Polynôme de Bernstein

Les **polynômes de Bernstein**, nommés ainsi en l'honneur du mathématicien russe <u>Sergeï Bernstein</u> (1880-1968), permettent de donner une <u>démonstration constructive</u> et probabiliste¹ du <u>théorème d'approximation de Weierstrass</u>. Ils sont également utilisés dans la formulation générale des <u>courbes de Bézier</u>.

Sommaire

Description

Lien avec la loi binomiale

Notes et références

Voir aussi

En mathématiques, le **théorème de Stone-Weierstrass** est une généralisation du **théorème d'approximation de Weierstrass** en analyse réelle, selon lequel toute fonction continue définie sur un segment peut être approchée uniformément par des fonctions polynomiales.

Description

Pour un degré $m \ge 0$, il y a m+1 polynômes de Bernstein B_0^m, \ldots, B_m^m définis, sur l'intervalle [0,1], par

$$B_i^m(u) = inom{m}{i} u^i (1-u)^{m-i}$$
 ,

où les $\binom{m}{i}$ sont les <u>coefficients binomiaux</u>.

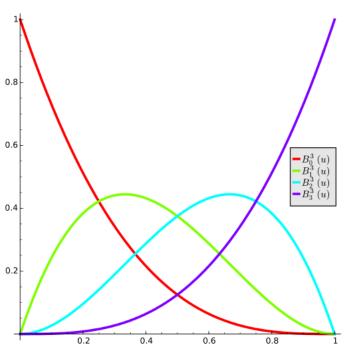
Ces polynômes présentent quatre propriétés importantes : $\forall u \in [0,1]$

lacksquare partition de l'unité : $\sum_{i=0}^m B_i^m(u) = 1,$

 $lacksquare positivit\'e: orall i \in \{0,\ldots,m\} \quad B_i^m(u) \geq 0,$

 $lacksquare ext{symétrie}: \; orall i \in \{0,\ldots,m\} \quad B_i^m(u) = B_{m-i}^m(1-u),$

 $\qquad \text{formule de récurrence : pour } m \geq 0, \ B_i^m(u) = \left\{ \begin{array}{ll} (1-u)B_i^{m-1}(u) & \text{si } i=0 \\ (1-u)B_i^{m-1}(u) + uB_{i-1}^{m-1}(u) & \forall i \in \{1,\dots,m-1\} \\ uB_{i-1}^{m-1}(u) & \text{si } i=m. \end{array} \right.$



Polynômes de Bernstein de degré 3.

Lien avec la loi binomiale

D'un point de vue probabiliste, pour tout $p \in [0,1]$, $B_i^m(p)$ est la probabilité P(X=i), où X est une variable aléatoire suivant une $\underline{\text{binomiale}}$ de paramètre (m,p). C'est d'ailleurs l'interprétation qu'en fait Bernstein dans sa démonstration du théorème d'approximation de Weierstrass.

Notes et références

1. Sergeï Natanovitch Bernstein, « Démonstration du théorème de Weierstrass, fondée sur le calcul des probabilités » (http://www.m ath.technion.ac.il/hat/fpapers/bern1.pdf), dans *Comm. Soc. Math. Kharkov Ser. 2*, vol. 13, 1912.

Voir aussi

- Les courbes de Bézier sont construites à l'aide des polynômes de Bernstein
- Algorithme de De Casteljau, permet de calculer efficacement les polynômes de Bernstein
- Approximation de Bernstein, permet d'approcher uniformément des fonctions continues

Ce document provient de « https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Polynôme_de_Bernstein&oldid=152547882 ».

La dernière modification de cette page a été faite le 27 septembre 2018 à 16:25.

<u>Droit d'auteur</u>: les textes sont disponibles sous <u>licence Creative Commons attribution</u>, partage dans les mêmes conditions ; d'autres conditions peuvent s'appliquer. Voyez les <u>conditions d'utilisation</u> pour plus de détails, ainsi que les <u>crédits graphiques</u>. En cas de réutilisation des textes de cette page, voyez <u>comment citer les auteurs et mentionner la licence</u>.

Wikipedia® est une marque déposée de la <u>Wikimedia Foundation</u>, <u>Inc.</u>, organisation de bienfaisance régie par le paragraphe <u>501(c)(3)</u> du code fiscal des États-Unis.