

2008 年 D 题 NBA 赛程的分析与评价

本文主要以评价 NBA 赛程安排的利弊及找出其安排方法为研究对象，在研究过程中建立了评价模型和非线性 0-1 规划模型，利用了 lingo 编程求解。

NBA 赛程的分析与评价

海军航空工程学院（青岛） 郑巨议 高自华 聂文婷 曹华林指导

【摘要】

本文主要以评价 NBA 赛程安排的利弊及找出其安排方法为研究对象，在研究过程中建立了评价模型和非线性 0-1 规划模型，利用了 lingo 编程求解。

对于问题一，主要通过考虑赛程安排对球队体能、士气和精神的影响，从中找出分析赛程利弊的主要因素为：相邻两场比赛间隔时间、比赛的主客场情况、比赛对手实力、比赛具体时间和两场比赛场地间距离。将赛程转换为数字格式时，利用“目标——手段”分析法和极差处理法对影响赛程利弊的各因素分类进行量化处理，具体转换结果见问题一求解。在给出评价赛程利弊的数量指标时，通过模糊决策方法，定义上述主要影响因素为评价赛程利弊的准则，并利用层次分析法确定各准则对目标的权重，从而建立判断赛程安排利弊的综合评价模型，对模型求解可以得到 30 支球队 08-09 赛季的有利场次数及平均有利程度，对两者统一量纲加权求和得到每支球队赛程安排的评价值，并定义其为评价赛程安排利弊的数量指标，其中评价值越大则赛程安排越有利，反之则越不利。

对于第二问，根据问题一求解出的数量指标，得到该赛季的赛程对火箭队较有利，其中 2 月和 4 月份的赛程对火箭队最有利，11 月和 3 月的赛程最不利，且 08-09 赛季的赛程对尼克斯，超音速，小牛三支球队最有利，对国王，快船，开拓者三支球队最不利。

对于第三问，通过对同部不同区赛程安排的分析，从中发现规律：同部 15 支球队赛三场和赛四场的对手实力平均值皆保持基本均衡。据此给出选取赛 3 场球队的方法为：选取时要使同部 15 支球队基本满足上述规律，并且每支球队都应与不同区的各 2 支球队进行赛三场的比赛，且每支球队赛 3 场的比赛场次数应等于 12 场。在满足上述条件的同时还应满足选取与被选取的球队间赛程保持对应，并以所得规律为目标，建立非线性 0-1 规划模型，并利用 lingo 编程求解，从而对该方法付诸实现，结果见模型求解，通过对求解出的安排与题目给出的实际安排进行一致性比较，说明该方法与题目中给出的方法接近程度较

大。定义对手实力、有利场次数和比赛有利程度为评价选取方法的准则，从而给出对该方法的综合评价详见模型求解。从各球队有利比赛场次数保持均衡考虑，给出了我们认为合适的选取方法，并利用上述准则进行了评价，详见文中。

关键词：“目标——手段”分析法 层次分析法 极差处理 模糊决策 0-1 规划

1 问题重述

NBA 是全世界篮球迷们最钟爱的赛事之一，姚易加盟以后更是让中国球迷宠爱有加。NBA 共有 30 支球队，西部联盟、东部联盟各 15 支，大致按照地理位置，西部分西南、西北和太平洋 3 个区，东部分东南、中部和大西洋 3 个区，每区 5 支球队。对于 2008~2009 新赛季，常规赛阶段从 2008 年 10 月 29 日（北京时间）直到 2009 年 4 月 16 日，在这 5 个多月中共有 1230 场赛事，每支球队要进行 82 场比赛。

对于 NBA 这样庞大的赛事，编制一个完整的、对各球队尽可能公平的赛程是一件非常复杂的事情，赛程的安排对球队实力的发挥和战绩有一定的影响，从报刊上经常看到球员、教练和媒体对赛程的抱怨或评论。这个题目主要是要用数学建模方法对已有的赛程进行定量的分析与评价：

1) 为了分析赛程对某一支球队的利弊，你认为有哪些要考虑的因素，根据这些因素将赛程转换为便于进行数学处理的数字格式，并给出评价赛程利弊的数量指标。

2) 按照 1) 的结果计算、分析赛程对姚明加盟的火箭队的利弊，并找出赛程对 30 支球队最有利和最不利的球队。

3) 分析赛程可以发现，每支球队与同区的每一球队赛 4 场（主客各 2 场），与不同部的每一球队赛 2 场（主客各 1 场），与同部不同区的每一球队有赛 4 场和赛 3 场（2 主 1 客或 2 客 1 主）两种情况，每支球队的主客场数量相同且同部 3 个区的球队间保持均衡。试根据赛程找出与同部不同区球队比赛中，选取赛 3 场的球队的方法。这种方法如何实现，对该方法给予评价，也可以给出你认为合适的方法。

2 问题分析

题目中已经给出 NBA 30 支球队 2007 年分部、分区的排名情况和 2008~2009 新赛季的常规赛的赛程，根据对 2007 年的 30 支球队分布、分区的排名和新赛季每支球队赛程的具体安排情况的研究，分析以下各个问题。

针对问题一：编制一个完整的、对各球队尽可能公平的赛程是一件非常复杂的事情，因为赛程的安排对球队实力的发挥和战绩有一定的影响，所以分析一个赛程的利弊应该从每支球队每场比赛的间隔时间、主客场、是否跨区比赛、比赛的具体时间、对手的实力等因素考虑。

1) 如果一支球队每场比赛的时间间隔太小, 队员的体力就不能完全恢复, 进行下一场比赛时将直接影响队员能力的发挥, 所以合理的赛程应该使每支球队的间隔时间尽量大且各球队的间隔时间应尽量均衡。

2) 每场比赛中球队的人气、对场地的适应等因素都会影响队员能力的发挥, 在主场比赛的球队一般人气比较旺盛且对场地比较适应, 所以更利于队员能力的发挥, 客场则反之。

3) 美国的国土面积广大, 区、部之间的距离都比较远, 如果跨区比赛队员在乘坐飞机的途中会消耗很多体力, 所以跨区比赛不利于队员能力的发挥。

4) 每场比赛的时间一般都安排在 1—12 点之间, 但每场比赛的具体时间各不相同。一天之内人体的亢奋时间和疲惫时间都有一定的规律, 对于一般的人来说下午 2—5 点和晚上 7—11 点为身体的亢奋时间, 其余时间为疲惫时间, 所以比赛具体时间的安排也是影响队员能力发挥的一个重要因素。

5) 每支球队的整体实力都各不相同, 两支球队在比赛时双方实力的悬殊在一定程度上会影响比赛的结果。

针对问题二: 在问题一研究的基础上分析火箭队在新赛季中的 82 场比赛赛程安排总体的有利程度, 其次还应该考虑具体到每个月的有利程度, 因为 82 场比赛中比赛每个月的场次数目、主客场情况、是否跨区、比赛时间间隔、比赛时间和对手实力都各不相同具体到每个月的赛程安排对火箭队的利弊更能反应出火箭队在新赛季战绩的具体情况。

根据问题一中对每支球队赛程安排的利弊情况的研究, 进行综合处理再作比较, 找出赛程安排对 30 支球队最有利和最不利的球队。

针对问题三: 对新赛季赛程安排的具体情况进行研究, 可以发现每支球队与同部不同区的 10 支球队中的 4 支 (其余两区每区中的两支) 比赛 3 场与其余的球队比赛 4 场, 根据赛程找出比赛 3 场的 4 支球队的实力以及本球队在 12 场比赛中的有利场次数、每场比赛的有利程度等进行分析, 找出影响每支球队选取的赛 3 场的球队的主要因素, 由此推断出与同部不同区球队比赛中, 选取赛 3 场的球队的方法并对该方法进行验证, 再从 15 支球队对手实力的平均值、比赛的有利场次数、每场比赛的有利程度等方面的均衡性对该方法的可行性进行评价, 最后根据对赛程的研究找出一种比较合适的选取赛 3 场的球队的方法并对该方法进行验证。

3 模型假设

- [1] 不考虑跨区进行比赛时的时差对队员的影响;
- [2] 不考虑环境因素的影响;
- [3] 每场比赛都能按时进行。

4 符号说明

—— 第 个球队的实力情况;

- 第 场比赛的赛程安排对第 支球队的有利程度；
- 第 支球队的实力与在 的对手实力差值对应的标准值；
- 第 个队有利场次数；
- 体现赛程安排利弊的因素；
- 第 支球队第 场和第 场比赛场地之间的距离对应的要素值；
- 第 个球队第 场比赛与第 场比赛之间相隔的时间；

5 模型的建立与求解

5.1 问题一

5.1.1 模型的准备与分析

(一) 局部分析

赛程安排在一定程度上影响了比赛球队的发挥，赛程安排对某一球队有利，则该队的成绩就会有相应提高；安排对某一球队不利，则会降低球队为原应达到的成绩。赛程安排中主要影响因素为比赛时间、比赛场地的主、客场、比赛对手实力、两场比赛场地之间距离情况。因此从这 4 个方向进行分析，首先细化到每支参赛球队的每场比赛，建立综合评价模型，然后将得到的一个队的各场比赛的评价结果求和得到针对于该队 82 场赛程安排对其利弊情况，同样道理得到赛程安排对各个队的影响。

(1) 比赛时间

① 时间间隔

由于 NBA 是参赛球队众多的大型赛事，因此比赛时间安排的非常紧凑，在有限的时间内某个球队两场比赛之间间隔的时间越长，该队的休息、调整状态的时间越长，该安排对该队越有利。

通过观察附件 1，发现每个球队的两场比赛之间间隔的场次一般为 1 到 3 天，时间间隔较短，同时比赛处于不同的时段，因此将时间具体到小时。每队的本场比赛时间减去上场比赛的时间即为时间间隔，可以叙述为本队开始进行该场比赛时已经得到的休息时间。

② 比赛时段

从人体生物学的角度考虑，在一天 24 小时中，14 点到 17 点是人体细胞最活跃的时间段，在该时间段，人的兴奋度最高，容易处于亢奋状态，利于参加各个体育活动；19 点到 22 点是人体细胞次活跃的时段，兴奋度略低于 14 点到 17 点，参加体育活动同样能够较好的发挥；23 点以后，人体细胞进入休眠状态，兴奋度开始进入 24 小时的最低点，不适于参加各种体育活动。因此进行比赛的具体时间同样关系到球队的发挥，如恰好在细胞活跃期参加比赛，则球队发挥的越好甚至出现超常发挥，在细胞休眠期参加比赛，可能会出现失常发挥的现象。

明确题目中给出的比赛时间为北京时间，由于比赛是在美国进行的，因此判断比赛时间是否处于人体细胞的活跃期，需要将北京时间转化为美国时间。已知中美时差为 12 小时，以此为标准进行转化，得到进行比赛的美国时间。

综合以上两方面分析，明确从两场比赛之间间隔的时间和比赛的具体时间这两个方面考虑赛程安排的时间对参赛球队的影响。

(2) 比赛场地主、客场

在比赛的过程中，如球队在其主场进行比赛，由于本土优势，不需要适应新的场地、气候差异，减少了适应时间可以集中精力训练、准备比赛。同时该球队得到的支持多，相应的人气远远高于客场比赛的球队，有利于实力的发挥，甚至超水平的表现。如在客场进行比赛，各种情况均不熟悉需要一一习惯，人气也相对较低。因此当比赛为客场时，对该队不利；当比赛为主场时，对该队有利。

(3) 对手实力

已知当比赛时，与实力强的球队进行比赛，首先在一定程度上气势就输于对手，在开始状态就被对手压制。同时由于实力较弱，无法从对手的压制中走出，会越打越差，原有的实力也无法发挥出，因此安排实力强的对手进行比赛，该种安排对其不利，与实力弱的对手进行比赛时，这种安排是有利的。

由于在整个赛程中，每个球队与全美所有 NBA 球队（本队除外）都进行 2 到 4 场的比赛，因此需要明确对手在全部球队中的水平情况，根据附件 2 中给出数据，首先利用“目标—手段”分析法进行定性分析，得到能够反应实力的具体指标，然后进行层次分析法，得到各个指标的权重，最后利用所得权值将归一后的数据加权求和，将实力这一模糊的概念进行量化。

① “目标—手段”分析法

1. 构造分析图

在附件 2 中，该数据给出的指标较多，指标之间存在一定的交叉性，为找出独立的、能够反应出实力的指标，利用目标—手段分析法，将要达到的目标—判断对手实力和所需要的手段按照系统展开，得到层次分明、相互联系有逐渐具体化的分层目标系统。

利用该分析法的目的是得到为实现判断对手实力这一目标，需要采取的手段即可以反应实力的因素，因此判断对手实力为一级目标。已知在现实生活中，最能反应实力的就是成功，对于体育竞技人员就是比赛的胜利；得分反应了该队的进攻能力，失分反映论该队的防守能力，两者结合即体现了该队的综合实力，因此将球队的胜负、综合实力定为实现一级目标的一级手段即二级目标。

附件 2 中给出了参赛队全部比赛的胜负情况、胜率、主场战绩、客场战绩、分区战绩、分部战绩，这些情况均可以反应球队的胜负情况，主场战绩和客场战绩综合起来即为全部比赛的胜负情况，分区战绩与分部战绩综合起来亦为全部比赛的胜负情况，只是为了表示不同方面的战绩向不同的方向整理数据分别表示，其中无论是分区比赛还是分部比赛均分为主场、客场；主场分为与区内

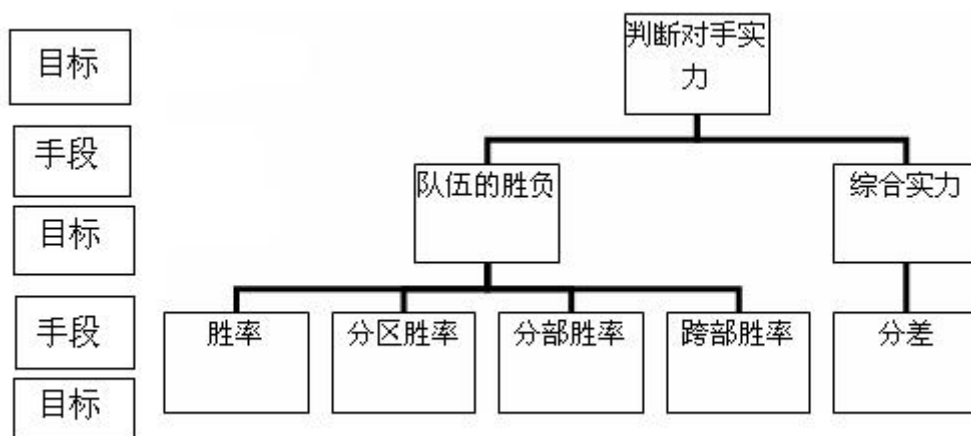
球队、区间球队、部间球队进行的比赛，同样客场也分为与这 3 种情况的球队进行的比赛。说明全部比赛的胜负情况、胜率、主场战绩、客场战绩、分区战绩、分部战绩这些因素是相互联系、交叉存在的。

研究以上因素发现，胜率为球队取得胜利的场次占其进行全部比赛的场次的百分比，该数值能够体现出在不考虑任何客观情况下其取得胜利的比重，最直观的体现出该队的实力情况，因此认为胜率是实现二级目标球队的胜负的二级手段即三级目标之一。分区战绩为在区内进行比赛的胜负情况，体现了在区内该队的实力，分部战绩体现了在部内的实力情况，由于需要得到参赛球队在全部比赛球队的实力状况，因此根据分区战绩和分部战绩和全部比赛的战绩得到跨部比赛的战绩，战绩是叙述为胜利的场次数和输掉的场次数，较为繁琐，将战绩转化为胜率，该百分比直接体现出在区内、部内、跨部的实力情况。明确分区胜率、分部胜率、跨部胜率是实现二级目标球队的胜负的二级手段即三级目标之一。主、客场战绩主要强调了在主客场上球队的胜负情况，由于区内、部内、跨部比赛均为主、客场两种比赛，所以在此考虑主客场战绩的意义不大，可以在判断对手实力时不计。

得分越多说明该队的进攻能力越强，失分越少说明该队的防守能力越强，由于判断球队的实力需要从进攻、防守两方面考虑综合能力，进攻能力强而且防守能力强说明该队的实力很强，即该队的得分多、失分少，得分与失分的差值即分差越大，通过分差体现了该队的综合实力，因此将分差设为实现二级目标综合实力的二级手段即三级目标之一。

综合以上分析，明确各级目标为：

- 一级目标：判断对手实力
 - 二级目标（一级手段）：球队的胜负、综合实力
 - 三级目标（二级手段）：胜率、分区胜率、分部胜率、跨部胜率、分差
- 建立判断实力的目标-手段分析图：



2. 分析图的合理性分析

（一）要素集：

根据已经建立的目标-判断对手实力，找出能够实现该目标的实体部分球队的胜负和综合实力，两者即为简陋要素集。对该要素集进行价值分析，发现实现球队的胜负这一目标有多种要素，因此存在择优问题。运用价值分析技术，以最直观的体现球队的胜负为标准，得到胜率、分区胜率、分部胜率、跨部胜率为对应要素，由于在筛选的过程中，考虑到了必要性和优选分析，因此该要素集即实现判断对手实力这一目标的手段（目标）集是较为合理的。

（二）相关性：

在确定了实现目标“判断对手实力”的手段（目标）集后，为确保该目标的顺利实现，需要进行各个手段（目标）之间的相关性分析。

从横向上分析，由于一级手段仅有两个要素组成，因此一级手段之间是最简单的二元关系，二级手段是在一级手段的基础上发展的多元关系。由于球队的胜负是可以体现综合实力的，同时综合实力又可以决定比赛的胜负，分区胜率、分部胜率、跨步胜率是胜率的各个方面的体现，胜率说明分差，分差决定胜率，通过分析发现，本分析图中同级手段之间二元关系、多元关系是相互联合、相互协调的。

从纵向上分析，能够判断出对手实力的要素有很多，根据成功决定实力原则和综合实力决定最终实力，球队的胜负、综合实力最直接的说明了对手的实力状况，通过比赛的胜利的场次所占全部场次的百分比即胜率说明球队的胜负情况，已知得分与该队的进攻能力成正比，失分与该队的防守能力成反比，利用得分减去失分即为分差体现了该队进攻、防守两方面的综合实力。纵向统观分析图，手段均能最直接的实现目标，信息传递的效率非常高。

从整体上分析，通过以上分析可知，横向上各目标（手段）之间是相互协调的，纵向上层次结构明显、信息传递效率高，说明该分析图的系统的相关性良好，该系统是合理的、便于控制的。

（三）整体性：

将各要素之间的关系即相关性综合为关系集，以整体最优的角度，考虑整个分析图要素集、关系集的协调性，发现分析图系统结构中没有不合理或薄弱的环节，基本上达到最优结合，整体上满足协调运行。

综合以上三个方面的分析，明确该判断对手实力的目标-手段分析图的合理性良好，基本符合实际情况，所得结果可以直接使用。

② 层次分析法

1. 构造判断矩阵

通过目标-手段分析法，得到判断对手实力合理的手段即应该考察的方面，在该定性分析指明方向后，利用层次分析法定量的得到判断对手实力的 5 个方面的权重。

在已知需要通过研究胜率、分区胜率、分部胜率、跨部胜率、分差这 5 个要素确定对手的实力，为了得到各个方面所占的权重，需要建立判断矩阵，设相关要素为 A ，首先明确标度：

标度 说明

1 表示 A_1 与 A_2 两个要素同等重要

3 表示 A_1 比 A_2 稍重要

5 表示 A_1 比 A_2 明显重要

7 表示 A_1 比 A_2 重要的多

2、3、6 表示相邻两标度的中间值

设胜率为 A_1 、分差为 A_2 、分区胜率为 A_3 、分部胜率为 A_4 、跨部胜率为 A_5 ，根据以上标度及现实生活经验，建立判断矩阵 A ：

2. 计算权重

首先计算 A 中每行所有的元素的几何平均值，得到向量 B ，其中

然后得到相对权重向量 C ，其中

经过计算得到各要素所占的权重 C 为

判断对手实力的要素 A_i 所占权重

胜率 0.4981

分差 0.2362

分区胜率 0.0886

分部胜率 0.0886

跨部胜率 0.0886

3. 一致性检验

利用特征向量法计算 A 的最大特征值

计算得到 λ_{\max} ，构造一致性检验指标如下：

$CR < 0.1$ ，说明该矩阵的一致性良好。

③ 要素归一

明确各个要素所占的权重后，各要素值与其相应的权重相乘，将所得积求和得到的数值即可体现对手的实力。由于在求和时，需要量纲、量级统一，所以在相乘、相加前将各要素利用极差处理进行归一。

1. 极差处理说明

已知极差处理是通过极限思想，找出一个要素在全体参赛球队中的极大值和极小值，将极大值和极小值做差得到该要素的绝对差；将对手该要素的具体数值和极小值做差得到的为对于该对手的本要素的实际差值，实际差值与绝对差值做比，得到该对手本要素的相对差值。相对差值是将原数值化为 0-1 之间的数，将整个要素数值的集合全部缩放到在 0 到 1 之间，集合中任意数据在集合中所占位置（大小情况）、重要性比重保持不变，同时将极大值化为 1，极小值化为 0，与其他值相比凸显出极值优势。

2. 实现极差处理

首先统计出第 i 个要素的第 j 个球队的值 x_{ij} ，找出该要素的极大值 x_{ijmax} 和极小值 x_{ijmin} 。极大值与极小值的差即为该要素不同球队之间的最大差值， $x_{ijmax} - x_{ijmin}$ 与极小值的差值，体现了第 j 支球队与第 i 个要素最少的球队的差距。将 $x_{ij} - x_{ijmin}$ 与 $x_{ijmax} - x_{ijmin}$ 的差值作为分子，极大值与极小值的差作为分母，两者做比：

值越大，说明 x_{ij} 的数量越大，第 j 支球队的第 i 个要素越强，当 $x_{ij} = x_{ijmax}$ 时，即 $\frac{x_{ij} - x_{ijmin}}{x_{ijmax} - x_{ijmin}} = 1$ ，此时 x_{ij} 为所有参赛球队第 i 个要素最强的； x_{ij} 越小，说明 x_{ij} 的数量越小，第 j 支球队的第 i 个要素越弱，当 $x_{ij} = x_{ijmin}$ 时，即 $\frac{x_{ij} - x_{ijmin}}{x_{ijmax} - x_{ijmin}} = 0$ ，此时第 i 个要素最弱的球队即第 j 支球队。

3. 加权求和

使用极差处理将对手的胜率、分区胜率、分部胜率、跨部胜率、分差全部进行归一处理，由于对手实力是通过这 5 个要素体现的，因此将归一后数据 $\frac{x_{ij} - x_{ijmin}}{x_{ijmax} - x_{ijmin}}$ 与权重 w_i 相乘，乘积相加即为对手实力情况：

(4) 场地之间的距离

在整个赛程的过程中，一支球队需要与其他 29 支队全部比赛 3 到 4 场。通过观察附件 1 发现，同一个球队相邻的两场比赛没有与相同球队在同样的场地进行比赛的，因此该数据说明当该队的这两场比赛不是主场时，球队相邻两场比赛的赛地不同，需要从一个比赛场地转战到下一比赛场地。当相邻的两场比赛上一场为客场、下一场为主场，这样虽然该队为主场作战，仍然需要在路程上耽误时间、精力，本土优势在这里已无法发挥，如没有连续相邻的主场比赛，主客场已无法说明情况，因此引入场地之间的距离表现赛程安排对参赛球队的利弊。

当场地之间的距离越大时，在到下一个场地的路上耗费大量的时间，长时间的旅途会使人处于疲惫的状态，精神状态亦会不佳，在有限的时间内将身体和精神调整到最佳状态的难度性较大，对比赛时水平的发挥的影响较大，该种

安排对该队是不利的；当场地之间的距离越小时，在到下一场地的路途上消耗的时间越少，对身体、精神状态的影响越小，越利于比赛时水平的发挥，这种安排对该队时有利的。

例如 09 年 4 月 13 日湖人与灰熊进行比赛，湖人的下一场比赛是 4 月 15 号与爵士进行的，两场比赛湖人均为主场，这种情况的安排在场地之间的距离上讲对湖人是最有利的；4 月 13 日骑士主场对战凯尔特人，4 月 14 日骑士客场对战步行者，由于骑士主场地和步行者主场地是一个区内，只需要在区内运动，因此该种安排仅从场地之间的距离方面考虑对骑士是较为有利的；09 年 4 月 15 日老鹰以主场与热火进行比赛，4 月 16 号老鹰以客场与灰熊进行比赛，老鹰的主场在东部，灰熊的主场在西部，一天的时间，老鹰比赛的场地横跨东部、西部，在旅途上消耗的大量的精力，影响比赛结果，这种安排对老鹰是最不利的。

已知美国国土面积广大，在近似对称轴的位置将美国分为东、西两部，东部分为东南区、大西洋区、中部区；西部分为西南区、西北区、太平洋区，已知两个区紧靠东西部划分线且在同一纬度上，两个球队的主场恰好在这两个区的中间位置，这两个队的主场虽然在不同部但是场地之间的距离较短；两个主场地在同一个部，但是处于部内的对角上，说明两个场地虽然在一部内但是距离较远。因此将场地之间的距离分为区内距离和区外距离。

(二) 整体分析

(1) 确定权重

通过以上局部分析，在将比赛时间分为相邻比赛时间间隔和比赛的具体时间之后，通过模糊决策方法，将体现出赛程安排对球队的利弊的因素定为相邻比赛时间间隔、比赛的具体时间、比赛的主、客场、对手实力、场地之间的距离（区内距离、区外距离），从整体的角度来看，各个因素相互协调，相互结合体现出赛程安排对球队的利弊情况。这 5 个因素能够体现出赛程安排合理性的程度不同，因此需要确定各个因素所占的权重。

设相邻比赛时间间隔为 t 、比赛的主、客场为 h 、比赛的具体时间为 t_1 、对手实力为 s 、场地之间的距离（区内距离、区外距离）为 d 。

建立 A 的判断矩阵：

1 3 5 5 7

1 3 3 5

1 1 3

1 1 3

1

根据公式：

通过计算得到：

(2) 根据利弊分类处理

观察各个因素发现只有时间间隔是具体数值。为各个因素量纲保持统一，对时间间隔进行归一。

设全部球队相邻两场比赛之间间隔的最长时间为 t_{max} ，最短时间为 t_{min} ，第 i 个球队第 j 场比赛与第 $j+1$ 场比赛之间的时间为 t_{ij} ，利用极差处理，得到归一后的值：

明确相邻比赛时间间隔、比赛的具体时间、比赛的主、客场、对手实力、场地之间的距离（区内距离、区外距离）为需要考虑的 5 大因素，设比赛的具体时间、比赛的主客场、场地之间的距离的数值为 1，已知时间间隔和对手实力的量纲统一后的数值，将各个因素的数值分别与其对应的权重相乘。

已知各个因素即为判断指标，当在一定的范围内时，该赛程安排是有利的，当超过一定范围时，该赛程是不利的。针对时间间隔，当间隔小于等于 48 个小时，进行休息、调整的时间过短，会影响到下一场比赛的正常发挥，所以认为相邻两场比赛的时间间隔小于等于 48 小时该安排是不利的，在判断有利性时，

减去时间间隔与对应权重之积；时间间隔大于 48 小时，该安排是有利的，应加上时间间隔与对应权重之积。

针对对手实力，将对手的实力值与本队的实力值做差，当该差值在 0-0.1 时，认为两队实力一致；当差值在 0.1-0.2 时，认为两队实力相差为 1；当差值在 0.2-0.3 时，认为两队实力相差为 3，差值大于 0.3 即为两队的实力相差最大为 4；将归一化为 0-1 之间的数，当对手的实力值小于本队的实例值时，差值为负，同样的规则划分层次，此时安排对本队是有利的，加上归一化后的数值与权重的乘积，当对手的实力值大于本队的实力值时，安排是不利的，减去乘积。

针对比赛的具体时间，当比赛时间处于人体细胞活跃期时，该种安排是有利的，加上具体时间数值与对应权重之积；当比赛时间处于人体细胞休眠期时，该种安排是不利的，减去具体时间数值与对应权重之积。

同理分析于比赛的主客场、场地之间的距离，当比赛在主场进行或相邻两场比赛的场地之间为区内距离，该种安排是有利的，当比赛在客场进行或相邻两场比赛的场地之间为区外距离，该种安排是不利的。在有利时，加上主客场（场地之间距离）数值与权重乘积，不利时，减去该乘积。

(3) 数字格式

已知为了分析赛程对某一支球队的利弊，要考虑的因素为相邻比赛时间间隔、比赛的具体时间、比赛的主、客场、对手实力、场地之间的距离（区内距离、区外距离）。根据分析得到各个因素在反应出赛程安排是有利的和不利的两种情况下的处理方法，同时上述处理方法是得到赛程安排的利弊情况将 5 种因素综合考虑，现将各个因素有利为正，有弊为负，得到便于进行处理的数字格式，以火箭队 11 月份的比赛为例：

比赛球队 两场比赛间隔时间 主客场 具体比赛时间 两队实力 是否跨区比赛

18-25

18-6

18-23

18-30

18-26

18-27

18-17

18-16

18-25

18-19

18-2

18-1
18-5
18-13
18-17 0.0031
0.2604
0.0208
-0.9875
-0.0292
0.2604
-0.0708
-0.9875
0
0
-0.0292
-0.9875
0.0031
0.0104
0.2500 -1
-1
1
1
1
1
1
1
-1
1
-1
1
1
1
-1
-1 1

1
-1
-1
1
-1
1
1
1
1
1
1
1
1
1
1
1 1.0000
0.0625
0.2500 1.0000 0 0 0 0 1.0000 0 0.2500 0 1.0000 0.5000 0 1
-1
1
1
1
1
1
1
1
1
1
-1
-1
1
1
-1
1

注：球队序号是根据附件 2 中所给排名及各区排列先后，以魔术为 1，快船为 30 得到。

表 1

5.1.2 模型的建立

根据模型准备和分析，利用求和法，建立对于第 i 支球队第 j 场比赛的赛程安排利弊的评价模型：

其中：

符号说明：

第 j 场比赛的赛程安排对第 i 支球队的有利程度

第 i 支球队第 j 场比赛与第 k 场比赛之间的时间

全部球队每两场比赛之间间隔时间的极小值

全部球队每两场比赛之间间隔时间的极大值

归一后的值

第 i 支球队进行第 j 场比赛的主、客场对应的要素值

第 i 支球队的实力与在 k 的对手实力差值对应的标准值

归一后的值

第 i 支球队进行第 j 场比赛具体时间对应的要素值

第 i 支球队第 j 场和第 k 场比赛场地之间的距离对应的要素值

第 i 个要素的权重

5.1.3 模型的求解

(1) 有利场次和有利程度

根据建立的评价模型，进行求解，得到 30 支球队每队进行 82 场比赛，每场比赛的赛程安排的有利程度。

当时，第 场比赛的赛程安排对第 支球队是有利的；当 ，第 场比赛的赛程安排对第 支球队是不利的。综合每支球队的 82 场的有利程度，得到 的场次数 和 82 场比赛 的平均值。有利的场次数 越多，比赛胜利的场次越多，在场次数 相同的情况下， 的平均值越大，对第 支球队越有利，将 30 支球队 09 赛季有利比赛场次数 与有利程度进行整理，得到下表：

球队 有利场次 有利程度 球队 有利场次 有利程度

1 55 0.3666 16 54 0.3787

2 63 0.3653 17 60 0.3459

3 56 0.3701 18 57 0.3689

4 56 0.3581 19 58 0.3554

5 57 0.3338 20 53 0.3569

6 59 0.3297 21 52 0.376

7 51 0.3239 22 51 0.3572

8 56 0.3552 23 49 0.2404

9 60 0.333 24 57 0.338

10 62 0.3313 25 61 0.3611

11 58 0.3633 26 49 0.2766

12

13

14

15 54

57

55

57 0.3632

0.3504

0.3363

0.3584 27

28

29

30 52
47
46
45 0.3717
0.2503
0.2545
0.2653

表 2

注：该文表格中球队序号的排列方法均与表 1 中一致。

表 2 中数据显示，有利场次数与有利程度数值相差很大，使用极差处理进行量纲统一，统一后的值：

球队	有利场次	有利程度	球队	有利场次	有利程度
1	0.6707	0.3666	16	0.6585	0.3787
2	0.7683	0.3653	17	0.7317	0.3459
3	0.6829	0.3701	18	0.6951	0.3689
4	0.6829	0.3581	19	0.7073	0.3554
5	0.6951	0.3338	20	0.6463	0.3569
6	0.7195	0.3297	21	0.6341	0.376
7	0.6220	0.3239	22	0.6220	0.3572
8	0.6829	0.3552	23	0.5976	0.2404
9	0.7317	0.333	24	0.6951	0.338
10	0.7561	0.3313	25	0.7439	0.3611
11	0.7073	0.3633	26	0.5976	0.2766
12					
13					
14					
15	0.6585				
	0.6951				
	0.6707				

0.6951 0.3632

0.3504

0.3363

0.3584 27

28

29

30 0.6341

0.5732

0.5610

0.5488 0.3717

0.2503

0.2545

0.2653

表 3

(2) 确定数量指标:

有利程度 和有利场次 对评价赛程安排的优劣影响是相同的, 因此两者的权值相同均为 0.5, 评价值 为:

计算得到该评价值:

球队 评价结果 球队 评价结果

1 0.5186 16 0.5186

2 0.5668 17 0.5388

3 0.5265 18 0.532

4 0.5205 19 0.5313

5 0.5145 20 0.5016

6 0.5246 21 0.5051

7 0.4729 22 0.4896

8 0.5191 23 0.419

9 0.5323 24 0.5166

10 0.5437 25 0.5525

11 0.5353 26 0.4371

12 0.5109 27 0.5029

13 0.5228 28 0.4118

14

15 0.5035

0.5268 29

30 0.4078

0.407

表 4

首先综合考虑相邻比赛时间间隔、比赛的具体时间、比赛的主、客场、对手实力、场地之间的距离（区内距离、区外距离）5 个方面的因素得到有利程度、有利场次，然后根据有利程度、有利场次对评价赛程优劣相同的影响力，在将这两者结合考虑得到评价值，因此评价值全面的考虑到各个影响评价赛程的因素，能够较为正确的反应赛程安排的优劣，所以将评价值定为评价赛程安排利弊的数量指标，该评价值越大说明赛程安排越有利，评价值越小说明赛程安排越不利。

5.2 问题二

(1) 计算火箭队利弊

根据表 4 中的 18，明确火箭队的评价值为 0.532，说明 09 赛季火箭队整体赛程安排较有利的。为更细化的体现出利弊情况，通过有利场次数、不利场次数及有利程度、不利程度得出 09 赛季火箭队整体赛程的评价结果：

月份 有利场次数 有利程度 不利场次数 不利程度

10 1 1 1 0.29

11 10 0.3 5 0.35

12 8 0.4 7 0.31

1 11 0.33 4 0.22

2 9 0.5 2 0.13

3

4 11

7 0.31

0.29 5

1 0.3

0.28

表 5

(2) 分析利弊情况

通过有利场次数和比赛有利程度,对09赛季火箭队整体赛程给出评价结果,并根据问题一中的数量指标对09赛季火箭队整体赛程安排给出评价,以下从局部方面对火箭队7个月的赛程安排分别进行分析并给出评价:

对于10月份火箭队只进行两场比赛,主客各一场,主场时由于是赛季第一场比赛,不存在体能恢复问题,并且对手实力很弱,所以该场比赛对火箭队非常有利,有利程度为1,由于1、2场比赛的间隔时间较短,对手实力较强导致客场比赛对火箭队不利,综合分析10月份的比赛对火箭队较有利。

对于11月份,火箭队将进行15场比赛,其中10场比赛对火箭队有利,5场比赛对火箭队不利,有利程度为0.3,不利程度为-0.31,虽然在11月份火箭队面临着9场客场比赛其中包括一次连续5轮客场比赛,但由于相邻两场比赛间隔时间较长,比赛对手实力较弱,导致客场劣势不明显。综上分析11月份的比赛对火箭队较不利。

对于12月份,火箭队将进行15场比赛,其中8场有利,7场不利,有利程度为0.4,不利程度为-0.31,在该月的比赛中,火箭队的主场优势和客场劣势体现的皆不明显,相临两场比赛间隔时间也较均衡,但长途比赛场次较多,将会对球队的体能和精神造成一定影响。综上分析,12月份的比赛对火箭队较为均衡。

对于1月份,火箭队将进行15场比赛,其中11场比赛有利,4场比赛有弊,有利程度为0.33,不利程度为-0.22,在1月份的比赛中火箭队将面临连续5轮主场比赛和连续5轮的客场比赛,由于客场比赛对手实力较弱,客场劣势体现的不明显,但长途比赛场次较多,会对球队的体能和精神造成一定的影响。综合分析,1月份的比赛对火箭队较有利。

对于2月份,火箭队将进行11场比赛,其中9场比赛有利,2场比赛有弊,有利程度为0.5,不利程度为0.12,在2月份的比赛中,火箭队将有连续6场的主场优势,并且主客场比赛的对手实力都较弱,且在2月份火箭队拥有较多的休息调整时间,并不用进行长途比赛。综上分析,2月份的比赛对火箭队非常有利。

对于3月份,火箭队将进行16场比赛,其中11场有利,5场有弊,有利程度为0.29,不利程度为0.3,三月份的比赛火箭队主客场呈现均衡,虽然有利场次较多,但火箭队三月份长途比赛场次非常多,严重影响球队的体能恢复。综上分析,3月份的比赛对火箭队较不利。

对于4月份,火箭队将进行8场比赛,其中7场有利,1场有弊,有利程度为0.29,不利程度为0.28,4月份的比赛虽然客场较多,但两场比赛间体能调整时间较充裕,对手实力较均衡,且不存在长途比赛对球队体能的影响。综上分析,4月份的比赛对火箭队非常有利。

(3) 最有利和最不利

根据问题一求出的数量指标，已知评价值越大，该赛程安排越有利，评价值越小，该赛程安排越不利，得到 09 赛季：

最有利的三支球队为：奇才、尼克斯、超音速

最不利的三支球队为：快船、国王、勇士

5.3 问题三

5.3.1 模型的准备与分析

(1) 确定整体方向

已知球队与区内、同部不同区、不同部的球队进行比赛的场次数是确定的，每支球队的主客场次数相同，同部三个区间的球队保持均衡。在满足以上三点的条件下，题目给出整体赛程安排，要求得到赛 3 场球队的方法，即根据赛程安排中赛 3 场的球队，推导其具体安排的方法，整体方向为已知结果反推求解过程。

(2) 完整具体思路

赛程制定者根据某种方法确定赛 3 场的球队，该方法应该是题目中一种因素决定或某些因素之间的有机组合，这些因素与选取赛 3 场球队之间有着紧密的联系，所以这些因素是非常重要的，如明确此类相关因素，较为简便的得到安排方法。因此在进行反推的过程中，首先寻找与安排赛 3 场关系紧密的因素，针对该因素，统计出赛 3 场的球队的本因素的具体数值，寻找该因素对于的数值是否存在某种规律，当符合某种规律时，说明该因素为相关因素，与安排方法有关；当该因素对应的数值不存在某种规律时，说明该因素为非相关因素，与安排赛 3 场的球队无关。

综合分析寻找到的相关因素，当仅有一个相关因素时，该因素在赛 3 场的球队反应的规律即为安排方法；当有多个相关因素时，根据其反应的规律，将各个因素有机的组合，得到安排赛 3 场的球队的方法。

(3) 寻找因素

同部不同区的 15 支球队与同部的另外两个区的 10 支球队进行比赛，其中有赛 3 场和赛 4 场两种情况，简单计算得到，同部不同区的 15 支球队与另外两区的 6 支队伍赛 4 场，4 支队伍赛 3 场。由于在安排赛 3 场的比赛时，需要考虑到各个队伍的公平性和实力情况，根据问题一中建立的赛程安排对第 i 支球队第 j 场比赛的有利程度的评价模型，已知对于第 i 支球队有利程度为正的场次之和即为该队的有利场次数，82 场比赛的有利场次的平均值即为该队的平均有利程度，当不同队的有利场次数和平均有利程度是相同的，说明赛程安排对其的待遇是相等的，就该两者而言，赛程安排就是公平的，因此利用有利场次数和平均有利程度判断公平性。

不同的球队有强弱之分，当某一球队的水平较弱时，连续安排其与实力强球队的打 4 场比赛，实力弱的打 3 场比赛，该安排为不合理，同样道理当水平较强时，连续安排其与实力弱的打 4 场比赛，与实力强的打 3 场比赛，该安排亦为不合理的，所以在安排赛 3 场的球队时需要考虑实力情况。

综合以上分析，认为有利场次数、平均有利程度、实力情况这三种因素与安排赛 3 场的球队是有联系的。

(4) 判断因素的相关性

① 有利场次数

根据问题一、问题二的分析，判断有利程度是以一个队的一场比赛为研究对象综合考虑相邻比赛时间间隔、比赛的具体时间、比赛的主、客场、对手实力、场地之间的距离（区内距离、区外距离）得到的，因此有利程度涵盖了赛程安排对球队的体能、士气、精神这三个方面，较为全面、准确的表示出赛程安排的利弊，因此当队伍之间的有利场次数相差较大时，反映出赛程安排的公平性较差，对于同部不同区的 15 支球队进行赛 3 场和赛 4 场两种比赛，为保持均衡，安排同部不同区之间赛 3 场、赛 4 场时有利场次数应该为均衡的。

为判断有利场次数是否为相关因素，需要利用实际数值规律说明相关性，统计出同部不同区的球队赛 3 场、赛 4 场的有利场次数：

球队 赛 3 场的有利程度 有利场次 赛 4 场的有利程度 有利场次 赛 3 场对手实力 赛 4 场对手实力

魔术 0.2510 9 0.5396 19 0.5266 0.4744

奇才

0.2648 9 0.6266 21 0.5188 0.4796

老鹰

0.2393 9 0.4799 16 0.4664 0.5146

山猫

0.1732 5 0.3666 17 0.4725 0.5294

热火

0.1727 7 0.4396 17 0.5820 0.3652

凯尔特人

0.2541 8 0.4930 21 0.4887 0.3812

猛龙

0.3142 10 0.4060 15 0.4231 0.4796

76 人

0.1951 7 0.4483 17 0.3895 0.5299

篮网

0.1723 6 0.4815 19 0.4157 0.4906

尼克斯

0.3170 10 0.4048 16 0.5114 0.3471

活塞

0.1828 9 0.5454 18 0.4090 0.5297

骑士

0.3046 9 0.4300 16 0.4443 0.4767

步行者

0.2003 8 0.5060 17 0.5551 0.3105

公牛

0.3193 11 0.4625 18 0.4473 0.4723

雄鹿

0.1519 7 0.5621 19 0.4307 0.4972

1 2 3 4 5 6 7

表 6

根据表 6 中的第 3 列和第 5 列,发现赛 3 场、赛 4 场有利场次数比较散乱,相差比较大,不存在相关的规律,说明相关性较差,有利场次数为安排赛 3 场的非相关因素。

② 平均有利程度

已知有利程度具体的体现了赛程安排对参赛队伍的利弊情况,有利程度越大,取得胜利的可能性越大,所以为了确保公平,需要 15 支球队赛 3 场的平均有利程度保持均衡,赛 4 场时的平均有利程度保持均衡。

为检验平均有利程度的相关性,统计出同部不同区的球队赛 3 场、赛 4 场的平均有利程度,根据表 6 中第 2 列、第 4 列的数据表明,赛 3 场、赛 4 场的平均有利程度之间不存在明确的关系,没有规律性,确定平均有利程度为安排赛 3 场的非相关因素。

④ 对手实力

通过问题一的分析,对手实力是一个模糊的概念,综合考虑胜率、分区胜率、分部胜率、跨部胜率、分差这 5 个方面,将实力量化。胜率从整体上能够体现出在不考虑任何客观情况下其取得胜利的比重,体现了队伍的胜负情况,分区胜率为在区内进行比赛的胜负情况,体现了在区内该队的实力,分部胜率体现了在部内的实力情况,由于需要得到参赛球队在全部比赛球队的实力状况,因此根据分区战绩和分部战绩和全部比赛的战绩得到跨部比赛的战绩,为前后一致将跨部战绩转化为跨部胜率,分差体现了队伍的综合能力,分差越大,综合能力越强。为确保比赛的公平性,从同部不同区选取 4 支球队比赛 3 场时,每支球队的选取的 4 支球队的实力相均衡,选取 6 支球队比赛 4 场时,每支球队的选取的 6 支球队的实力相均衡。

观察表 6 中第 6 列、第 7 列的数据，最大值为 0.5820，最小值为 0.3895，实力值小于 0.4 的仅有一个值即最小值，实力值大于 0.55 的仅有一个值，数据基本上都处于 0.4 到 0.5 之间，说明数据集中性较好且数据之差很小，可以不计。

综合以上分析，得到数据符合规律：同部 15 支球队赛 3 场和赛 4 场的对手实力平均值皆保持基本均衡。

(5) 安排方法

通过判断因素的相关性，明确与安排赛 3 场相关的因素仅为对手实力，因此在根据对手实力对同部 15 个队进行安排赛 3 场的球队时，应以对手实力在赛 3 场和赛 4 场反应出的规律为准则，同时需要考虑到比赛场次数的限制，因此安排方法为：同部 15 支球队赛 3 场和赛 4 场的对手实力平均值皆保持基本均衡，每支球队都应与其他两区各 2 支球队进行赛 3 场的比赛，且每支球队赛 3 场的比赛场次应等于 12 场。

在明确安排方法后，建立非线性规划模型实现该方法。

(6) 设立 0-1 变量

安排赛 3 场的球队即根据对手实力相协调原则及在比赛场次数限制的情况下，选取合适的球队，以第 i 个球队与第 j 个球队是否进行赛 3 场的比赛建立 0-1 变量：

判断第 i 个球队与第 j 个球队是否进行赛 4 场的比赛建立 0-1 变量，同时需要明确当第 i 个球队与第 j 个球队进行赛 3 场时，两支球队不能进行赛 4 场，因此当时， $x_{ij} = 0$ ；当时， $x_{ij} = 1$ ，具体表示为：

(7) 目标分析

方法中明确指出同部 15 支球队赛 3 场和赛 4 场的对手实力平均值皆保持基本均衡，即各个球队对手实力基本一致。将各个球队对手实力的平均值归纳到一集合中，各实力平均值为该集合的元素，所有元素的平均值为 \bar{x} ，各元素与 \bar{x} 之间的离散程度（偏离程度）越大，说明该集合中各个元素相差越小，即对手实力平均值相互协调、保持均衡。该离散程度即为方差。因此当各个球队对手实力的平均值的方差越小时，均衡性越好。

① 赛 3 场

已知 x_{ij} 为第 i 个球队与第 j 个球队是否进行赛 3 场的比赛的 0-1 变量， \bar{x}_i 为球队实力，与第 i 个球队进行 3 场比赛的 4 支球队的对手实力平均值为：

所有球队对手实力平均值的均值为：

进行赛 3 场的对手实力平均值的方差为：

② 赛 4 场

为与 对应的第 个球队与第 个球队是否进行赛 4 场的比赛的 0-1 变量，第 个球队进行 4 场比赛的 6 支球队的实力平均值为：

赛 4 场时全部球队对手实力平均值 的均值：

赛 4 场时对手实力平均值的方差为：

已知安排原则为同部 3 个区球队对手实力平均值保持一致，比赛包括赛 3 场和赛 4 场两种情况，因此在这两种情况下该值相协调且两种情况的重要程度相等，赛 3 场和赛 4 场的对手实力平均值的方差之和最小时对手实力平均值均衡程度最大：

(8) 约束分析

① 与同部不同区 4 个队赛 3 场

在安排赛程时，根据与同部不同区的每一球队有赛 4 场和赛 3 场（2 主 1 客或 2 客 1 主）两种情况原则，得到与同部不同区的 4 支球队赛 3 场，同时由于选择和被选择的关系，当第 个球队选择与第 个球队进行比赛时，第 个球队必须选择第 个球队比赛：

② 与同部的另外两区的每区选取 2 队进行比赛

由于与同部不同区的 4 支球队进行比赛，为保持对手实力平均值的均衡，与每个区选取 2 支球队进行比赛：

5.3.2 模型的建立

综合以上分析，以对手实力平均值基本均衡为目标建立非线性规划模型：

目标函数：

其中：

符号说明:

第 i 个球队进行 3 场比赛的 4 支球队的实力平均值

第 i 个球队与第 j 个球队是否进行赛 3 场的比赛的 0-1 变量

球队实力

所有球队赛 3 场时对手实力平均值的均值

第 i 个球队进行 4 场比赛的 6 支球队的实力平均值

第 i 个球队与第 j 个球队是否进行赛 4 场的比赛的 0-1 变量

赛 4 场时全部球队对手实力平均值的均值

模型说明:

(1) 由于与同部不同区的每一球队有赛 4 场和赛 3 场两种情况, 得到与同部不同区的 4 支球队赛 3 场。

(2) 已知同部不同区的 4 支球队进行比赛, 得到每个区选取 2 支球队进行比赛。

5.3.3 模型的求解

根据建立的最优化模型, 利用 lingo 求解, 得到同部不同区比赛 3 场的球队情况, 以东部的球队为例:

球队 比赛 3 场的对手

魔术 76 人、 篮网、活塞、公牛

奇才

凯尔特人、猛龙、骑士、步行者

老鹰

猛龙、尼克斯、活塞、骑士

山猫

凯尔特人、猛龙、公牛、雄鹿

热火

篮网、尼克斯、步行者、雄鹿

凯尔特人

奇才、山猫、公牛、雄鹿

猛龙

奇才、老鹰、活塞、骑士

76 人

魔术、山猫、活塞、雄鹿

篮网

魔术、热火、骑士、步行者

尼克斯

老鹰、热火、步行者、公牛

活塞

魔术、老鹰、猛龙、76 人

骑士

奇才、老鹰、猛龙、篮网

步行者

奇才、热火、篮网、尼克斯

公牛

雄鹿

魔术、山猫、凯尔特人、尼克斯

山猫、热火、凯尔特人、76 人

5.4 评价模型

5.4.1 模型的准备与分析

为对得到的以对手实力相均衡为原则的安排赛3场的球队的方法进行准确、合理的评价，通过综合考虑对手实力的均衡性、有利场次数、有利程度这三个方面，评价该安排法的优劣性。

(1) 定义权值

设赛 3 场时对手实力的均衡性为 \bar{X} ，有利场次数为 \bar{Y} 、有利程度为 \bar{Z} ，根据各因素对于安排方法优劣的重要程度，建立 A 的判断矩阵：

根据公式：

计算得到对手实力的均衡性的权值 ω_1 为 0.6，有利场次数权重 ω_2 为 0.2、有利程度权重 ω_3 为 0.2。

(2) 均衡程度

已知对手实力、有利场次数、有利程度均衡程度越高，说明该安排越合理。
5.3.1 中的模型准备，得到赛 3 场对手实力的均衡性：

有利场次数 一般在 40—65 之间，对手实力的均衡性和有利程度在 0—1 之间，因此首先对有利场次数进行量纲统一，得到统一后的有利场次数 \bar{Y} 。已知方差可以体现 \bar{Y} 与均值 \bar{Y} 的偏离程度，偏离程度越小说明均衡性越好，反之，说明均衡性越差。

15 支球队统一后的有利场次数 \bar{Y} 的平均值 \bar{Y} 为：

设因此得到有利场次数的方差为：

第 i 支球队有利程度 \bar{Z}_i 的平均值 \bar{Z} 为：

有利程度的方差为：

对手实力的均衡性、有利场次数的方差、有利程度的方差体现三个因素的均衡程度。
5.4.2 建立评价模型

根据以上分析，建立评价模型如下：

其中：

符号说明：

赛 3 场对手实力的均衡性

第 个球队进行 3 场比赛的 4 支球队的实力平均值

所有球队赛 3 场时对手实力平均值的均值

赛 3 场时量纲统一后的有利场次数 的方差

所有球队赛 3 场时有利场次数的均值

第 支球队进行 3 场比赛时的有利程度的方差

第 支球队有利程度 的平均值

对手实力的均衡性、有利场次数的方差、有利程度的方差的权重

5.4.3 模型求解

根据建立的评价模型，求解得到 ，说明该方法较好、赛程安排较为合理。

5.5 创新方法

(1) 提出思想

题目中是根据对手实力平均值相均衡为原则得到安排进行三场比赛的赛程，重点强调了“均衡”，在建立新的方法时，以创新的思维，追求“不均衡”。

每支球队与同部不同区的 10 支球队间要进行 36 场比赛，即跟 4 支球队赛 3 场跟其余 6 支球队赛 4 场，在安排每支球队选取赛 3 场的球队时选取实力相差较大的，比如安排实力弱的与强的比，在这 12 场比赛中实力弱的不利的场次比较多，实力强的有利的场次比较多，但是每支球队都要与同部异区的 10 支球队比赛，所以在剩余的 24 场比赛中实力弱的将会跟实力弱的比，有利的场次数就会增多，相反实力强的将会跟实力强的比，不利的场次比较多，这样使得 36 场比赛中无论实力弱的还是实力强的有利的场次数就保持均衡。

根据以上分析，明确该创新方法为以实力相差较大为原则，选取赛三场的球队。

(2) 方法的实现

根据我们提出的方法，得到球队及对于的赛三场的对手为：

球队 比赛 3 场的对手

魔术 76 人、尼克斯、骑士、步行者

奇才

篮网、尼克斯、步行者、雄鹿

老鹰

凯尔特人、76 人、活塞、骑士

山猫

猛龙、篮网、公牛、雄鹿

热火

凯尔特人、猛龙、活塞、公牛

凯尔特人

老鹰、热火、骑士、步行者

猛龙

山猫、热火、步行者、雄鹿

76 人

魔术、老鹰、活塞、骑士

篮网

奇才、山猫、公牛、雄鹿

尼克斯

魔术、奇才、活塞、公牛

活塞

老鹰、热火、76 人、尼克斯

骑士

魔术、老鹰、凯尔特人、76 人

步行者

魔术、奇才、凯尔特人、猛龙

公牛

雄鹿

山猫、热火、篮网、尼克斯

奇才、山猫、猛龙、篮网

(3)方法评价

为明确提出的方法的优劣，利用 5.4.2 的评价模型进行评价，，与以对手实力平均值相均衡为原则的安排方法差距较大，又由于，说明我们提出的方法还是具有一定的合理性的。

6 模型评价

本题是 NBA 赛程安排的评价问题。在求解过程主要用到了层次分析法、目标分析法等数学知识。

问题一中，运用了层次分析法进行评价并进行了一致性的检验，检验结果说明该矩阵的一致性比较强，考虑到了可能影响评价的多种因素，从时间间隔、主客场、是否跨区、人体细胞一天内的活跃期等方面进行了评价，增强了评价的全面性。

问题三中，根据赛程安排的具体情况、对手实力、有利场次数、有利程度等因素对选取 3 场的球队影响进行了深入探讨，最终找到了选取赛 3 场的球队的方法并通过 lingo 编程进行了验证，体现了找到的赛程安排方法的准确性。

7 参考文献

- [1] 陈冬彦等，数学建模，北京；科学出版社，2007.12
- [2] 王庚等，现代数学建模方法，北京；科学出版社，2008.2
- [3] 韩伯棠，管理运筹学，北京；高等教育出版社，2007.2