 'Kernverteilung'. Die Funktionsvorschrift hat die in Gleichung 4.11 dargestellte Form.

$$I(m, \mu, \sigma, \lambda, \zeta, \beta, a, n) \propto \begin{cases} ((m - \mu)^2 + A_\lambda^2(\zeta)\sigma^2)^{\frac{1}{2}\lambda - \frac{1}{4}} e^{\beta(m - \mu)} \cdot K_{\lambda - \frac{1}{2}} \left(\zeta \sqrt{1 + \left(\frac{m - \mu}{A_\lambda(\zeta)\sigma} \right)^2} \right), & \text{wenn } \frac{m - \mu}{\sigma} > -a \\ \frac{G(\mu - a\sigma, \mu, \sigma, \lambda, \zeta, \beta)}{\left(1 - m \left(n \frac{G(\mu - a\sigma, \mu, \sigma, \lambda, \zeta, \beta)}{G'(\mu - a\sigma, \mu, \sigma, \lambda, \zeta, \beta)} - a\sigma \right) \right)^n}, & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.11)$$

Die Funktion $G(\mu - a\sigma, \mu, \sigma, \lambda, \zeta, \beta)$ ist dabei der für $\frac{m - \mu}{\sigma} > -a$ definierte Zusammenhang. Bei K handelt es sich um Bessel-Funktionen dritter Gattung. A_λ steht der Übersichtlichkeit halber als Abkürzung für

$$A_\lambda^2 = \frac{\zeta K_\lambda(\zeta)}{K_{\lambda+1}(\zeta)}.$$

Die Ipatia-Funktion modelliert die Verteilung der rekonstruierten Masse sowohl im Bereich der J/ψ -Masse, als auch im Bereich der *Ausläufer* äußerst exakt. Allerdings ist auch hier die Wahl der Startwerte für die Iterationen entscheidend für die Konvergenz der Ausgleichsrechnung. Eine systematische Bestimmung solcher Startwerte ginge über den Rahmen dieser Bachelorarbeit hinaus; prinzipiell stellt die Durchführung einer solchen Ausgleichsrechnung allerdings eine Möglichkeit der Weiterführung dieser Analyse dar. Eine grobe Ausgleichsrechnung ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Es zeigt sich, dass der Fit schon in diesem frühen Stadium der Massenverteilung sehr gut entspricht.

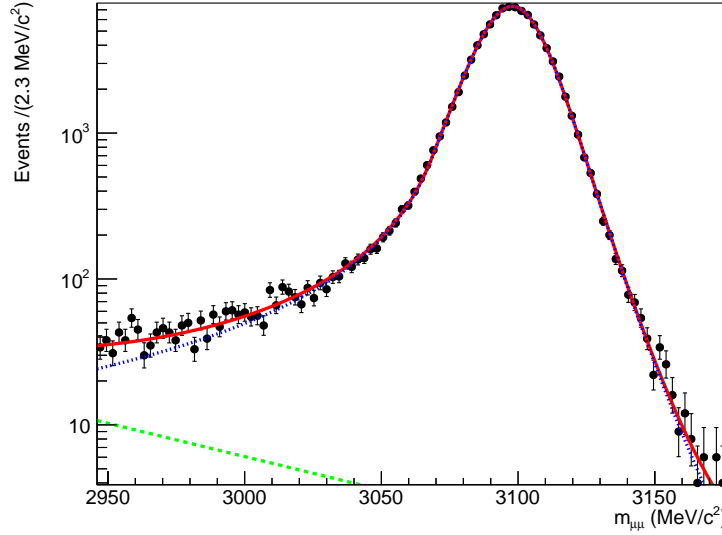


Abbildung 4.2: Verteilung der J/ψ -Masse sowie eine grobes Fit-Ergebnis für die IPATIA-Funktion. (grün: Untergrund, rot: Gesamtmodell, blau: IPATIA).

4.4 Bestimmung der Signalkandidaten

Die in Abschnitt 4.3 durchgeführte Ausgleichsrechnung ermöglicht die Abschätzung der Anzahl der Signalkandidaten für $J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp$. Diese folgt aus dem Ergebnis für die Ausgleichsrechnung des *Double Crystal Ball*-Modells. Es ergibt sich der in Gleichung (4.12) beschriebene Wert.

$$N_{J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp} = 1\,341\,204 \pm 4493 \quad (4.12)$$

Die Zahl der Signalkandidaten beträgt damit $(99,7 \pm 0,3)\%$ der in dem Datensatz nach der Selektion noch enthaltenen Ereignisse.

4.5 Bestimmung der Normierungskonstante

Aus der parallel durchgeführten Analyse [1] wird die Gesamteffizienz für die Bestimmung der Signalkandidaten zu

$$\epsilon_{J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp, \text{tot}} = (1,2 \pm 0,4) \cdot 10^{-6} \quad (4.13)$$

referenziert. Das Verzweigungsverhältnis für den Zerfall $J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp$ ist zu $(5,961 \pm 0,033) \%$ und das für den Zerfall $B \rightarrow J/\psi X$ zu $(1,094 \pm 0,032) \%$ bestimmt [4]. Der in dieser Analyse verwendete Datensatz unterscheidet sich von dem in der Analyse [1] verwendeten in der Vorselektion. Die Kandidaten für den Zerfall $J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp$ werden so selektiert, dass die Impulse der beiden Myonen die Masse des J/ψ -Mesons rekonstruieren und dass das J/ψ -Meson zusammen mit dem K^+ aus dem Zerfall eines B -Mesons stammt. Für die Selektion der Kandidaten für $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ werden zwar auch Elektron-Myon-Paare gesucht, deren Impulse die Masse des J/ψ -Mesons rekonstruieren, allerdings wird hier nicht die Rekonstruktion zu einem B -Meson vorgenommen. Sie wird dadurch ersetzt, dass der Zerfallsvertex der Myonen nicht direkt am Kollisionspunkt liegen darf. Da dieser Unterschied Einfluss auf die Zahl der Signalkandidaten hat, bedarf es einer Korrektur.

Dazu wird zunächst über die in dieser Arbeit bestimmte Anzahl an $J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp$ Zerfällen auf die Zahl der insgesamt erzeugten B^+ -Mesonen zurückgerechnet. Diese Zahl folgt über den in Gleichung (4.14) definierten Zusammenhang.

$$N_{B^+} = \frac{N_{J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp}}{\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow J/\psi K^+) \mathcal{BR}(J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp)} \cdot \frac{1}{(\epsilon_{\text{ges}})_{J/\psi \rightarrow \mu^\pm \mu^\mp}} \quad (4.14)$$

$$= (2,56 \pm 0,08) \cdot 10^{12}$$

Die Zahl der B^- -Mesonen entspricht der der B^+ -Mesonen. Unter der Annahme, dass die Zahl der B^0 in etwa der der B^+ entspricht (also $f_u \approx f_d$), folgt die Zahl beider B -Mesonen als das Doppelte, der in Gleichung (4.14) bestimmten Zahl. Schließlich muss die bestimmte Zahl noch um die in Gleichung (4.15) definierte Zahl der B_s -Mesonen erweitert werden; wieder unter der Annahme, dass $f_u \approx f_d$. Auch hier berücksichtigt ein Faktor 2 das ladungskonjugierte Teilchen. Das Verhältnis, in welchem diese im Vergleich zu B_0 -Mesonen produziert werden entspricht in etwa dem in dieser Gleichung angegebenen Faktor $f_s/f_d = 0,267 \pm 0,020$ [26].

$$N_{B_s} \approx N_{B^+} \cdot \frac{f_s}{f_u} = N_{B^0} \cdot \frac{f_s}{f_d} = (6.8 \pm 0.6) \cdot 10^{11} \quad (4.15)$$

Aus diesem Wert lässt sich dann über das Verzweigungsverhältnis für den Zerfall in J/ψ -Mesonen die korrigierte Zahl der Signalkandidaten bestimmen. Die so bestimmte, korrigierte Zahl der J/ψ -Mesonen folgt damit nach Gleichung (4.16).

$$N_{\text{korr}} = (2N_{B^+} + 2N_{B_s} + N_{B^0}) \cdot \mathcal{BR}(B \rightarrow J/\psi X) = (9,9 \pm 0,4) \cdot 10^{10} \quad (4.16)$$

Über den eingangs beschriebenen Zusammenhang (4.1) für die Normierungskonstante und $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow J/\psi K^+) = (0,1027 \pm 0,0031) \%$ [4] kann diese nun mit Hilfe der

bestimmten Werte berechnet werden:

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{1}{N_{\text{kor}} \cdot (\epsilon_{\text{ges}})_{J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp}} \\ &= (1,3 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}\end{aligned}$$

4.6 Obere Abschätzung für das Verzweigungsverhältnis

Die Normierungskonstante α ermöglicht nun zusammen mit der in der Analyse des Zerfalls $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ bestimmten Anzahl an Signalkandidaten das Bestimmen einer oberen Abschätzung für das Verzweigungsverhältnis $\mathcal{BR}(J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp)$. Dieses berechnet sich gemäß des in Gleichung (4.2) angegebenen Zusammenhanges zu:

$$\begin{aligned}\mathcal{BR}(J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp) &< N_{J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp, 95\%} \cdot \alpha = (7 \pm 1) \cdot ((1,3 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}) \\ &= (9,2 \pm 3,4) \cdot 10^{-5}.\end{aligned}\tag{4.17}$$

5 Ergebnisse der Analyse

Die in dieser Arbeit über die Analyse des Zerfalls $B^+ \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu\mu)K^+$ bestimmte Normierungskonstante beträgt $\alpha = (1,3 \pm 0,4) \cdot 10^{-5}$. Daraus folgt über die in der Analyse [1] ermittelten Größen eine obere Abschätzung für das Verzweigungsverhältnis des Zerfalls $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ von

$$\mathcal{BR}(J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp) < (9,2 \pm 3,4) \cdot 10^{-5}. \quad (5.1)$$

Diese Arbeit stellt in Kombination mit der Analyse [1] eine erste Untersuchung des verbotenen Zerfalls $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ mit Daten des LHCb-Detektors dar. Aus diesem Grunde ist zunächst die Frage zu klären, ob die durchgeführten Messungen für eine signifikante Aussage genügen. Aus den hier beschriebenen Ergebnissen lässt sich ableiten, dass eine solche Analyse mit Daten des LHCb möglich ist. Auch der hier verwendete Kontrollkanal eignet sich zur Bestimmung der Normierungskonstante. Die Annahmen in der Bestimmung des Korrekturfaktors in Abschnitt 4.5 und die daraus resultierenden Ungenauigkeiten lassen sich mit Hilfe eines in der Selektion dem in [1] verwendeten entsprechenden Datensatz beispielsweise vermeiden. Das hier ermittelte Ergebnis lässt sich so mit der passenden Selektion noch optimieren. Das bestimmte Verzweigungsverhältnis liegt nicht unterhalb der momentan besten Abschätzung [9] von $1,5 \cdot 10^{-7}$ (90 % Konfidenzlevel). Allerdings beschränkt der enge zeitliche Rahmen einer Bachelorarbeit die Optimierungsmöglichkeiten dieser Analyse stark. Dennoch kann aus dieser Analyse und der parallel durchgeführten [1] eine Abschätzung der Größenordnung 10^{-5} getroffen werden. Eine weitergehende Optimierung der Analysen verspricht also eine weitere Verbesserung dieser Abschätzung.

5.1 Ausblick

Die in dieser Arbeit durchgeführte Bestimmung der Normierungskonstante lässt sich in einigen Belangen unabhängig von der Detektorleistung weiterführend genauer ausführen. Die in Kapitel 4 beschriebene Selektion könnte auf eine effizientere Methodik der Suche nach angemessenen Schnitten untersucht werden. Auch die in Abschnitt 4.3 beschriebene Funktion zur Modellation des Signales lässt sich mit einer differenzierteren Parametrisierung erweitern. Hierzu ist eine Studie zur Bestimmung geeigneter Startwerte und Parameterintervalle für die Ausgleichsrechnung sinnvoll. Die Signalmodellation lässt sich wie in Abschnitt 4.3 kurz beschrieben durch etwaige besser an das Problem angepasste Funktionen verbessern. Die Ipatia-Funktion ist hier ein Beispiel. Außerdem lässt sich der Untergrund durch komplexere Funktionen

als dem hier verwendeten exponentiellen Zusammenhang exakter darstellen. Dies würde selbstverständlich auch Einfluss auf die Ergebnisse der Signalmodellation nehmen. Abgesehen davon lässt sich die Aussagekraft der hier bestimmten oberen Grenze auch durch einen größeren Datensatz verstärken, da vor Allem in der Signalanalyse statistische und auch systematische Fehler bei der geringen Zahl an erwarteten Signalkandidaten eine wichtige Rolle spielen. Trotz der eben beschriebenen Optimierungsmöglichkeiten stellt diese Bachelorarbeit eine gute Abschätzung für das obere Limit des Verzweigungsverhältnisses dar und zeigt, dass eine Analyse des Zerfalls $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ mit Daten des LHCb möglich ist.

Literaturverzeichnis

- [1] M. Becker. „Suche nach dem Lepton-Flavor verletzenden Zerfall $J/\psi \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ am LHCb-Experiment. Optimierte Signalselektion“. Bachelorarbeit. TU Dortmund, 2016.
- [2] D. Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. 8. Auflage. Wiley-VCH, 2010.
- [3] F. Halzen und A.D. Martin. *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*. Wiley-VCH, 1984.
- [4] K. A. Olive et al. „Review of Particle Physics“. In: *Chin. Phys.* C38 (2014). 090001. DOI: 10.1088/1674-1137/38/9/090001.
- [5] Stéphane Lavignac. *Theoretical introduction to (charged) lepton flavour violation*. 2009. URL: http://gdrneutrino.in2p3.fr/meetings/27_04_2009_LPNHE/GT2/GDR_nu_280409.pdf.
- [6] E. Nardi J. Bernabeu und D. Tomasini. „ $\mu - e$ conversion in nuclei and Z' physics“. In: *Nuclear Physics B* B409 (1993), S. 69.
- [7] N. Sakai. „Naturalnes in supersymmetric GUTS“. In: *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields* 11 (1981), S. 153.
- [8] W. Buchmüller, R. Rückl und D. Wyler. „Leptoquarks in lepton-quark collisions“. In: *Physics Letters B* 191.4 (1987), S. 442–448. DOI: 10.1016/0370-2693(87)90637-X.
- [9] The BESIII Collaboration. „Search for the lepton flavor violation process $J/\psi \rightarrow e\mu$ at BESIII“. In: *Phys. Rev.* D87 (2013). 112007. arXiv: 1304.3205.
- [10] Europäische Organisation für Kernforschung. *LHC- Large Hadron Collider*. 2016. URL: <http://www.lhc-facts.ch/>.
- [11] The ATLAS Collaboration. „Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC“. In: *Phys.Lett.* B716 (2012), S. 1–29. DOI: 10.1016/j.physletb.2012.08.020. arXiv: 1207.7214.
- [12] The CMS Collaboration. „Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC“. In: *Phys. Lett.* B 716 (2012), S. 30. DOI: 10.1016/j.physletb.2012.08.021. arXiv: 1207.7235.
- [13] J.A.N. van Tilburg. „Track Simulation and Reconstruction in LHCb“. Diss. Vrije U., Amsterdam, 2005. URL: <http://www-spires.fnal.gov/spires/find/books/www?cl=QC793.3.T67T35::2005>.

-
- [14] R. Antunes-Nobrega et al. „LHCb reoptimized detector design and performance: Technical Design Report“. In: *CERN-LHCC-2003-030 ; LHCb-TDR-9*. Technical Design Report LHCb (2003). URL: <https://cds.cern.ch/record/630827>.
- [15] Europäische Organisation für Kernforschung. 2016. URL: http://lhcb.web.cern.ch/lhcb/speakersbureau/html/bb_ProductionAngles.html (besucht am 11.06.2016).
- [16] P. R. Barbosa-Marinho et al. „Technical Design Report LHCb“. In: *CERN-LHCC-2002-029 ; LHCb-TDR-8* (2002). URL: <http://cds.cern.ch/record/582793>.
- [17] T. Sjöstrand, S. Mrenna und P. Skands. „A Brief Introduction to PYTHIA 8.1“. In: *Comput.Phys.Commun.* (2007). DOI: 10.1016/j.cpc.2008.01.036. arXiv: 0710.3820.
- [18] A. Ryd et al. *EvtGen: A Monte Carlo Generator for B-Physics*. 2005. eprint: OEVTGEN-V00-11-06.
- [19] S. Agostinelli et al. „Geant4—a simulation toolkit“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 506.3 (2003), S. 250–303. DOI: 10.1016/S0168-9002(03)01368-8.
- [20] M. Cattaneo. *Boole: The LHCb digitization program*. 2004. URL: <http://lhcb-comp.web.cern.ch/lhcb-comp/Digitization>.
- [21] R. Aaij et al. „Measurement of the difference of time-integrated CP asymmetries in $D^0 \rightarrow K^- K^+$ and $D^0 \rightarrow \pi^- \pi^+$ decays“. In: *Phys. Rev. Lett.* 116 (2016). 191601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.191601. eprint: arXiv:1602.03160.
- [22] Roger Barlow. „Extended maximum likelihood“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 297.3 (1990), S. 496–506. DOI: 10.1016/0168-9002(90)91334-8.
- [23] W. Verkerke und D. Kirkby. *The RooFit toolkit for data modeling*. 2003. eprint: arXiv:physics/0306116.
- [24] T. Skwarnicki. „A study of the radiative CASCADE transitions between the Upsilon-Prime and Upsilon resonances“. Diss. Cracow, INP, 1986. URL: http://lss.fnal.gov/cgi-bin/find_paper.pl?other/thesis/skwarnicki.pdf.
- [25] D. Martínez Santos und F. Dupertuis. „Mass distributions marginalized over per-event errors“. In: *NIM A* 764 (2013), S. 150. DOI: 10.1016/j.nima.2014.06.081. eprint: arXiv:1312.5000.

- [26] R. Aaij et al. „Measurement of b hadron production fractions in 7 TeV pp collisions“. In: *Phys. Rev. D* 85 (2012). 032008. DOI: 10.1103/PhysRevD.85.032008. eprint: [arXiv:1111.2357](https://arxiv.org/abs/1111.2357).
- [27] Philipp Lehman et al. *The Biblalex Package. Programmable Bibliographies and Citations*. 2014. URL: <ftp://ftp.fu-berlin.de/tex/CTAN/macros/latex/contrib/biblalex/doc/biblalex.pdf>.
- [28] *Gnu-Make Homepage*. 2014. URL: <http://www.gnu.org/software/make/>.
- [29] *Pep et al. Toolbox – L^AT_EX-Folien*. 2014. URL: <http://toolbox.pep-dortmund.org/files/archive/2014/latex.pdf>.
- [30] *Git Bash - Download*. 2014. URL: <http://msysgit.github.io/>.
- [31] Joseph Wright. *siunitx - A comprehensive (SI) units package*. 2013. URL: <http://mirror.selfnet.de/tex-archive/macros/latex/contrib/siunitx/siunitx.pdf>.

Danksagung

Das Entstehen dieser Arbeit und insbesondere die vielen lehrreichen und faszinierenden Momente währenddessen sind das Resultat der Unterstützung und des Einsatzes vieler Einzelner. Für diese Unterstützung und auch Herausforderung möchte ich an dieser Stelle ein riesiges **Dankeschön** loswerden!

Ich möchte sehr herzlich Johannes Albrecht dafür danken, dass ich die Möglichkeit haben durfte eine Bachelorarbeit in seiner Arbeitsgruppe zu schreiben. Die unbedingte Einbindung in den Alltag des Lehrstuhls und die professionelle und engagierte Unterstützung während der gesamten Zeit waren eine großartige Erfahrung. Ich bin sehr dankbar dafür, dass mir stets mit Rat und Tat zur Seite gestanden wurde. Ich möchte auch Herrn Spaan sehr herzlich für das Lesen und beurteilen meiner Arbeit danken.

Auch die Zusammenarbeit in der "Bachelorguppe" war von einer Atmosphäre der Zusammenarbeit und Unterstützung geprägt, die das Arbeitsklima sehr angenehm gestaltete. Ich möchte daher meinen drei Mitstreitern für die Unterstützung und hin und wieder fürs "Ertragen" danken. Mit euch zu arbeiten war eine Bereicherung! Großartige Unterstützung durfte ich auch von sehr vielen Lehrstuhlmitgliedern erfahren. Danke dafür, dass mir immer wieder spontan für allerlei Fragen und Probleme Zeit und Geduld gewidmet wurde. Ich danke sehr herzlich Max, Konstantin, Tobi, Daniel, Nico und Matthias für die maßgebliche Unterstützung.

Natürlich möchte ich auch von ganzem Herzen meiner Familie und meinen Freunden danken, die sich besonders in den letzten Wochen oft mit sehr wenig Zeit und spärlichen Rückmeldungen zufrieden geben mussten. Danke Julian!

Zuletzt kann ich mit Worten gar nicht genug der Person danken, die für diese Arbeit weitaus mehr Strapazen auf sich genommen hat, als man überhaupt von jemandem erwarten kann. Steffi, ein **Riesendankeschön** für die schier unendliche Geduld, für die großartige Stimmung, für die du gesorgt hast, für das Gefühl bei allen Problemen und Unsicherheiten eine Ansprechpartnerin zu haben, die sich voll einsetzt und stets kompetente Lösungen parat hat, dafür dass du viele Male sehr viel deiner Zeit, immer wieder bis in die Abendstunden für uns eingesetzt hast und das mit einer Selbstverständlichkeit... und dafür, dass du die Nerven behalten hast, auch wenn ich ab und zu sehr beanspruchend war und gegen Ende auch ab und zu nicht mehr ganz so entspannt... Danke für die Unterstützung bei der Erlangung dieses Abschlusses. Um es mit deinen Worten zu sagen: *hervorragend!*

