

### 1-Integrantes:

Kevin Christian Teixeira Heidorn / RA-12723127838

Zheng Poi King / RA -12723117754

Robson Gabriel Alencar Souza/ RA-1272313956

Pedro Henrique Luz / RA- 12722122396

### 2-Descrição

Este programa implementa uma **simulação de Cadeia de Markov** em linguagem Julia, aplicada, por exemplo, a cenários como previsão de resultados no futebol ou outros sistemas estocásticos. O usuário define uma matriz de transição, escolhe um estado inicial e o número de rodadas (passos) para observar a evolução das probabilidades ao longo do tempo.

#### 2.1-Funcionalidades

- Permite definir qualquer quantidade de estados (N).
- Garante que a matriz de transição seja válida:
  - Cada elemento deve estar no intervalo  $[0, 1]$ .
  - A soma dos elementos de cada linha deve ser igual a 1.
- O usuário escolhe um estado inicial.
- O programa executa a simulação por um número definido de rodadas.
- Exibe a distribuição de probabilidade dos estados após cada rodada.

### 3. Matriz de transição e sua interpretação

### 3.1 Definição

A **matriz de transição** é um dos componentes fundamentais deste programa. Ela representa as probabilidades de transição entre os diferentes estados do sistema, ou seja, a chance de ir de um estado atual para um estado futuro em uma rodada.

No código, essa matriz é construída interativamente pelo próprio usuário, que insere os valores de probabilidade linha por linha.

### 3.2 Regras de Validação

Durante a construção da matriz, o programa garante automaticamente que:

- **Todos os valores devem estar entre 0 e 1**, pois representam probabilidades.
- **A soma dos valores de cada linha deve ser exatamente 1**, garantindo que sempre haja uma transição para algum estado (inclusive permanecer no mesmo).

O código verifica isso a cada entrada de valor e impede que o usuário ultrapasse a soma máxima de 1 na linha, evitando erros comuns de definição.

### 3.3 Interpretação da Matriz de Transição

Seja uma matriz de transição PPP de dimensão  $N \times N$ , onde:

- Cada **linha** representa o **estado atual**.
- Cada **coluna** representa o **próximo estado**.

O elemento  $P[i,j]$  indica a **probabilidade de, estando no estado  $i$ , transitar para o estado  $j$  na próxima rodada**.

**Como interpretar os valores da matriz:**

- Se  $P[1,1]=0.6$ , significa que há **60% de chance de permanecer no estado 1** após uma rodada.
- Se  $P[2,3]=0.25$ , significa que há **25% de chance de sair do estado 2 e ir para o estado 3** na próxima rodada.

## 4. Estado Inicial e Evolução da Cadeia

### Estado Inicial

O **estado inicial** é definido como um vetor que representa a situação no momento zero da simulação.

- Esse vetor possui tamanho N (onde N é o número de estados).
- O valor **1.0** na posição correspondente ao estado escolhido indica que a simulação começa completamente nesse estado.
- Todas as outras posições recebem o valor **0.0**, indicando que não há probabilidade inicial nos demais estados.

Exemplo:

Se temos 3 estados e o estado inicial escolhido é o estado 2, o vetor inicial será:

```
Defina as probabilidades da linha 1:
Prob. de ir do estado 1 para o estado 1: 0.1
Prob. de ir do estado 1 para o estado 2: 0.1
Prob. de ir do estado 1 para o estado 3: 0.8
Defina as probabilidades da linha 2:
Prob. de ir do estado 2 para o estado 1: 0.2
Prob. de ir do estado 2 para o estado 2: 0.2
Prob. de ir do estado 2 para o estado 3: 0.6
Defina as probabilidades da linha 3:
Prob. de ir do estado 3 para o estado 1: 0.9
Prob. de ir do estado 3 para o estado 2: 0.1
Prob. de ir do estado 3 para o estado 3: 0.0

Qual é o estado inicial?
[1] Estado 1
[2] Estado 2
[3] Estado 3
Digite o número correspondente: 2

Digite o número de rodadas: 5
Estado inicial: [0.0, 1.0, 0.0]
Após 1 rodada(s): [0.2, 0.2, 0.6]
Após 2 rodada(s): [0.6, 0.12, 0.28]
Após 3 rodada(s): [0.336, 0.112, 0.552]
Após 4 rodada(s): [0.5528, 0.1112, 0.336]
Após 5 rodada(s): [0.3799, 0.1111, 0.509]
PS C:\Users\kevin\A3--Cadeia-de-Markov-5>
```

Isso significa que começamos no estado 2 com 100% de probabilidade.

---

### Evolução da Cadeia de Markov

A evolução da cadeia de Markov é o processo pelo qual a distribuição de probabilidades sobre os estados muda ao longo do tempo, rodada após rodada.

- Começa-se com um **vetor de estado inicial**, que indica a probabilidade de estar em cada estado no passo zero.
- A cada rodada, esse vetor é multiplicado pela **matriz de transição PPP** para obter o vetor de probabilidades atualizado.
- O vetor resultante representa a **distribuição de probabilidade dos estados no próximo passo**.

Matematicamente, para o vetor de estado  $V_k$  após  $k$  passos:

$$V_k = V_{k-1} \times P$$

Ou, usando o vetor inicial  $V_0$ :

$$V_k = V_0 \times P^k$$

Onde:

- $V_k$  é o vetor de probabilidades após  $k$  rodadas.
- $P^k$  é a matriz de transição elevada à potência  $k$ , representando as probabilidades de transição após  $k$  passos.

Com isso, é possível acompanhar como a cadeia de Markov se comporta ao longo do tempo, observando as mudanças nas probabilidades de estar em cada estado.

## 5. Código-fonte da aplicação

Link do github

[Kevin-Heidorn/A3--Cadeia-de-Markov](https://github.com/Kevin-Heidorn/A3--Cadeia-de-Markov)

## 6. Instruções de instalação da aplicação

🖥️ Instale Julia (link oficial)

🖥️ Salve o código em um `cadeia_markov.jl`.

🖥️ Execute no terminal com Julia `cadeia_markov.jl`.

🖥️ Siga as instruções no terminal para escolher estado inicial e número de rodadas

## 7. Considerações Finais

Este trabalho demonstrou a aplicação de cadeias de Markov na modelagem de probabilidades de resultados esportivos, com um modelo simples, porém eficaz para prever tendências de resultados futuros a partir do estado atual do time.