

文章编号:1005-3085(2004)07-0049-08

## 奥运会网点的优化设计

李冠宇, 周树森, 危士江

指导教师: 曹华林

(海军航空工程学院(青岛), 青岛 266041)

**编者按:** 这篇论文能紧扣赛题, 与题目有关的工作都很好地完成了。论文清晰简练, 模型表达清楚, 结果合理, 从总体来看, 是一篇优秀的论文。

**摘 要:** 本文将人流量转化为关于经过各商区人次数量的函数, 建立“点阵模型”计算各商区人流量分布。随后引入“购买力”的概念, 将人流量及购物欲望的影响结合在一起, 通过修改点阵模型的点权值求出各商区的购买力。再运用相关的数学知识将MS的规模及三个基本要求量化并引入“均衡度”来刻画均衡问题。继而以商业上赢利为目标, 以满足观众的购物需求、各商区MS的个数均衡为约束建立混合整数规划模型, 利用计算机搜索求解。

**关键词:** 点阵模型; 混合整数规划; 均衡度

**分类号:** AMS(2000) 90C27

**中图分类号:** O221

**文献标识码:** A

### 1 基本假设和符号说明

1.1 对问题可作如下假设:

- 1) 观众只沿人行道行走。
- 2) 场馆均满席, 消费者的总数固定。
- 3) 各个看台之间不连通, 看台与商区一一对应, 各商区面积相等。
- 4) 各个交通站点和就餐地点到各个看台的观众数量服从均匀分布。

1.2 文中用到的符号:

$p$ : 大型 MS 的规模

$w(i)$ : 第  $i$  号商区的人流量

$q$ : 小型 MS 的规模

$y(i)$ : 第  $i$  号商区的人次数

$t_i$ : 第  $i$  号商区的购买力

$m_i$ : 第  $i$  号商区大规模 MS 的个数

$n_i$ : 第  $i$  号商区小规模 MS 的个数

$x_i\%$ : 各种乘车方式和就餐方式所对应的百分含量

$X1 \sim X9$ : 依次对应公交(南北), 公交(东西), 出租车, 私家车, 地铁(东), 地铁(西), 中餐, 西餐, 商场

### 2 模型建立与求解

#### 2.1 问题一

##### 2.1.1 三次调查之间的规律分析(纵向分析)见表1

**规律总结:** 三次调查中每一种乘车方式及就餐方式所占的百分比基本一致, 因此可认为观众源的乘车及就餐情况稳定, 无转移现象。

##### 2.1.2 三次调查的综合规律分析(横向分析)

反映规律的因子可以是：乘车方式，就餐方式，消费额，年龄，性别。每两个因子间的关系都可以反映一条规律，我们只考虑与网点建设有直接关系的规律。统计结果如表2：

表1 对三次调查的数据统计

抽查 次数	公交 南北	公交 东西	出 租车	私 家车	地 铁西	地 铁东	中 餐馆	西 餐馆	商 场
第一次	17.49%	17.09%	19.43%	8.80%	18.43%	18.77%	22.37%	52.49%	25.14%
第二次	16.81%	17.44%	18.59%	9.19%	18.91%	19.06%	22.63%	52.25%	25.12%
第三次	16.00%	17.23%	18.85%	9.13%	19.38%	19.41%	22.44%	52.77%	24.49%
综合	16.74%	17.25%	18.89%	9.04%	18.92%	19.09%	22.47%	52.52%	25.01%

表2 乘车方式的规律统计

乘车方式	百分比	考虑方面	一档	二档	三档	四档	五档	六档
公交南北	16.74%	消费额	2.96%	3.85%	7.29%	1.66%	0.56%	0.42%
		年龄	2.72%	9.95%	2.52%	1.55%		
		性别	男：10.80%	女：5.53%				
公交东西	17.25%	消费额	3.26%	4.64%	7.12%	1.71%	0.35%	0.16%
		年龄	1.49%	8.57%	4.27%	2.92%		
		性别	男：10.93%	女：0.63%				
出租车	18.96%	消费额	3.53%	4.57%	8.30%	2.21%	0.22%	0.14%
		年龄	1.85%	11.17%	4.04%	1.91%		
		性别	男：6.46%	女：12.57%				
私家车	9.04%	消费额	1.74%	2.17%	4.00%	0.99%	0.06%	0.08%
		年龄	1.07%	5.36%	1.85%	0.76%		
		性别	男：2.99%	女：6.05%				
地铁东	18.92%	消费额	3.92%	4.75%	8.68%	1.34%	0.16%	0.07%
		年龄	2.05%	11.46%	3.69%	1.73%		
		性别	男：10.48%	女：8.44%				
地铁西	19.09%	消费额	4.02%	4.82%	8.64%	1.37%	0.14%	0.10%
		年龄	1.91%	11.51%	3.81%	1.87%		
		性别	男：10.75%	女：8.35%				

表3 就餐方式的规律统计

就餐方式	百分比	考虑方面	一档	二档	三档	四档	五档	六档
中餐	22.47%	消费额	4.90%	6.63%	9.27%	1.49%	0.12%	0.60%
		年龄	1.16%	9.36%	7.61%	4.34%		
		性别	男：11.98%	女：10.49%				
西餐	52.52%	消费额	8.87%	12.01%	24.9%	5.63%	0.79%	0.33%
		年龄	5.21%	35.93%	8.43%	2.94%		
		性别	男：27.35%	女：25.17%				
商场	25.01%	消费额	5.67%	6.16%	9.87%	21.6%	0.57%	0.58%
		年龄	4.71%	12.73%	4.13%	3.44%		
		性别	男：13.02%	女：11.99%				

### 规律总结:

**出行规律:** 乘车方式中乘坐地铁的人最多, 约占38.01%, 乘坐公交车的人次之, 约占33.99%, 乘坐出租车的人大幅度减小, 约占18.96%, 乘坐私家车的人最少, 约占9.04%, 仅占乘坐出租车的1/2, 占乘坐地铁和公交车之和的1/8, 这种规律基本符合我国的社会现实。

**餐饮规律:** 就餐方式中, 选择西餐的达一半之多, 约占52.52%, 选择中餐和选择在商场就餐的人数相当, 分别占22.47%和25.01%。

**购物欲规律:** 不管选择何种乘车和就餐方式, 消费额方面均是3档最多, 2档次之, 再其次是1档和4档, 5, 6档消费的人很少。

### 年龄及性别规律:

- 1) 不管选择何种乘车和就餐方式, 年龄方面均是2档的最多, 3档次之。
- 2) 乘坐私家车和出租车的人中女性大于男性, 乘公交车的男性大于女性, 其他方式男女比例相当。

## 2.2 问题二

通过考察当地体育场设施, 我们给出以下定义:

**入口商区:** 与看台一一对应的商区。上文已经假设各个看台之间不连通, 看台与商区一一对应, 所以要到某看台观看比赛就必须经过其所对应的商区, 称为入口商区。

**道口商区:** 与人行道直接相连的商区。上文已经假设观众只能走人行道, 所以观众不管到几号看台看比赛都将经过道口商区。

**途经商区:** 由道口商区到入口商区所经过的商区。

观众经过商区的流程是:



图1: 路线图

### 2.2.1 模型一

将观众访问商区的流程翻译成如下的点阵模型: (以商场到国家体育馆各商区为例)

**step1:** 从 $X_i$ 到 $B_j$ 本着最短路径的原则选择途经商区, 在经过的商区对应位置处打点。

**step2:** 若由 $X_i$ 到 $B_j$ 只有一条最短路, 则在概率系数处填1 ( $k_{ij} = 1$ ), 有两条距离相等的路径时填0.5 ( $k_{ij} = 0.5$ )。

**step3:** 给每一个点赋上一个权值 $m_{pq}$ , 则:

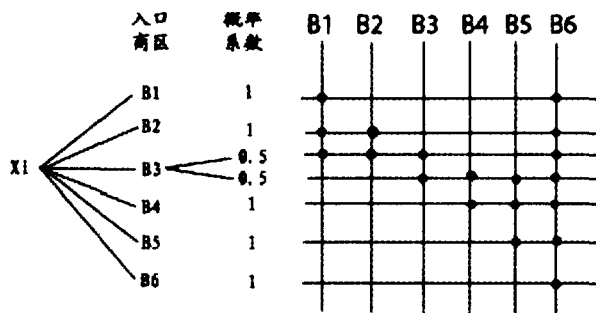


图2: 点阵图

$$m_{pq} = \begin{cases} N_s \times \frac{1}{n_s} \times x_i\% \times k_{ij} & (\text{第} i \text{行第} j \text{列有点}) \\ 0 & (\text{第} i \text{行第} j \text{列无点}) \end{cases}$$

$N_s$  表示第  $s$  个会场总容纳人数,  $n_s$  表示第  $s$  个会场的入口个数。  $x_i\%$  是上文求出的各种出行方式和就餐方式所对应的百分含量。

step4: 对点阵的权值纵向求和所得结果即为由 $X_i$ 到此会场经过 $B_j$ 商区的人次数:  $y(X_i \sim B_j)$ 。

$$y(X_i \sim B_j) = \sum_{p=1}^n m_{pj}$$

step5: 计算商区  $B_j$  的人次数:  $y(B_j)$

$$y(B_j) = \sum_{i=1}^9 y(X_i \sim B_j)$$

第  $i$  号商区的人流量  $w(i)$  是关于商区面积  $s_i$  和经过第  $i$  号商区的人次数  $y(i)$  的函数:  $w(i) = f(y(i), s_i)$ 。因为各商区面积相等, 所以第  $i$  号商区的人流量  $w(i)$  是只关于经过第  $i$  号商区的人次数  $y(i)$  的函数:  $w(i) = f(y(i))$ 。

各商区人流量分布:

$$w(Z_j) = \frac{y(Z_j)}{\sum_{j=1}^{N_Z} y(Z_j)} \quad (Z = A, B, C)$$

将A,B,C区分别看作独立的系统, 计算出各商区的人流量为:

表4 国家体育场的人流量分布

商 区	公交 南北	公交 东西	出 租车	私 家车	地 铁西	地 铁东	中 餐馆	西 餐馆	商 场	总 计
A1	0.24%	2.46%	2.71%	1.29%	0.27%	0.27%	3.21%	0.75%	0.36%	11.56%
A2	0.36%	1.11%	1.22%	0.58%	0.41%	0.41%	1.44%	1.13%	0.54%	7.20%
A3	0.60%	0.86%	0.95%	0.45%	0.68%	0.68%	1.12%	1.88%	0.89%	8.11%
A4	0.84%	0.62%	0.68%	0.32%	0.95%	0.95%	0.80%	2.63%	1.25%	9.04%
A5	1.08%	0.37%	0.41%	0.19%	1.22%	1.23%	0.48%	3.3%	1.61%	9.97%
A6	2.39%	0.25%	0.27%	0.13%	2.70%	2.72%	0.32%	7.50%	3.57%	19.85%
A7	1.08%	0.37%	0.41%	0.19%	1.22%	1.23%	0.48%	3.3%	1.61%	9.97%
A8	0.84%	0.62%	0.68%	0.32%	0.95%	0.95%	0.80%	3.63%	1.25%	9.04%
A9	0.60%	0.86%	0.95%	0.45%	0.68%	0.68%	1.12%	1.88%	0.89%	8.11%
A10	0.36%	1.11%	1.22%	0.58%	0.41%	0.41%	1.44%	1.13%	0.54%	7.20%

表5 国家体育馆的人流量分布

商 区	公交 南北	公交 东西	出 租车	私 家车	地 铁西	地 铁东	中 餐馆	西 餐馆	商 场	总 计
B1	1.39%	0.86%	0.95%	0.45%	1.58%	1.59%	1.12%	4.38%	2.08%	14.40%
B2	0.84%	1.44%	1.58%	0.75%	0.94%	0.95%	1.87%	2.62%	1.25%	12.24%
B3	0.56%	3.45%	3.79%	1.81%	0.63%	0.64%	4.49%	1.75%	0.83%	17.95%
B4	0.84%	1.44%	1.58%	0.75%	0.94%	0.95%	1.87%	2.62%	1.25%	12.24%
B5	1.39%	0.86%	0.95%	0.45%	1.58%	1.59%	1.12%	4.38%	2.08%	14.40%
B6	3.35%	0.57%	0.63%	0.30%	3.78%	3.82%	0.75%	10.5%	5.00%	28.70%

表6 国家游泳中心的人流量分布

商 区	公 交 南 北	公 交 东 西	出 租 车	私 家 车	地 铁 西	地 铁 东	中 餐 馆	西 餐 馆	商 场	总 计
C1	1.57%	1.62%	1.78%	0.85%	1.77%	1.79%	2.11%	4.92%	2.34%	18.75%
C2	1.05%	4.31%	4.74%	2.56%	1.18%	1.19%	1.40%	3.28%	1.56%	21.27%
C3	1.57%	1.62%	1.78%	0.85%	1.77%	1.79%	2.11%	4.92%	2.34%	18.75%
C4	4.18%	1.08%	1.19%	0.56%	4.73%	4.77%	5.62%	13.1%	6.25%	41.48%

表7 将A,B,C区看作一个系统的人流量分布

商区号	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
百分号	6.98%	4.34%	4.89%	5.45%	6.01%	11.9%	6.01%	5.45%	4.89%	4.34%
商区号	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4
百分号	3.73%	3.17%	4.64%	3.17%	3.73%	7.43%	2.59%	2.09%	2.59%	5.37%

### 2.2.2 模型结果分析

规律一：关于道口商区（与人行道直接相连的商区）连线对称的两个商区的人流量相等。

（如图3所示）

规律二：人流量的最大值总出现在道口商区中。

规律三：对于从同一个交通站点

（或就餐地点）来的人流，经过每个商区的人流量在各个商区之间存在着一定的关系，离入口最远的最小（设最小值为 $m$ ），随后依次增加（分别为： $1.5m, 2.5m, 3.5m, \dots$ ），道口商区的人流量最大，为该站点的总人数（如国家体育场的道口商区A6的人流量为 $10m$ ）。

规律四：若将A,B,C区看作一个系统，综合考虑人流量分布时可以看出虽然每个商区对应的看台的容量均为一万，但A区中每个商区的人流量普遍高于B区和C区的人流量，而B区普遍高于C区。

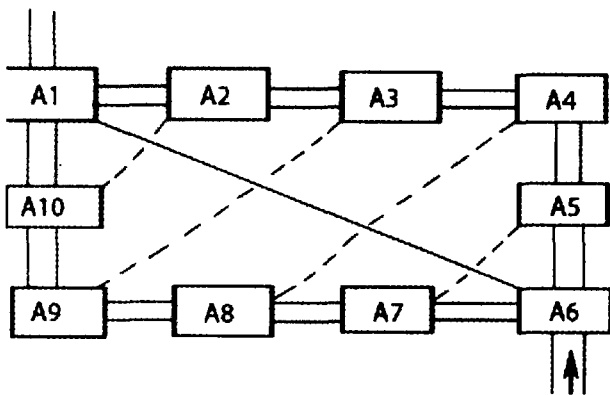


图3: 国家体育场示意图

### 2.3 问题三

将商区内人流量及购物欲望的影响综合，引入购买力的概念：

$$\text{购买力} = \text{人流量} \times \text{消费额}$$

#### 2.3.1 计算各商区的购买力

消费额（非餐饮）分6档：1) 0-100, 2) 100-200, 3) 200-300, 4) 300-400, 5) 400-500, 6) 500以上（元）。

我们将1-5档取其平均值，第6档取550构成消费额系数矩阵：

$$m = [50, 150, 250, 350, 450, 550]$$

消费档次百分比矩阵:

$$A(Xi) = [a_1\%, a_2\%, a_3\%, a_4\%, a_5\%, a_6\%]$$

矩阵 $A(Xi)$ 的元素依次表示选择乘车方式(或就餐方式) $Xi$ 的观众中,消费档次为1~6所占的百分比。

将模型一中每一个点的权值 $m_{pq}$ 改为:

$$m_{pq} = \begin{cases} N_s \times \frac{1}{n_s} \times x_i\% \times k_{ij} \times A(Xi) \cdot m^T & (\text{第}i\text{行第}j\text{列有点}) \\ 0 & (\text{第}i\text{行第}j\text{列无点}) \end{cases}$$

修改权值后仍然按照模型一人流量的求解方法即可求出各商区的购买力,计算出各商区购买力(百分比表示)见表8。

表8 各商区购买力分布

商区号	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
购买力	6.89%	4.31%	4.88%	5.46%	6.04%	12.1%	6.04%	5.46%	4.88%	4.31%
商区号	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4
购买力	3.74%	3.16%	4.60%	3.16%	3.74%	7.47%	2.59%	2.90%	2.59%	5.72%

### 2.3.2 将MS的规模及三个基本要求量化

#### 1) 将MS的规模量化

上文已经计算出各商区的购买力,购买力的大小反映了这个商区的需求,设置MS的目的就是为了满足这一需求,因此用与购买力同量纲的量来衡量MS的规模是比较合适的,上文我们求得的购买力用百分比表示,设整个系统的总购买力为单位1,则大规模MS的规模可设为 $p$ ,小规模MS的规模可设为 $q$ 。

#### 2) 满足奥运会期间的购物需求

对商区A1~A10依次标号1~10,商区B1~B6依次标号11~16,商区C1~C4依次标号17~20。设 $m_i$ 为第 $i$ 号商区大规模MS的个数, $n_i$ 为第 $i$ 号商区小规模MS的个数,当满足:设置 $\geq$ 需求

$$\text{即: } \sum_{i=1}^{20} (m_i \times p + n_i \times q) \geq 1$$

时,我们认为所设置的MS能够满足观众的购物需求。

#### 3) 商业上赢利

虽然奥运会的MS是由小型商亭临时构建的,但也有一定的成本,设置 $\geq$ 需求时可以满足观众的购物需求,但当设置 $\gg$ 需求,就会造成浪费,因此我们认为当供给和需求平衡时,赢利最多。

#### 4) 提出衡量均衡程度的指标

$$\bar{n} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} (m_i + n_i), \quad \text{均衡度: } \gamma = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} (m_i + n_i - \bar{n})^2$$

$\gamma$ 越小,表示所设置的MS越均衡。

### 2.3.3 模型二

为解决MS网点设计问题引入四个变量: $m_i$ ,  $n_i$ ,  $p$ ,  $q$ , 其中 $m_i$ 表示第 $i$ 号商区大型MS的个数, $n_i$ 表示第 $i$ 号商区小型MS的个数, $p$ 表示大型MS的规模, $q$ 表示小型MS的规模。考虑到 $m_i$ ,  $n_i$ 为正整数,而 $p$ ,  $q$ 可以连续变化,继而以商业上赢利为目标,以满足观众的



购物需求、满足各商区MS的个数均衡为约束建立如下混合整数规划模型:

$$\begin{aligned} \text{目标函数: } \text{Min } z &= \sum_{i=1}^{20} |m_i \times p + n_i \times q - t_i| \\ \text{S.T } \begin{cases} \sum_{i=1}^{20} m_i \times p + n_i \times q - t_i \geq 1 & (1) \\ \min(t_i) \leq p \leq \max(t_i) & (2) \\ 0 < q < \min(t_i) & (3) \\ \gamma \leq c & (4) \\ m_i, n_i \text{ 是大于零的整数} \end{cases} \end{aligned}$$

模型说明:

目标	$z$ 越小表示供给与需求越平衡, 赢利越大
$t_i$	第 $i$ 号商区的购买力
$p$	大型MS的规模
$q$	小型MS的规模
$m_i$	第 $i$ 号商区大型MS的个数
$n_i$	第 $i$ 号商区小型MS的个数
约束 (1)	满足观众的购物需求
约束 (2)	对MS大规模范围的限制
约束 (3)	对MS小规模范围的限制
约束 (4)	达到基本均衡

模型求解:

我们采用搜索法来求解此模型。首先对约束(4)具体化, 为便于搜索计算, 认为每个商区内MS的个数的最大值与最小值之差小于等于2, 则满足均衡要求。逐步增加每个商区内MS的个数, 搜索在个数一定时的目标值, 得出结果如下图所示(横坐标为每个商区内MS的个数的最小值, 若横坐标的值为  $n$ , 则MS的个数可以在  $n$  到  $n+2$  之间变化):

从图4可以看出, 当每个商区内MS的个数在9, 10, 11之间变化时, 目标值达到较小。当个数继续增多时, 目标值的变化不明显。图中在9之后出现微小波动, 是由于搜索算法的缺陷引起的。搜索是把连续的变量离散化, 难以找到最优解, 只能搜出局部较优解, 所以出现微小波动是很正常的。但是目标值随着MS个数的增多而减小的总趋势是不变的, 只是由于在9之后目标值的变化并不明显, 没有搜到最优解而出现微小波动。因此, 若MS的个数的变化范围超过9、10、11, 商家的收益并不明显, 只会额外增加开支。因此, 我们把每个商区内MS的个数定在9, 10, 11之间变化, 搜索得到结果如下:

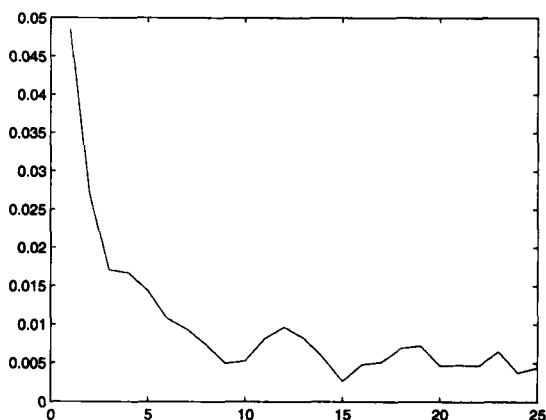


图4:  $z$  与  $n$  的关系图

小型MS的规模为: 0.29%, 大型MS的规模为: 1.15% (占整个系统购买力的百分比), 具体设计方案见表9。

## 2.4 问题四

按以下步骤阐明本文方法的科学性及结果与实际的贴近程度:

### 1) 讨论模型假设的合理性

本文在建立模型前做出了一些可能会对结果产生较大影响的假设,如假设观众只沿人行道行走,假设各个看台之间不连通,看台与商区一一对应等。这些假设是通过考察当地的运动场后才做出的,是符合实际的。

表9 设计方案

商区号	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
大型MS个数	5	2	2	3	4	10	4	3	2	2
小型MS个数	4	7	9	7	5	1	5	7	9	7
总个数	9	9	11	10	9	11	9	10	11	9
商区号	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4
大型MS个数	1	0	2	0	1	5	0	0	0	3
小型MS个数	9	11	8	11	9	6	9	10	9	8
总个数	10	11	10	11	10	11	9	10	9	11

### 2) 讨论数据的可信度

①通过上文对调查数据的纵向分析得出:三次调查反映的情况基本一致,所以虽然调查数据的返回率只有33%,但仍能稳定地反映观众源的情况。

②比较已建好的运动场与奥运会会场的规划图发现:两者在设施组成及构建方面基本一致,只是某些设施的地理位置不同,认为通过预演的调查数据总结出的规律可用于对奥运会会场的预算和设计。

### 3) 模型结果检验

计算机模拟检验(略)

## 参考文献:

- [1] 尹泽明等.精通Matlab6[M].北京:清华大学出版社,2004年2月

## Optimum Design for Networks of Beijing Olympic Temporary Supermarkets

LI Guan-yu, ZHOU Shu-sen, WEI Shi-jiang

Advisor: CAO Hua-lin

(Naval Aeronautical Engineering Academy(Qingdao), Qingdao 266041)

**Abstract:** In this thesis, we firstly utilize a function concerning the frequency people pass each commercial zone to reflect the regulation of people flowing. Secondly, we establish a Point Matrix Model to circulate the result. Thirdly, we introduce the concept of Purchasing Power in so as to cover both factors of the flowing quantity of people and their purchasing desire. Through modifying the percentage value of the model, the purchasing ability of each commercial zone becomes clear. Fourthly, relevant maths methods are adopted to concrete the scale of MS and to fulfill the three basic requirements. In this step, Balance Extent is created to depict the balance the title referred to. Furthermore, we target on commercial benefits to establish a Compound Integral Programming Model based on the limitations of purchasing needs of spectators and the balance. Subsequently, another result is got via computer search method.

**Keywords:** point matrix model; compound integral programming model; balance extent