NBA 赛程的分析与评价

摘　要

本文针对 NBA2008-2009 赛季的赛程进行了统计分析，以东、西部的 30 个球队为研究对象，用数学建模的方法对赛程进行了定量的分析和评价。

对于问题一、二，本文考虑了对方球队的实力、连续客场数和背靠背比赛场数三方面的因素来评价赛程对某一支球队的利弊。通过对附件一、附件二中各数据的量化分析，把各因素进行统计处理，并利用层次分析法确定了各因素的权重，最终计算出各队利弊的数量指标值（见表 8）。计算结果显示 30 支球队中最有利的是活塞，最不利的是灰熊。而火箭队处于较为不利的位置。

对于问题三，基于球队间的均衡性和比赛的观赏性考虑，建立了 0-1 整数规划模型，根据每队可以选择同部不同区的 4 支球队作为对手进行 3 场比赛的要求，借助 LINDO 软件，制定了具体分配方案（见表 10,11）。最后与原分配方案进行了比较。

关键词：数据量化　极差规范化　层次分析法　0-1 整数规划

1. 问题重述

当今NBA共有30支球队，西部联盟、东部联盟各15支，大致按照地理位置，西部分西南、西北和太平洋3个区，东部分东南、中部和大西洋3个区，每区5支球队。对于2008~2009新赛季，常规赛阶段从2008年10月29日直到2009年4月16日，在这5个多月中共有1230场赛事，每支球队要进行82场比赛，最终比出结果，进入季后赛

对于NBA这样庞大的赛事，编制一个完整的、对各球队尽可能公平的赛程是一件非常复杂的事情，赛程的安排对球队实力的发挥和战绩有一定的影响，从报刊上经常看到球员、教练和媒体对赛程的抱怨或评论。所以要求用数学建模方法对已有的赛程进行定量的分析与评价：

1）为了分析赛程对某一支球队的利弊，考虑有哪些要考虑的因素，根据这些因素将赛程转换为便于进行数学处理的数字格式，并给出评价赛程利弊的数量指标。

2）按照1）的结果计算、分析赛程对姚明加盟的火箭队的利弊，并找出赛程对30支球队最有利和最不利的球队。

3）分析赛程可以发现，每支球队与同区的每一球队赛4场（主客各2场），与不同部的每一球队赛2场（主客各1场），与同部不同区的每一球队有赛4场和赛3场（2主1客或2客1主）两种情况，每支球队的主客场数量相同且同部3个区的球队间保持均衡。试根据赛程找出与同部不同区球队比赛中，选取赛3场的球队的方法。这种方法如何实现，对该方法给予评价，也可以给出自己认为合适的方法。

2. 问题分析

题目要求分析赛程安排对球队的影响，并利用各因素建立最优的比赛分配方案。而在分配队伍赛程是需要考虑到:如何确定各个因素对每个球队的权重;在知道个因素的权重后，怎样建立目标函数值使每个球队间保持均衡；比较原赛程的安排，如何建立最合适，最均衡的方法。

对于问题1，在分析选取各个球队不利因素的情况下，首先把所选因素根据实际情况进行量化，并将量化的结果实行权重分配，然后分别加权求和，以此可以得到赛程对每支球队的弊端指数，也就是量化后的数量指标。

在问题1的基础，考虑到弊端指数对每个球队的影响下，以量化后得出的数量指标

进行每个球队的排名，即可以得出哪只球队在此因素的影响下最有利，而对于哪只球队最不利。同样的，对于姚明加盟的火箭队的利弊，是怎样的一个情况。

对于问题3，在东、西部相对独立下，每个球队要与同部不同区的每一只球队进行比赛，而每个球队总的主客场相同且同部3个区的球队间保持均衡。为了使各队在比赛安排上相对的公平，我们可以把每个球队与自己比赛3场的对手划分为一个单位，解出每个单位在各数量指标影响下的实力值，最终以确定目标函数（综合实力差值），来实现最合适的方法

3. 模型假设与符号设定

3.1 模型假设

1、不考虑球队人员的变动及伤病因素，即各队实力保持不变

2、用2007—2008赛季NBA常规赛各球队战况确定各球队实力具有有一定的准确性、可信性

3、每个球队对手实力越接近自己实力，则说明赛程安排越公平合理

3.2 符号约定

z_i　第i个球队遇到的所有对手实力的平均值，即对手的平均实力因素

g_i　第i个球队连续客场因素

y_i　第i个球队背靠背比赛因素

W_i　z_i规范化处理后

D_i　g_i规范化处理后

S_i　y_i规范化处理后

u_j　第j场比赛的对手的实力值

α　对手的平均实力因素的权重

β　连续客场因素的权重

γ　背靠背比赛因素的权重

q_i　对手平均实力值

Q_i　弊端指数

c_{ij}　球队i与球队j的实力差值

4. 模型的建立与求解

4.1.1 问题分析与模型建立

由赛程的安排可知，每个球队的主客场次总体是相同的，但有时因为各队主客场的不一致，而导致某些球队在客场或是主场连续比赛，在分析各队弊端的同时，我们引入了连续客场因素的概念(即连续打两次客场)。至于不管在主场还是客场的比赛下，只要连续比赛两天的，对于球队必定是一种影响，所以也应考虑背靠背因素（即指连续比赛两天)。加上考虑每个球队的排名可以清楚地知道各球队的不同实力。而在一场比赛时，自己的输赢往往也与对手的实力有关，最终，对手的平均实力因素也是至关重要（即 82 场比赛中对手的平均实力值)。

把三个因素进行一定的量化处理后分别得到每个球队遇到的对手球队平均实力因素为z_i、每个球队连续客场因素g_i和球队背靠背比赛因素值y_i。

为了使每个球队的各因素在同一层次做统一的比较，对各因素的数值进行规范化处理，设规范化处理后的各因素的值分别为W_i、D_i、S_i，由于衡量球队利弊的三个因素，

影响利弊的权重不尽相同，在这里我们设定赛程中球队相遇对手的平均实力因素、 连续客场因素和背靠背比赛因素的权重，分别为α、β、γ,取三个因素量化处理后的值，分别加权后求和，则得到赛程弊端指数

$$Q_i = \alpha W_i + \beta D_i + \gamma S_i \tag{1}$$

Q_i 赛程弊端指数越大说明赛程安排对球队越不利，反之赛程对球队越有利。

4.1.2 球队实力排名

为了得到每个球队实力之间量化排名，根据 2007—2008 赛季 NBA 常规赛各球队的成绩按以下两个原则排名：

一、排名先后以球队胜率大小确定，胜率越大排名越靠前；

二、当球队间胜率相同时，球队的分差值大的排名相对靠前；

并根据排名情况给予 30 到 1 的打分作为这个球队的实力因素值得到实力排名（见如下表 1）

球队	胜率	分差	实力因素值	排名
凯尔特人	0.8050	10.2	30	1
活塞	0.7200	7.4	29	2
湖人	0.6950	7.3	28	3
黄蜂	0.6830	5.3	27	4
马刺	0.6830	4.8	26	5
太阳	0.6710	5.1	25	6
火箭	0.6710	4.7	24	7
爵士	0.6590	6.9	23	8
魔术	0.6340	5.5	22	9
小牛	0.6220	4.5	21	10
掘金	0.6100	3.7	20	11
勇士	0.5850	2.2	19	12
骑士	0.5490	-0.3	18	13
奇才	0.5240	-0.4	17	14
猛龙	0.5000	2.9	16	15
开拓者	0.5000	-0.9	15	16
76 人	0.4880	0.4	14	17
国王	0.4630	-2.3	13	18
老鹰	0.4510	-1.8	12	19
步行者	0.4390	-1.4	11	20
篮网	0.4150	-5.1	10	21
公牛	0.4020	-3.1	9	22
山猫	0.3900	-4.3	8	23
雄鹿	0.3170	-6.9	7	24

球队	胜率	分差	实力因素值	排名
尼克斯	0.2800	-6.6	6	25
快船	0.2800	-7.3	5	26
灰熊	0.2680	-6.2	4	27
森林狼	0.2680	-6.8	3	28
超音速	0.2440	-8.8	2	29
热火	0.1830	-8.6	1	30

表 1　每个球队实力排名表

由 $z_i = \dfrac{\sum_{j=1}^{82} u_j}{82}$ 求出每个球队对手平均实力值。（见下表 2）

球队名称	对手平均实力值 z_i	球队名称	对手平均实力值 z_i
魔术	14.52439	超音速	16.41463
奇才	14.85366	森林狼	16.67073
老鹰	15.17073	湖人	15.31707
山猫	15.2561	太阳	15.43902
热火	15.92683	勇士	15.90244
凯尔特人	14.5	国王	16.10976
猛龙	14.89024	快船	16.62195
76 人	14.92683	开拓者	15.89024
篮网	15.2561	掘金	15.68293
尼克斯	15.76829	爵士	15.39024
活塞	14.26829	灰熊	16.79268
骑士	14.90244	小牛	15.7561
步行者	15.5122	马刺	15.26829
公牛	15.34146	黄蜂	15.56098
雄鹿	15.36585	火箭	15.71951

表 2　每个球队对手平均实力表

4.1.3 赛程转换

将赛程转换成便于数学处理的数字格式，就是在赛程表格上能够得到各个自己想要得到的因素，得到的各因素都是经过量化的，可以直接用数学进行计算。下表 3.1 和表 3.2 是魔术队一部分赛程安排表。表 3.2 就是表 3.1 的数学格式转化。

时间			主队	客队
2008-10-30	7:00	星期四	亚特兰大老鹰	奥兰多魔术
2008-11-1	8:00	星期六	奥兰多魔术	孟菲斯灰熊
2008-11-2	7:00	星期日	萨克拉门托国王	奥兰多魔术
2008-11-4	8:00	星期二	芝加哥公牛	奥兰多魔术
2008-11-7	9:00	星期五	费城 76 人	奥兰多魔术

时间			主队	客队
2008-11-9	8:00	星期日	华盛顿奇才	奥兰多魔术
2008-11-11	8:00	星期二	波特兰开拓者	奥兰多魔术
2008-11-13	9:00	星期四	奥兰多魔术	西雅图超音速
2008-11-15	9:30	星期六	奥兰多魔术	达拉斯小牛

表 3.1 魔术队一部分的赛程安排表

时间			主队	客队
39751	07:00:00AM	星期四	19	9
39753	08:00:00AM	星期六	9	28
39754	07:00:00AM	星期日	18	9
39756	08:00:00AM	星期二	22	9
39759	09:00:00AM	星期五	17	9
39761	08:00:00AM	星期日	14	9
39763	08:00:00AM	星期二	16	9
39765	09:00:00AM	星期四	9	29
39767	09:30:00AM	星期六	9	10

表 3.2 魔术队一部分的赛程安排的数学转化表

4.1.4 量化处理

对附件一中每个球队连续客场比赛的次数进行统计（见下表 4）

球队	客场连续 2 次	客场连续 3 次	客场连续 4 次	客场连续 5 次	客场连续 6 次	客场连续 7 次	客场连续 8 次
凯尔特人	9	1	1		1		
活塞	3	2	2	1			
魔术	7	2	1	1			
骑士	5	1	3				
奇才	6	1	3				
猛龙	4	5			1		
76 人	4	1	1	1	1		
老鹰	5	3	2		1		
步行者	4	2	1	1			
篮网	4		2	1			
公牛	2	1	1			2	
山猫	3	1	2	2			
雄鹿	7	3	2				
尼克斯	5	2	1	2			
热火	5	1	1	1		1	
湖人	5	2	1		1	1	

球队	客场连续 2 次	客场连续 3 次	客场连续 4 次	客场连续 5 次	客场连续 6 次	客场连续 7 次	客场连续 8 次
黄蜂	3	5	2				
马刺	4	4					1
太阳	3	2	3		1		
火箭	5	2	1	2			
爵士	4	2		3			
小牛	4	5	2				
掘金	6	2	1				1
勇士		4	2	2			
开拓者	2	2	2	3			
国王	5	1	5				
快船	1	2	2		1	1	
灰熊	7	1	3				
森林狼	8	5					
超音速	8	4	1				

表 4　各球队连续客场统计表

为了运算方便把连续 3 次以上的客场向连续 2 次客场转化，连续两次客场的比赛记为连续客场一次，连续客场一次的因素值都取常数 1，即当 $n(n \geq 3)$ 场连续客场转化得到 $(n-1)$ 次连续客场一次，其连续客场值因素值为 $(n-1)$，把表 2 中各球队连续客场统数据进行处理，得出每个球队连续客场因素 g_i。（见表 5）

球队名称	连续客场因素 g_i	球队名称	连续客场因素 g_i
魔术	18	超音速	19
奇才	17	森林狼	18
老鹰	22	湖人	23
山猫	19	太阳	21
热火	20	勇士	22
凯尔特人	19	国王	22
猛龙	19	快船	22
76 人	18	开拓者	24
篮网	14	掘金	20
尼克斯	20	爵士	20
活塞	17	灰熊	18
骑士	16	小牛	20
步行者	15	马刺	19
公牛	19	黄蜂	19
雄鹿	19	火箭	20

表 5　每个球队连续客场因素表

同理对附件一中每个球队背靠背比赛次数进行统计，设定每次背靠背比赛的弊端值都为一相同不为零常数，为计算方便这里设定为 1，则得到每个球队背靠背比赛因素的

值 y_i。（见表 6）

球队名称	背靠背因素值 y_i	球队名称	背靠背因素值 y_i
活塞	16	黄蜂	18
凯尔特人	16	老鹰	22
魔术	17	湖人	19
奇才	18	勇士	15
骑士	19	雄鹿	22
猛龙	17	火箭	19
76 人	21	掘金	20
篮网	22	开拓者	16
马刺	18	尼克斯	18
山猫	20	热火	19
步行者	21	超音速	18
爵士	20	国王	22
公牛	22	森林狼	22
小牛	16	灰熊	22
太阳	19	快船	21

表 6 每个球队背靠背因素

4.1.5 规范化处理

为了使每个球队相遇对手平均实力因素 z_i、 连续客场因素 g_i 和背靠背比赛因素 y_i 在同一层次做统一的比较，首先分别用极差规范化方法作相应的规范化处理。

对手平均实力因素的规范化：

$$W_i = \frac{z_i - \min\limits_{1\le i\le 30} z_i}{\max\limits_{1\le i\le 30} z_i - \min\limits_{1\le i\le 30} z_i} = \frac{z_i - 0.472437683}{0.525125061 - 0.472437683} \quad (i = 1,2,\cdots,30) \tag{2}$$

连续客场因素的规范化：

$$D_i = \frac{g_i - \min\limits_{1\le i\le 30} g_i}{\max\limits_{1\le i\le 30} g_i - \min\limits_{1\le i\le 30} g_i} = \frac{g_i - 14}{24 - 14} \quad (i = 1,2,\cdots,30) \tag{3}$$

背靠背因素的规范：

$$S_i = \frac{y_i - \min\limits_{1\le i\le 30} y_i}{\max\limits_{1\le i\le 30} y_i - \min\limits_{1\le i\le 30} y_i} = \frac{y_i - 15}{22 - 15} \quad (i = 1,2,\cdots,30) \tag{4}$$

把对手平均实力因素 z_i、连续客场因素 g_i 和背靠背因素 y_i 分别代人公式（2）、（3）、（4）得到规范化的对手平均实力因素 W_i、连续客场因素 D_i、背靠背因素 S_i 数值结果（见下表 7）

球队名称	对手平均实力因素 W_i	连续客场因素 D_i	背靠背因素 S_i
魔术	0.101450251	0.4	0.285714286
奇才	0.231885723	0.3	0.428571429
老鹰	0.357488344	0.8	1
山猫	0.391306415	0.5	0.714285714
热火	0.657006247	0.6	0.571428571
凯尔特人	0.091788511	0.5	0.142857143
猛龙	0.246376352	0.5	0.285714286
76 人	0.260870943	0.4	0.857142857
篮网	0.391306415	0	1
尼克斯	0.594202956	0.6	0.428571429
活塞	0	0.3	0.142857143
骑士	0.251209203	0.2	0.571428571
步行者	0.492756666	0.1	0.857142857
公牛	0.425120524	0.5	1
雄鹿	0.434782264	0.5	1
超音速	0.850241048	0.5	0.428571429
森林狼	0.9516913	0.4	1
湖人	0.415458784	0.9	0.571428571
太阳	0.463767484	0.7	0.571428571
勇士	0.647344507	0.8	0
国王	0.729471278	0.8	1
快船	0.93236782	0.8	0.857142857
开拓者	0.642511656	1	0.142857143
掘金	0.560388846	0.6	0.714285714
爵士	0.444444004	0.6	0.714285714
灰熊	1	0.4	1
小牛	0.589374067	0.6	0.142857143
马刺	0.396135304	0.5	0.428571429
黄蜂	0.512080146	0.5	0.428571429
火箭	0.574879476	0.6	0.571428571

表 7　每个球队各因素规范化后数值表

4.1.6 各因素权重的确定

通过引入每两个因素对弊端指数影响的程度大小的比值得到成对比较矩阵如下：

$$A=\begin{bmatrix}1 & 5 & 5\\ 1/5 & 1 & 1\\ 1/5 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

其中 $A(1,2)$=5 即表示球队实力和连续客场因素对弊端指数的影响之比为 5:1，$A(2,3)$=1

即表示连续客场因素和背靠背比赛因素对弊端指数的影响之比为1:1。求出对比矩阵 A 的最大特征根为 $\lambda=3$，对应的特征向量归一后为

$$\omega=(0.7142，0.1429，0.1429)^{T}$$

即 3 种因素在弊端指数中所占的权重，由此我们可以得到 $\alpha=0.7142$，$\beta=0.1429$，$\gamma=0.1429$

把表 7 中的每个球队相遇对手平均实力因素 W_i、 连续客场因素 D_i 和背靠背比赛因素 S_i 代人（1）式进行求解得到弊端指数，用 EXCEL 对求出的赛程安排对每支球队的弊端指数 Q_i 进行从小到大排序。

球队名称	弊端指数
活塞	0.063284286
凯尔特人	0.15741964
魔术	0.170444341
奇才	0.269725641
猛龙	0.288240562
骑士	0.289650756
76 人	0.365959742
马刺	0.415612691
篮网	0.422371042
山猫	0.45299247
步行者	0.488702525
黄蜂	0.498420497
爵士	0.505233336
湖人	0.506987806
老鹰	0.512538175
太阳	0.51290988
公牛	0.517971078
雄鹿	0.524871493
小牛	0.527085244
尼克斯	0.571362608
勇士	0.576653447
火箭	0.577976065
掘金	0.588041142
开拓者	0.62219611
热火	0.636631004
超音速	0.739935014
国王	0.778208387
森林狼	0.879757926

球队名称	弊端指数
快船	0.902702811
灰熊	0.91426

表 8 球队的弊端指数 Q_i 的排序

4.1.7 结果分析

根据表 8 中的数据可知，赛程的利弊对每个球队而言都是不同的，最主要的是看对自己不利因素的多少，也就是本题中所提到的弊端指数，评价赛程的利弊也就是看每个球队所对应的弊端指数的大小，弊端指数越大对球队越不利。

4.2 问题 2

由问题 1 中求得结果，知当 $\alpha = 0.7142$，$\beta = 0.1429$，$\gamma = 0.1429$ 时,把每个球队的各因素量化后的数据代人（1）式，得出每支球队弊端指数大小，弊端指数越大，则说明赛程安排对球队弊端相对较大，反之相对较小，在 30 支球队弊端指数相比之下，得出 2008/2009 年度 NBA 常规赛完全赛程安排，对灰熊队最不利，对活塞队最有利；赛程安排对对火箭队弊端指数为 0.557123989,排在第 21 位比平均值高赛程安排对火箭队较为不利。

4.3 问题 3

4.3.1 模型建立与求解

总的赛程安排中，每支球队与同区的每一球队赛 4 场（主客各 2 场），与不同部的每一球队赛 2 场（主客各 1 场），与同部不同区的每一球队有赛 4 场和赛 3 场（2 主 1 客或 2 客 1 主）两种情况，每支球队各打 82 场比赛，每支球队的主客场数量相同且同部 3 个区的球队间保持均衡。

对已经排列好的同部不同区的赛 3 场的赛程进行研究，不难发现有以下规律：每个分区内的球队选择另外两个分区中的四个队，而且是每个分区各两队；每个分区内的球队在和选中的 4 个另外分区中的四个队个进行 3 场比赛，且最终每个分区球队主客场次数相同；分析判断知 NBA 赛程安排是在保证以上规律的前提下，由电脑随机抽签产生，这种随机产生比赛赛程的方法，随机性太大，有可能使实力很强的队碰上实力很弱的队那样显得不是很公平。

在比赛中实力相差很大的球队间，根本就没有可打性，在同样一水平线上的球队才有可赛性，所以赛程安排中实力相差比较大的球队间安排的赛场相对少才比较公平合理,所以赛三场的球队间的实力差值越大，越具有公平合理性。

记 $i = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15$、$j = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15$ 分别为相对应球队的代号；记球队 i 与球队 j 实力差值为 c_{ij}，即有

j \ i	凯尔特人	猛龙	76 人	篮网	尼克斯	活塞	骑士	步行者	公牛	雄鹿
魔术	0.19365	0.14633	0.170775	0.270905	0.41273	0.09507	0.113575	0.228525	0.27384	0.377415
奇才	0.3326	0.00738	0.031825	0.131955	0.27378	0.23402	0.02538	0.089575	0.13489	0.238465

j \ i	凯尔特人	猛龙	76 人	篮网	尼克斯	活塞	骑士	步行者	公牛	雄鹿
老鹰	0.41223	0.07226	0.04781	0.05232	0.194145	0.31366	0.10501	0.00994	0.055255	0.15883
山猫	0.48543	0.14545	0.12101	0.02088	0.12095	0.38685	0.17821	0.06326	0.01794	0.085635
热火	0.71289	0.37292	0.34847	0.24834	0.10652	0.61432	0.40567	0.29072	0.24541	0.14183

j \ i	魔术	奇才	老鹰	山猫	热火	活塞	骑士	步行者	公牛	雄鹿
凯尔特人	0.19364	0.33259	0.4122	0.48542	0.7128	0.09857	0.3072	0.4221	0.46748	0.5710
猛龙	0.14633	0.00738	0.072255	0.14545	0.372915	0.2414	0.03276	0.082195	0.12751	0.23108
76 人	0.17078	0.03182	0.04781	0.121005	0.34847	0.26585	0.0572	0.05775	0.103065	0.20664
篮网	0.27091	0.13196	0.05232	0.020875	0.24834	0.36598	0.15733	0.04238	0.002935	0.10651
尼克斯	0.41273	0.27378	0.19415	0.12095	0.106515	0.5078	0.29916	0.18421	0.13889	0.03532

j \ i	魔术	奇才	老鹰	山猫	热火	凯尔特人	猛龙	76 人	篮网	尼克斯
活塞	0.09507	0.23402	0.313655	0.38685	0.614315	0.09858	0.2414	0.265845	0.365975	0.5078
骑士	0.11358	0.025375	0.10501	0.178205	0.40567	0.30722	0.032755	0.0572	0.15733	0.299155
步行者	0.22853	0.08958	0.00994	0.063255	0.29072	0.42217	0.0822	0.05775	0.04238	0.184205
公牛	0.27384	0.13489	0.05526	0.01794	0.245405	0.46749	0.12751	0.10307	0.00294	0.13889
雄鹿	0.37742	0.23847	0.15883	0.08564	0.14183	0.57106	0.23109	0.20664	0.10651	0.035315

表 9　东部联盟三区 15 支球队两两之间的实力差值表

引入 0—1 变量 x_{ij}，若球队 i 与球队 j 进行比赛，记 $x_{ij}=1$，否则记 $x_{ij}=0$，根据同部中每个球队，应该满足的几个约束条件：

每个分区内的球队选择另外两个分区中的四个队，为保证球队均衡应在每个区中各选择两个队。每个球队对一个分区只能选择两个球队。

即对于 $i=1,2,3,4,5$

$$\text{应有}\sum_{j=6}^{10} x_{ij}=2\text{、}\sum_{j=11}^{15} x_{ij}=2$$

对于 $i=6,7,8,9,10$

$$\text{应有}\sum_{j=1}^{5} x_{ij}=2,\text{、}\sum_{j=11}^{15} x_{ij}=2$$

对于 $i=11,12,13,14,15$

$$\text{应有}\sum_{j=1}^{5} x_{ij}=2\text{、}\sum_{j=6}^{10} x_{ij}=2$$

对于 $j=1,2,3,4,5$

$$\text{应有}\sum_{i=6}^{10} x_{ij}=2\text{、}\sum_{i=11}^{15} x_{ij}=2$$

对于 $j=6,7,8,9,10$

$$应有\sum_{i=1}^{5} x_{ij} = 2、\sum_{i=11}^{15} x_{ij} = 2$$

对于 $j = 11,12,13,14,15$

$$应有\sum_{i=1}^{5} x_{ij} = 2、\sum_{i=6}^{10} x_{ij} = 2$$

当球队 i 选择球队 j 时 $c_{ij}x_{ij}$ 表示他们的实力差值，否则 $c_{ij}x_{ij} = 0$，于是总的实力差值可以表示为 $R = \sum_{i=1}^{15}\sum_{j=1}^{15} c_{ij}x_{ij}$，着也就是该问题的目标函数。

综上所述，这个问题的 0—1 规划模型可写作

$$Max \quad R = \sum_{i=1}^{15}\sum_{j=1}^{15} c_{ij}x_{ij} \tag{5}$$

$$s.t. \quad \begin{cases} \sum_{j=6}^{10} x_{ij} = 2, i = 1,2,3,4,5 \\ \sum_{j=11}^{15} x_{ij} = 2, i = 1,2,3,4,5 \\ \sum_{j=1}^{5} x_{ij} = 2, i = 6,7,8,9,10 \\ \sum_{j=11}^{15} x_{ij} = 2, i = 6,7,8,9,10 \\ \sum_{j=1}^{5} x_{ij} = 2, i = 11,12,13,14,15 \\ \sum_{j=6}^{10} x_{ij} = 2, i = 11,12,13,14,15 \\ \sum_{i=6}^{10} x_{ij} = 2, j = 1,2,3,4,5 \\ \sum_{i=11}^{15} x_{ij} = 2, j = 1,2,3,4,5 \\ \sum_{i=1}^{5} x_{ij} = 2, j = 6,7,8,9,10 \\ \sum_{i=11}^{15} x_{ij} = 2, j = 6,7,8,9,10 \\ \sum_{i=1}^{5} x_{ij} = 2, j = 11,12,13,14,15 \\ \sum_{i=6}^{10} x_{ij} = 2, j = 11,12,13,14,15 \\ x_{ij} = \{0,1\} \end{cases}$$

将表 9 中的数据代人这一模型，并输入 LINDO 进行求解,（求解过程见附录 1）得到东部联盟三区 15 支球队赛三场的情况下，总的实力差值 $R_{\max} = 16.7481995$ 的选取方案

$$\text{魔术}\begin{cases}\text{篮网}\\\text{尼克斯}\\\text{步行者}\\\text{公牛}\end{cases}\quad\text{老鹰}\begin{cases}\text{凯尔特人}\\\text{猛龙}\\\text{公牛}\\\text{雄鹿}\end{cases}\quad\text{热火}\begin{cases}\text{凯尔特人}\\\text{76人}\\\text{活塞}\\\text{骑士}\end{cases}\quad\text{猛龙}\begin{cases}\text{山猫}\\\text{热火}\\\text{步行者}\\\text{公牛}\end{cases}\quad\text{骑士}\begin{cases}\text{山猫}\\\text{热火}\\\text{篮网}\\\text{尼克斯}\end{cases}$$

$$\text{奇才}\begin{cases}\text{篮网}\\\text{尼克斯}\\\text{步行者}\\\text{雄鹿}\end{cases}\quad\text{山猫}\begin{cases}\text{猛龙}\\\text{76人}\\\text{活塞}\\\text{骑士}\end{cases}\quad\text{凯尔特人}\begin{cases}\text{老鹰}\\\text{热火}\\\text{步行者}\\\text{雄鹿}\end{cases}\quad\text{活塞}\begin{cases}\text{山猫}\\\text{热火}\\\text{篮网}\\\text{尼克斯}\end{cases}\quad\text{步行者}\begin{cases}\text{奇才}\\\text{老鹰}\\\text{猛龙}\\\text{76人}\end{cases}$$

$$\text{76人}\begin{cases}\text{老鹰}\\\text{山猫}\\\text{公牛}\\\text{雄鹿}\end{cases}\quad\text{公牛}\begin{cases}\text{魔术}\\\text{奇才}\\\text{凯尔特人}\\\text{76人}\end{cases}\quad\text{篮网}\begin{cases}\text{魔术}\\\text{奇才}\\\text{活塞}\\\text{骑士}\end{cases}\quad\text{雄鹿}\begin{cases}\text{魔术}\\\text{老鹰}\\\text{凯尔特人}\\\text{猛龙}\end{cases}\quad\text{尼克斯}\begin{cases}\text{魔术}\\\text{奇才}\\\text{活塞}\\\text{骑士}\end{cases}$$

同理求出西部联盟三区 15 支球队赛三场的情况下，输入 LINDO 进行求解（求解过程见附录 2）总的实力差值 $R_{\max}=18.8222809$ 的选取方案。

$$\text{黄蜂}\begin{cases}\text{掘金}\\\text{超音速}\\\text{勇士}\\\text{国王}\end{cases}\quad\text{小牛}\begin{cases}\text{爵士}\\\text{森林狼}\\\text{湖人}\\\text{太阳}\end{cases}\quad\text{掘金}\begin{cases}\text{黄蜂}\\\text{灰熊}\\\text{国王}\\\text{快船}\end{cases}\quad\text{超音速}\begin{cases}\text{马刺}\\\text{火箭}\\\text{湖人}\\\text{太阳}\end{cases}\quad\text{勇士}\begin{cases}\text{马刺}\\\text{火箭}\\\text{开拓者}\\\text{森林狼}\end{cases}$$

$$\text{马刺}\begin{cases}\text{开拓者}\\\text{超音速}\\\text{勇士}\\\text{快船}\end{cases}\quad\text{灰熊}\begin{cases}\text{爵士}\\\text{掘金}\\\text{湖人}\\\text{太阳}\end{cases}\quad\text{开拓者}\begin{cases}\text{黄蜂}\\\text{小牛}\\\text{太阳}\\\text{勇士}\end{cases}\quad\text{湖人}\begin{cases}\text{小牛}\\\text{灰熊}\\\text{开拓者}\\\text{超音速}\end{cases}\quad\text{国王}\begin{cases}\text{黄蜂}\\\text{马刺}\\\text{爵士}\\\text{掘金}\end{cases}$$

$$\text{火箭}\begin{cases}\text{开拓者}\\\text{森林狼}\\\text{国王}\\\text{快船}\end{cases}\quad\text{爵士}\begin{cases}\text{小牛}\\\text{灰熊}\\\text{国王}\\\text{快船}\end{cases}\quad\text{森林狼}\begin{cases}\text{马刺}\\\text{火箭}\\\text{湖人}\\\text{勇士}\end{cases}\quad\text{太阳}\begin{cases}\text{小牛}\\\text{灰熊}\\\text{森林狼}\\\text{超音速}\end{cases}\quad\text{快船}\begin{cases}\text{黄蜂}\\\text{火箭}\\\text{爵士}\\\text{掘金}\end{cases}$$

4.3.2 结果分析

把模型中求出的东部联盟球队赛三场的选取方案分别与 2008/2009 年度 NBA 常规赛中东西部赛三场赛程选取相比较，可以明显的看到有好多都不相同，把 2008/2009 年度 NBA 常规赛东西部赛三场赛程各球队间总的实力差值分别求出为

部落名称	模型中求得的总的实力差值	题目中总的实力差值
东部联盟	16.74820	11.70324
西部联盟	18.82228	11.46602

从模型中求得的最大实力差值与已经安排的赛程的总实力差值相比较发现模型中的总实力差值大，因此单从实力这方面来考虑赛三场的话，本文的模型所求得的赛程安排更合理。

5. 模型优缺点及改进方向

5.1 模型优缺点：

5.1.1 模型的优点

1）在建立数学模型中，把赛程对球队的各因素，即对手的平均实力、连续客场和背靠背比赛等因素转化为相应的权重，使问题变的简单和清晰化，设计的解法考虑的限制条件较少，简单明了，具有一定的通用性；

2）模型在实际运用中，相对与每个球队是合理的，也是教普遍的。

5.1.2 模型的缺点

模型的缺点是当赛程对球队的因素较多时，或者对于个别球队而产生的不利因素时，必须要寻找一种更有效的模型。

5.2 模型的改进：

对于权重的取值，可以根据球队对赛程的需要来确定，使得每个球队之间分配更合理，也可以根据不同要求确定不同分配方案。

参考文献：

[1] 韩中庚，数学建模方法及其运用，北京：高等教育出版社，2005

[2] 姜启源、谢金星、叶俊，数学建模（第三版），北京：高等教育出版社，2003

[3] 新浪网，NBA 常规赛分区排名，http://sports.sina.com.cn/nba/，2008

6. 附件

附录 1

为了在 LINDO 中的计算的方便我们把 $i=10,11,12,13,14,15$ 在 LINDO 的计算中用 $i=a,b,c,d,e,f$ 代替把 $j=10,11,12,13,14,15$ 用 $j=a,b,c,d,e,f$ 代替，即 $x_{1,10}=x_{1,a},x_{1,11}=x_{1b}$

用 LINDO 软件输入

```
max
0.01588x16+0.080635x17+0.213035x18+0.473425x19+0.507305x1a+0.02194x1b+0.01294x1c+0.11301x
1d+0.2569x1e+0.463985x1f+0.01338x26+0.078135x27+0.210535x28+0.470925x29+0.504805x2a+0.024
44x2b+0.01044x2c+0.11051x2d+0.2544x2e+0.461485x2f+0.00094x36+0.065695x37+0.198095x38+0.45
8485x39+0.492365x3a+0.03688x3b+0.002x3c+0.09807x3d+0.24196x3e+0.449045x3f+0.048815x46+0.01
594x47+0.14834x48+0.40873x49+0.44261x4a+0.086635x4b+0.051755x4c+0.048315x4d+0.192205x4e+0.
39929x4f+0.454545x56+0.38979x57+0.25739x58+0.003x59+0.03688x5a+0.492365x5b+0.457485x5c+0.
357415x5d+0.213525x5e+0.00644x5f+0.01588x61+0.01338x62+0.00094x63+0.048815x64+0.454545x65
+0.03782x6b+0.00294x6c+0.09713x6d+0.24102x6e+0.448105x6f+0.080635x71+0.078135x72+0.065695
x73+0.01594x74+0.38979x75+0.102575x7b+0.067695x7c+0.032375x7d+0.176265x7e+0.38335x7f+0.21
3035x81+0.210535x82+0.198095x83+0.14834x84+0.25739x85+0.234975x8b+0.200095x8c+0.100025x8d
+0.043865x8e+0.25095x8f+0.473425x91+0.470925x92+0.458485x93+0.40873x94+0.003x95+0.495365x
9b+0.460485x9c+0.360415x9d+0.216525x9e+0.00944x9f+0.507305xa1+0.504805xa2+0.492365xa3+0.44
261xa4+0.03688xa5+0.529245xab+0.494365xac+0.394295xad+0.250405xae+0.04332xaf+0.02194xb1+0.
02444xb2+0.03688xb3+0.086635xb4+0.492365xb5+0.03782xb6+0.102575xb7+0.234975xb8+0.495365x
b9+0.529245xba+0.01294xc1+0.01044xc2+0.002xc3+0.051755xc4+0.457485xc5+0.00294xc6+0.067695x
c7+0.200095xc8+0.460485xc9+0.494365xca+0.11301xd1+0.11051xd2+0.09807xd3+0.048315xd4+0.3574
15xd5+0.09713xd6+0.032375xd7+0.100025xd8+0.360415xd9+0.394295xda+0.2569xe1+0.2544xe2+0.24
196xe3+0.192205xe4+0.213525xe5+0.24102xe6+0.176265xe7+0.043865xe8+0.216525xe9+0.250405xea
+0.463985xf1+0.461485xf2+0.449045xf3+0.39929xf4+0.00644xf5+0.448105xf6+0.38335xf7+0.25095xf8
+0.00944xf9+0.04332xfa
st
x16+x17+x18+x19+x1a=2
x1b+x1c+x1d+x1e+x1f=2
x26+x27+x28+x29+x2a=2
x2b+x2c+x2d+x2e+x2f=2
x36+x37+x38+x39+x3a=2
x3b+x3c+x3d+x3e+x3f=2
x46+x47+x48+x49+x4a=2
x4b+x4c+x4d+x4e+x4f=2
x56+x57+x58+x59+x5a=2
x5b+x5c+x5d+x5e+x5f=2
x16+x26+x36+x46+x56=2
x6b+x6c+x6d+x6e+x6f=2
x71+x72+x73+x74+x75=2
x7b+x7c+x7d+x7e+x7f=2
```

x81+x82+x83+x84+x85=2
x8b+x8c+x8d+x8e+x8f=2
x91+x92+x93+x94+x95=2
x9b+x9c+x9d+x9e+x9f=2
xa1+xa2+xa3+xa4+xa5=2
xab+xac+xad+xae+xaf=2
xb1+xb2+xb3+xb4+xb5=2
xb6+xb7+xb8+xb9+xba=2
xc1+xc2+xc3+xc4+xc5=2
xc6+xc7+xc8+xc9+xca=2
xd1+xd2+xd3+xd4+xd5=2
xd6+xd7+xd8+xd9+xda=2
xe1+xe2+xe3+xe4+xe5=2
xe6+xe7+xe8+xe9+xea=2
xf1+xf2+xf3+xf4+xf5=2
xf6+xf7+xf8+xf9+xfa=2
x61+x71+x81+x91+xa1=2
xb1+xc1+xd1+xe1+xf1=2
x62+x72+x82+x92+xa2=2
xb2+xc2+xd2+xe2+xf2=2
x63+x73+x83+x93+xa3=2
xb3+xc3+xd3+xe3+xf3=2
x64+x74+x84+x94+xa4=2
xb4+xc4+xd4+xe4+xf4=2
x65+x75+x85+x95+xa5=2
xb5+xc5+xd5+xe5+xf5=2
x16+x26+x36+x46+x56=2
xb6+xc6+xd6+xe6+xf6=2
x17+x27+x37+x47+x57=2
xb7+xc7+xd7+xe7+xf7=2
x18+x28+x38+x48+x58=2
xb8+xc8+xd8+xe8+xf8=2
x19+x29+x39+x49+x59=2
xb9+xc9+xd9+xe9+xf9=2
x1a+x2a+x3a+x4a+x5a=2
xba+xca+xda+xea+xfa=2
x1b+x2b+x3b+x4b+x5b=2
x6b+x7b+x8b+x9b+xab=2
x1c+x2c+x3c+x4c+x5c=2
x6c+x7c+x8c+x9c+xac=2
x1d+x2d+x3d+x4d+x5d=2
x6d+x7d+x8d+x9d+xad=2
x1e+x2e+x3e+x4e+x5e=2
x6e+x7e+x8e+x9e+xae=2

```
x1f+x2f+x3f+x4f+x5f=2
x6f+x7f+x8f+x9f+xaf=2
end
INT 150
```