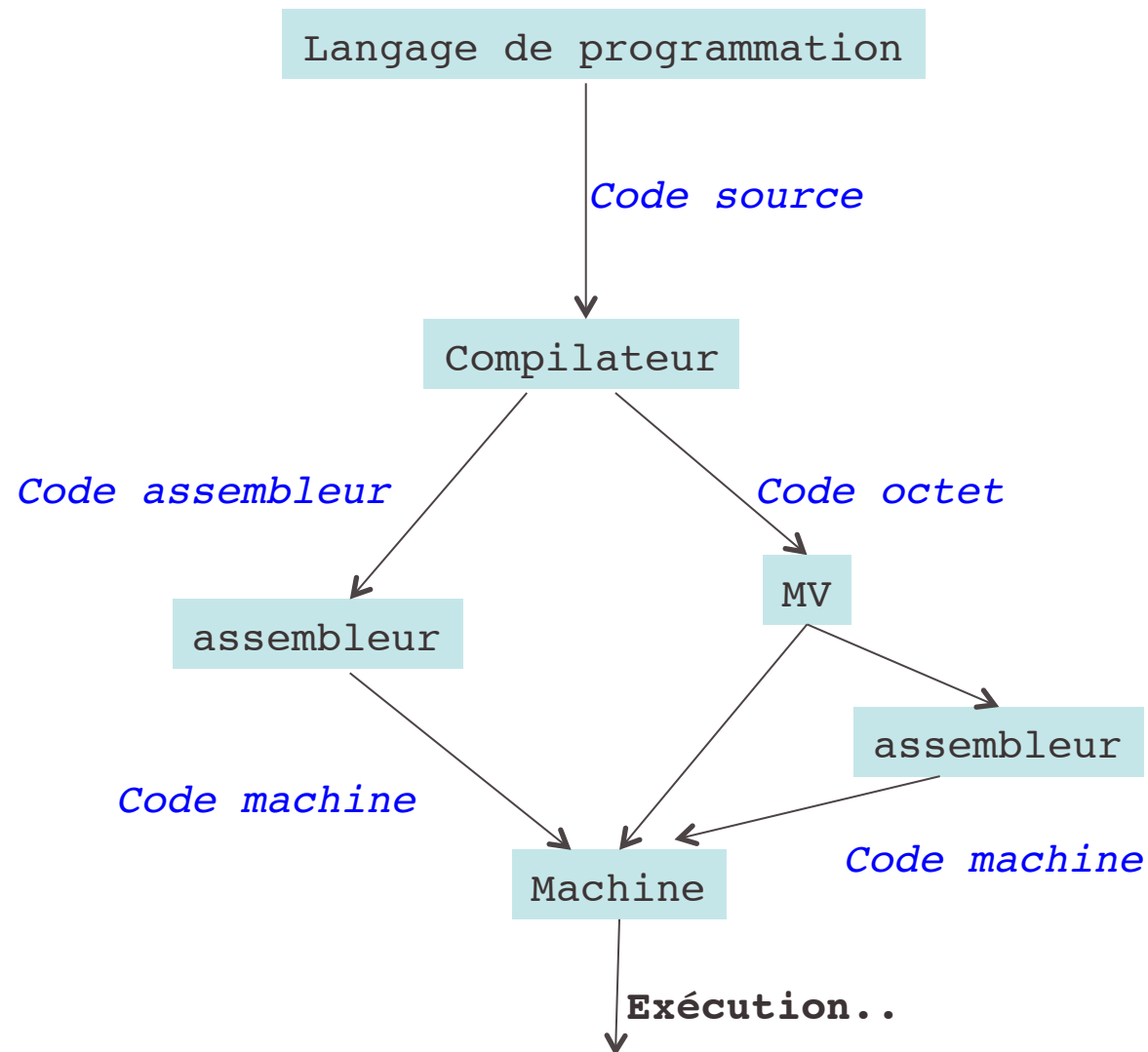


Compilation Avancée (MII 90) 2014

Cours 2-3 : Machines Abstraites

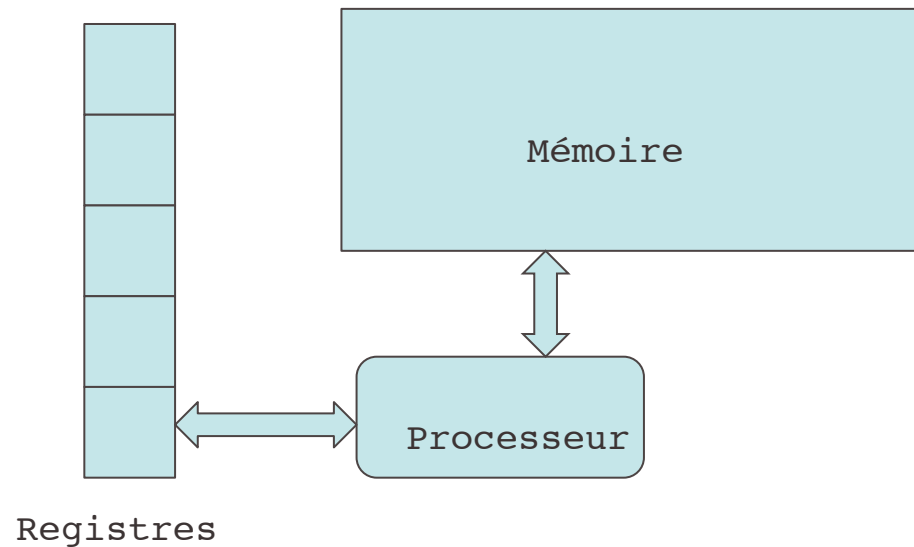
Du langage au code machine

Introduction



Code machine

Modèle de von Newman



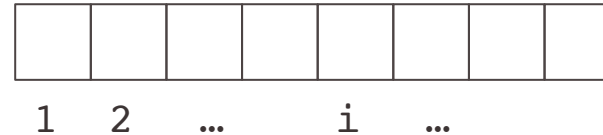
Le programme réside dans la mémoire et le processeur l'interprète, on parle de Machine Universelle.

Le programme est un donnée.

La différence principale entre les processeurs sont les registres et le jeu d'instructions

Registres

Compile (exp , i)



Compile (cte, i) = **mov** R_i , cte

Compile (variable, i) = **load** R_i , variable

Compile (e1 + e2, i) = **Compile** (e1 , i); **Compile** (e2 , i+1); **add** R_i , R_i , R_{i+1}

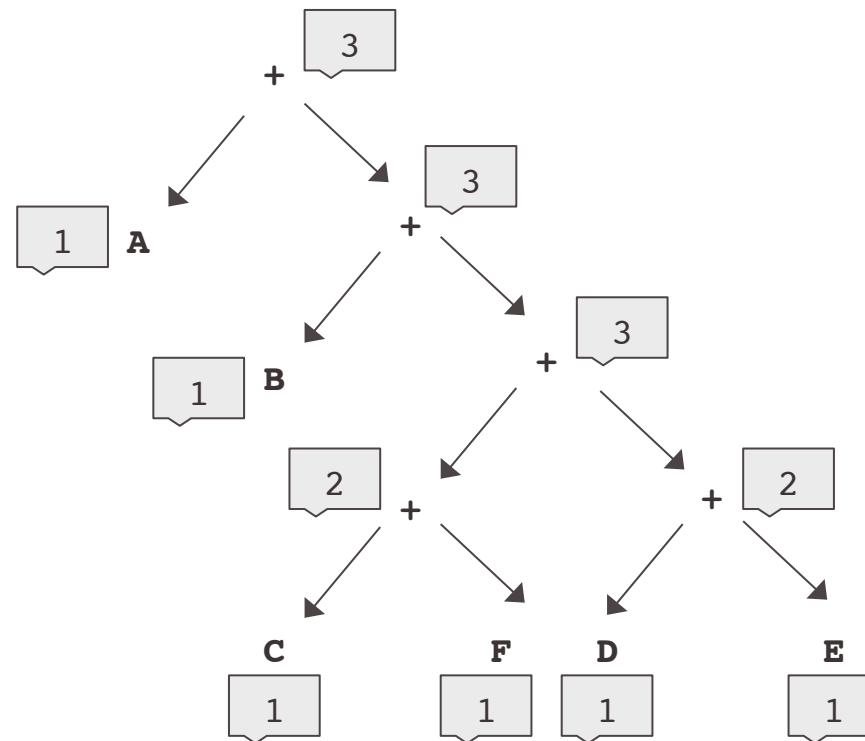
Registres

Compile (A+B+C+D+E, 0)

```
load R0, A  
load R1, B  
load R2, C  
load R3, D  
load R4, E  
add R3, R3, R4  
add R2, R2, R3  
add R1, R1, R2  
add R0, R0, R1
```

Registres

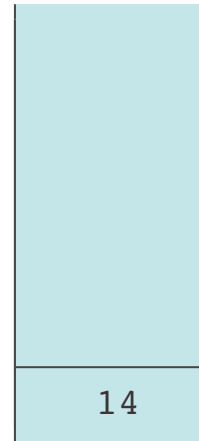
$e1 + e2$ utilise N registres avec

$$N = \begin{cases} \max(N1, N2) & \text{si } N1 \neq N2 \\ 1 + N1 & \text{si } N1 = N2 \end{cases}$$


Piles

Mini-FORTH

2 + (3*4) s'écrit **2 3 4 * +**



opérateur := opPile | opArith | opBool

opPile := DUP | DROP | SWAP | ROT

opArith := * | + | / | - | mod

opPile := = | > | < | <>

Mini-FORTH

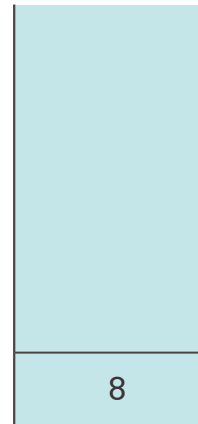
Definition := : NOM **liste_de_mots**

liste_de_mots := vide | mot **liste_de_mots**

: CARRE DUP *

: CUBE DUP CARRE *

2 CUBE



Factorielle

Cond := IF **liste_de_mots** THEN | IF **liste_de_mots** THEN **liste_de_mots** ELSE

: FACT DUP I > IF DUP I – FACT * THEN

3 FACT

Processeurs CISC/RISC

Complex Instruction Set 8086 ou Motorola 68000

Instructions complexes :

- Taille variable
- Mélangent mémoire et registres
- Grande cardinalité

Les instructions ne sont pas primitives. Sucre pour le programmeur qui veut générer de code à la main.

Peu de registres

Reduced Instruction Set G4 Alpha Sparc

Instructions simples :

- Homogènes
- 2 instructions entre registres et mémoire (r/w) sinon elles sont entre registres
- Petite cardinalité

Plus facile pour générer de code automatiquement

32 registres

L'écart entre les deux n'est pas si grand.
On fait des mélanges (Intel)

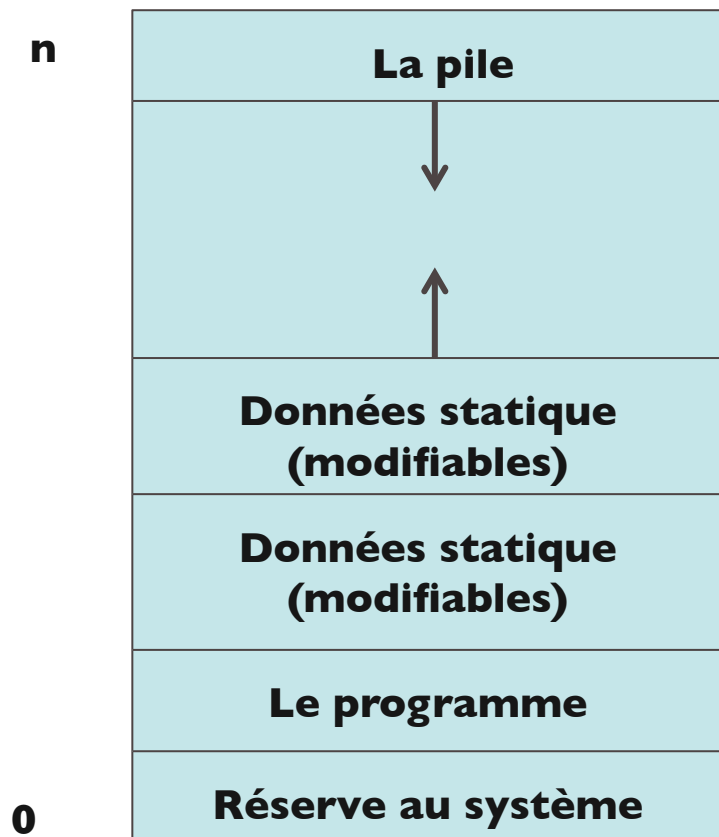
MIPS (les registres)

Nom	Numéro	Usage
zero	0	Zéro (toujours)
at	1	Réservé par l'assembleur
v0 .. v1	2 .. 3	Retour de valeurs
a0 .. a3	4 .. 7	Passage d'arguments
t0 .. t7	8 .. 15	Temporaires non sauvegardés
s0.. s7	16 .. 23	Temporaires sauvegardés
t8.. t9	24 .. 25	Temporaires non sauvegardés
k0.. k1	26 .. 27	Réservés par le système
gp	28	Global Pointer
sp	29	Stack Pointer
fp	30	Frame Pointeur
ra	31	Return Address

Il y a des registres spécifiques au processeur e.g. gp, sp

MIPS (*microprocessor without interlocked pipeline stages*)

De type RISC utilisé surtout par les systèmes SGI, mais aussi dans les consoles Nintendo, Play Station, etc.



Le MIPS (le jeu d'instructions)

add r1, r2, o qui place $r2 + o$ dans r1

4 modes d'adressage (les arguments) :

- ① Immédiat : un entier
- ② Direct : le contenu du registre
- ③ Indirect : le contenu de l'adresse contenue dans un registre
- ④ Indirecte : le contenu de l'adresse contenue dans un registre
 Indexé augmenté d'un déplacement

Uniquement 2 instruction interagissent avec la mémoire :

- ① **lw** r1, n(r2): place dans r1 le mot contenu à l'adresse (r2+o)
- ② **sw** r1, n(r2): place le mot contenu dans r1 à l'adresse (r2+o)

Uniquement 2 instruction interagissent avec la mémoire :

- ① **jne** r,a,l : saute à l'adresse l si r et a sont différents
- ② **jal** o : saute à l'étiquette o et mets pc + 1 dans ra

Le MIPS (le jeu d'instructions)

Syntaxe	Effet
move r_1, r_2	$r_1 \leftarrow r_2$
add r_1, r_2, o	$r_1 \leftarrow o + r_2$
sub r_1, r_2, o	$r_1 \leftarrow r_2 - o$
mul r_1, r_2, o	$r_1 \leftarrow r_2 \times o$
div r_1, r_2, o	$r_1 \leftarrow r_2 \div o$
and r_1, r_2, o	$r_1 \leftarrow r_2 \text{ land } o$
or r_1, r_2, o	$r_1 \leftarrow r_2 \text{ lor } o$
xor r_1, r_2, o	$r_1 \leftarrow r_2 \text{ lxor } o$
sll r_1, r_2, o	$r_1 \leftarrow r_2 \text{ lsl } o$
srl r_1, r_2, o	$r_1 \leftarrow r_2 \text{ lsr } o$
li r_1, n	$r_1 \leftarrow n$
la r_1, a	$r_1 \leftarrow a$

Syntaxe	Effet
lw $r_1, o(r_2)$	$r_1 \leftarrow \text{tas.}(r_2 + o)$
sw $r_1, o(r_2)$	$r_1 \rightarrow \text{tas.}(r_2 + o)$
slt r_1, r_2, o	$r_1 \leftarrow r_2 < o$
sle r_1, r_2, o	$r_1 \leftarrow r_2 \leq o$
seq r_1, r_2, o	$r_1 \leftarrow r_2 = o$
sne r_1, r_2, o	$r_1 \leftarrow r_2 \neq o$
j o	$pc \leftarrow o$
jal o	$ra \leftarrow pc + 1 \wedge pc \leftarrow o$
beq r, o, a	$pc \leftarrow a$ si $r = o$
bne r, o, a	$pc \leftarrow a$ si $r \neq o$
syscall	appel système
nop	ne fait rien

Le langage assembleur

Conversion vers le code machine. La traduction du langage machine en langage assembleur est facile. Elle permet de présenter les instructions machine (mots de 32 bits) sous une forme plus lisible.

Assembleur	Langage machine	Commentaire
<code>blt <i>r, o, a</i></code>	<code>slt \$1, <i>r, o</i></code> <code>bne \$1, \$0, <i>a</i></code>	Justifie le registre at (\$1) réservé par l'assembleur.
<code>li \$t0, 400020</code>	<code>lui \$1, 6</code> <code>ori \$8, \$1, 6804</code>	charge les 16 bits de poids fort puis les 16 bits de poids faible
<code>add \$t0, \$t1, 1</code>	<code>addi \$8, \$9, 1</code>	addition avec une constante
<code>move \$t0, \$t1</code>	<code>addu \$8, \$0, \$9</code>	addition "unsigned" avec zéro

Assembleur (exemples)

La fonction minimum en Pascal :

```
if t1 < t2 then t3 := t1
else t3 := t2
```

blt \$t1, \$t2, Then	# si t1 < t2 saut à Then
move \$t3, \$t2	# t3 := t2
j End	# saut à End
Then: move \$t3, \$t1	# t3 := t1
End:	# fin du programme

Assembleur (exemples)

Pascal : calcule dans $t2 = 0$ la somme des entiers de 1 à $t1$:

```
while t1 > 0 do
begin t2 := t2 + t1; t1 := t1 - 1 end
```

```
While:
  if t1 <= 0 then goto
End
  else begin
    t2 := t2 + t1;
    t1 := t1 - 1;
    goto While
  end;
End:
```

```
While:
  ble $t1, $0, End
  add $t2, $t2, $t1
  sub $t1, $t1, 1
  j While
End:
```

```
  j test
:Loop
  add $t2, $t2, $t1
  sub $t1, $t1, 1
:Test
  bgt $t1, $0, Loop
```

Assembleur (allocation dynamique des données)

```
.data
.align 2          # aligner sur un mot (2^2 octets)
globaux :         # début de la zone des globaux
tableau :         # adresse symbolique de tableau
.space 4000       # taille en octets
c :
.space 1          # 1 octet
.align 2
i :
.space 4          # 4 octets

                # allouer a0 octets de mémoire
brk:            # procédure d'allocation dynamique
li $v0, 9       # appel système 9
syscall         # alloue une taille a0 et
j $ra           # retourne le pointeur dans v0
```

Assembleur (Procédures simples)

```
        .data                # de la donnée
nl:
        .asciiz "\n"         # la chaîne "\n"
        .text                # du code
writeln:                        # l'argument est dans a0
        li $v0, 1             # le numéro de print_int
        syscall              # appel système
        li $v0, 4             # la primitive print_string
        la $a0, nl            # la chaîne "\n"
        syscall
        j $ra                 # retour par saut à l'adresse ra

__start :
        li $a0 , 1            # a0 <- 1
        jal writeln           # ra <- pc+1; saut à writeln
        li $a0 , 2            # on recommence avec 2
        jal writeln
```

Assembleur (récursivité)

Pour sauver un registre `r` sur la pile :

```
sub $sp, $sp, 4    # alloue un mot sur la pile
sw  r, 0($sp)      # écrit r sur le sommet de la pile
```

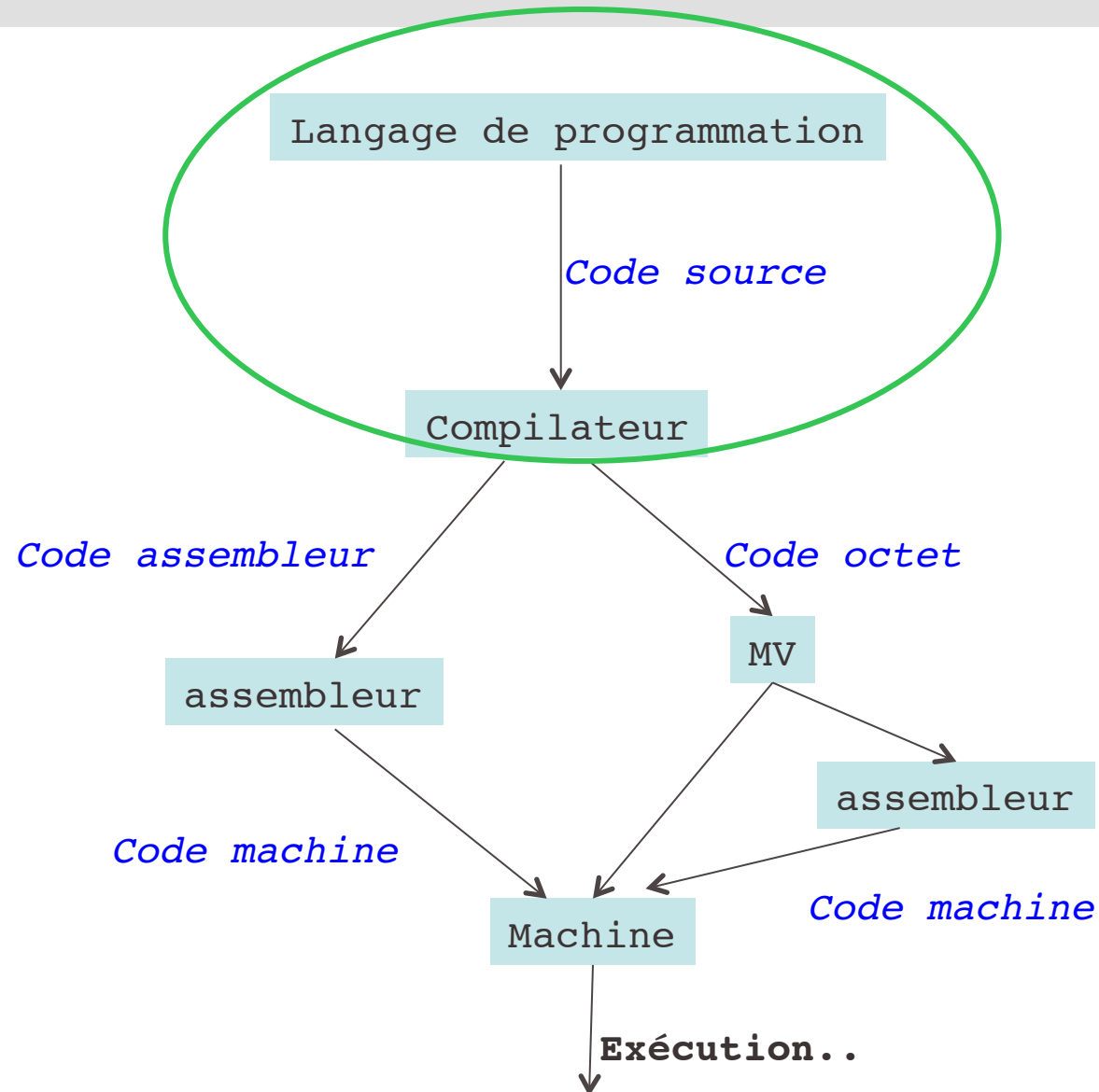
Pour restaurer un mot de la pile dans un registre `r` :

```
lw  r, 0($sp)      # lit le sommet de la pile dans r
add $sp, $sp, 4    # désalloue un mot sur la pile
```

Assembleur (récursivité)

```
fact :  
    blez $a0 , fact_0      # si a0 <= 0 saut à fact 0  
    sub $sp , $sp , 8      # réserve deux mots en pile  
    sw $ra , 0($sp )       # sauve l'adresse de retour  
    sw $a0 , 4($sp )       # et la valeur de a0  
    sub $a0 , $a0 , 1      # décrémente a0  
    jal fact               # v0 <- appel récursif (a0-1)  
    lw $a0 , 4($sp )       # récupère a0  
    mul $v0 , $v0 , $a0    # v0 <- a0 * v0  
    lw $ra , 0($sp )       # récupère l'adresse de retour  
    add $sp , $sp , 8      # libère la pile  
    j $ra                 # retour à l'appelant  
fact_0 :  
    li $v0 , 1             # v0 <- 1  
    j $ra                 # retour à l'appelant
```

Introduction



Modeles de calcul

Calculabilité

Le but est de déterminer si un problème donné a une solution algorithmique ou non.

Peut-on définir arrêt?

```
(defun boucle () (boucle))
```

```
(defun test (F) (if (arrêt? F) (boucle) 1)))
```

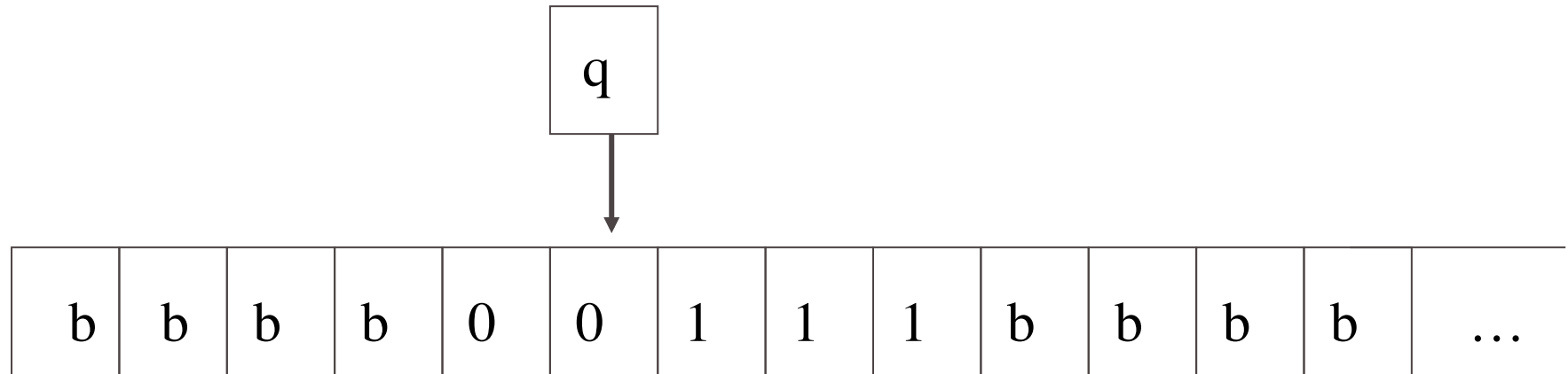
-(test test) se termine alors (arrêt? (test test)) est vraie, mais (test test) boucle

-(test test) ne termine pas alors (arrêt? (test test)) est faux, mais (test test) = 1

La thèse de Church-Turing

- ① Machine de Turing
- ② Lambda Calcul
- ③ Fonctions récursives (partielles)
- ④ Logique de premier ordre

La machine de Turing



$$M = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$$

La machine de Turing

$$Q = \{ q_0, \dots, q_k \}$$

$q_0 \in Q$ état initial

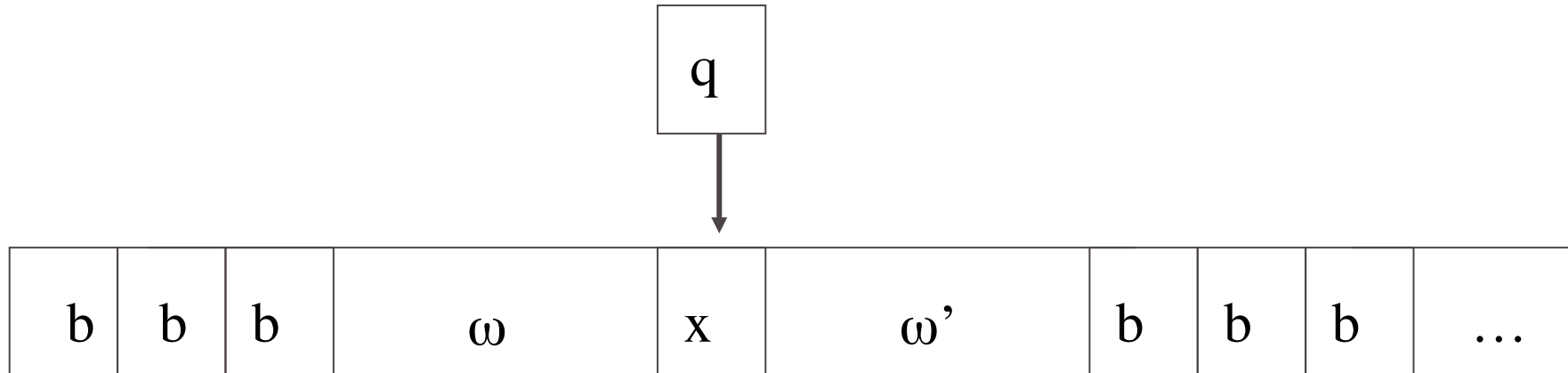
$F \subseteq Q$ états finaux

$\Sigma = \text{alphabet } \{0, 1, b\}$

$$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Sigma \times \{G, D, S\}$$

$$\delta(q_1, 1) = (q_2, 0, D)$$

Description instantanée



$$\alpha = (q, \omega, x, \omega')$$

où

$$q \in Q$$

$$x \in \Sigma$$

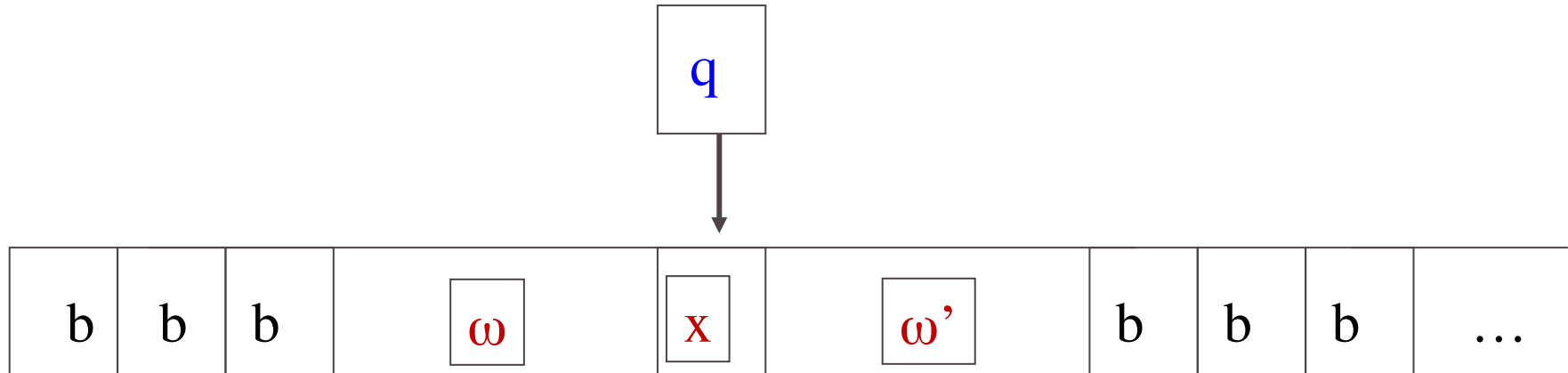
$$\omega, \omega' \in \Sigma^*$$

MT non-déterministes

Tout est pareil sauf que δ est une relation

$$\delta \subseteq Q \times \Sigma \times Q \times \Sigma \times \{G, D, S\}$$

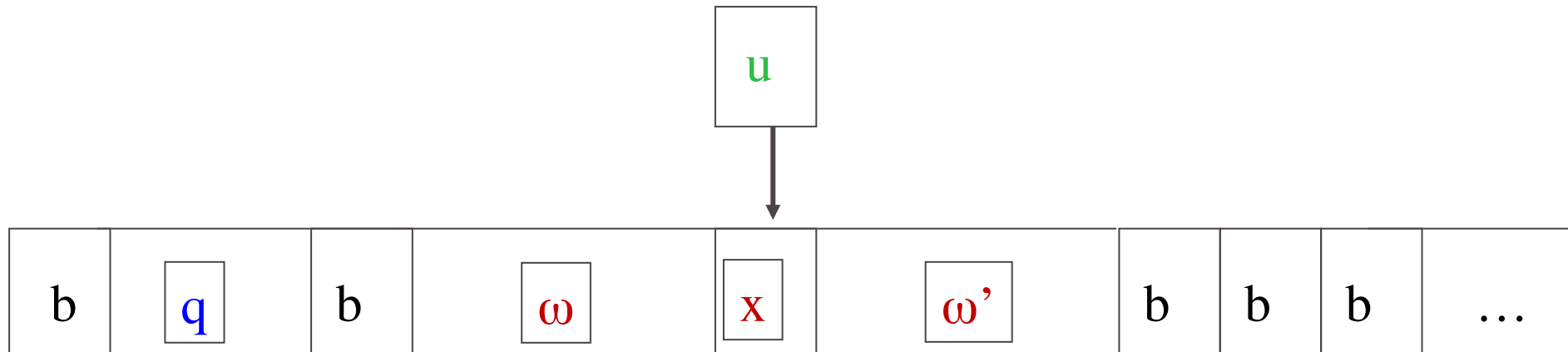
Machine universelle



L'entrée est ω, x, ω'

Le programme est donnée par q

Machine universelle



L'entrée est ω, x, ω'

Le programme est donnée par q

u définit la machine universelle

Syntaxe

$$E ::= x$$
$$E ::= E E \quad (\text{Application})$$
$$E ::= \lambda x E \quad (\text{Abstraction})$$

La β -réduction

Redex

$(\lambda x.M) N$

Forme normale

E tq. E n'a pas de redex

$(\lambda x.M) N \rightarrow_{\beta} M[N/x]$

$((\lambda x. \lambda y. (x)y) b) c \rightarrow_{\beta} (\lambda y. (b)y) c$

$\rightarrow_{\beta} (b) c$

Stratégies d'évaluation

$$(\lambda y. v) (\underbrace{(\lambda x. (x) x)} \quad \underbrace{\lambda x. (x) x})$$

$$\rightarrow_{\beta} (\lambda y. v) (\underbrace{\lambda x. (x) x} \quad \underbrace{\lambda x. (x) x})$$

$$\rightarrow_{\beta} (\lambda y. v) (\lambda x. (x) x) \quad \lambda x. (x) x$$

...

$$\underbrace{(\lambda y. v)} \quad \underbrace{((\lambda x. (x) x) \quad \lambda x. (x) x)}$$

$$\rightarrow_{\beta} v$$

Appel par nom

Réduire tjrs le *redex* le plus à gauche

$$\underline{\lambda v. (\lambda z. z)} \left(\left(\lambda w. w \right) \left(x \left(\lambda y. y \right) \right) \right)$$

✓ $\lambda x. z \text{ (fact 10)} \rightarrow_{\beta} z$

✗ $\lambda x. x + x \text{ (fact 10)} \rightarrow_{\beta} (\text{fact 10}) + (\text{fact 10})$

Appel par valeur

Réduire tjrs le *redex* le plus à gauche, mais si l'argument du *redex* est une valeur

$$\lambda v. (\lambda z. z) (\underbrace{ (\lambda w. w) (x \ (\lambda y. y)) })$$
$$\lambda x. x + x \text{ (fact 10)} \quad \rightarrow_{\beta} \quad \lambda x. x + x \text{ 3628800}$$
$$\quad \rightarrow_{\beta} \quad 7257600$$

Evaluation paresseuse

Réduire tjrs le *redex* le plus à gauche, mais si il n'est pas contenu dans une abstraction

$$\lambda v. (\lambda z. z) ((\lambda w. w) (x (\lambda y. y)))$$

Récurtivité

$MULT = \lambda x. \lambda y. \lambda z. (x) (y) z$ $IF = \lambda x. \lambda y. \lambda z. ((x) y) z$

...

$FACT = \lambda n. (((IF) (ZERO?) n) 1) ((MULT) n) (FACT) (PRED) n$

$H = \lambda \mathbf{f}. \lambda n. (((IF) (ZERO?) n) 1) ((MULT) n) (\mathbf{f}) (PRED) n$

$FACT \rightarrow_{\beta} (H) FACT$

J'ai besoin d'un **Y** tq.

$\mathbf{Y}(H) \rightarrow_{\beta} FACT \rightarrow_{\beta} (H) FACT$

Récurtivité

$$\mathbf{Y}(\mathbf{E}) \rightarrow_{\beta} \mathbf{G} \rightarrow_{\beta} (\mathbf{E})\mathbf{G}$$

$$\mathbf{Y} = \lambda h. (\lambda x. (h)(x) x) \lambda x. (h)(x) x$$

$$\rightarrow_{\beta} (\lambda h. (\lambda x. (h)(x) x) \lambda x. (h)(x) x) \mathbf{E}$$

$$\rightarrow_{\beta} (\lambda x. (\mathbf{E})(x) x) \lambda x. (\mathbf{E})(x) x = \mathbf{G}$$

$$\rightarrow_{\beta} (\mathbf{E}) (\lambda x. (\mathbf{E})(x) x) \lambda x. (\mathbf{E})(x) x$$

$$= (\mathbf{E}) \mathbf{G}$$

Machines abstraites pour les langages fonctionnels

Modèles d'exécution

- Interprétation :**

Parcours de l'AST.

- Compilation en code natif :**

Séquence d'instructions machine.

- Compilation en code d'une machine abstraite :**

Séquence d'instructions abstraites. Ces instructions sont celles d'une machine abstraite, proches des opérations du langage source.

Une machine abstraite (super simple)

Le langage :

$e := N \mid e + e \mid e - e$

Le jeu d'instructions de la machine :

CONST(N) empiler l'entier N

ADD dépiler deux entiers, empiler leur somme

SUB dépiler deux entiers, empiler leur différence

Schéma de compilation :

$C[N] = \text{CONST}(N)$

$C[a1 + a2] = C[a1]; C[a2]; \text{ADD}$

$C[a1 - a2] = C[a1]; C[a2]; \text{SUB}$

Exemple :

$C[5 - 1 + 2] = \text{CONST}(5); \text{CONST}(1); \text{CONST}(2); \text{ADD}; \text{SUB}$ 43

Une machine abstraite pour les additions

Composants de la machine :

- ① Un pointeur de code
- ② Une pile

Transactions de la machine :

Etat avant		Etat après	
Code	Pile	Code	Pile
CONST(n);c	s	c	n.s
ADD;c	n2.n1;s	c	(n1 + n2).s
SUB;c	n2.n1;s	c	(n1 - n2).s

Evaluation

Etat initial **code** = $C[exp]$ et **pile** = ε

Etat final **code** = ε et **pile** = $v. \varepsilon$ v le résultat

Code	Pile
CONST(3) ; CONST(1) ; CONST(2) ; ADD ; SUB	ε
CONST(1) ; CONST(2) ; ADD ; SUB	$3. \varepsilon$
CONST(2) ; ADD ; SUB	$1.3. \varepsilon$
ADD ; SUB	$2.1.3 \varepsilon$
SUB	$3.3. \varepsilon$
ε	$0. \varepsilon$

Exécution du code par interprétation

Interprète écrit en C ou assembler.

```
int interpreter(int * code)
{
    int * s = bottom_of_stack;
    while (1) {
        switch (*code++) {
            case CONST: *s++ = *code++; break;
            case ADD: s[-2] = s[-2] + s[-1]; s--; break;
            case SUB: s[-2] = s[-2] - s[-1]; s--; break;
            case EPSILON: return s[-1];
        }
    }
}
```

Exécution du code par expansion

Plus vite encore, convertir les instructions abstraites en séquences de code machine.

CONST(<i>i</i>)	---	pushl \$i
ADD	---	popl %eax
		addl 0(%esp), %eax
SUB	---	popl %eax
		subl 0(%esp), %eax
EPSILON	---	popl %eax
		ret

La SECD machine (Landin 64)

FERMETURES

let transpose n = fun x -> x + n

transpose 12

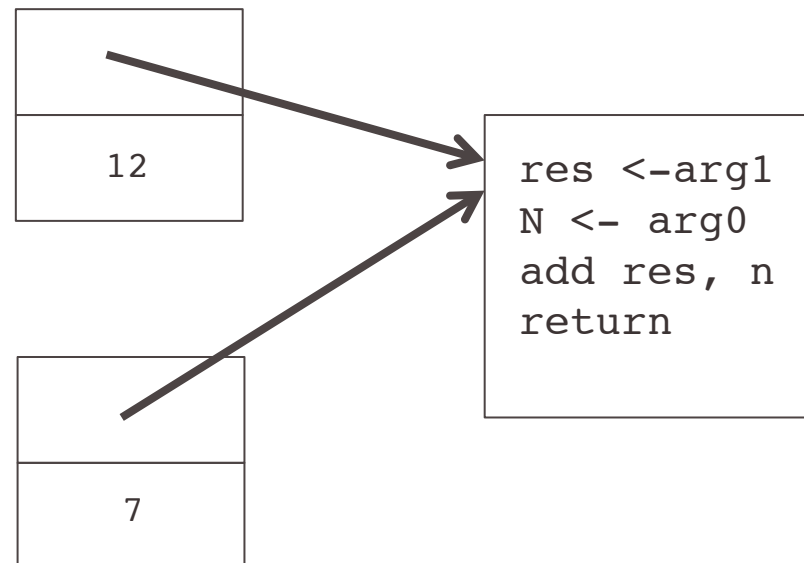
```
res <- arg  
add res, 12  
return
```

transpose 7

```
res <- arg  
add res, 7  
return
```

La solution est de compiler comme une fermeture :

- ① Un pointer vers le code
- ② Environnement pour les variables libres de la fonction



Une machine abstraite pour λ -calcul en appel par valeur

Le langage :

$e := n \mid \lambda a \mid a b$

Composants de la machine :

- ① Un pointeur de code c
- ② Un environnement e associant des valeurs aux variables libres)

Le jeu d'instructions de la machine :

ACCESS(n) empiler la n -ième entrée de l'environnement.

CLOSURE(c) empiler une fermeture du code c avec l'environnement courant.

APPLY dépiler une fermeture et un argument, faire l'application.

RETURN Terminer la fonction en cours, retourner à l'appelant.

Une machine abstraite pour λ -calcul en appel par valeur

Schéma de compilation :

$C[n] =$ **ACCESS**(n)
 $C[\lambda a] =$ **CLOSURE** (C[a]; **RETURN**)
 $C[a \ b] =$ C[a]; C[b]; **APPLY**

Transactions de la machine :

Etat avant			Etat après		
Code	Env	Pile	Code	Env	Pile
ACCESS(n);c	e	s	c	e	e(n).s
CLOSURE(c');c	e	s	c	e	c'[e].s
APPLY;c	e	v.c'[e'].s	c'	v.e'	c.e.s
RETURN;c	e	v.c'.e'.s	c'	e'	v.s

$C[e]$ est la fermeture du code c par l'environnement e

Evaluation

Expression : $(\lambda x x + 1)2$

Code compilé : CLOSURE(c); CONST(2); APPLY

avec c = ACCESS(1); CONST(1); ADD; RETURN

Code	Env	Pile
CLOSURE(c); CONST(2); APPLY	e	s
CONST(2); APPLY	e	c[e].s
APPLY	e	2.c[e].s
C		
ACCESS(1); CONST(1); ADD; RETURN	2.e	ε.e.s
CONST(1); ADD; RETURN	2.e	2.ε.e.s
ADD; RETURN	2.e	1.2.ε.e.s
RETURN	2.e	3.ε.e.s
ε	e	3.s

Notation de Bruijn

$\lambda x.x$

$\lambda x.x \lambda y.xy$

$\lambda x \lambda y \lambda z.x$

$\lambda y.(\lambda xy.x)y$

$\lambda x.\lambda y.xy$

$\lambda 1$

$\lambda 1 \lambda 2 1$

$\lambda \lambda \lambda 3$

$\lambda (\lambda 2 1) 1$

$\lambda \lambda 2 1$

La machine de Krivine pour λ -calcul en appel par valeur

Pareil que avant, mais cette fois la pile et l'environnement ne contiennent pas de valeurs mais de suspensions c-à-d des fermetures $c[e]$ représentant des expressions dont l'évaluation est retardée jusqu'à ce qu'on ait besoin de leur valeur.

Le jeu d'instructions de la machine :

- ACCESS(n)** évalue la n-ième suspension de l'environnement.
- PUSH(c)** empile une suspension pour le code c
- GRAB** dépiler un argument et l'ajoute à l'environnement.

Schéma de compilation :

$C[n] =$	ACCESS(n)
$C[\lambda a] =$	GRAB ; $C[a]$
$C[a\ b] =$	PUSH ($C[b]$) ; $C[a]$

La machine de Krivine

Transactions de la machine :

Etat avant

Etat après

Code	Env	Pile	Code	Env	Pile
ACCESS(n);c	e	s	c'	e'	s si $e(n)=[c',e']$
GRAB;c	e	c'[e'].s	c	c'[e'].s	s
PUSH(c');c	e	s	c	e	c'[e].s

Références

Xavier Leroy

The zinc experiment: an economical implementation of the M1 language

Jean-Pierre FOURNIER

<http://www.infeig.unige.ch/support/cpil/lect/mvp/web.html>

Luc Maranget

Cours de compilation