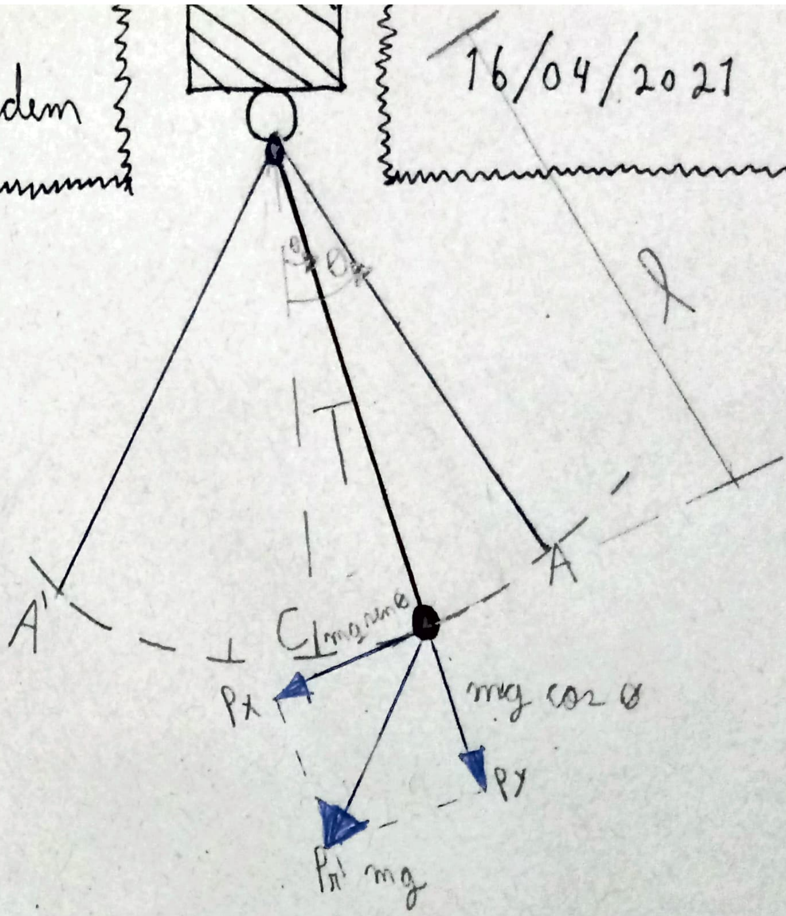
Pêndulo - EDO de 2ª ordem

16/04/2021

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\,\text{sen}\,\theta = 0$$



Para valores de θ próximos de 0, assumimos sen θ ≅ θ, desse modo:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\,\theta = 0$$

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{\text{sen}\,\theta}{\theta} = 1$$

Por L'Hôpital

$$w^2 = \frac{g}{l}$$

Deslocamento: $s = l\theta$

W: Frequência angular

T: Período

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \therefore \quad T = \frac{2\pi}{w}$$

Movimento Harmônico Simples

15/04/2021

Pela lei de Hooke, dentro do regime elástico dos materiais, uma mola exerce uma força restauradora Fel (força elástica) oposta à direção do alongamento e proporcional à um deslocamento s.

$$\boxed{F_{el} = K s}$$

K: constante elástica da mola $\frac{N}{m}$

Posição de equilíbrio: $F_{peso} = F_{el} \rightarrow m.g = K.s$

$F_{resultante} = m.a$, onde $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ ∴

Velocidade = 1ª derivada da posição
aceleração = 2ª derivada da posição

ω: frequência circular de vibração

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0} \quad \text{ou} \quad \boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0}$$

$\omega^2 = \frac{K}{m}$

$$\boxed{m^2 + \omega^2 = 0 \rightarrow X(t) = C_1 \cos(\omega t) + C_2 \operatorname{sen}(\omega t)}$$

É conveniente escrever C_1 e C_2 na forma:

R: Amplitude do movimento

$C_1 = R\cos\delta$ e $C_2 = R \operatorname{sen}\delta$

δ: ângulo de fase

Tal que:

$$R = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \quad \text{e} \quad tg\,\delta = \frac{C_2}{C_1}$$

Logo:

$$X(t) = R\cos\delta\cos(\omega t) + R\operatorname{sen}\delta\operatorname{sen}(\omega t) \therefore X(t) = R\cos(\omega t - \delta)$$

Movimento Harmônico Amortecido

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{c}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{K}{m}x = 0 \cdot (m) \therefore \boxed{m x'' + c x' + K x = 0}$$

Ou

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + 2\lambda \frac{dx}{dt} + w^2 x = 0}$$

Onde: $w^2 = \frac{K}{m}$ e $2\lambda = \frac{c}{m}$

Cuja equação característica é:

$$m^2 + 2\lambda m + w^2 = 0$$

Cuja as raízes são:

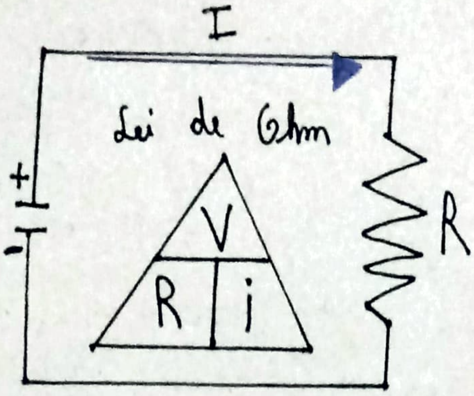
$$m = -\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 + w^2}$$

- se $\lambda^2 + w^2 > 0$, o sistema é superamortecido
- se $\lambda^2 + w^2 = 0$, o sistema é criticamente amortecido
- se $\lambda^2 + w^2 < 0$, o sistema é subamortecido

Aplicações de EDO de 2º ordem

13/04/2021

Circuitos Elétricos



V → Tensão - V (Volts)

* diferença de potencial elétrico

R → Resistência - Ω (Ohm)

* Resistência elétrica

I → Intensidade - A (Ampéres)

* corrente elétrica

* Resistência R (Ohms - Ω)

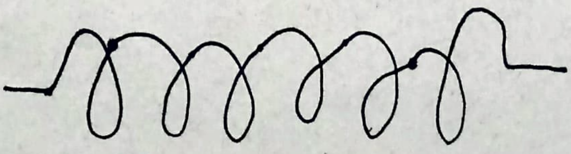
capacidade de um material se opor a passagem de corrente elétrica.

$V = R \cdot j$

* Indutância L (henrys - h)

capacidade de circuitos elétricos gerarem uma força eletromotriz por indução magnética

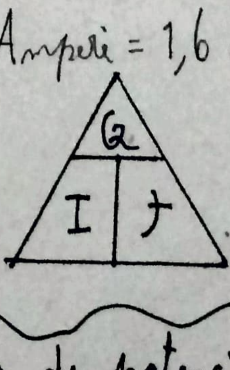
$V = L \dfrac{dj}{dt}$



$j = \dfrac{dQ^{\text{carga}}}{dt_{\text{Tempo}}}$ (corrente)

$\text{Ampere} = \dfrac{\text{columbs}}{\text{segundo}}$

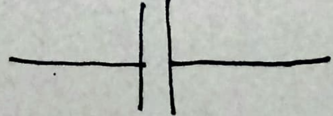
$\text{Ampere} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \dfrac{C}{s}$



* Capacitância C (farads - f)

capacidade de um material armazenar energia elétrica

$V = \dfrac{1}{C} \int j \, dt$



$$\boxed{E(t) = L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q}$$ (carga)

* De acordo com a segunda lei de Kirchhoff, a [diferença de potencial E(t)] em um circuito fechado é igual a soma das tensões) no circuito através de um indutor, um capacitor e um resistor.

$$\boxed{E(t) = L \frac{dj}{dt} + Rj + \frac{1}{C} \int_0^t j \, dt}$$ (corrente)