

# Escher, Godel y Bach. Un eterno y grácil bucle

Escher, Gödel and  
Bach.  
An eternal and  
free loop

Autor 1: Kevin Alonso  
Llanos Morales  
*Ingeniería de sistemas y  
computación,  
Universidad Tecnológica  
de Pereira, Pereira,  
Colombia*  
Correo-e:  
k.llanos@utp.edu.co

**Resumen—** Habla sobre algunos acertijos matemáticos con implicaciones filosóficas con el tema del teorema de Kurt Gödel, aunque él lo hace divertido, interesante y además muestra múltiples semejanzas a otras áreas del saber en las que se puede aplicar dicho teorema.

Tiene la intención de explicar el teorema de Gödel, incorporando a los otros dos autores, Escher y Bach, ya que contaban con ideas similares a las descritas en la teoría, por lo que se tienen tres diferentes puntos de vista de un mismo tema.

Tiene interacciones no solo con el teorema, ya que para explicarlo desde otros puntos utiliza los dibujos de Escher y la música de Bach, ya que tienen muchas cosas en común con la explicación del teorema de Gödel. Esta obra maestra de Douglas R. Hofstadter explica de manera detallada a través del uso de metáforas y de conceptos directos, la definición y comprensión de auto referencia y autoconcepción, de la informática, programación, inteligencia artificial, entre otros. El escrito de más de 800 páginas se dividirá en dos secciones que abarcan una temática, la recursión, la cual se representa literalmente en el desarrollo lineal del libro. Se analizará la estrecha relación artístico-matemática de 3 grandes mentes, M. C. Escher, Kurt Gödel y Johan Sebastián Bach, comprendiendo la complejidad con la que se conlleva la matemática de las cosas, y el arte de la vida.

**Palabras clave—**Hofstadter, Escher, Gödel, Bach, recursión, auto referencia, matemáticas, arte.

**Abstract—** This masterpiece by Douglas R. Hofstadter explains in detail through the use of metaphors and direct concepts, the definition and understanding of self-reference and self-concept, of computer science, programming, artificial intelligence, among others. The writing of more than 800 pages will be divided into two sections that cover a theme, recursion, which is literally represented in the linear development of the book. The close artistic-mathematical relationship of 3 great minds, M. C. Escher, Kurt Gödel and Johan Sebastián Bach, will be analyzed, understanding the complexity with which the mathematics of things is involved, and the art of life.

**Key Word —** Hofstadter, Escher, Teorema, Música, Dibujos, Semejanza, Gödel, Bach, recursion, self-reference, mathematics, art.

## I. INTRODUCCIÓN

Tiene mucho que ver con la informática pues se fundamenta en los principios mismos de la lógica y de la computación, con una forma de explicar las cosas de forma crítica y lúdica.

ESCHER GODEL BACK, eterno y grácil bucle, esta obra literaria tomo como punto de comienzo la creación de la obra musical de Bach denominada “ofrenda musical” la cual le fue presentada al rey Federico el grande de Prusia, pero toma también como fundamento a otras dos grandes artistas en sus determinadas áreas de conocimiento los cuales son: Gödel el cual era considerado el mas importante de todos los tiempos y Escher el cual era un gran pintor y estos tuvieron una gran repercusión en el tema de los bucles

## II. CONTENIDO

1. Introducción
2. Contenido
3. Composición de la obra
- 3.1. Notas para los capítulos del libro
4. Conclusiones

## III. Composición de la obra

Invencción de tres voces

El dialogo a quince voces de Bach, con personajes como la tortuga y Aquiles. Son inventados por Zenon (Tal como la paradoja de Zenon acerca del movimiento)

## El acertijo MU

Se plantea un sistema llamado MIU en el que requiere que el lector resuelva un acertijo, con el objetivo de introducirlos a los sistemas formales. Se introducen conceptos como: cadena, teorema, axioma, regla de inferencia, derivación, decisión, entre otros.

### Intervención a dos voces

Dialogo escrito por Lewis Carol en 1895. El tópico es acerca de la relación entre razonamiento, del razonamiento acerca del razonamiento, y así en progresivamente. Se adhiere de la paradoja de Zenón en la imposibilidad del movimiento, y que, mediante retrogradación, que el razonamiento sea imposible.

### Significado y forma matemática

se presenta un sistema más simple que el anterior (MIU) en un comienzo parece que carecen de sentido sus símbolos, pero al largo de resolución estos súbitamente se muestran como poseedores de significado

### Sonata para solo de Aquiles

Dialogo que imita las sonatas de Bach en el violín. Aquiles es el único protagonista, solo se encuentra en una llamada telefónica, en donde al otro extremo, aunque no se escucha, se encuentra la tortuga. Se trata sobre temas de “campo” y “figura”, en ambientes como las obras de Escher.

### figura y campo.

Distinción pictórica de campo y figura entre teoremas y no teoremas, dentro de sistemas formales. De la pregunta “¿una figura contiene necesariamente la misma información que su campo?” a la recursión en conjuntos.

### Contracrostipunto

Primordial en la lectura, Parafrasea la construcción autorreferencial de GÖDEL y su teorema de incompletitud. Contiene algunas alusiones al Arte de la fuga de Bach.

### Coherencia, completitud y geometría.

Se desenvuelve a medida que se escribe. Retorna el problema de significación de los símbolos de un sistema formal. Se narra La historia de la geometría euclidiana y no euclidiana a partir de la noción de “términos indefinidos”. Al final se entrelazan los conceptos de percepción y de pensamiento.

### Pequeño laberinto armónico

Se introduce la noción de estructuras recursivas, es decir, auto incluidas. Relatos en el interior de relatos. Todos estos son en base a la composición de órgano de Bach.

### Estructuras y procesos recursivos

La noción de recursividad es presentada en diferentes contextos muy diversos tales como los patrones musicales, patrones lingüísticos, estructuras

geométricas, funciones matemáticas y entre muchas otras

### Canon por aumentación internalice

Continúa el dialogo de la tortuga y Aquiles, pero esta vez resolviendo a la pregunta ¿Que contiene más información, un disco o un fonógrafo que lo ejecuta? EL interrogante se da cuando la tortuga describe un disco que produce dos melodías aparentemente diferentes, pero peculiarmente iguales.

### La localización de la significación

Estructura de la significación entre un mensaje codificado, el decodificador y el receptor, a través de ejemplos de informaciones incompletas. Se postula la existencia entre la inteligencia y la significación absoluta.

### Fantasía cromática y altercado

Dialogo con base en la Fantasía cromática y fuga de Bach. Explica el modo de manipular las oraciones y palabras para mantener la verdad, y concebir la existencia de reglas para la reutilización de las mismas.

### El cálculo proposicional

Palabras tales como “y” adquieren reglas formales. Sé repite la noción de isomorfismo y de la auto significación de símbolos en un sistema formal. Sé utilizan a manera de lógica ejemplos de koans zen.

### Canon cangrejo

Aparece el personaje Cangrejo, donde se entrelazan las figuras de Godel, Escher, y Bach, desde la vista del artificio moral y la interacción entre niveles.

### Teoría tipográfica de los números

Extensión del cálculo proposicional, llamada “TNT”. En este se puede manejar la teoría numérica con la manipulación simbólica. Consideradas la diferencia entre el razonamiento formal y el pensamiento humano.

### Ofrenda MU

Dialogo entre el budismo zen y los koans, pero que sirve como alusión a la teorematidad y la no teorematidad, la verdad y la falsedad de cadenas perteneciente a la teoría de números. Referencias a la biología molecular, en especial al ADN.

### Mumon y Gödel

Se continúa la discusión en el budismo Zen. Hace sentido de semejanza metafórica de la filosofía matemática. De presentan las ideas Godeliana fundamental y la numeración de Gödel, para llegar al teorema de Gödel.

## Preludio

Para la segunda parte del libro se trata el debate entre el holismo y reduccionismo, el cual se retoma como la fuga hormiguesa. En metáfora se utiliza el dialogo de Bach, Aquiles y la tortuga, donde mediante una discusión de preludios, reúnen a estructura de preludios y fugas.

## Niveles de descripción y sistemas de computadora

Se analiza mediante diversos niveles de observación, un tablero de ajedrez, pinturas, y sistemas de computadoras. De este último se analiza los distintos de lenguaje de una computadora (ensambladores, compiladores, sistemas operativos, etc.). Se miran otros sistemas como equipos de futbol, núcleos de átomos, etc., y se verifica la existencia de niveles intermedios.

Se compara el tema del holismo y reduccionismo a través de una imagen recursiva por las palabras “holismo”, “reduccionismo” y “Mu”. Se conversa sobre la fuga hormiguesa de la tía Hilaria, una colonia de hormigas dotadas de consciencia.

## Cerebro y pensamiento

“¿Cómo los pensamientos pueden tener su apoyo en el hardware del cerebro?” es el tópico de este capítulo. Se estudia La estructura del cerebro y la relación entre conceptos y actividad neuronal.

Suite anglofrancogermanoespañola

Interludio del poema nonsense “Jabberwocky” de Lewis Carroll

## Mente y pensamiento

De lo anterior se procede a el estudio del cerebro a manera externa. “¿Cómo es posible la comunicación ente dos cerebros físicamente separados? ¿Qué tienen en común los cerebros humanos?”. Se plantea la cuestión de entender el cerebro objetivamente por fuera de sí mismo.

Aria con variaciones diversas

Dialogo entre las variaciones de Goldbach y Bach, que tratan problemas teorico-numericos como la conjetura de Goldbach. Recorren el dialogo en el análisis de la infinidad de variaciones en la teoría de números.

## BlooP, FlooP y GlooP

Mencionan a lenguajes de computadora, donde, BlooP será para búsquedas finitas, y FlooP para búsquedas infinitas. Su objetivo es esclarecer el concepto de recursión primitiva y general de los números, para la demostración de Godel.

Aire sobre la cuerda G.

Dialogo que refleja la construcción autoreferencial de Godel.

## Sobre proposiciones formalmente indecidibles de TNT y sistemas afines.

Adaptación de la publicación de Godel en 1931, acerca de la teoría de incompletitud. Se analizan los vínculos de la geometría euclidiana y no euclidiana, así como la filosofía de las matemáticas.

Cantatatata de cumpleaños

Contexto en el que Aquiles trata de convencer a la tortuga de que ese día es su cumpleaños. Referencia los intentos argumentativos de Godel.

## Brincos fuera del sistema

Se junta la argumentación de Godel y la TNT en términos de incompletitud. Se habla sobre el Teorema de Godel se halla defectuoso al aceptar la mente humana como no mecánica.

Pensamientos edificantes de un fumador

Se relacionan los conceptos de autoreplicación y autoreferencia. Se usan ejemplos subcelulares como un virus una pantalla de televisión, para demostrar la afinidad de los conceptos.

## Autorref y autorrep

Aborda la conexión entre auto referencia y autorreproductor (ADN, programa de computadores, etc.). EL enfoque se da en el transporte de información de un sistema en general.

## Church, Turing, Tarski, y otros

Se plantea a través de personajes reales, el análisis del estudio de Turing-Churcha sobre la actividad mental y la computación, en función de varios puntos discrepantes. De forma continua se plantean otros temas como el problema de detención de Turing, o el teorema de verdad de Tarski.

SHRDLU, juego de la inventividad del hombre  
Dialogo tomado del artículo del Terry Winograd. Se basa en la comunicación de una persona y un programa de computador, dentro de un propósito llamado “mundo de bloques”. El programa se encarga de demostrar su comprensión frente al mundo que existe dentro de sus límites de análisis.

## Inteligencia artificial: Mirada retrospectiva.

Se analiza la “verificación de Turing”, una propuesta de Alan Turing, la cual determina la presencia a usencia de “pensamiento” en una computadora. Se narra una breve historia de la inteligencia artificial, así como algunos programas que pueden analizarla usando juegos, música, teoremas, lenguajes naturales, etc.

Canon perezoso

Dialogo de la voz de la tortuga repetida en distintas formas por el perezoso, mientras que Aquiles juega libre.

### **Conclusiones**

Que los bucles demuestran que nada es absoluto en verdad

El libro tiene interacciones la teoría de Gödel, los dibujos de Escher y la música de Bach, ya que el autor los hace relaciona con la teoría ya que dice que cuentan con demasiadas cosas en común, de forma lógica y matemática, dando una explicación al teorema desde varios puntos de vista diferentes.