

# Computational Physics

## Übungsblatt 7

Ausgabe: 09.06.2017

Abgabe: 16.06.2017 bis 10:00 Uhr

---

### Verständnisfragen

- Was ist der Zusammenhang zwischen Nullstellenbestimmung und Fixpunktsuche?
- Welche Verfahren zur Nullstellenbestimmung in einer Dimension kennen Sie? Wann konvergieren diese? Was ändert sich bei der Nullstellenbestimmung in mehreren Dimensionen?
- Was ist ein Bifurkationsdiagramm?

### Aufgabe 1. Bifurkationsdiagramme (10 P.)

Berechnen und plotten Sie die Bifurkationsdiagramme für die Abbildungen

(a) logistische Abbildung ( $x_n \in [0, 1]$ )

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n), \quad (1)$$

(b) kubische Abbildung ( $x_n \in [-\sqrt{1+r}, \sqrt{1+r}]$ )

$$x_{n+1} = rx_n - x_n^3, \quad (2)$$

durch numerische Iteration. Iterieren Sie hierzu zunächst solange, bis Sie einen Fixpunkt oder ein Orbit gefunden haben. Plotten Sie dann einige Glieder der Folge. Welches Verhalten stellen Sie abhängig von  $r$  fest? Was passiert bei großen  $r$ ?

**Abgabe:** Plots der beiden Bifurkationsdiagramme

### Aufgabe 2. Magnetisierung des Ising-Modells (10 P.)

Lösen Sie die Mean-Field Gleichung für die Magnetisierung  $m$  des Ising-Modells

$$m = \tanh\left(\frac{H + Jzm}{k_B T}\right) = \tanh\left(\frac{H + k_B T_c m}{k_B T}\right) \quad (3)$$

mit  $k_B T_c = zJ$  numerisch mittels des Newton-Raphson-Verfahrens.

- (a) Berechnen Sie numerisch für  $H/k_B T_c \in \{0, 0.1, 0.5\}$  die Magnetisierung  $m(T)$  als Funktion von  $T$ . Plotten Sie die Kurven im Bereich  $0 < T/T_c < 3$ . Interpretieren Sie das Ergebnis physikalisch. Wie entsteht der Verlauf?

**Abgabe:** Plot der drei Magnetisierungen  $m(T)$

- (b) Berechnen Sie für  $T/T_c \in \{0.5, 1.0, 1.5\}$  numerisch die Magnetisierung  $m(H)$  als Funktion von  $H$ . Plotten Sie die Kurven im Bereich  $-3 < H/k_B T < 3$ . Interpretieren Sie das Ergebnis physikalisch. Wie entsteht der Verlauf? Was passiert für  $T < T_C$ ?

**Abgabe:** Plot der drei Magnetisierungen  $m(H)$

*Hinweis:* Wählen Sie die Startwerte für Ihr Newton-Raphson-Verfahren so, dass Sie alle Lösungen von  $m$  finden.