

最少砝码

问题描述

你有一架天平。现在你要设计一套砝码，使得利用这些砝码可以称出任意 小于等于 N 的正整数重量。

那么这套砝码最少需要包含多少个砝码？

注意砝码可以放在天平两边。

输入格式

输入包含一个正整数 N 。

输出格式

输出一个整数代表答案。

样例输入

```
7
```

样例输出

```
3
```

样例说明

3 个砝码重量是 1、4、6，可以称出 1 至 7 的所有重量。

$$1 = 1;$$

$$2 = 6 - 4 (\text{天平一边放 } 6, \text{ 另一边放 } 4);$$

$$3 = 4 - 1;$$

$$4 = 4;$$

$$5 = 6 - 1;$$

$$6 = 6;$$

$$7 = 1 + 6;$$

少于 3 个砝码不可能称出 1 至 7 的所有重量。

评测用例规模与约定

对于所有评测用例， $1 \leq N \leq 1000000000$ 。

运行限制

- 最大运行时间：1s
- 最大运行内存：512M

代码

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    long long n, cnt = 1, R = 1;
    cin >> n;
    while (n > R){
        R = 3 * R + 1;
        cnt++;
    }
    cout << cnt;
    return 0;
}
```

思路

根据官方描述这是 2021 年的蓝桥杯省赛题，也是一道动态规划题。做起来其实没有什么代码量，主要用到的是动态规划的思路。只要想到了思路，这道题就是非常简单。

通过题目描述我们可以从**不同砝码数对应的最大测量范围**来切入，例如：

- 1 个砝码可以测出 1 的范围；
- 2 个砝码可以测出 1—4 的范围；
- 3 个砝码可以测出 1—13 的范围；
- 4 个砝码可以测出 1—40 的范围；

那么我们怎么得出**不同砝码数对应的最大测量范围**呢？我举个例子，比如我用 2 个砝码可以测出 1—4 的范围（用的是质量 1 和 3 的砝码），那我想测质量为 5 的物品，就得多加砝码。那我肯定想要我加了这个砝码后，可以测出范围更大的质量。我就加质量为 9 的砝码， $9 - 4 = 5$ 。

那我为啥要加 9 呢？我加 10 的话， $10 - 4 = 6$ 。也就是我外加的砝码减去没加前最大的测量范围也得不到我想要的 5，这肯定是不合理的！如果我加的新砝码质量减去之前最大测量范围刚好为之前最大测量范围后 +1 的质量，那便可以得到我加砝码后最大可测范围。我这样说起来是不是有点懵，我们用例子来讲一下就清楚了。

质量为 1 和 3 的砝码，可以测出 1—4 质量的物品。我外加个质量为 9 的砝码，我上面说了可以测出质量为 5 的物品， $9 - 4 = 5$ 。那我是不是也可以一直测出 1—13 的质量范围，6，7，8……13 这些质量的范围可以分别表示为 $9 - 3$ 、 $9 - 2$ 、 $9 - 1$ 、 $9 + 2$ 、 $9 + 2$ 、 $9 + 3$ 、 $9 + 4$ 。

公式

$$R_{i+1} = 3 * R_i + 1$$

推导过程：

$$\text{最大可测范围} + 1 = \text{新加砝码的质量} - \text{最大可测范围} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{新最大可测范围} = \text{最大砝码范围} + \text{新加砝码的质量} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{联立可得：新最大可测范围} = \text{最大可测范围} * 3 + 1;$$