

天车与冶炼炉的操作模型

陈 靖 周素华 黄秋波

(湖南湘潭大学, 湘潭, 411105)

指导教师: 成央金

编者按:本文通过基本数据的定量分析,给出三台天车的二种调度方案,在保证产量达到最大条件下使天车的作业率达到均衡而且使用率很高。本文条理清楚,是篇优秀答卷,文章主要缺点是对随机性情况未进行讨论。

摘要:本文得到了模型 1 存在可行方案的充分条件,为 t_1, t_2 的确定提供了理论依据,得到的操作方案保证 A 组炉满负荷工作,且 T_1, T_2, T_3 的作业率分别为 32.7%, 61.4%, 58.6%。针对作业率极不平衡的缺点,采用这样的思路:不增加天车的台数, T_1 负责一部分工作, T_3 负责 T_2 一部分工作,提出另一套方案。获得了存在可行方案的充分条件,从理论上解决了 t_1, t_2 的确定,且提出的方案保证 A 组炉满负荷工作且 T_1, T_2, T_3 的作业率分别为 52.7%, 53.6%, 54.1%, 模型 2 是很满意的,据此提出一套供现场工作人员使用的《操作规则说明书》对应用于实际生产过程进行了初步的讨论,为年产 300 万吨提出了一个建议。利用计算机用同样的思想对 4 台天车、5 台天车的运动轨迹进行了模拟。

关键词: 作业调度, 作业均衡, 天车运行图

一、背景与问题的重述(略)

二、模型的假设

假设一:天车运行是匀速的。

假设二:两台天车必须在 A 或 B 工作点相继作业时,而这两台天车间又夹有一台天车,这就有因为让路带来的延迟,我们假设这种延迟非常小,可忽略不计。

三、问题的分析

A 组转炉生产成品钢,成品钢的产量是工厂关注的一个首要问题,天车与冶炼炉的作业调度方案必须围绕这个问题来提出。因此,我们采用这样的思路:A 组转炉尽可能不空闲,其余工作点尽可能为 A 组转炉提供最好的服务。在绝对没有天车相碰,各天车作业率尽可能均衡的情形下,A 组中每个转炉处于连续工作状态,即 A 组炉出钢后立即加料,加料后立即冶炼。因加半钢和辅料不能同时进行,且所需时间分别为 5 分钟和 2 分钟,而冶

炼时间为 48 分,所以,出一炉成品钢的最短时间为 $5+2+48=55$ 分。又因 A 组炉有 3 个,所以,55 分钟内可出 3 炉成品钢。若 A 组炉出钢顺序为 A_1, A_2, A_3 ,且在 0 至 55 分钟里, A_1 在 t_1 时刻出钢, A_2 在 t_2 时刻出钢, A_3 在 55 分钟出钢。以下所建立的模型,就是在保证对天车与冶炼炉作业调度的要求的前提下,求出 t_1, t_2 所应满足的条件,以此得到天车与冶炼炉的调度方案。

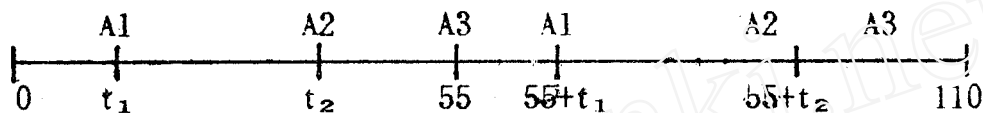
四、模型的建立

1. 模型 1:

B 组炉轮流给 A 组炉供应半钢,我们采用下面的顺序:

$$B_1 \rightarrow A_1, B_2 \rightarrow A_2, B_1 \rightarrow A_3, B_2 \rightarrow A_1, B_2 \rightarrow A_2, B_2 \rightarrow A_3$$

以 110 分钟作为一个周期,不妨设在一个周期内, A_1 在 t_1 时刻出钢, A_2 在 t_2 时刻出钢, A_3 在 55 分钟时出钢,然后, A_1 在 $55+t_1$ 时刻第二次出钢, A_2 在 $55+t_2$ 时刻出钢, A_3 在 110 分钟时出钢,如下图所示:



A 组炉在一个周期内 6 个时刻出钢,天车 T_1, T_2, T_3 在每时刻附近完成一次作业,这样,将一个周期分为 6 个阶段。天车 T_1 负责给 A 组炉加辅料, T_2 把 B 组炉的半钢运至 A 组冶炼, T_3 负责将 Q 处原料运至 B 组炉, T_1, T_2, T_3 工作起点的确定的方法是:

T_2 : 当转炉 $A_k (1 \leq k \leq 3)$ 成品钢出炉后, T_2 刚好将半钢送到 A_k 处。

T_1 : 当 T_2 给转炉 A_k 加完半钢后, T_1 刚好将辅料送到 A_k 处。

T_3 : 转炉 A_k 成品钢出炉后, T_1 刚好在该时刻将原料送到 B 组中相应的冶炼炉处。

现在,我们计算一个周期内 T_1, T_2, T_3 在各时刻的工作始点,终点。

A_1 在 t_1 时刻出一炉钢;

T_2 : 因 T_2 从 B_1 吊一罐半钢在 t_1 时刻到达 A_1 处,故 T_2 的工作始点为: $t_1 - 3t_x - t_d$ 。当 T_2 将送钢倒入 A_1 后,将空罐返回 B_2 处,因此 T_2 的工作终点为: $t_1 + t_e + 4t_x + t_e$ 。

T_1 : 因为 T_1 是在 T_2 给 A_1 倒完半钢后即给 A_1 加辅料,故 T_1 的工作始点为:

$$t_1 + t_e - t_x - t_k$$

当 T_1 将辅料倒完后,将空罐返回 P 处放下,因此 T_1 的工作终点为:

$$t_1 + t_e + t_f + t_x + t_h$$

因此 T_1 的工作终点为: $t_1 + t_e + t_f + t_x + t_h$ 。

T_3 : 因为 T_3 是在 T_2 将半钢提走以后即给 B_1 送原料,所以 T_3 的工作始点为:

$$t_1 + 2t_e - t_y$$

当 T_3 放下原料后,吊上一次空罐返回 Q 处放下空罐,故 T_3 的工作终点为,

$$t_1 + t_e + t_o + 2t_x + t_k$$

同理可得,在一个周期内,天车 T_1, T_2, T_3 在其它五个阶段的工作始点和终点(见

表1):

现在我们分析B组炉在一个周期内的冶炼状态:因为,在第一阶段给 B_1 的原料,因第二阶段将 B_2 中半钢倒入 A_2 ,到第三阶段供给 A_3 使用,所以,在 t_1 时刻,给 B_1 加的原料供给 A_3 使用, B_1 炉可以冶炼的时刻为 t_1+t_i 。该罐原料必须炼成半钢出炉的时刻等于 T_2 给 A_3 加半钢的工作始点时刻,即为 $55-t_x-t_d$ 。为了保证有充足的时间冶炼半钢,有: $55-t_x-t_i-(t_1+t_i)\leq 27$ 。在一个周期内,B组炉的其它五个冶炼状态同理可得(见表2)。

如果一个天车与冶炼的作业调度方案能使A组炉处于连续工作状态,称该方案为可行方案。

下面的结论给出了上述方案可行的条件。

定理1:当 t_1, t_2 满足下述三个条件

$$11 + 2t_x \leq t_1 \leq 22 - 2t_x$$

$$36 + 3t_x \leq t_2 \leq 45 - 5t_x$$

$$11 + 3t_x \leq t_2 - t_1 \leq 20$$

上述方案是可行的。

证明:(1)在一个周期内每台天车在某一阶段的工作始点一定不小于上一阶段的工作终点。考察 T_1 ,得下述不等式组:

$$t_2 + t_e - 2t_x - t_g \geq t_1 + t_e + t_f + t_x + t_h$$

$$55 + t_e - 3t_x - t_g \geq t_2 + t_e + t_f + 2t_x + t_h$$

$$55 + t_1 + t_e - t_x - t_g \geq 55 + t_e + t_f + 3t_x + t_h$$

$$55 + t_2 + t_e - 2t_x - t_g \geq 55 + t_1 + t_e + t_f + t_x + t_h$$

$$110 + t_e - 3t_x - t_g \geq 55 + t_2 + t_e + t_f + 2t_x + t_h$$

$$110 + t_1 + t_e - t_x - t_g \geq 55 + t_e + t_f + 3t_x + t_h$$

解得:

$$t_1 \geq 6, \quad t_2 \leq 49 - t_x, \quad t_2 - t_1 \geq 5 + 3t_x$$

对 T_2, T_3 同理可得:

$$T_2 \quad t_1 \geq 10 + 6t_x = 11 + 2t_x; \quad t_2 \leq 45 - 5t_x; \quad t_2 - t_1 \geq 11 + 3t_x$$

$$T_3 \quad t_1 \geq 10 + 3t_x; \quad t_2 \leq 45 - 3t_x; \quad t_2 - t_1 \geq 11 + t_x$$

(2) 为了保证冶炼区间的长度不小于27分钟,同理可以建立一个不等式组,并得出:

$$t_1 \leq 22 - 2t_x; \quad t_2 \geq 36 + 3t_x; \quad t_2 - t_1 \leq 20$$

综上所述,得到一个不等式组:

$$11 + 2t_x \leq t_1 \leq 22 - 2t_x$$

$$36 + 3t_x \leq t_2 \leq 45 - 5t_x$$

$$11 + 3t_x \leq t_2 - t_1 \leq 20$$

(3) 天车之间是不会碰撞的, T_1 和 T_3 肯定不会碰撞,考察 T_1 与 T_2 ,因 T_2 离开 A_k , T_1 恰好赶到 A_k ,在 A_k 的作业时间2分钟后即返回,而 T_2 提半钢要花3分钟,因为下一阶段 T_2 来A组炉来工作时肯定不会碰撞, T_2 和 T_3 因都在同一时刻, T_2 到达 A_k , T_3 在 B_1 ($1=1,2$),而 T_2 在 A_k 加半钢要花5分钟,而 T_3 在 B_1 放下原料,提空罐也花5分钟,因此不会碰撞。

上面结果告诉我们,如何选取 t_1, t_2 ,产生一个可行方案。我们现在计算一下可行方案

中 T_1, T_2, T_3 的作业率。根据表 1 得 T_1 的作业时间为 36 分钟, T_2 的作业时间为 67 分 30 秒, T_3 的作业时间为 64 分 30 秒, 其作业率分别为 32.7%, 61.4%, 58.6%。所得结果显示, 天车的作业率很不均衡, 我们在该模型的基础上进行改进。

表 1

工作点	T_1	T_2	T_3
(1) 始点	$t_1 + t_c - t_x - t_g$	$t_1 - 3t_x - t_d$	$t_1 - 2t_x - t_y$
终点	$t_1 + t_c + t_f + t_x + t_h$	$t_1 + t_c + 4t_x + t_e$	$t_1 + t_2 + t_o + 2t_x + t_k$
(2) 始点	$t_2 + t_c - 2t_x - t_g$	$t_2 - 3t_x - t_d$	$t_1 - t_x - t_y$
终点	$t_2 + t_c + t_f + 2t_x + t_h$	$t_2 + t_c + 2t_x + t_e$	$t_2 + t_i + t_o + t_x + t_k$
(3) 始点	$55 + t_c - 3t_x - t_g$	$55 - t_x - t_d$	$55 - 2t_x - t_y$
终点	$55 + t_c + t_f + 3t_x + t_h$	$55 + t_c + 3t_x + t_e$	$55 + t_i + t_o + 2t_x + t_k$
(4) 始点	$55 + t_1 + t_c - t_x - t_g$	$55 + t_1 - 4t_x - t_d$	$55 + t_1 - t_x - t_y$
终点	$55 + t_1 + t_c + t_f + t_x + t_h$	$55 + t_1 + t_c + 3t_x + t_e$	$55 + t_1 + t_i + t_o + 2t_x + t_k$
(5) 始点	$55 + t_2 - 2t_x - t_g$	$55 + t_2 - 2t_x - t_d$	$55 + t_2 - 2t_x - t_y$
终点	$55 + t_2 + t_c + t_f + 2t_x + t_h$	$55 + t_2 + t_c + 3t_x + t_e$	$55 + t_2 + t_i + t_o + 2t_x + t_k$
(6) 始点	$110 + t_c - 3t_x - t_g$	$110 - 2t_x - t_d$	$110 - 2t_x - t_y$
终点	$110 + t_c + t_f + 3t_x + t_h$	$110 + t_c + 3t_x + t_e$	$110 + t_i + t_o + t_x + t_k$

表 2

B 组可以开始冶炼时间	需要供应半钢时间
$t_1 + t_i$	$55 + t_x - t_d$
$t_2 + t_i$	$55 + t_1 - 4t_x - t_d$
$55 + t_i$	$55 + t_2 - 2t_x - t_d$
$55 + t_1 + t_i$	$110 - 2t_x - 3$
$55 + t_2 + t_i$	$110 + t_1 - 3t_x - t_d$
$110 + t_i$	$110 + t_2 - 3t_x - t_d$

2. 模型 2:

模型 1 的缺点是天车的作业率极不均衡, 在模型 1 的基础上, 不增加天车台数, 我们采用这样的处理办法: T_1 从 P 点出发, 从 Q 点吊出一罐原料到 B1, 并负责空罐的返回, 然后返回 P 点所花时间不超过 13 分钟, 在第一阶段与第二阶段之间, T_1, T_2, T_3 都有一段空闲时间(三个区间的交集)不小于 13 分钟, 就有可能解决天车的作业率极不平均的问题。

在模型一的基础上作如下修改: 在第一阶段 T_1 从 Q 点吊一罐原料 B1, 并负责空罐的返回, 然后返回到 P 点, 在第二阶段, T_3 不工作。在第四阶段, T_1 仅从 Q 点吊一罐原料至 B1, 不负责空罐的返回。第五阶段, T_3 从 B1 吊一罐半钢至 A_k , 并带回上阶段的空半钢罐, T_2 不工作。为了设计操作规则说明书, 让 T_3 较 T_2 产生延缓时间, 这里为 t_x 。

类似于模型一, 得到天车 T_1, T_2, T_3 在一个周期内每个阶段的工作始点, 终点, 及 B 组炉的 6 个冶炼状态(如表三, 表四)。

下面的定理给出了方案可行的条件:

定理 2: 当 t_1, t_2 满足下述不等式, 上述方案是可行的:

$$11 + 2t_x \leq t_1 \leq 22 - 3t_x$$

$$34 \leq t_2 \leq 40$$

$$t_2 - t_1 \geq 25$$

证明:

(1) 在第一阶段和第二阶段之间, T_1 空闲区间为: $[t_1 + 8 + t_x, t_2 + 3 - 2t_x]$

T_2 的空闲区间为: $[t_1 + 8, t_2 - 3 - 3t_x]$

T_1 和 T_2 的公共空闲区间为: $[t_1 + 8 + t_x, t_2 - 3 - 3t_x]$

由此推得, $t_2 - 3 - 3t_x - (t_1 + 8 + t_x) \geq 13$ 即: $t_2 - t_1 \geq 25$

对第四阶段与第五阶段, 同理可得: $t_2 - t_1 \geq 11 + 2t_x$

综合上述, 有 $t_2 - t_1 \geq 25$

(2) 根据表 3, 某一阶段天车的工作始点必须不小于上一阶段的终点, 得天车 T_1, T_2, T_3 能够运行的条件:

$$T_1: t_1 \geq 6 \quad T_2: t_1 \geq 11 + 2t_x \quad T_3: t_1 \geq 10 + 3t_x$$

$$t_2 \leq 49 - t_x \quad t_2 \leq 55 - 3t_x, \quad t_2 \leq 40.$$

$$t_2 - t_1 \geq 18 + 3t_x.$$

(3) 根据表 4, 供应半钢的时间与原料到达 B_1 处放下后的时间差必须不小于冶炼出半钢的时间 $t_b = 27$ 分钟, 我们有下面的不等式:

$$t_1 \leq 22 - 3t_x$$

$$t_2 \geq 34$$

综合上述四个不等式组, 得:

$$11 + 2t_x \leq t_1 \leq 22 - 3t_x$$

$$34 \leq t_2 \leq 40$$

$$t_2 - t_1 \geq 25$$

所以, 只要我们选择满足上述不等式的 t_1, t_2 , 我们便能得出 3 台天车互帮的可行的调度方案。且满足设计要求(1), (2), (3), (4)。对于要求(3), 因为互帮是在 T_1, T_2, T_3 均空闲的区间段实现的, 在互帮时, 天车跟着平行移动即可, 所以不会相撞。对于要求(2), 我们在天车运行状态表中给出了三台天车的作业率, 从表中结果显示, 三台天车的作业率达到了很好的均衡, 下面, 我们给出操作规则说明书。

3. 操作规则说明书

先根据 A 组炉的冶炼时间确定 T_2 的运动时刻, 由 T_3 的工作始点与 T_2 的工作始点的延缓时间可以确定 T_3 的工作始点, 再由 T_1 与 T_2 的延缓关系可以确定 T_1 的工作始点 T_1 :

规则 1: 如果有天车给 $A_k (k=1, 2, 3)$ 加半钢, 过 $3-k * t_x$ 后, 吊辅料槽至 A_k , 返回 P

规则 2: (1) 上半周期

当给 A_1 加完辅料后, 返回 P 放下空槽, 立即赴 Q 点, 途经 B_2 取空罐带到 Q, 取原料一罐至工作点 B_2 , 放下原料罐, 返回 P。

(2) 下半周期

给 A_1 加完辅料后, 返回 P 放下空槽, 立即赴 Q 点, 取原料罐返回 B_1 , 放下原料罐, 返回 P 点

这样上下半周期交替进行.

T_2 :

规则 1: 从 $A_k (k=1, 2, 3)$ 出成品钢时刻来确定 T_2 的工作始点(前推得)分别为:

$$t_1 - 3 - 3t_r, t_2 - 3 - 3t_r, 52 - t_r, 51 + t_1, 107 - 2t_r$$

规则 2: 出现天车 T_1 越过工作点 A_1 (天车 T_1 帮 T_3 吊原料) 则 T_2 向 Q 点移动, 然后随着 T_1 返回出发点.

规则 3: 出现天车 T_3 越过 B 组炉 (T_3 帮 T_2 吊半钢) 则主动将车移到 A_2 , 等 A_3 加完半钢后随 T_3 返回到 B 组炉的另一个出发点

T_3 :

规则 1: 在同一星期里的第一、三、四、六阶段给 B 组炉添加原料, 添加对象分别为 B_1, B_1, B_2, B_2 , 启动时刻较 T_2 分别缓 30 秒、1 分、0、30 秒.

规则 2: 在第五阶段帮 T_2 从 B_1 吊半钢到 A_2 , 从上一阶段 T_2 停止后过 $t_2 - t_1 - 11 - 2t_r$, 这一时刻为本次启动时刻.

* 注: 所给 t_1, t_2 只要满足定理 2 要求, 根据模型 2 得到“天车—炉子运行图”.

4. 应用实际生产过程的讨论:

上述操作方案在 t_a, t_b, \dots, t_k 确定的情况下提出, 但在实际生产过程中, 这些量往往带有随机性, 而我们给现场工作人员的《操作规则说明书》是这样设计的: 由 A 组炉的冶炼状态确定 T_2 的工作时刻, T_1 根据天车给 A 组炉加半钢的时刻来确定, 根据 T_2 的行动时刻来确定 T_3 的行动时刻, T_3 较 T_2 有延缓时间, 每一个动作都是根据与其对应动作的延缓时间来确定自己的行动时刻, 因此, 我们只要尽量保持延缓时间不变.

5. 工序清单

T_1 负责从 P 向 A 组炉加辅料, 且在上周期帮 T_3 从 B_2 提一罐原料并带回空罐, 在下增周期帮 T_3 向 B_1 提一罐原料.

T_2 负责从 B 组炉提半钢到 A 组炉.

T_3 负责从 Q 向组炉提原料且在下半周期帮 T_2 从 B_1 提一罐半钢至 A_2 , 再返回 Q 点各个天车详细的工序清单见天车运行状态图.

6. 年产量的估计

每 55 分钟出 3 炉钢, 每炉 120 吨, 一天能产钢约 9425.45 吨, 一年以 300 工作日计算, 则年产量约为 282.76 万吨.

《天车—炉子作业运行图》见表.

五、年产 300 万吨的建议

1. 提高劳动生产效率

年产 300 万吨, 一年按 300 天计算, 每天需生产一万吨, A_k 出一炉钢的时间为 51.84 分钟, 在现有的设备技术条件下, 冶炼时间 48 分不能变, 只能改变加半钢和辅料的时间为 3.84 分钟, 只能缩短添加半钢和辅料的时间.

2. 购进设备和进行技术改造

购置新的转炉和半钢冶炼炉,对工艺过程进行改造。

表 3

工作点	T_1	T_2	T_3
(1) 始点	t_1+3+t_x	t_1-3-3t_x	t_1-3-t_x
终点	t_1+8+t_x	t_1+8	t_1+7+3t_x
(2) 始点	t_1+8+t_x	移动 $2t_x$	不动
终点	t_1+21+t_x		
(3) 始点	t_2+3-2t_x	t_2-3-3t_x	不动
终点	t_2+8+2t_x	t_2+7+2t_x	
(4) 始点	$58-3t_x$	$52-t_x$	$52-t_x$
终点	$63+3t_x$	$62+2t_x$	$63+3t_x$
(5) 始点	$58+t_1-t_x$	$51+t_1$	$52+t_1$
终点	$63+t_1+t_x$	$62+t_1+3t_x$	$62+t_1+2t_x$
(6) 始点	$63+t_1+t_x$	移动 $4t_x$	不动
终点	$72+t_1+t_x$		
(7) 始点	$58+t-2t_x$	移动 $5t_x$	$52+t_1$
终点	$63+t_2+2t_x$		$62+t_1+2t_x$
(8) 始点	$113-3t_x$	$107-2t_x$	107
终点	$118+3t_x$	$117+t_x$	$117+2t_x$

表 4

B 组可以开始冶炼时间	需要供应半钢时间
t_1+t_x+3	$52-t_x$
t_1+20+t_x	$51+t_1$
$55+t_x+3$	$52+t_2-2t_x$
$55+t_1+t_x+3$	$107-2t_x$
$71+t_1+t_x$	$107+t_1-3t_x$
$110+t_x+3$	$107+t_2-3t_x$

六、模型的评价和改进方向

我们从简单的三台天车(模型 1)方案入手,始终以保证 A 组转炉不间断出钢从而达到高产为中心,致力于使各天车的作业率达到较高程度上的均衡,提出了不同改进方案,得到以三台天车互相帮助为核心的调度方案的模型 2。细致分析了每台天车的各次启动、停止时刻的相互关系,得到一系列可行解、满意解的约束条件。在共同的高产条件下(A 组转炉不间断),比较得模型 2 的作业率均衡做得最好(在 1 周其内, T_1, T_2, T_3 作业率分别为 52.7%, 53.6%, 54.1%),作业率最大差额 1.4%,均衡程度令人比较满意。我们又试着模拟了以增加天车台数为主要思想的 4 台天车方案(见附录),得出 T_1-T_4 的作业率分别为 43.6%, 36%, 39%, 39%)。当然这是由于时间关系不能对它作进一步的调整,但该

模型各车的均衡是以作业水平的下降为代价,而我们则希望尽量避免这种下降。沿这种改进方向(增加天车台数)我们也尝试了一下五台天车的方案(运行图见附录),因时间关系未作进一步研究。总之,模型2是我们这次重点研究并得出较好结果的方案,我们所推崇的改进方案是不降低生产率,尽量不增加天车台数,尽量不降低平均作业率的对各台天车工作时间重新调配的方案。

半钢冶炼炉状态表

半钢 冶炼炉	冶炼允许 开始时间	半钢 出炉时间	冶炼规定 开始时间	冶炼区间
B ₁	$t_1 + t_x + 3$	$52 - t_x$	$55 - t_x - 30$ $= 25 - t_x$	$[25 - t_x, 52 - t_x]$
B ₂	$t_1 + 20$	$51 + t_1$	$55 + t_1 - 4t_x - 30$ $= 25 + t_1 - 4t_x$ $= 24 + t_1$	$[24 + t_x, 51 + t_x]$
B ₁	$55 + t_x + 3$ $= 58 + t_x$	$52 + t_2 - 2t_x$	$55 + t_2 - 2t_x - 30$ $= 25 + t_2 - 2t_x$	$[25 + t_2 - 2t_x, 52 + t_2 - 2t_x]$
B ₂	$55 + t_1 + t_x + 3$ $= 58 + t_1 + t_x$	$107 - 2t_x$	$110 + 2t_x - 30$ $= 80 - 2t_x$	$[80 - 2t_x, 107 - 2t_x]$
B ₁	$72 + t_1 + t_x - 4t_x$ $= 71 + t_1 + t_x$	$107 + t_1 - 3t_x$	$110 + t_1 - 3t_x - 30$ $= 80 + t_1 - 3t_x$	$[80 + t_1 - 3t_x, 107 + t_1 - 3t_x]$
B ₂	$110 + t_x - 3$ $= 113 + t_x$	$107 + t_2 - 3t_x$	$110 + t_2 - 3t_x - 30$ $= 80 + t_2 - 3t_x$	$[80 + t_2 - 3t_x, 107 + t_2 - 3t_x]$

天车运行状态表

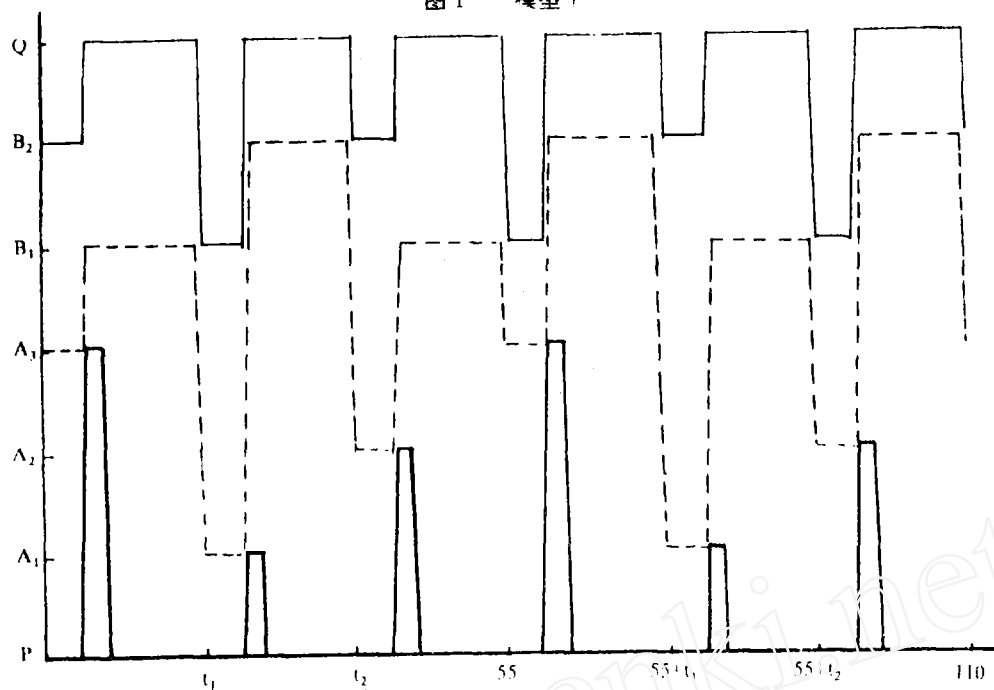
天车	工作区间	动作说明
T ₁	$t_1 + 3 - t_x \rightarrow t_1 + 8 + t_x$	从 P 处提一槽辅料注入 A ₁ , 并返回 P 点放下空槽, 共用时间: $2 + t_x + 2 + t_x + 1 = 5 + 2t_x$
	$t_1 + 8 + t_x \rightarrow t_1 + 21 + t_x$	从 P 出发将 B ₂ 处空罐送至 Q 放下, 提一罐原料注入 B ₂ , 返回 P, 共用时间: $5t_x + 2 + t_x + 2 + 3 + t_x + 3 + 5t_x = 13$ (帮 T ₃ 完成一次)
	$t_2 + 3 - 2t_x \rightarrow t_2 + 8 + 2t_x$	从 P 处提一槽辅料注入 A ₂ , 并返回 P 点放下空槽, 共用时间: $2 + 2t_x + 2 + 2t_x + 1 = 6$
	$58 - 3t_x \rightarrow 63 + 3t_x$	从 P 处提一槽辅料注入 A ₃ , 并返回 P 点放下空槽, 共用时间: $2 + 3t_x + 2 + 3t_x + 1 = 6 + 2t_x$
	$58 + t_1 - t_x \rightarrow 63 + t_1 + t_x$	从 P 处提一槽辅料注入 A ₁ , 并返回 P 点放下空槽, 共用时间: $2 + t_x + 2 + t_x + 1 = 5 + 2t_x$
	$63 + t_1 + t_x \rightarrow 72 + t_1 + t_x$	从 P 处出发到达 Q 点, 提一罐原料放到 B ₁ , 并返回 P 点放下空槽, 共用时间: $6t_x + 3 + 2t_x + 3 + 4t_x = 9$ (帮 T ₃ 做半次, 未提空罐)
	$58 + t_2 - 2t_x \rightarrow 63 + t_2 + 2t_x$	从 P 处提一槽辅料注入 A ₃ , 并返回 P 点放下空槽, 共用时间: $2 + 2t_x + 2 + 2t_x + 1 = 5 + 4t_x$
	$113 - 3t_x \rightarrow 118 + 3t_x$	从 P 处提一槽辅料注入 A ₃ , 并返回 P 点放下空槽, 共用时间: $2 + 3t_x + 2 + 3t_x + 1 = 6 + 2t_x$
	共用作业时间: 58'	作业率: $58/110 = 52.7\%$

天车	工作区间	动作说明
T ₂	$t_1 - 3 - 3t_x \rightarrow t_1 + 8$	从 B ₁ 提一罐半钢注入 A ₁ , 并返至 B ₂ 放下空罐, 共用时间: $3 + 3t_x + 5 + 4t_x + 2 = 11 + 3t_x$
	移动时间为 $2t_x$, 时刻定位较宽松	被 T ₁ 从 B ₂ 位置挤至 Q(t_x), (可在 T ₁ 到来前自行移至 Q 点), T ₁ 返回后顺势加到 B ₂ 位置(t_x)
	$t_2 - 3 - 3t_x \rightarrow t_2 + 7 + 2t_x$	从 B ₂ 提一罐半钢注入 A ₂ , 并返至 B ₁ 放下空罐, 共用时间: $3 + 3t_x + 5 + 2t_x + 2 = 11 + 3t_x$
	$52 - t_x \rightarrow 62 + 2t_x$	从 B ₁ 提一罐半钢注入 A ₃ , 并返至 B ₂ 放下空罐, 共用时间: $3 + t_x + 5 + 2t_x + 2 = 11 + 3t_x$
	$51 + t_1 \rightarrow 62 + t_1 + 3t_x$	从 B ₂ 提一罐半钢注入 A ₁ , 并返至 B ₁ 放下空罐, 共用时间: $3 + 4t_x + 5 + 3t_x + 2 = 11 + 3t_x$
	移动时间为 $4t_x$, 时刻定位较宽松	被 T ₁ 从 B ₁ 位置挤至 Q($2t_x$)(也可自行提前移至 Q), T ₁ 返回后顺势加到 B ₂ 位置 Q ₁ ($2t_x$)
	移动时间为 $5t_x$, 时刻定位较宽松	被 T ₃ 从 B ₁ 位置挤至 A2($2t_x$)(也可自行提前移至 Q), T ₃ 返回后顺势加到 B ₂ 位置($3t_x$)
	$107 - 2t_x \rightarrow 117 + t_x$	从 B ₂ 提一罐半钢注入 A ₃ , 并返至 B ₁ 放下空罐, 共用时间: $3 + 2t_x + 5 + t_x + 2 = 10 + 3t_x$
共用作业时间: 59'		作业率: $59/110 = 53.6\%$
T ₃	$t_1 - 3 + t_x \rightarrow t_1 + 7 + 3t_x$	从 Q 提一罐原料放入 B ₁ , 并将空罐送回 Q, 共用时间: $3 + 2t_x + 3 + 2 + 2t_x + 2 = 10 + 4t_x = 11$
	$52 - t_x \rightarrow 62 + 3t_x$	从 Q 提一罐原料放入 B ₁ , 并将空罐送回 Q, 共用时间: $3 + 2t_x + 3 + 2 + 2t_x + 2 = 10 + 4t_x = 11$
	$52 + t_1 \rightarrow 62 + t_1 + 2t_x$	从 Q 提一罐原料放入 B ₂ , 并将空罐送回 Q, 共用时间: $3 + t_x + 3 + 2 + t_x + 2 = 10 + 2t_x$
	$51 + t_2 \rightarrow 67'30'' + t_2$	从 Q 点出发, 从 B ₁ 提一罐原料注入 A2, 并返回 B ₂ 放下空罐, 再返回 B ₁ 取一空罐送至 Q 点入下, 共用时间: $2t_x + 3 + 2t_x + 5 + 3t_x + 2 + t_x + 2 + 2t_x + 2 = 16'30''$
	$107 \rightarrow 117 + 2t_x$	从 Q 提一罐原放入 B ₁ , 并从 B ₁ 提回一空罐送回 Q 处放下, 共用时间: $3 + t_x + 3 + 2 + t_x + 2 = 10 + 2t_x$
	共用作业时间: 59'30"	作业率: $59.5/110 = 54.1\%$

参考文献

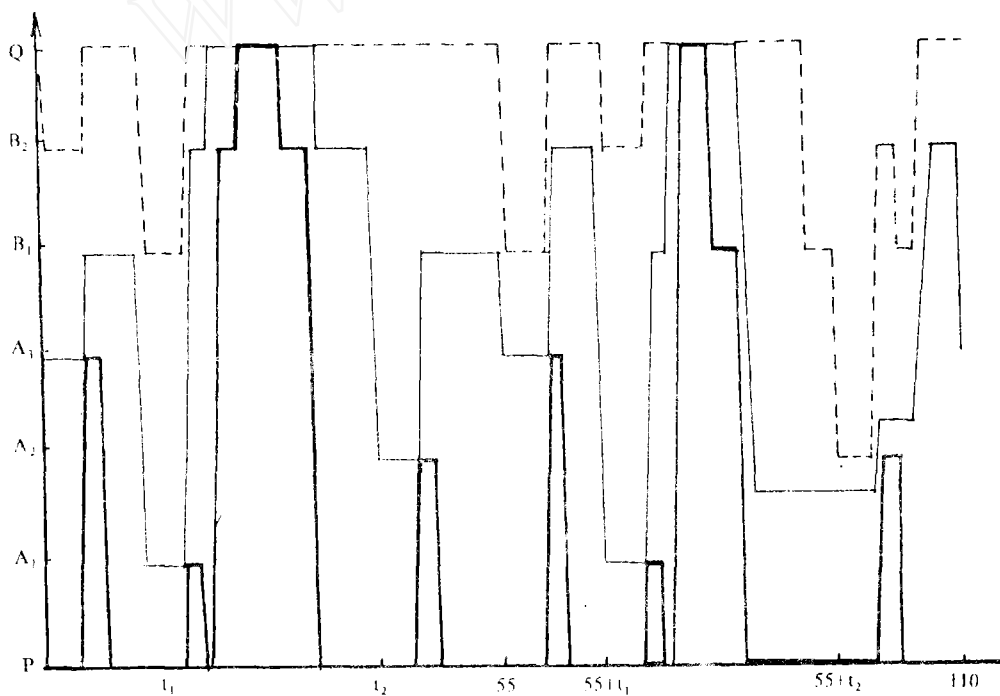
1. 吴望名, 图论及其应用, 北京: 科学出版社.
2. 王天平, 组合数学, 武汉: 华中理工大学出版社.

图 1 模型 1



横轴表示时间，纵轴表示位置，粗黑线表示 T_1 的运动轨迹，虚线表示 T_2 的运动轨迹，细实线表示 T_3 的运动轨迹

图 2 模型 2



横轴表示时间，纵轴表示位置，粗黑线表示 T_1 的运动轨迹，细实表示 T_2 的运动轨迹，虚线表示 T_3 的运动轨迹