第 20 卷 第 5 期
2003 年 03 月

工 程 数 学 学 报
JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS

Vol. 20 No. 5
Mar. 2003

文章编号：1005-3085（2003）05-0134-04

车灯线光源的优化设计

钱正平， 蔡瑞初， 孙 弘
指导教师： 梁满发， 洪 毅
（华南理工大学应用数学系，广州 510640）

编者按：本文通过计算机数值模拟，考虑到了光线通过反射面反射后照射在测试屏上时照射面积之间的变化关系，从而相当于对反射光线的强度进行了一定的加权处理。本文虽然没有参加全国评奖，但具有一定的特色，在此予以摘要发表。

摘 要：本文研究了一车灯反射光在测试屏上的光强分布，并给出了在一定的设计规范下，使车灯线光源功率最小的设计方案。我们采用计算机作数值模拟，把线光源分割为点光源，将反射面划分成小块，求出点光源发出的光线经过小块反射到测试屏上的区域位置和强度，经叠加得到该点光源在测试屏上的光强分布，最后求出线光源在该屏上的光强分布。利用以上方法，我们求得在同一设计规范下，线光源功率最小时的长度为 3．98～4．02 毫米。

关键词：数值模拟；微元法；线光源；优化设计

分类号：AMS（2000）49K35 中图分类号：O224 文献标识码：A

1 问题重述

本题要求在满足一定设计规范的前提下，计算理想车灯在功率最小时的线光源长度，同时画出测试屏上的反射光亮区，并讨论该设计规范的合理性（图 1 所示）。

为方便计算，建立如图 1 所示坐标系

此时车灯反射面方程为：$z = \dfrac{x^2+y^2}{60}$，线光源过焦点 F（0，0，15）且关于 x 轴对称。

设计规范简述如下：光线经旋转抛物面一次反射到达测试面，得到的光强分布满足 C（0，－2600，25000）点的光强不小于某一额定值（定为 1），B（0，－1300，25000）点的光强不小于该额定值的两倍（2）。

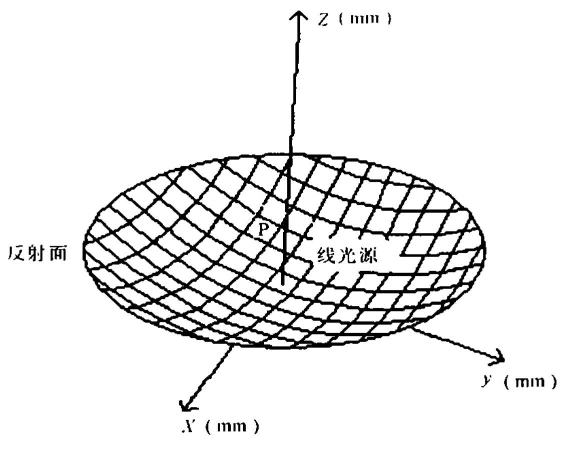

图 1 模型的参考坐标系

2 基本假设

1）光线沿直线传播；2）线光源透明，即不遮挡反射光线；3）线光源为白光光源，不发生干涉；4）不考虑直接照射到测试屏上的光线。

由下面的分析可以知道，直接照射到测试屏上的光，其通量较反射光弱得多（只有其 $10^{-2} \sim 10^{-6}$），所以假设 4 是合理的。

模型分析和建立

在问题中，反射面为旋转抛物面，光源为一线光源，采用解析方法难以解决。我们考虑运用离散方法，即数值模拟求解：利用微元思想将线光源、反射面、测试屏分别作一定精度的分割，得到一系列离散的对象，再对这些对象用计算机依据已建立的数学模型作数值计算，得出结果。先对整个过程建立数学模型（数值单位为 mm）位于点 P（0，t，15）的一点光源发出的光线，入射到抛物面上一点 Q（$r\cos\theta$，$r\sin\theta$，$\frac{r^2}{60}$）（r，θ 为 xoy 平面上的极坐标），其入射光线为 $\frac{x}{r\cos\theta} = \frac{y-t}{r\sin\theta - t} = \frac{z-15}{\frac{r^2}{60} - 15}$，法向量为（$\frac{r\cos\theta}{30}$，$\frac{r\sin\theta}{30}$，$-1$），依据镜面反射定理，可得反射光线为

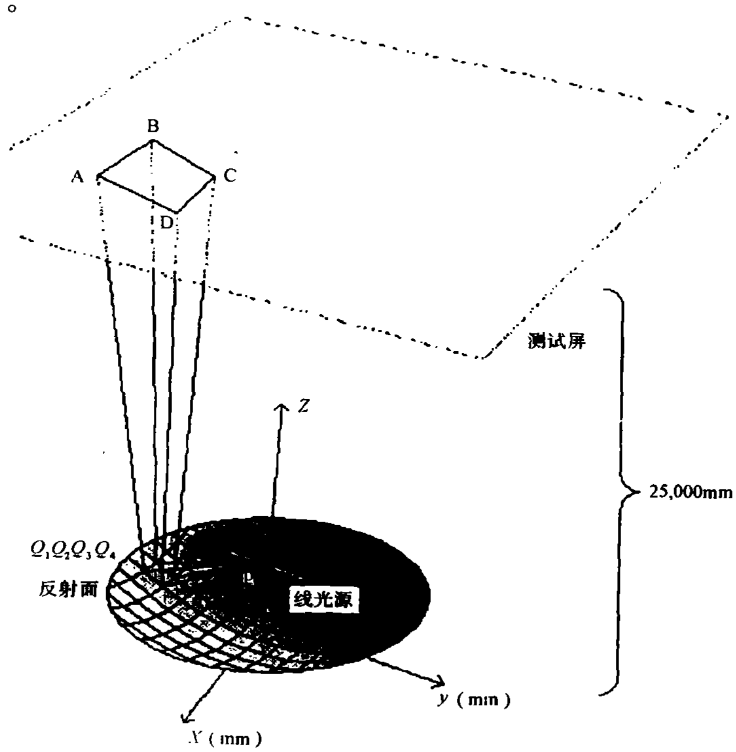

图 2　点光源发出的光线经面元反射后射到测试屏

$$\frac{x - r\cos\theta}{\frac{r^2 t\sin 2\theta}{r^2+900}} = \frac{y - r\sin\theta}{\frac{t\,(-r^2\cos 2\theta - 900)}{r^2+900}} = \frac{z - \frac{r^2}{60}}{\frac{r^4 + 1800^2 - 3600tr\sin\theta + 810000}{60\,(r^2+900)}}$$

令 $z = 25015$，求得该反射光线与测试屏上的交点（图 2 所示）。

我们在 xoy 平面上按极坐标网格划分，相应地把抛物面划为面元，设其中一个面元 $Q_1Q_2Q_3Q_4$ 对应的参数依次为（r，θ），（r，$\theta + d\theta$），（$r + dr$，$\theta + d\theta$），（$r + dr$，θ），在计算中取 $dr = 0.1$，$d\theta = 1.8°$，得到四条反射光线，它们交测试屏于 A，B，C，D 点。

我们可近似认为，经面元 $Q_1Q_2Q_3Q_4$ 反射的光线恰好在测试屏上形成四边形 $ABCD$，且射到 $ABCD$ 的光通量就等于射到 $Q_1Q_2Q_3Q_4$ 的光通量，并认为这些通光量在区域 $ABCD$ 内均匀分布（想象只有这一小块镜子，那么在测试屏上就只有 $ABCD$ 这一小块亮区）。接下来我们计算该区域的光通量。

光通量 $\phi = \frac{I_0 s' \cos\beta}{\lambda^2}$，其中 I_0 设为一个点光源的光强（I_0 正比于功率），s' 为受光面积，β 是受光面法向与光入射方向的夹角，λ 表示受光面到光源的距离。对于我们刚才讨论的面元，其在平面上的投影面积为 $rdrd\theta$，面元法向与 z 轴夹角为 α，容易求得 $s' = \frac{rdrd\theta}{\cos\alpha} = \frac{30rdrd\theta}{\sqrt{r^2+900}}$，计算 λ 时，取入射点 Q（$r\cos\theta$，$r\sin\theta$，$\frac{r^2}{60}$），则 $\lambda =$

$\sqrt{\frac{r^4}{3600}+\frac{r^2}{2}+t^2+2rt\sin\theta+225}$，从而计算出 ϕ 值。

将求得的光通量反映到测试屏上需要进行处理：假定考察测试屏上 8000×8000 的范围，把它划分成 1000×1000 个网格，在每一个网格中，不再考虑光强的变化。先判断区域 $ABCD$ 是否在考察范围内求出其包含的网格数，将求得的光通量平均分摊到网格中。因对所有面元求出光通量的分布位置，再进行叠加，所以面元要足够小，网格要足够多，光强分布才比较精确。

求得了一点光源发出的光线经反射后在测试屏上的光强分布后，可以进一步利用对线光源的分割（取 $dt=0.01$），把每一点光源的光强分布叠加起来，求出其光强分布。

按题目的要求，为了分析功率大小，不妨先假定每一个点光源都具有相同的光强 I_0，对于一个给定长度 l（求解时发现 $l\geqslant 3.10$，否则 C 点光强为零）的线光源（以 $dt=0.01$，分割成点光源），其功率 $w=I_0\left(\frac{l}{0.01}+1\right)$，求出反射光在屏上的光强分布，判断 B，C 两点的光强（某一邻域内的平均值）是否符合给定规范（$I_C\geqslant 1$，$I_B\geqslant 2$）：若符合，则将线光源的功率降低，即减小每一个点光源的强度，假设 $I'_0=aI_0$，（$0<a\leqslant 1$）时，B，C 两点的光强刚好满足规范，则在线光源长度为 l 时，所需要的功率为 $w=I'_0\left(\frac{l}{0.01}+1\right)$；反之亦然。改变线光源的长度，不断重复上述过程，就得到了线光源 w 的功率和长度 l 之间的一一对应关系，找出 w 的最小值 w_0，与其对应的 l_0 即为所求。

计算机数值模拟求解 基于以上的想法，编制了程序 C++，基本框图如（图 3 所示）。

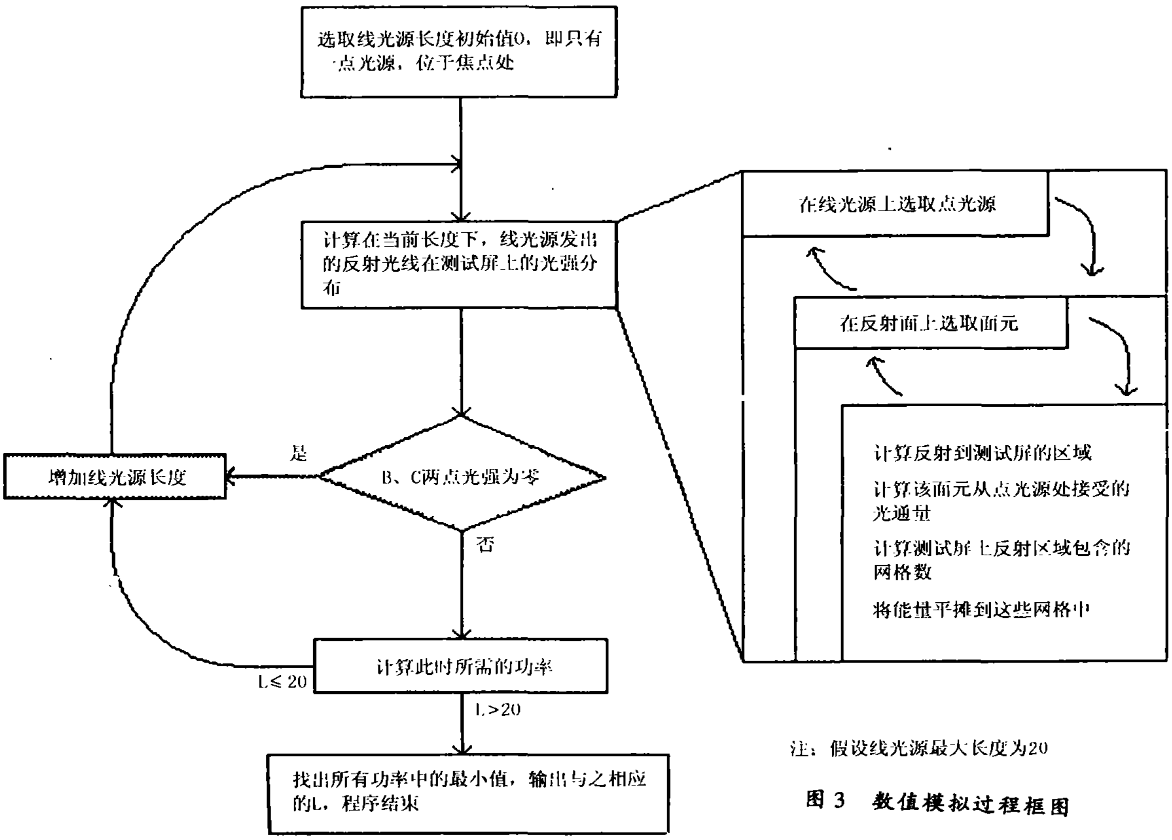

图 3 数值模拟过程框图

判断某一网格的中心点是否落在区域内，并以此认为该网格是否有占有光通量，对较小的区域（可能没有一个网格中心点落在其中）也作了处理，将其光通量全部归入包含这一微小区域的网格中。为提高程序的运行速度，提高效率，主要采取以下方法

1）对于每一处搜索，限定合适的范围。

2）处理第一问时，只计算 B，C 两点处的一邻域（40×40）内的光强。

程序的运行结果如下

	参数：
B 点起亮时，$l=1.56$	$dt=0.0100$
C 点起亮时，$l=3.10$	$dr=0.1000$
$w_0=13095.0$（只具有相对意义）	$d\theta=0.0314\approx1.8°$
$l_0=4.02$	线光源最大长度 $l_1=30$

为了对我们的取点间隔、精度等作进一步的考察，我们将面元面积大幅度地减小，取 $dr=0.001$，$d\theta=0.5°$，为了让程序有可以接受的运行速度，我们认为所有的光通量都反射到测试屏上的某一个网格内。这样，程序的运行结果如下

	参数：
B 点起亮时，$l=1.56$	$dt=0.0100$
C 点起亮时，$l=3.10$	$dr=0.0010$
$w_0=12917.7$（只具有相对意义）	$d\theta=0.0087\approx0.5°$
$l_0=3.98$	线光源最大长度 $l_1=30$

我们的结论是在一定的精度下给出的，尽管两种方法基于其实现过程采用了不同的精度求解，且所得结论较为一致，但精度的改变仍有可能再次影响最终结果。

从而得到的光强分布图 4 所示。

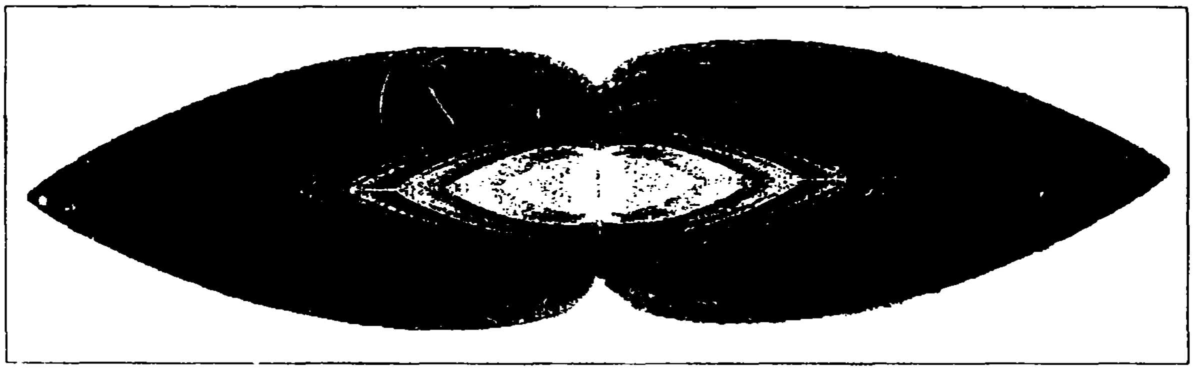

图 4　测试屏上的光强分布（横向与线光源平行）

模型的不足　本模型假设了线光源是透明的，没有考虑线光源本身对反射光线的阻挡问题，与事实不符，可能会引起结果与事实有一定的差距。

参考文献：

[1]　刘保泰，苗文利，薛方津. 线性代数与空间解析几何 [M]. 天津：天津大学出版社，2001

[2]　李晓彤. 几何光学和光学设计 [M]. 杭州：浙江大学出版社，1997

[3]　尹泽明，丁春利等. 精通 MATLAB 6 [M]. 北京：清华大学出版社，2002

（下转 133 页）

比赛相隔场次数只有 3,4;

2) 赛程的编制方法能够推广到任意数 n 的情况;

3) 对衡量赛程优劣的其它指标的讨论比较充分。

顺便指出,其它指标的讨论是开放性的,只要能合理地衡量赛程的优劣就行,如有的队用 $d=\frac{1}{n(n-2)}\sum_{i=1}^{n}\frac{\sum_{j=1}^{n-2}|c_{ij}-\bar{c}_i|}{\bar{c}_i}$(其中 $\bar{c}_i$ 为 c_{ij} 的平均值)表示平均相对离差,d 越小越好;有的队考虑到比赛场次靠后的队比场次靠前的队获得的信息要多,于是引入所谓平均信息度 $f=\frac{\max\limits_i(SA_i)-\max\limits_i(SA_i)}{n}$(其中 $SA_i=\sum_{j=1}^{n-1}a_{ij}$,$a_{ij}$ 为 i 队的第 j 场比赛),f 越小,各队获得的信息越接近。当然,如果能得到所定义指标的最优值,从而可以衡量你编排的方案是否达到了这个最优值(正如本文(1)(6) 作的那样),就更好了。

这个题目涉及的是单循环赛,并且只有一块场地(或同时只能举行一场比赛),比较简单,复杂一些的情况有:单循环赛,有多块场地(或同时可举行多场比赛);双循环赛,即两队主客场各赛一次,安排赛程时除间隔场次外,要考虑主客场因素。另外,像桥牌比赛那样,不仅对手要轮换,牌局也要轮换的赛程安排就更复杂一些。

The Mathematical Problems for Match Scheduling

JIANG Qi-yuan

(Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract: The general results for the contest title of match scheduling with the found problems in judging students' paper are presented. Also, some problems for further study are offered.

Keywords: match scheduling; number of breaks between two adjacent games of one player

---

(上接 137 页)

Optimization Design for Lineal Light

QIAN Zheng-ping,　CAI Rui-chu,　SUN Hong

Advisor:　LIANG Man-fa,　HONG Yi (chief)

(South China University of Technology, Guangzhou, 510640)

Abstract: In this paper, a reflection model for lineal light is presented and the intensity distribution is exactly calculated. We divide the lineal light into point light and the revoluting paraboloid into tiny flat mirrors. By analytical calculation, the differential unit model is developed according to the reflection laws. Through numerical simulation, we conclude that the optimized length of lineal light in the specific design code is 3．98～4．02mm.

Keywords: numerical simulation; lineal light; optimization design