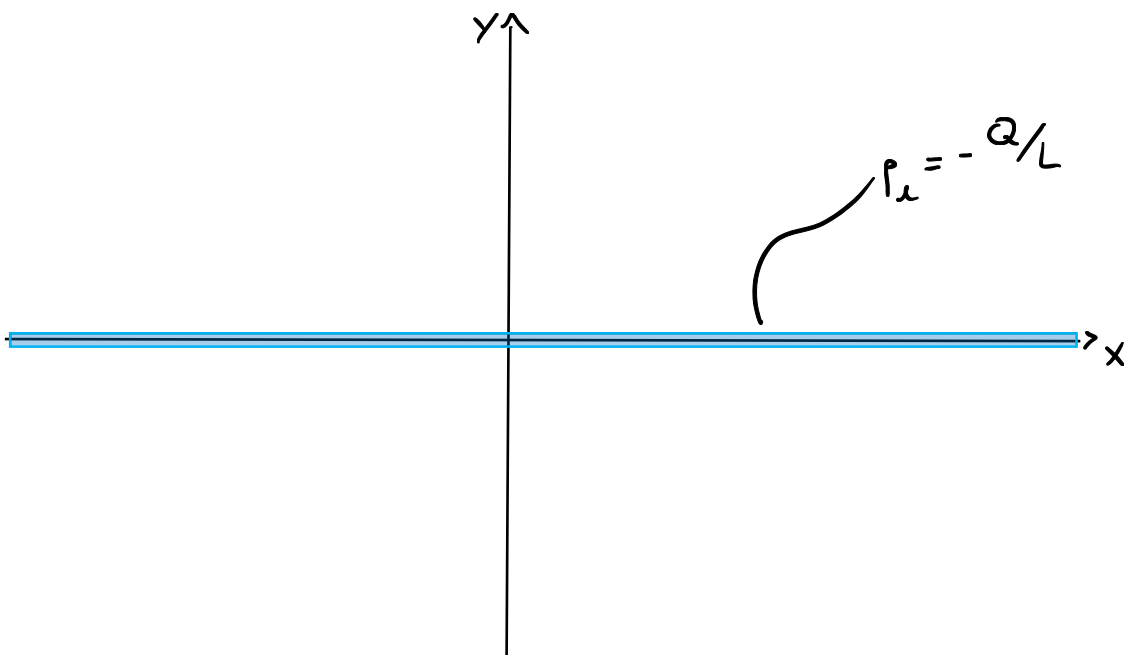


Ukesoppgave 1 - FYS1120

1.18) Vi vet at E -feltet fra en uendelig lang akse med ladningstetthet $\rho_L = Q/L$ er gitt ved $\vec{E} = \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{r}$, hvor \hat{r} er enhetsvektoren som peker ut fra aksen og r er lengden fra aksen.

a) System:



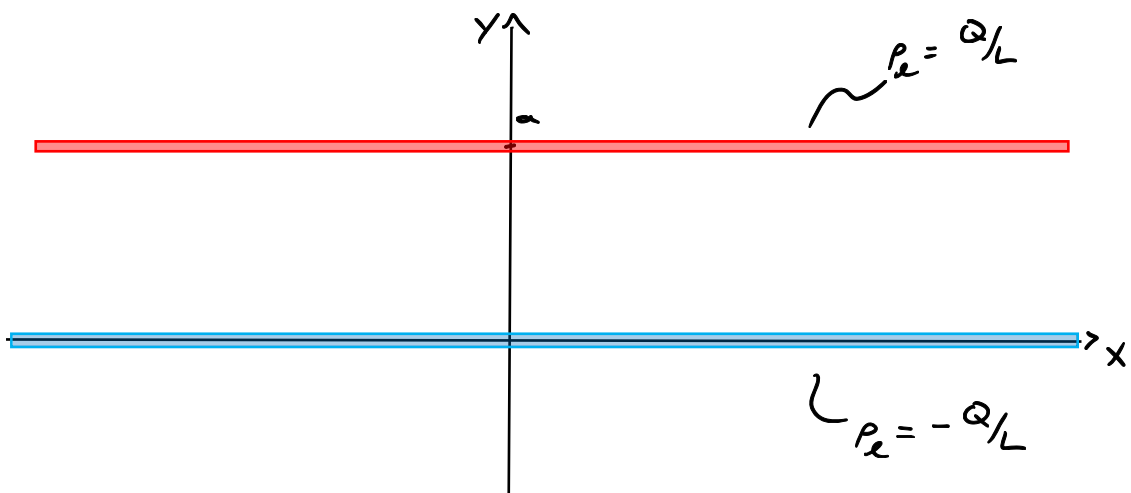
Det elektriske feltet i xy -planet som kommer av den uendelige ladningen langs x -aksen med ladningstetthet $\rho_L = -Q/L$ er da:

$$\vec{E}(x,y) = \frac{-Q/L}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{r}$$

hvor det er kun E -feltet som går parallelt med y -aksen som bidrar til $\vec{E}(x,y)$, altså $\hat{r} = \hat{y}$. Lengden fra x -aksen er gitt ved $r=y$. Altså:

$$\underline{\underline{\vec{E}(x,y) = -\frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0 y} \hat{y}}}$$

b) System:



For den nye uendelige ladningen som går gjennom $(0, a)$ med ladningstetthet $\rho_L = Q/L$ bidrar denne til E -feltet i xy -planet med:

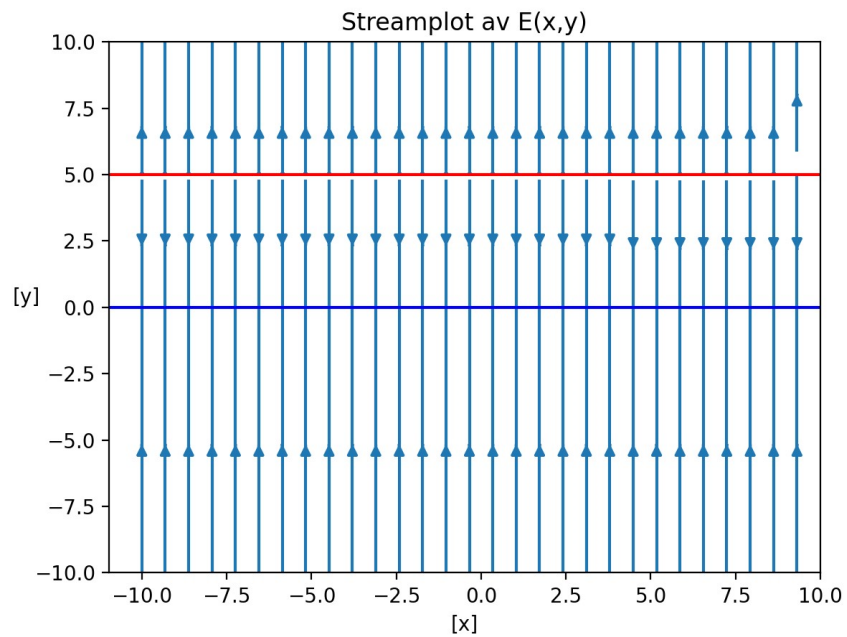
$$\vec{E}_{y=a} = \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0(y-a)} \hat{y}$$

hvor $(y-a)$ er avstanden fra den nye ladningen.

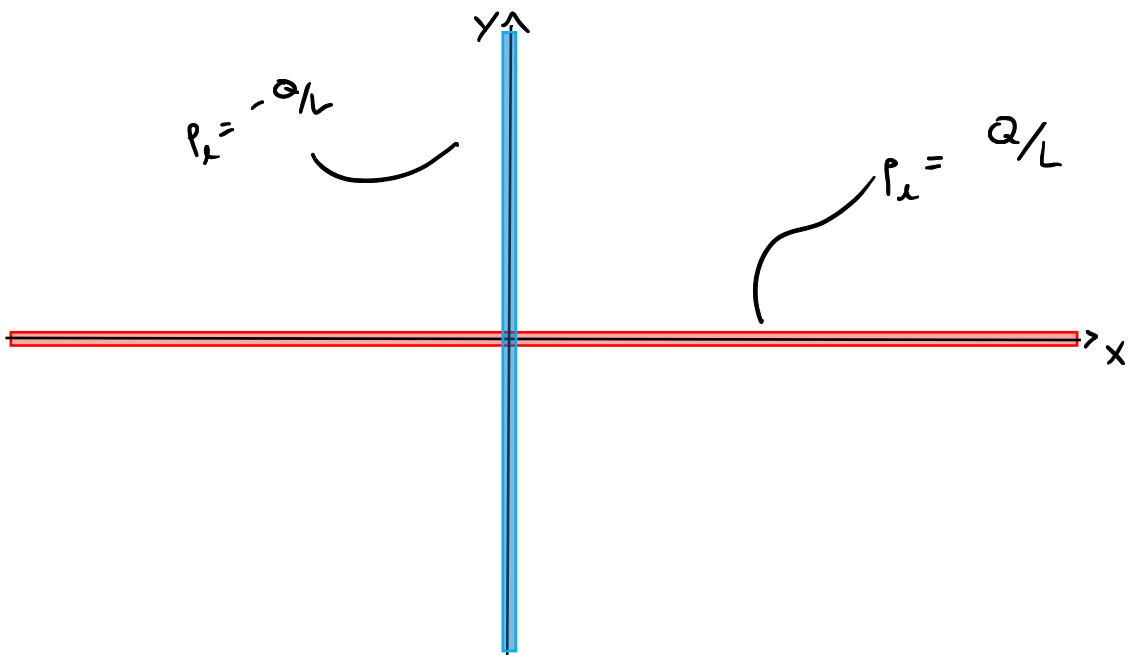
Det totale elektriske feltet i xy -planet er da:

$$\begin{aligned}\vec{E}(x, y) &= -\frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0 y} \hat{y} + \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0 (y-a)} \hat{y} \\&= \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{y} + \frac{1}{y-a} \right) \hat{y} \\&= \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{-(y-a) + y}{y(y-a)} \right) \hat{y} \\&= \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0} \frac{a}{y(y-a)} \hat{y}\end{aligned}$$

Følgende er et plot som illustrerer $\vec{E}(x,y)$ med $a=5$:



c) System:



Her har vi at bidraget fra x-aksen på xy-planet er:

$$\vec{E}_{x\text{-akse}} = \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0 y} \hat{y}$$

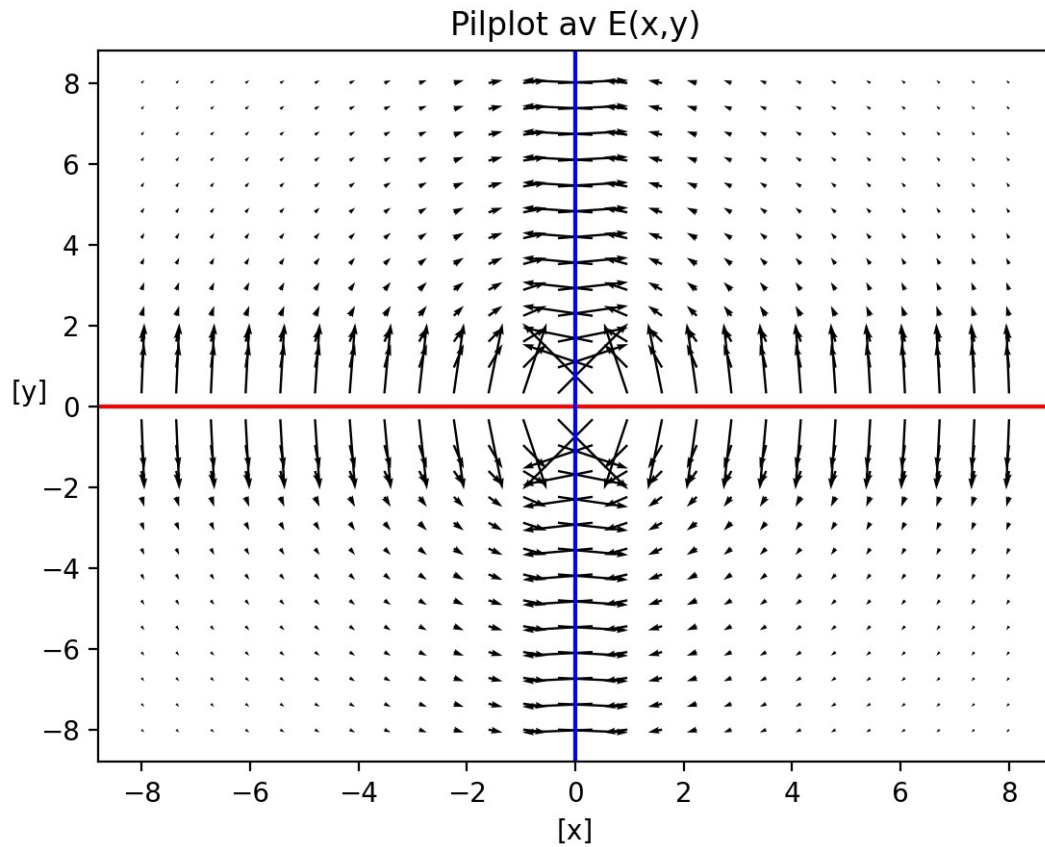
og tilsvarende at bidraget fra y-aksen på xy-planet er:

$$\vec{E}_{y\text{-akse}} = \frac{-Q/L}{2\pi\epsilon_0 x} \hat{x}$$

Tilsammen utgjør dette E-feltet i xy-planet:

$$\begin{aligned}\vec{E}(x,y) &= \vec{E}_{x\text{-akse}} + \vec{E}_{y\text{-akse}} \\ &= \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0 y} \hat{y} - \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0 x} \hat{x} \\ &= \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{y} \hat{y} - \frac{1}{x} \hat{x} \right) \\ &= \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{x}, \frac{1}{y} \right)\end{aligned}$$

Følgende plot visualiserer dette E -feltet:



Dette ser rimelig ut.