第20卷 第7期
2003年12月

工 程 数 学 学 报
JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS

Vol.20 No.7
Dec. 2003

文章编号:1005-3085(2003)07-0123-08

"抢渡长江"问题的数学建模和求解

叶其孝
(北京理工大学数学系，北京 100081)

摘 要：本文讲述了"抢渡长江"问题的命题过程，评述了优秀论文，并就鼓励大专、高职和高专学生参加大学生数学建模竞赛、师资培养以及竞赛活动和数学教学改革之间的关联提出了看法和建议。附录中还给出了本问题的一种解答。

关键词：数学建模竞赛；抢渡长江；数学教学改革

分类号：AMS(2000) 97U60;97C70　　**中图分类号**：O242.1　　**文献标识码**：A

1 命题

本题是2002年由华中农业大学的殷建肃教授向全国组委会提供的赛题题目，他给出了和本文附录一致的数学模型，即在江水流速给定条件下看能否控制参赛者的速度以最短的时间 T 沿游泳路线 $(x(t), y(t))$ 从起点游到终点，实际上，这是一个最优控制问题。全国组委会认为这是一个很好的问题，当时由于种种原因没有录用。今年殷建肃教授又向全国组委会提供了2001和2002年当地的有关新闻报道以及有关长江的水文资料等。全国组委会命题小组进行了仔细的研究，部分成员在各种情况下进行了具体的求解，觉得这个问题可以作为今年大专组的赛题。同时又考虑到今年会有更多的高职高专院校参赛，为使更多的同学能够较好地参与竞赛(实际上也确实如此，今年大专组共有1198队参赛，其中约有58%做的是本题)，命题小组把赛题分为四个层次(即四个问题，第四个问题是为了在一定程度上模拟江水的实际流速分布)，根据实际情况对数据进行了一些处理，特别是作了一个重要的提示，即启发(或暗示)同学想到首先考虑 为常角度(不随时间变化)的情形。同时还作了一个使问题简单化的假设，即给定了参赛者游泳的速度为 $u = 1.5\ m/s$。

2 阅卷感想

笔者参加了一个赛区和全国的阅卷，也大体上了解了部分赛区的阅卷情况，事实证明全国组委会命题小组把本题分为四个层次的命题是符合大多数大专组参赛队的实际情况的。绝大多数参赛队能通过速度分解、固定游泳角度来建立数学模型，并完成第一、二个问题的求解以及第三个问题的部分求解。论文给阅卷专家留下了很深的印象。同学们能够通过求解第一、二个问题敏锐地观察到如果流速为分段常数，那么在不同的段内游泳路径一

定是直线，游泳角度一定，优化的问题就是选择角度在一定约束条件下使游泳时间最短。而且第四个问题，即在离岸200m内的流速是随离岸距离线性变化时，也可以近似地把200m等分为n段，近似认为每一段的流速为常数(例如，取平均流速)得到近似解，n越大越接近实际情况，也就越精确。沈阳工程学院队和集美大学队都是这样做的，尽管他们的表述略有不同。例如，沈阳工程学院队对第四个问题求解的表述为：如果在垂直距离上每前进米改变一次游泳角度则目标函数和约束条件为

$$\min \sum_{i=0}^{400/\lambda} t_i = \sum_{i=0}^{400/\lambda} \frac{\lambda}{v\cos\theta_i}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} X = \sum_{i=0}^{400/\lambda} t_i(u_i - v\sin\theta_i) \\ -\pi/2 \le \theta_i \le \pi/2 \end{cases} \tag{1}$$

作为求解多元函数的条件极值问题，利用Mathematica数学软件对的一系列的值求得了近似的和最短时间。集美大学队能用框图等方法清晰地表述其物理思想，对第三、四个问题首先讨论能否保持角度不变地游到终点，结论是肯定的，但不是最优的，然后再用(1)的方法求解(的定义不同)。南昌大学队对第四个问题的求解中，在相应优化问题的求解中约束条件用微分方程形式表示，在[0,200]内游泳角度保持不变时，用数学软件求得了正确的结果。而且他们还从直观分析认为游泳路径为直线则所花时间最少，但是游泳方向(角度)是时刻变化的数学模型，尽管他们忽略了游泳方向(角度)也是时间的函数导致其断言未必正确，不过思路是正确的。南昌大学队有较强的网上查找相关文献的能力，特别要提出的是他们有诚实的学风，在正文和参考文献中都列出了所引用的有关文献，包括看似和本赛题极有关系的文献，例如，他们列出了2002年第24期“数学通讯”上由武汉市吴家山中学高二(1)班杨 波等同学和指导教师合写的文章“抢渡长江最佳路线的探讨”一文。从该文可见他们班的研究性学习小组曾多次访问武汉体委有关同志以及男子组第一名宋 济的父亲，还到渡江地点进行实地考察和测量。该文是他们师生后续研究的成果。全国组委会在命题的过程中始终不知道有这样一篇文章。另外，这三个队都能根据有关文献资料假设他们认为合理的流速分布来进行研究和计算。有的获奖论文还能用Lagrange乘子法来求解多元函数的条件极值问题，并发现一些重要的量之间的关系。多数队能够根据自己的了解联想或想象本题的可能的应用，例如，洪水泛滥时船只运送救灾物资确定最短的时间内能到达受灾地点的路径等实际问题中的应用。实际上，还有不少很有特点的文章，在某些方面比在这里刊登的优秀论文决不逊色、甚至更好。

可能是题目的引导问题，很少有队讨论要参赛的人的游泳速率必须具备的条件。即如本文附录中的(8)，(18)，(28)等给出的当水平距离L、垂直距离H和流速v给定时，游泳者的速率u必须满足的条件(实际上是L，H，v，u之间必须满足的关系)。此外，本文附录给出的不是以游泳角度θ_i为自变量的求多元函数的条件极值的问题，而是以每一常数速度段中游过的距离L_i为自变量的多元函数求极值的问题，可供大家参考。

3 一些建议

即使对专科或高职高专院校的同学来说，他们的数学素质的提高，特别是对数学建模的思想和方法的掌握，对于提高其竞争和创新能力来说也是至关重要的。因此，把数学建

模和数学实验的思想和方法有机地融入其主干数学课程的教学中去，可能是这些院校的数学教育改革的重要而迫切的任务。同时，这些院校的数学老师多数对数学建模和数学实验的了解不多，实践更少。从某种意义上说数学教学改革的困难会更大。但是许多专科或高职高专院校的同学对于数学建模的兴趣很大，他们很希望通过这样的挑战性的竞赛来提高自己应用数学解决实践问题的能力，进一步提高学习数学的兴趣和要求，从而真正提高自己的竞争和创新能力。因此我认为专科或高职高专院校在当前应该尽力满足对参加数学建模竞赛有兴趣的同学的要求，指派优秀的青年教师来指导同学参赛。这不仅仅是参赛的问题，也是为进一步开展深入的数学教育改革作好师资准备的问题。为此做到"以学生为中心，教师是关键，领导是保证"是非常重要的。无论是教师和领导都要充满爱心地指导同学参赛，指导教师在某种意义下是动力，因而也是关键。领导则要在业务和时间上真正帮助教师提高，可以采取派出去进修和请进来讲学的办法提高教师在数学建模方面的知识和实践，这种领导保证的作用常常是决定性的。

很多本科院校已经把数学建模竞赛有机地纳入了教学计划，而且正在考虑怎样让全体同学受益的问题。从数学建模竞赛本身来看，数学建模竞赛的全过程大致可以分为三个阶段：赛前准备，竞赛三天参赛学生的拼搏和赛后的继续这三个阶段。赛后的继续这个阶段急需加强，不仅因为参赛同学三天中的想法不可能完全实现，赛后可以继续完成。更重要的是竞赛已经过去，这时师生完全可以一起来讨论、深入钻研，既帮助了同学的进一步提高，通过师生间的教学相长也使教师得到提高。现在看来对于专科或高职高专院校做好这方面的工作尤为重要，既确保了师资队伍的提高，也为深入教改作好准备，也确保一届又一届同学的持续参赛的可能性。既培养了学生，更培养了教师，也提高了学校的整体水平，这样的好事何乐而不为呢？

附录：*CUMCM* - 2003 *D* 题（抢渡长江问题）的一种解答

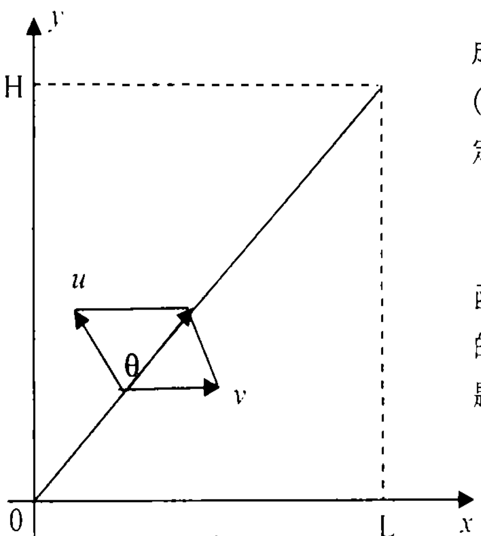

图 1

假设竞渡是在平面区域进行，又设参赛者可看成质点沿游泳路线 $(x(t), y(t))$ 以速度 $\bar{u}(t) = (u\cos\theta(t), u\sin\theta(t))$ 前进，u?为给定常数，的定义见图 1。

这样的抽象和近似是合理的。

要求参赛者在流速给定（v 或为常数或为 y 的函数）的情况下控制 ??能找到适当的路线 以最短的时间 T 从起点游到终点。这是一个最优控制问题，即求使得满足下面的约束条件

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = u\cos\theta(t) + v, \ x(0) = 0, x(T) = L \\ \dfrac{dy}{dt} = u\sin\theta(t), \ y(0) = 0, y(T) = H \end{cases}$$

1. 设游泳者的速度大小和方向均不随时间变化，即令??，而流速，其中?u 和 v 为常数，??为游泳者和 x 轴正向间的夹角。于是游泳者的路线 $(x(t), y(t))$ 满足（参看图 1）

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = u\cos\theta + v,\ x(0) = 0, x(T) = L \\ \dfrac{dy}{dt} = u\sin\theta(t),\ y(0) = 0, y(T) = H \end{cases} \tag{1}$$

T 是到达终点的时刻。

令 $z = \cos\theta$，如果 (1) 有解，则

$$\begin{cases} x(t) = (uz + v)t, L = T(uz + v) \\ y(t) = u\sqrt{1 - z^2}t, H = Tu\sqrt{1 - z^2} \end{cases} \tag{2}$$

即游泳者的路径一定是连接起、终点的直线，且

$$T = \frac{L}{uz + v} = T = \frac{H}{u\sqrt{1 - z^2}} = \sqrt{\frac{H^2 + L^2}{u^2 + 2 + v^2}} \tag{3}$$

若已知 L，H，v，T，由(3)可得

$$z = \frac{L - vT}{\sqrt{H^2 + (L - vT)^2}}, u = \frac{L - vT}{zT} \tag{4}$$

由(3)消去 T 得到

$$Lu\sqrt{1 - z^2} = H(uz + v) \tag{5}$$

给定 L，H，u ，v 的值，z 满足二次方程

$$(H^2 + L^2)u^2z^2 + 2H^2uvz + H^2v^2 - L^2u^2 = 0 \tag{6}$$

(6) 的解为

$$z = z_{1,2} = \frac{-H^2v \pm L\sqrt{(H^2 + L^2)u^2 - H^2v^2}}{(H^2 + L^2)u} \tag{7}$$

方程有实根的条件为

$$u \geq v\frac{H}{\sqrt{H^2 + L^2}} \tag{8}$$

即只有在 u 满足(8)时才有可能游到终点。z 在 $(-1,1)$ 才有意义。(7)可能有两个值或一个值，为使(3)表示的 T 最小，由于当 L，u，v 给定时，$\dfrac{dT}{dz} = \dfrac{-Lu}{(zu + v)^2} < 0$ 所以，z 要取较大的值，即(7)中取正号。将(7)的代入(3)即得 T，或可用已知量表为

$$T = \frac{\sqrt{(H^2 + L^2)u^2 - H^2v^2} - Lv}{u^2 - v^2} \tag{9}$$

或把 (7) 代入 (3) 得

$$T = \frac{H^2 + L^2}{vL + \sqrt{u^2L^2 - (v^2 - u^2)H^2}} \tag{10}$$

由(8)也得到

$$L \geq \frac{\sqrt{v^2 - u^2}}{u}H \tag{11}$$

即当 v，u 给定时，L 和 H 必须满足的关系，或者说是 v，u，L 和 H 必须满足的关系。

把 $H = 1160\ m$，$L = 1000\ m$，$v = 1.89\ m/s$ 和 $u = 1.5m/s$ 代入(7),(3)，得 $z = -0.641$，即 $\theta = 117.5°$，$u = 1.54m/s$。第一名始终以 $\theta = 117.5°$ 的方向游即可游到终点。

把 $H = 1160\ m$，$L = 1000\ m$，$v = 1.89\ m/s$ 和 $u = 1.5\ m/s$ 代入(7)，(3)，得 $z = -0.527$，即 $\theta = 122°$，$T = 910s$，即 15 分 10 秒。如果 $\theta = 123°$，则 $L = 989.4\ m$，在终点的上方，还可以游到终点。如果 $\theta = 121°$，则 $L = 1008.2\ m$，已经在下游了，不过在未到终点前如果能看到终点目标还是可以设法游到终点的。这说明游泳的方向对能否到达终点还是相当敏感的。因此应当尽量使 $\theta > 122$。

注 若 u，v 为常数，$\theta(t)$ 为连续函数，可证明 θ 等于常数时上述结果最优，证明见：George Leitmann, The Calculus of Variations and Optimal Control, Plenum Press, 1981. pp. 130 - 135, p. 263, exercise 15.13.

2. 游泳者始终以和岸边垂直的方向（y 轴正向）游，即 $\theta = 90°$，$z = 0$，由(3) 得 $T = L/v \approx 529s$，$u = H/T \approx 2.19\ m/s$. 游泳者速度不可能这么快，因此永远游不到终点，被冲到终点的下游去了。（注：男子 1500 米自由泳世界记录为 14 分 41 秒 66，其平均速度为 $1.7\ m/s$.）

式(8) 给出能够成功到达终点的选手的速度，对于 2002 年的数据，$H = 1160\ m$，$L = 1000\ m$，$v = 1.89\ m/s$，需要 $u > 1.43\ m/s$。

假设 1934 年竞渡的直线距离为 5000 m，垂直距离仍为 $H = 1160\ m$，则 $L = 4864\ m$，仍设 $v = 1.89\ m/s$，则游泳者的速度只要满足 $u > 0.44\ m/s$，就可以选到合适的角度游到终点（即使游 5000 米，很多人也可以做到）。

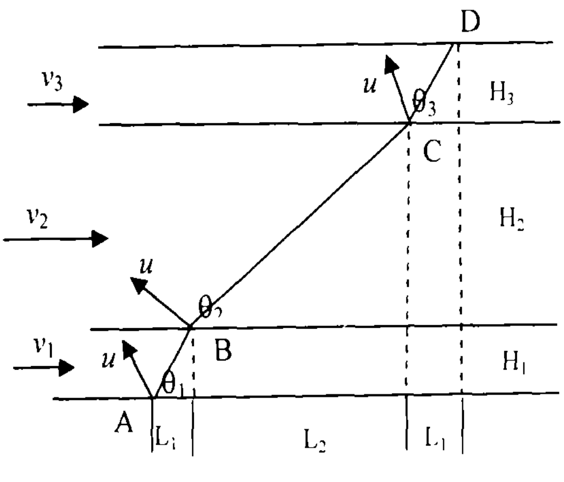

图 2

3. 如图 2 所示，H 分为 3 段 $H = H_1 + H_2 + H_3$，$H_1 = H_3 = 200m$，$H_2 = 760m$，$v_1 = v_3 = 1.47m/s$，$v_2 = 2.11m/s$，游泳者的速度仍为常数 $u = 1.5\ m/s$，有 $v_1 = v_3 < u$，$v_2 > u$，相应的游泳方向 θ_1，θ_2 为常数。路线为 $ABCD$，AB 平行 CD. L 分为，

$$L = L_1 + L_2 + L_3$$

对称性知，据(8)，对于应满足

$$L_2 \geq H_2\sqrt{\frac{v_2^2 - u^2}{u^2}}(\approx 752m) \qquad (12)$$

因为(10) 以及，故对无要求。对于确定的，仍可用第 1 节的公式计算游泳的方向和时间。为确定使总的时间最小的路线 $ABCD$，由 (10) 可知所需要最短的总时间为使下面的函数在什么 L 值取极小的问题：

$$\begin{aligned} T &= T_0 + 2T_1 \\ &= \frac{(760)^2 + L^2}{2.11L + \sqrt{(1.5)^2L^2 - ((2.11)^2 - (1.5)^2)(760)^2}} \\ &+ \frac{2((200)^2 + (500 - L/2)^2)}{1.47(500 - L/2) \pm \sqrt{(1.5)^2(500 - L/2)^2 - ((1.47)^2 - (1.5)^2)(200)^2}} \end{aligned} \qquad (13)$$

这是一个单变量函数求极小的问题。利用诸如 Mathematica 等数学软件可求得

$L \approx 806\ m$，由此算得 $T \approx 904.024\ s \approx 15$ 分 4 秒。可以证明 时为最优。游泳路线图（略）。

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = u\cos\theta + \dfrac{v}{H_1}y,\ x(0) = 0, x(T_1) = L_1 \\ \dfrac{dy}{dt} = u\sin\theta,\ y(0) = 0, y(T_1) = H_1 \end{cases} \tag{14}$$

其中 $v(=2.28\ m/s)$ 为常数，首先，我们仍设游泳者的速度大小和方向均不随时间变化，及 $z = \cos\theta$,若(1) 有解,则

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{uv\sqrt{1-z^2}}{2H_1}t^2 + uzt, L_1 = x(T_1) \\ y(t) = u\sqrt{1-z^2}\,t, H_1 = y(T_1) \end{cases} \tag{15}$$

是一条抛物线(图略)。类似于 1 中的作法得到,给定 L, H, u , v 的值,z 满足二次方程

$$4(H_1^2 + L_1^2)u^2z^2 + 4H_1^2uvz + H_1^2v^2 - 4L_1^2u^2 = 0 \tag{16}$$

取绝对值较小的根,为

$$z = \frac{-H_1^2v + L\sqrt{4(H_1^2 + L_1^2)u^2 - H_1^2v^2}}{2(H_1^2 + L_1^2)u} \tag{17}$$

有实根的条件为

$$u \geq v\frac{H_1}{2\sqrt{H_1^2 + L_1^2}} \tag{18}$$

将(14) 的 z 代入(12) 得

$$T_1 = \frac{H_1}{u\sqrt{1-z^2}} \tag{19}$$

把(16) 代入(18) 得

$$T_1 = \frac{2(H_1^2 + L_1^2)}{\sqrt{2L_1v\sqrt{4u^2(H_1^2 + L_1^2) - H_1^2v^2} + (4u^2 + v^2)(H_1^2 + L_1^2) - 2H_1^2v^2}} \tag{20}$$

所以总的时间为($L_1 = (1000 - L_0)/2 = 500 - L_0/2, H_0 = 760, H_1 = 200$)

$$T = T_0 + T_1 = \frac{H_0^2 + L_0^2}{vL_0 + \sqrt{u^2L_0^2 - (v^2 - u^2)H_0^2}} + \frac{4(H_1^2 + L_1^2)}{\sqrt{2L_1v\sqrt{4u^2(H_1^2 + L_1^2) - H_1^2v^2} + (4u^2 + v^2)(H_1^2 + L_1^2) - 2H_1^2v^2}} \tag{21}$$

$$L_1 = (1000 - L_0)/2$$

利用数学软件求得当 $L_0 = 922.924m$, $L_1 = 38.538m$ 时所用时间最少

$T \approx 892.478s \approx 14$ 分 52 秒。$T_0 = 556.972s$, $T_1 = 167.753s$. $\theta_1 \approx 127.4$, $\theta_0 \approx 114.5$。

游泳路线图(略)。

容易想到流速随 y 变化时角度始终等于常数(游泳角度不变) 不一定能使到达终点的时间最短。所以，我们可以先把 [2, 200] n 等分为

$[y_{i-1}, y_i]$, $y_i = iH_1/n$, $i = 1,\cdots,n$, $H_1 = 200m$, $H_i = h = H_1/n$。设在$[y_{i-1}, y_i]$上游过的 x 方向的距离为 L_i, $i = 1,\cdots,n$,游泳角度为 θ_i, $z_i = \cos\theta_i$, $i = 1,\cdots,n$。于是

$$v(y)=\begin{cases}v_1(y)=\dfrac{vy}{nh},0\le y\le h\\ \cdots\cdots\\ v_i(y)=\dfrac{vy}{nh},(i-1)h\le y\le ih,i=1,\cdots,n\\ \cdots\cdots\\ v_n(y)=\dfrac{vy}{nh},(n-1)h\le y\le nh\end{cases}\tag{22}$$

为符号简单计，以下仍记 $z_i=z$，因此在$[y_{i-1},y_i]$上有

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=uz+v_i(y)\ x(t_{i-1})=\sum\limits_{j=1}^{i-1}L_j,x(t_i)=\sum\limits_{j=1}^{i}L_j\\ \dfrac{dy}{dt}=u\sqrt{1-z^2}\ y(t_{i-1})=(i-1)h,y(t_i)ih\end{cases}\tag{23}$$

若令 $\tau-t-t_{i-1},X(t)=x(t)-\sum\limits_{j=1}^{i-1}L_j,Y(t)=y(t)-(i-1)h$，则有

$$\begin{cases}\dfrac{dX}{d\tau}=uz+\dfrac{v}{nh}(Y(t)+(i-1)h)\ X(0)=0,X(T_i)=L_i,T_i=t_i-t_{i-1}\\ \dfrac{dY}{d\tau}=u\sqrt{1-z^2},\qquad Y(0)=0,Y(T_i)=h\end{cases}\tag{24}$$

$$\frac{d^2X}{d\tau^2}=\frac{v}{nh}\frac{dY}{d\tau}=\frac{vu\sqrt{1-z^2}}{nh},$$

$$\frac{dX}{d\tau}=\frac{\tau vu\sqrt{1-z^2}}{nh}+\left|\frac{dX}{d\tau}\right|_{\tau=0}=\frac{\tau vu\sqrt{1-z^2}}{nh}+uz+\frac{v(i-1)}{n}$$

$$\begin{cases}X(\tau)=\dfrac{\tau^2vu\sqrt{1-z^2}}{2nh}+\tau(uz+\dfrac{v(i-1)}{n})\\ Y(\tau)=\tau u\sqrt{1-z^2}\end{cases}\tag{25}$$

$$h=T_iu\sqrt{1-z^2},T_i=\frac{h}{u\sqrt{1-z^2}}$$

$$L_i=\frac{vu\sqrt{1-z^2}}{2nh}\left(\frac{h}{u\sqrt{1-z^2}}\right)^2+\left(uz+\frac{v(i-1)}{n}\right)\left(\frac{h}{u\sqrt{1-z^2}}\right)\tag{26}$$

$$L_i=\frac{vh}{2nu\sqrt{1-z^2}}+\left(uz+\frac{v(i-1)}{n}\right)\left(\frac{h}{u\sqrt{1-z^2}}\right)$$

$$2nuL_i\sqrt{1-z^2}=vh+2(nuz+v(i-1)h)$$

两边平方可求得

$$z=z_i=\frac{-h^2(2i-1)v+L_i\sqrt{4(h^2+L_i^2)n^2u^2-h^2(2i-1)^2v^2}}{2(h^2+L_i^2)nu}\tag{27}$$

z 为实数,所以要求

$$4(h^2+L_i^2)n^2u^2\ge h^2(2i-1)^2v^2$$

如果 H_i,L_i,v 给定,则

$$u\ge v\frac{h(2i-1)}{2n\sqrt{h^2+L_i^2}}=v\frac{H_i(2i-1)}{2n\sqrt{H_i^2+L_i^2}},QH_i=h\tag{28}$$

给出了 u 必须满足的条件。如果 H_i, u, v 给定，则

$$L_i \geq H_i \sqrt{\left(\frac{i}{n}-\frac{1}{2n}\right)^2\left(\frac{v}{u}\right)^2-1} = H_i \sqrt{\left(\frac{(2i-1)v}{2nu}\right)^2-1} \tag{29}$$

L_i 必须满足的条件。代入(26)可得

$$T_i = \frac{2(h^2+L_i^2)n}{\sqrt{((2nu)^2-(2i-1)^2v^2)(h^2+L_i^2)-2(2i-1)^2h^2v^2+2(2i-1)vL_i\sqrt{4(h^2+L_i^2)n^2u^2-h^2(2i-1)^2v^2}}}$$

问题化为求 $T(L_0, L_1, \cdots, L_n) = T_0 + \sum_{i=0}^{n}$ 的极小值的问题。

如果 $n=2$，则 $h=100\ m, H_0=760, 1000=L_0+L_1+L_2$。设在 [200, 960] 中游过的距离为 L_0，则可以从 $L_1 \geq \sqrt{444} \approx 21.072, L_2 \geq \sqrt{11996} \approx 109.53$。求得

$$L_1 \approx -43.74m, L_2 \approx 76.949m, L_0 \approx 933.582m$$

$$L_1 + L_2 + L_3 = 1000m$$

$$T = 2T_1 + 2T_2 + T_0 = 884.698$$

$$T_1 = 92.676s, T_2 = 74.849s, T_0 = 549.648s$$

$$\theta_1 \approx 134^\circ, \theta_2 \approx 117^\circ, \theta_0 \approx 113^\circ$$

$L_1 \approx -43.74m$ 意即先从武昌汉阳门的正对岸处往上游 $43.74m$，再往下游。

游泳路线图(略)。

可以令 $n = 3, 4, \cdots$，继续做下去。n 充分大时即近似得到 L 和 随 y 变化的规律。

Modeling and Analysis of the Problem "Speedily Crossing the Yangtze River"

YE Qi-xiao

(Department of Mathematics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

Abstract: In this paper, source, design and formulation of the contest problem "Speedily Crossing the Yangtze River" are revealed. Reviews for outstanding papers are given. Recommendations for encouraging students from two-year and three-year colleges and tertiary vocational and technical education schools to participate in the MCM, teachers training and the relation between Mathematical Contest in Modeling (MCM) and mathematics teaching reform are discussed. One solution of this problem is also given in the appendix.

Keywords: MCM; speedily crossing the yangtze river; mathematics teaching reform