

文章编号:1005-3085(2003)07-0020-09

## 考虑自愈的 SARS 的传播模型

李 贝, 徐海璐, 郭佳佳  
(大连理工大学, 大连 116024)

**编者按:** 本文根据 SARS 的传播规律, 将人群分成易感染者、潜伏期病人、未发现病人、已发现的病人及治愈(或死亡)而具有免疫力的人五类。考虑自愈和控制(用参数表示)建立了微分方程模型和模拟模型, 研究了疫情随各参数(包括自愈率)变化的规律, 为控制疫情提供了具有一定参考价值的意见, 作者如能通过对前期数据的分析去确定参数, 则模型还能发挥一定的后期预测功能。本刊已发表文章的主要部分。

**摘 要:** 本文根据对 SARS 传播的分析, 把人群分为 5 类: 易感类、潜伏期类、患病未被发现类、患病已被发现类和治愈及死亡组成的免疫类, 并考虑自愈因素, 提出了两个模型: 微分方程模型和基于 Small-World Network 的模拟模型。对微分方程模型, 以香港为例讨论了自愈的影响, 在一定意义下说明自愈现象在 SARS 传播中是普遍存在的。模拟模型利用 Small-World Network<sup>[1]</sup> 模拟现实中人们之间的接触; 借鉴 Sznajd 模型<sup>[2]</sup> 观念传播的基本思想“考察区域内每个成员如何影响与其有联系的其他成员”, 用影响类比传染, 从患病者去传染与其有接触的健康人的角度, 模拟 SARS 的传播过程; 然后吸收元胞自动机模型<sup>[3]</sup> 同步更新的思想, 最终建立了一个患病者传染邻居, 且一个成员同时受所有邻居影响的基于 Small-World Network 的模拟模型。对此模型, 我们讨论了一些主要参数及接种疫苗的影响, 最后拟合北京数据, 讨论了提前或推迟 5 天采取措施的影响。

**关键词:** SARS; 自愈; 微分方程; Small-World Network; Sznajd 模型; 元胞自动机模型; 模拟

**分类号:** AMS(2000) 34B08

**中图分类号:** O241.81

**文献标识码:** A

### 1 基本假设与符号

#### 1.1 基本假设

- (1) 假设 SARS 的传播方式为接触性传播, 不与患病者接触就不会被感染;
- (2) 假设人们被感染后需先进入潜伏期, 在潜伏期内不具备传染性;
- (3) 假设 SARS 患者被发现后就立即被隔离, 被隔离者不具备传染性, SARS 患者只在被发现前可以传染他人;
- (4) 假设 SARS 康复者不会被再次感染, 并且不具备传染性;
- (5) 不考虑在 SARS 传播期间人口的自然出生和自然死亡;
- (6) 所研究地区的人口总量一定, 不考虑该段时间内人口的迁入迁出;

#### 1.2 符号说明

$N$ ——我们所研究区域的人口总数；

$S$ ——易感类,该类成员没有染上 SARS,也没有免疫能力,可以被传染上 SARS；

$E$ ——潜伏期类,该类成员已经感染了 SARS 病毒,但尚处于潜伏期,还不是 SARS 患者,不能把病毒传染给  $S$  类成员；

$I_u$ ——患病未被发现类,该类成员已经成为真正的 SARS 患者,能够把病毒传染给  $S$  类成员；

$I_i$ ——患病已被发现类,该类成员虽然是 SARS 患者,但由于发现后立即被严格隔离,不能传染给  $S$  类成员； $R$ ——免疫类,该类成员为 SARS 康复者或因患 SARS 死亡,已经具有免疫力,不再对其它成员产生任何影响；

$H$ ——潜伏期天数； $L$ ——传染期天数；

$P$ ——SWN 模型中每条连接边“断键重连”的概率；

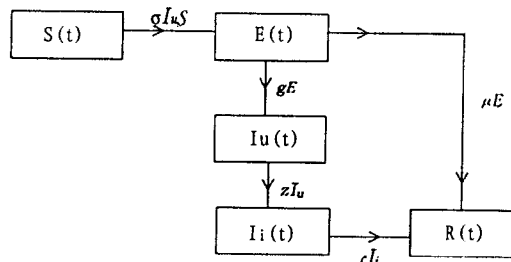
$J$ ——SWN 模型中每个节点被选中进行再次“断键重连”的选中概率；

$Q$ —— $S$  类成员接触  $I_u$  类成员后被感染 SARS 的概率；

## 2 微分方程模型

### 2.1 模型建立

我们把一个封闭区域内的人群完备的分成 5 类： $S$  类、 $E$  类、 $I_u$  类、 $I_i$  类和  $R$  类,设第  $t$  天时五类成员的人数分别为  $S(t)$ 、 $E(t)$ 、 $I_u(t)$ 、 $I_i(t)$ 、 $R(t)$ ,该地区总人口为  $N$ 。考虑自愈因素,则各类成员之间的流动情况如下图所示：



其中： $\sigma$  是患病人群每天接触并传染易感人群的比例系数；

$g$  是 SARS 感染者的日发病率， $\mu$  是 SARS 感染者的日自愈率；

$z$  是患病人群每天被隔离的比率， $c$  是免疫率；

借鉴以往微分方程建立传染病模型的思想<sup>[4-6]</sup>,我们得到如下的关于 SARS 传播的  $SEI_u I_i R$  微分方程模型：

$$\begin{cases} s' = -\sigma I_u S \\ E' = \sigma I_u S - gE - \mu E \\ I_u' = gE - zI_u \\ I_i' = zI_u - cI_i \\ R' = cI_i + \mu E \end{cases} \quad \text{其中,} \quad \begin{cases} S + E + I_u + I_i + R = N \\ S \geq 0, E \geq 0, I_u \geq 0, I_i \geq 0, R \geq 0 \\ g + \mu = \frac{1}{H} \\ 0 \leq g, z, c \leq 1 \end{cases}$$

### 2.2 模型求解及结果分析

#### 2.2.1 参数意义及确定

(1)  $\sigma$  是患病人群每天接触并传染易感人群的比例系数

易知  $\sigma = \lambda q$ 。其中,  $\lambda$  为一天内一个患病者与他人的接触率,  $\lambda = \frac{\text{每人每天平均接触人数}}{\text{总人口}}$ ,  $q$  为一个易感者接触一个患病者后被感染的概率

- (2)  $g$  是 SARS 感染者的日发病率,  $\mu$  是 SARS 感染者的日自愈率

假定每个 SARS 感染者的实际潜伏期天数服从区间  $[1, H]$  上的均匀分布。也就是说, SARS 感染者以均等的概率在这  $H$  天之中的任何一天发病或者自愈。(  $H$  为

潜伏期天数上限)容易得到:  $g + \mu = \frac{1}{H}$

- (3)  $z$  是患病人群每天被隔离的比率,反映了社会的警觉程度及政府措施的力度。

- (4)  $c$  是免疫率,也就是患病人群每天病死率和治愈率之和。

易知:  $c = \frac{\text{每天治愈和病死的人数}}{\text{当前隔离人数}}$ , 可以根据实际数据得到。(由每天数据计算出当天  $c$  值,其平均值即为所求)

### 2.2.2 模型求解及结果分析

我们先做出公布的实际数据与时间的函数图象,然后调用 Matlab 软件中的 ode45 函数得到方程的解。对比这两组图,可以发现实际和理论存在着一定的差异。所以,我们必须通过不断调整非确定性参数( $\sigma, g, \mu, z$ )来使实际图象和理论图象趋于一致。需要注意的是,公布的 SARS 日累计患病人数是  $I_i(t) + R(t) - \mu E(t)$  的值,不包括未被发现的 SARS 患者  $I_u(t)$  的值。

- (1) 与公布数据的比较

我们以香港数据为例。查得香港总人口为 670 万,把  $N = 6.7 \times 10^6$  代入微分方程组约束条件,并取初值  $I_u(0) = 1, S(0) = N - 1, E(0) = I_i(0) = R(0) = 0$  (即认为起初有一个人突然得病)。根据实际数据计算  $c = 0.014$ 。根据相关资料取  $H = 10$ 。在香港这样一个大都市中,平均每人每天接触约几百人,而总人口为 670 万,且根据概率的定义  $q$  值应该在 0 到 1 之间,故  $\sigma$  的数量级应为  $10^{-5}$ 。调整参数得到如图 1 结果。

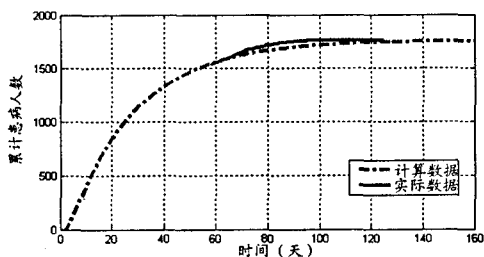


图1 对香港疫情的分析(实际数据从4月25日开始)

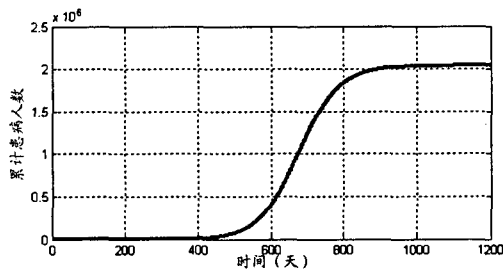


图2 假设不存在自愈对结果的影响

可以看出方程的解较好的符合了实际数据。此时各参数的值为:  $\sigma = 0.0000382, g = 0.0001, \mu = 0.0999, z = 0.4, c = 0.014$ 。  $\sigma$  值基本符合我们的估计,结果是合理的。同时得到  $g \ll \mu$ ,也就是说绝大多数 SARS 感染者是自愈的,只有一小部分 SARS 感染者病发成为真正的 SARS 患者,这与钟南山院士最新的研究成果也是一致的<sup>[7]</sup>;

- (2) 自愈现象对结果的影响

如果不考虑自愈的情况,即  $\mu = 0$  (此时  $g = 0.1$ ),仍以香港为例( $c = 0.014$ )。我们采取极其严厉的措施,取  $z = 100\%$  (此时基本上每个 SARS 感染者一旦发病就立即被隔离)。在这种最不利于 SARS 传播的情况下调整  $\sigma$  值,在  $\sigma$  的意义允许的范围,即使将其调到非常小( $\sigma = 0.0000002$ ),仍然得到如图 2 所示结果。即:如果不存在自愈,则 SARS 流行时间的跨度成倍增加,起初疫情发展缓慢,后来突然爆发,患病人数激增至  $2.1 \times 10^6$ ,也就是说,在如此严厉的隔离措施作用下,最终仍然有三分之一的成员都染上了 SARS。这一结果显然是与实际不符的,这正说明了自愈现象是确实存在的,而且对结果影响相当大。

### (3) 对其他地区数据的拟合

我们利用对香港的分析方法对其他城市的 SARS 传播进行分析。以台湾为例(台湾人口为 2270 万),得到以下结果,此时参数取值为  $\sigma = 0.000001128$ ,  $g = 0.00001$ ,  $\mu = 0.09999$ ,  $z = 0.4$ ,  $c = 0.045$ 。(图略)

从图中可以看出我们的模型不仅适合香港的情况也可以很好的描述台湾的疫情传播。对于不同地区,只要选取合适的参数都可以用该模型来分析。

## 3 基于 Small-World Network 的模拟模型

鉴于微分方程模型只能得到一个总量上的宏观描述,我们考虑人群内部的具体接触情况,从模拟 SARS 具体传播过程的角度出发,提出了一个新的模型:即基于 Small-World Network,并吸收 Sznajd 和元胞自动机(cellular automation)模型思想的模拟模型。

### 3.1 模型建立及算法设计

#### 3.1.1 人群接触情况的描述

用 Small-World Network 模型模拟现代社会网络<sup>[8-11]</sup>,把社会中的人们看成网络的节点,把人们之间的接触关系表示为节点间的连接边,在流行病预测、及防范、控制策略等的研究<sup>[12-15]</sup>上取得了不少成果。

我们从一个含  $N$  个节点的环状规则网络开始,每个节点向与它最邻近的  $K$  个节点连出  $K$  条边。对于每一个节点,都使它沿顺时针方向的  $K/2$  个邻居节点以概率  $P$  “断键重连”(即断开与原邻居节点的连接,而与另一个随机挑选的非邻居节点连接),并且保证没有重复的边出现。这是对人群接触的静态描述。

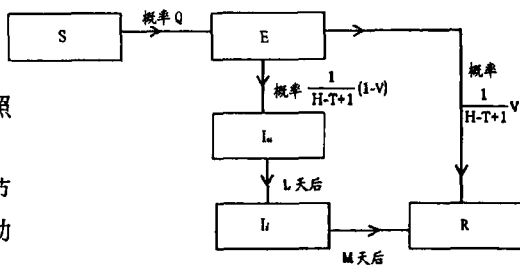
在已经构造好的 SWN 网络基础上,每隔一段时间后,使所有节点都以概率  $J$  被选中,让选中的节点仍以概率  $P$  进行再次“断键重连”。注意不能与处于隔离期和免疫期(死亡者无法接触,而病愈者人们则会自动疏远)的节点相连。这是对人群接触的动态描述, $J$  度量了网络内部节点间的流动程度。

#### 3.1.2 模型建立

设潜伏期上限为  $H$  天,假定 SARS 感染者等可能的在这  $H$  天中的任一天发病或自愈,根据概率知识计算得到,处于潜伏期第  $T$  天的 SARS 感染者转变的概率为  $\frac{1}{H-T+1}$ ,设每天转变的 SARS 感染者中自愈的概率为  $V$ ,自然的,发病的概率为  $1-V$ 。

设第  $t$  天时五类成员的人数分别为  $S(t)$ 、 $E(t)$ 、 $I_u(t)$ 、 $I_i(t)$ 、 $R(t)$ ,该地区总人口为  $N$ 。一个易感者接触一个患病者后被感染的概率为  $Q$ ,SARS 患者从发病到被发现所经历的平均时间,也就是传染期天数为  $L$ ,SARS 患者从被发现到最终治愈或死亡所需要的平均

天数为  $M$ , 则各类成员之间的流动情况如右图所示:



### 3.1.3 算法

根据对 SARS 传播的具体分析, 我们按照以下步骤建立 SARS 传播的模拟模型:

第一步, 构建一个总节点数为  $N$ , 每个节点的度为  $K$ , 节点断键重连的概率为  $P$ , 流动程度为  $J$  的 SWN 网络;

第二步, 初始化所有节点的状态  $\{STATE, EFT, IFT, TRT\}$ , 随机地选一个节点为  $I_u$  类, 其他节点均为  $S$  类; ( $STATE$  为节点的状态;  $EFT$ 、 $IFT$ 、 $TRT$  分别为潜伏、传染、治疗时间, 即为节点变成  $E$ 、 $I_u$ 、 $I_i$  类后经历的时间)

第三步, 在当前时刻  $t$  下遍历所有节点:

1) 如果节点为  $I_u$  类, 则

a) 遍历该  $I_u$  类节点所有的邻居节点, 若邻居节点为  $S$  类, 则这个  $S$  类节点以概率  $Q$  转变成  $E$  类, 同时  $EFT$  变为 1;

b)  $IFT$  变成  $IFT + 1$ , 若此时  $IFT > L$ , 则该节点转变成  $I_i$  类, 同时  $TRT$  变为 1;

2) 如果节点为  $E$  类, 则

a) 该节点以概率  $\frac{1}{H - EFT + 1}$  被选中, 选中的节点以概率  $V$  转变成  $R$  类, 否则转变成  $I_u$  类(同时  $IFT$  变为 1);

b)  $EFT$  变成  $EFT + 1$ ;

3) 如果节点为  $I_i$  类, 则  $TRT$  变成  $TRT + 1$ , 若此时  $TRT > M$ , 则该节点转变成  $R$  类;

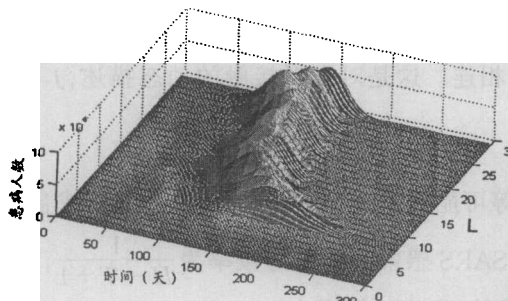
4) 在此遍历过程中,  $S$ 、 $E$ 、 $I_u$  类节点均以概率  $J$  被选中, 选中的节点以概率  $P$  断键重连;

5) 当前时刻  $t$  变成  $t + 1$ ;

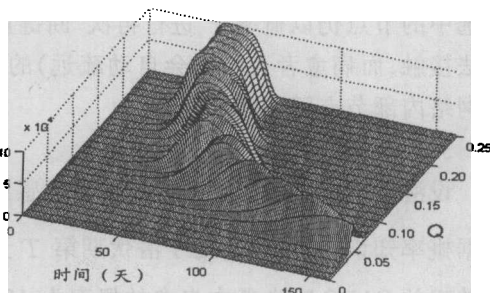
6) 回到第三步, 或结束程序;

## 3.2 结果及分析

### 3.2.1 对参数 $Q$ 、 $L$ 的讨论



(1)  $L = 10$



(2)  $Q = 0.1$

图 3 SARS 的实际传播率  $Q$ 、传染期天数  $L$  对疫情的影响

(1)  $Q$ 、 $L$  对结果的影响



根据<sup>[1]</sup>中对构建 SWN 网络的要求: $N \gg K \gg \ln(N) \gg 1$ , 我们取  $N = 10^5$ ,  $K = 20$ 。取  $P = 0.02$ ,  $M = 30$ ,  $H = 10$ , 将 SARS 的实际传染率  $Q$ 、传染期天数  $L$ 、区域内人们的流动程度  $J$ 、SARS 感染者的自愈率  $V$  作为可调参数。用当前实际患病人数  $I_u(t) + I_l(t)$  来表示 SARS 传播的实际情况。

取  $J = 0$ ,  $V = 0$  (即暂不考虑人员流动性及自愈), 固定  $Q$ 、 $L$  中的一个, 讨论另一个取不同值时对结果的影响。图 4(1)、(2) 为分别改变  $Q$ 、 $L$  的情形。

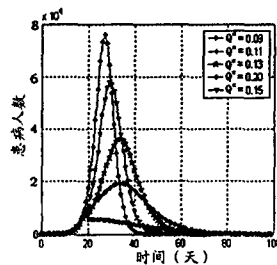
从图 3(1) 可以看出, 当  $L$  一定的时候, 随着  $Q$  的增加, 患病高峰期逐渐提前, 患病人数的峰值逐渐增大。也就是说, 如果病毒实际传播性较强,  $Q$  值较大, 该区域内一旦有人患病, 病毒很快地就传播开来。值得注意的是,  $Q$  有一个阈值  $Q_c$ , 只有  $Q > Q_c$  时该传染病才会在该区域内开始流行, 否则该传染病就不能流行。如图, 在  $L = 10$  时, 我们得到  $Q_c = 0.04$ 。

从图 3(2) 可以看出, 当  $Q$  一定的时候, 随着  $L$  的增加, 患病人数的峰值缓慢增大。也就是说, SARS 患者传染期  $L$  的增加将加剧 SARS 的传播。我们发现  $L$  也有一个阈值  $L_c$ , 如果  $L > L_c$ , 则 SARS 将大规模流行, 否则就不能流行。如图, 当  $Q = 0.1$  时,  $L_c = 7$ 。

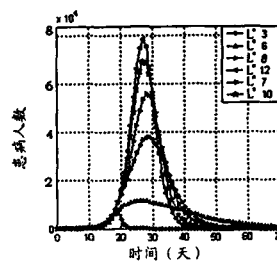
综上所述可得:

- ① 患病人数的峰值随着  $Q$  的增大而迅速增大, 而随着  $L$  的增大, 患病人数峰值并没有非常明显的改变。也就是说, 患病人数峰值对  $Q$  的改变比对  $L$  的改变更加敏感;
- ②  $Q$  的减小将使高峰期推迟, 而  $L$  对高峰期影响不大;
- ③  $Q$ 、 $L$  都存在一个阈值, 当其值小于阈值时, SARS 不会大范围传播, 当大于阈值时将大规模流行;

(2) 在迭代过程中  $Q$ 、 $L$  变化对结果的影响



(1)  $Q$  改变  $L$  不变



(2)  $L$  改变  $Q$  不变

图 4 一段时间后采取措施对疫情的影响

初期人们对 SARS 并没有任何防范,  $Q$  和  $L$  的值都很大, 一段时间后采取措施使得  $Q$  和  $L$  减小。  $Q$  和  $L$  的值减小的越多, 代表相应的措施力度越大。我们仍取  $J = 0$ ,  $V = 0$ : 取  $L = 12$ , 分别取  $0.09$ 、 $0.11$ 、 $0.13$ 、 $0.15$ , 保留  $= 0.2$  的曲线作为对比, 不同的对应的曲线见图 4(1); 取  $Q = 0.2$ , 分别取  $3$ 、 $6$ 、 $7$ 、 $8$ 、 $10$ , 保留  $= 12$  的曲线作为对比, 不同的对应的曲线见图 4(2); 从图 4(1) 中可以看出,  $L$  不变  $Q$  减小时, 在  $Q^* = 0.1$  附近出现突变:  $Q^* < 0.1$  时患病人数在采取相应措施后立刻减少, 并很快减到 0; 而  $Q^* > 0.1$  时患病人数在采取措施后仍然继续增加, 只是上升的速度有所减缓, 患病人数峰值有所减小, 且高峰期推迟出现。从图 4(2) 中可以看出,  $Q$  不变  $L$  减小时, 在  $L^* = 5$  附近出现突变,  $L^* > 5$  时采取相应措施能使患病人数峰值有所减小, 但对高峰期影响不大。

### 3.2.2 对参数 $J$ 的讨论

#### (1) 参数 $J$ 对结果的影响

取  $Q=0.1, L=12, V=0$ , 改变  $J$  的值, 得到如图 5 结果。可以看出, 区域内人口流动性越强, 病毒蔓延得越快, 传染的人越多, 疫情越严重。

#### (2) 在迭代过程中改变 $J$ 对结果的影响

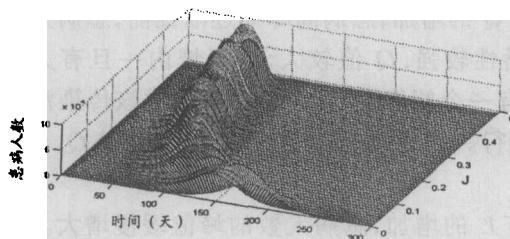


图5 区域内人们的流动程度  $J$  对疫情的影响

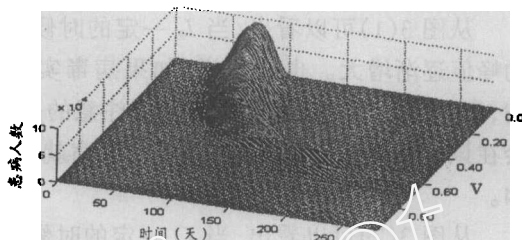


图6 自愈率  $V$  对疫情的影响

取  $Q=0.1, L=12, V=0, t=18$  前  $J=0.2$ , 因为时间原因, 这里仅给出  $t=18$  后  $J=0.2$  和  $J=0.1$  的患病人数峰值:  $\text{Max}[I_u(t) + I_i(t)]_{J=0.2} = 8.6104$   $\text{Max}[I_u(t) + I_i(t)]_{J=0.1} = 4.8104$

可以看出, 区域内人们流动程度  $J$  的减小也使患病人数大大减少, 疫情得以缓解。

### 3.2.3 对参数 $V$ 的讨论

取  $Q=0.2, L=10, J=0$ , 改变自愈率  $V$  的值, 得到如图 6 结果。从图中可以看出, 当自愈率很小时, SARS 将大规模传播。随着自愈率  $V$  的增大, 患病人数减少, 高峰期推迟,  $V$  超过一个值  $V_c$  后, SARS 不能传播开。如图得  $V_c=0.78$ 。

### 3.2.4 接种疫苗的作用

在初始人群中以一定的比率引入已接种疫苗的成员, 将这个比率称为疫苗接种率  $W$ 。这些已接种疫苗的成员既不能被别人传染, 更不能传染别人, 实际上是  $R$  类成员。按照与我们原模型相同的规则, 只是在初始化时赋以  $R$  类成员初值  $WN$  即可。取  $Q=0.1, L=10, J=0.1, V=0$ , 改变  $W$  值, 可得到不同的  $W$  对 SARS 传播情况的影响。

如图 7 所示, 在不同的疫苗接种率  $W$  下, SARS 传播的规模相差很大, 疫苗接种率  $W$  每提高 5 个百分点, 相应的患病人数峰值就有大幅度的下降, 高峰期也延迟相当一段时间。值得注意的是, 当  $W$  为 20% 时, 患病人数非常少, SARS 病毒根本不能够大范围的传播开来。这一结果说明接种疫苗不仅仅是使单个成员免于病毒的感染, 更是切断了病毒进一步传播的途径, 因而能够出现 SARS 病毒从一开始就不能传播开的情况。所以说接种疫苗能够从根本上杜绝 SARS 的大范围传播。

从图 7 我们观察到  $W$  有一个临界值, 当超过该值时, 患病人数基本为零。下面我们讨论不同流动性的区域对这一临界  $W$  值的要求。仍取  $Q=0.1, L=10, V=0$ , 仅改变  $J$ , 对于每组参数组合, 都有相应的临界  $W$  值, 当大于该值时患病人数非常少(我们取患病人数峰值小于 50 为标准)。结果如图 8 所示。也就是说, 要想完全杜绝病毒的传播, 流动性越强的区域所要求人群的疫苗接种率越高。越是经济发达的大城市, 越是需要大范围接种疫苗。

## 3.3 对北京疫情的分析

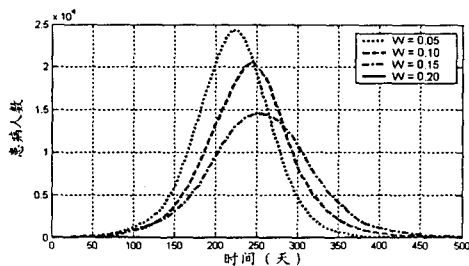


图7 引入接种疫苗人群对疫情的影响

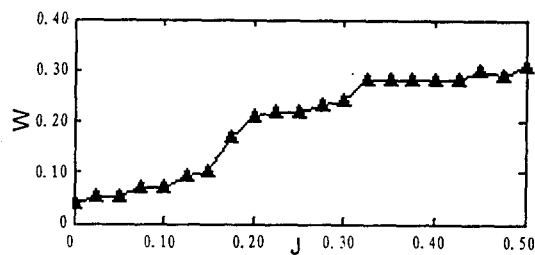


图8 区域成员间流动性J与疫苗接种率W的关系

### 3.3.1 对实际数据的拟合

综合以上提到的所有因素,下面拟合北京的疫情发展情况。取  $N = 10^7$ ,  $K = 20$ ,  $P = 0.02$ ,  $M = 30$ ,  $H = 10$ 。北京市第一例SARS出现在3月1日,以此为坐标起点。政府自4月25日起公布数据,近似认为从此时( $t = 56$ )开始采取措施,用  $I_i(t)$  的累计值拟合公布数字(从采取措施起参数发生变化,未采取措施前采用  $I_u(t) + I_i(t)$  的值拟合公布数字)。调整参数拟合实际数据,我们取  $J = 0.1$ ,  $V = 0.6$ ,得到图9结果。

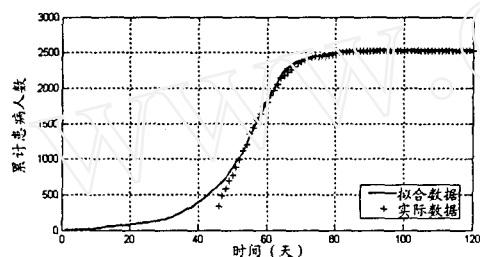


图9 对北京疫情的分析(实际数据从4月25日开始)

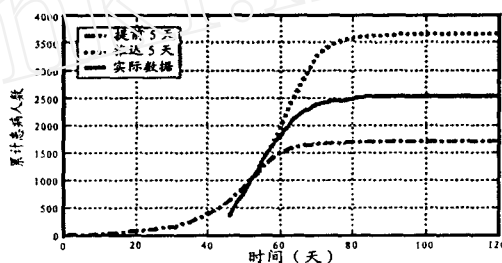


图10 提前或延迟采取措施的影响

### 3.3.2 提前和推迟采取措施对结果的影响

保持上述参数不变,仅使起点除外的所有分段点时间统一减(加)5,即可得到提前(推迟)5天采取措施的结果(如图10)。可以看出,仅仅推迟5天采取措施,就会使患病人数峰值从2523增加到3642,疫情最终得以控制的时间(即曲线开始趋于水平的时间)往后推迟。而提前5天采取措施则能使患病人数峰值减至1702,疫情得到控制的时间有所提前。也就是说,采取措施的及时程度对SARS疫情的影响很大,政府部门能否尽早认识到问题的严重性,尽早采取果断措施对SARS疫情的发展起到了至关重要的作用。

## 3.4 模型评价及改进

### 3.4.1 模型评价

(1) 本模型首先采用SWN模型构建区域结构,较好的模拟了现实中人们之间接触情况,为问题的进一步的解决建立了较为合理的基础;

(2) 本模型在模拟SARS的实际传播过程时,同时吸收了Sznajd和元胞自动机模型中的合理之处,摒弃了其中不符合本题实际问题的成分。做到了既从每个成员影响他人的角度考虑问题,又能实现同步更新,认为一个成员下一时刻的状态是受到当前与其接触的多个成员影响累加的结果,这些都是非常符合现实情况的;

### 3.4.2 模型改进

(1) 可以采用Scale-free Network模型<sup>[16]</sup>,它更能反映现实中人们之间联系的先取连接



性(Preferential Connectivity),也就是说,实际中每个节点的度并不都是相同的,而是存在一些关键节点,和它们相连的节点数比其他节点多。可以对这些关键节点进行研究,比如,这些关键节点如果患病或者接种疫苗会对结果产生什么影响;

(2) 在运用 SWN 模型时,对于和一个节点相连的  $2K$  个节点,到该节点的路径权值应该是不相同的,即和某成员有联系的  $2K$  个成员有亲密疏远的差别,他们被传染上 SARS 的概率是不同的。我们可以使节点与其原邻居节点之间的路径权值取  $d_0$ ,与非原邻居节点之间的路径权值取  $d_c$ ,自然的,  $d_0 > d_c$ ;

#### 参考文献:

- [1] Watts, D.J. and Strogatz, S.H, Collective dynamics of "small-world" networks[J], Nature 393(1998), 440-442
- [2] Dietrich Stauffer, Sociophysics: the Sznajd model and its applications[J], Computer Physics Communications 146(2002), 93-98
- [3] G. Ch. Sirakoulis, I. Karafyllidis, A. Thanailakis, A cellular automation model for the effects of population movement and vaccination on epidemic propagation[J], Ecological Modeling, 133(2000), 209-223
- [4] 唐焕文 贺明峰, 数学模型引论(第二版)[M], 北京:高等教育出版社, 2001
- [5] 姜启源, 数学模型(第二版)[M], 北京:高等教育出版社, 1993
- [6] Jan Medlock, Mark Kot, Spreading disease: integro-differential equations old and new[J], Mathematical Biosciences, 184(2003), 201-222
- [7] <http://news.sina.com.cn/o/2003-09-14/1200748765s.shtml> [EB/OL]
- [8] Francesc Comellas, Michael Sampels, Deterministic small-world networks[J], Physica A 309(2002), 231-235 2002
- [9] Barrat and Weigt, On the properties of small-world network models[J], Europhysics Journal B, 13(2000), 547-560,
- [10] L. A. N. Amaral, A. Scala, M. Barthe'le'my, and H. E. Stanley Classes of small-world networks [J], PNAS, vol. 97 no. 21(2000), 11149-11152
- [11] M. E. J. Newman and D. J. Watts, Scaling and percolation in the small-world network model[J], Phys. Rev. E, 60(1999), 7332-7342
- [12] Jonathan M. Read, Matt J. Keeling, Disease evolution on networks: the role of contact structure[J], Proc. R. Soc. Lond. B, 270(2003), 699-708
- [13] H. Andersson, T. Britton, Epidemics: Stochastic models and their statistical analysis[J], Springer Lecture Notes in Statistics, Vol. 151(2000), Springer, New York
- [14] Damian H. Zanette \*, Marcelo Kuperman, Effects of immunization in small-world epidemics[J], Physica A 309(2002), 445-452
- [15] Octavio Miramontes, Bartolo Luque, Dynamical small-world behavior in an epidemical model of mobile individuals[J], Physica D, 168-169(2002): 379-385
- [16] Romualdo Pastor-Satorras and Alessandro Vespignani, Epidemic Spreading in Scale-Free Networks[J], Physical Review E, 86(2001), 3200-3203

(下转 44 页)

**参考文献:**

- [1] 姜启源. 数学模型[M]. 北京:高等教育出版社,1993
- [2] 赵达纲,朱迎善. 应用随机过程[M]. 北京:机械工业出版社,1993
- [3] 闻新等. Matlab 神经网络应用设计[M]. 北京:科学出版社,2000
- [4] Shi Yaolin. Stochastic dynamic model of SARS spreading[J]. www science.com,2003;9

## The Study of the Spread of SARS

XIAO Hong-jiang, WU Tong, LI Ming-ke

Advisor: HE Zu-guo

(Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876)

**Abstract:** This article compares the model in the attachment 1, and exams its method called "Half - Imitation - Circulation - Calculation". The advantage of the model is itsease, its high precision in the aspect of imitation, and its reasonable change of the value of "K". At the same time, we point out that its main drawback is that it depends on the data excessively and is not able to predict the situation for longer time. In the second question, we bring up four models which are based on four different core methods: (1) the model based on differential and difference equation; (2) the controlling - model based on filter; (3) the model of neural network; (4) the simulation model based on Branching Process. In Model 2, we conclude that SARS will last 99 days in Beijing; the earlier it is controlled, the better it will become; and SARS will not break out preodically. In the third question, we are enlightened by the "consequense function" in economics, so we bring in three different influential functions to draw out "an influential model of the foreign visitors". Then we draw a conclusion that the city of Beijing will lose 1,382, 110 foreign visitors due to SARS. Finally, we give a short composition to be printed on the local newspapers.

**Keywords:** filter; neural network; branching process

-----  
(上接 28 页)

## Modeling the SARS Epidemic Considering Self-cure

LI Bei, XU Haixuan, GUO Jiajia

( Dalian University of Technology, Dalian 116024, China )

**Abstract:** In this paper, a SEIuIR (susceptible, exposed, unisolated infectious, isolated infectious, recovered) model with self-cure is built to model the SARS epidemic. The problem is solved with two methods: one is ordinary differential equation which we then come to a conclusion that self-cure indeed exists in the SARS transmission; the other is computer simulation based on the small-work network which we also absorb the basic ideas of the Sznajd and the cellular automation model, and then we discuss some parameters and the effects of vaccination. At last we analyze the epidemic situation in Beijing and estimate the results if control measures are taken 5 days later or earlier.

**Keywords:** SARS; Self-cure; ordinary differential equation; Small-World Network; the Sznajd model; the cellular automation model; simulation