

出版社书号的优化配置

摘要:

本文讨论了在信息不足的条件下出版社竞争力评估和书号资源配置问题。

首先,对于评估出版社的市场竞争力的问题,文章对现有的有限数据进行了细致的统计分析,得到历年来出版社各课程、各学科教材在消费者心目中的地位、消费者满意度、市场占有率以及需求量,并将这四个因素作为评价出版社市场竞争力的定量指标加以综合,得到出版社的市场竞争力以及强势产品,并对 2006 年影响出版社市场竞争力的各个因素进行了预测评估。

其次,为了优化配置出版社的书号资源,本文建立了两个模型。

一是双目标全局优化模型。为了体现出版社支持强势产品的原则,文章首先构造了出版社各课程、各学科教材的强势指数。模型以出版社关心的 72 门课程分配得到的书号数为决策变量,以出版社强势指数最大和经济利益最大为双目标进行规划的。模型求解中,我们分别采用 LINGO 软件和用 MATLAB 编写的遗传算法求解,给出了书号分配方案,并对两种求解结果进行了对比分析。LINGO 给出的 06 年出版社的总毛利为 23,320,591 元,下表给出了用 LINGO 求解得到的各学科的书号分配数:

学科	一	二	三	四	五	六	七	八	九
书号数	75	41	147	80	44	42	22	23	26

二是分层优化模型。在第一层首先用聚类分析的方法对 9 个学科进行分类,然后分别用线性回归和 BP 神经网络分析预测,为各分社分配号数;第二层为在各分社内部,以各个分社强势指数最大和分社经济利益最大为双目标将分社得到的书号数分配给其中的各个课程。对模型给出的结果,将各个分社预测得到的 06 年的毛利求和得到 A 出版社的总毛利为 22,886,180 元。其中第一层神经网络求解的结果为:

学科	一	二	三	四	五	六	七	八	九
书号数	69	42	140	90	45	39	21	26	28

最后,文章对建立的模型进行了优缺点分析和稳定性分析,并给出了关于文中建模分析得到的 06 年出版社的书号分配方案以及如何获得市场信息的建议。

关键字: 出版社书号分配 强势指数 神经网络 遗传算法 市场竞争力评估

目录

一 问题重述-----	3
二 问题分析-----	3
三 模型假设-----	3
四 符号约定-----	4
五 数据分析-----	5
1. 01-05 年 A 出版社相关数据的统计-----	5
1) A 出版社各课程、各学科教材在消费者心目中的地位-----	5
2) A 出版社各课程教材、各学科教材的消费者满意度-----	6
3) A 出版社各课程教材、各学科教材的市场占有率-----	7
2. 2006 年 A 出版社相关数据的获得-----	8
1) 2006 年 A 出版社各课程、各学科教材在消费者心目中的地位-----	8
2) 2006 年 A 出版社各课程教材、各学科教材的消费者满意度-----	8
3) 2006 年 A 出版社各课程教材、各学科教材的市场占有率预测-----	9
4) 2006 年 A 出版社各课程教材、各学科教材的需求量预测-----	10
3. A 出版社各课程、各学科的强势指数的构造-----	11
4. 其他参数的获得-----	12
1) A 出版社各个分社人力资源量的确定-----	12
2) A 出版社各课程教材平均价格的确定-----	13
3) A 出版社教材利润率的确定-----	13
六 模型建立与求解-----	13
双目标全局优化模型-----	13
● 建模思想-----	13
● 模型建立-----	13
● 模型说明-----	13
● 模型求解-----	14
● 模型结果与分析-----	15
分层优化模型-----	18
● 建模思想-----	18
● 学科层书号分配-----	18
● 课程层书号分配-----	22
七 模型稳定性分析-----	24
八 模型优缺点分析-----	25
九 向出版社提出的建议-----	26
十 参考文献-----	26
附录-----	27

一、问题重述

本题考虑一个以教材类出版物为主的出版社的资源配置问题。首先，出版社的资源主要包括人力资源、生产资源、资金和管理资源等，它们都捆绑在书号上，经过各个部门的运作，形成成本（策划成本、编辑成本、生产成本、库存成本、销售成本、财务与管理成本等）和利润。其次，出版社的具体书号分配方法是：总社领导每年根据分社提交的生产计划申请书、人力资源情况以及市场信息分析，将总量一定的书号合理地分配给各个分社，使出版的教材产生最好的经济效益，各个分社（分社以学科划分）再根据分配到的书号数量，重新对学科所属每个课程做出出版计划。事实上，由于各个分社提交的需求书号总量远大于总社的书号总量，因此总社一般以增加强势产品支持力度的原则优化资源配置。

资源配置是总社每年进行的重要决策，直接关系到出版社的当年经济效益和长远发展战略。但是由于市场信息（主要是需求与竞争力）通常是不完全的，企业自身的数据收集和积累也存在不足，在信息不足的条件下，提出以量化分析为基础的资源（书号）配置方法对于出版社的发展具有很重要的意义。

本题要求根据附录中给出的该出版社所掌握的有限的资料，利用数学建模的方法，对书号的分配给出一个明确的分配方案。

二、问题分析

通过对问题的分析，我们认为此问题是一个在出版社的生产计划、人力资源情况以及市场信息的相关数据分析的基础上对有限的书号进行各分社之间书号资源最优配置的问题，属于一个整数规划问题。首先，作为一个优化配置问题，我们考虑问题的最基本单元是该出版社关心的 72 个课程，并在得到各课程信息的基础上进而进行对各分社的书号分配。其次，我们首先需要做的是从数据中挖掘其中隐含的信息：从附件 4 中我们可以直接获得各个分社的生产计划信息；由附件 5 我们可以获得该出版社人力资源方面的数据；而对于附件 1、2，我们需要经过数据处理进而得到反映该出版社市场竞争力的参数：根据调查问卷的信息，我们可以得到学生对于教科书的满意度、该出版社主要课程的市场占有率，进而得到体现各课程书籍满意度的参数，并从中找出该出版社的强势产品。最后，我们需要在获得的信息的基础上，提出合理的优化的准则，对书号配置方案进行优化，以使该出版社出版的教材产生最好的经济效益。

三、模型假设：

1. 同一课程不同书目价格差别不大，同时销售量相近。首先，这是题目中附件 4 中给出的。其次这个假设便于我们把每个课程作为一个统一的整体来考虑，其内部的书目具有相同的性质，这样就可以认为每个课程有两个属性：课程的平均价格及课程的销售量。
2. 该出版社在定价时保持对所有教材利润率同一，在此原则上制定教材单价。这个假设也是根据附件 4 给出的，在这个假设下，我们就可以由 A 出版社获得的毛利求得出版社获得的利润。
3. 在进行 2006 年的书号配置时，只考虑 A 出版社关心的 72 门课程，而不考虑其他课程，即只将书号分配给这 72 门课程。
4. 附件 1、2 中给出的消费者调查问卷为一个独立随机的抽样样本，这样从中得到的关

于各教材的市场信息可以代表整个消费者整体的情况。

5. 几年来 A 出版社的书号总量是一定的。首先,通过查阅资料,我们发现国家对各个出版社分配书号时是按照均衡分配的原则。其次,虽然近几年来高校扩张,学生总数逐年上升,因此对于教材的需求量会呈现一个增长的趋势,但是可能仅仅是教材总量的增长,而教材的种类数不一定会增长,即书号数可能保持不变。再次,通过数据统计,我们发现 A 出版社 2001 年至 2005 年分配的书号总量是一定的。综合以上三点,我们做出 A 出版社的书号总量一定的假设。
6. 附件 4 中给出的 01-05 年时间内各门课程分得的书号数是按照题目中的优化原则得到的。这样我们在模型中就可以根据 01-05 年各门课程分得的书号数以及相应年份的实际销售量来寻求二者之间的关系,否则这些数据对于模型的求解没有任何意义。
7. 附件 3 中给出的 01-05 年各门课程的实际销售量可以代表市场对于 A 出版社该门课程教材的需求量。虽然实际情况中可能存在着供不应求的情况,即 A 出版社提供的教材不能满足市场的需求,但是由于我们已经假定出版社是按照题目中的优化原则去配置书号的,那么在下一年出版社就会对书号配置进行调整,那么实际的销售量与市场的需求量的差距就会很小,因此我们认为各年的实际销售量可以代表该年的市场需求。
8. 分社至少保证各个课程申请书号数的一半。附件 4 中指出为保持各分社工作连续性和对各分社计划一定程度上的认可,A 出版社在分配书号时至少保证分给各分社申请数量的一半,根据这一点我们认为在各个分社对其中课程进行书号分配时为了保证各个课程的连续性及各分社对各个课程的支持也应至少保证分给各课程相应申请书号的一半,同时,考虑到出版社要保证出版教材的多样性,以提高在消费者心目中的地位,否则如果只是一味的支持强势产品,那么会造成市场狭窄的局面,同样不利于出版社的长远发展,从这一点看此假设也是合理的。

四、符号约定:

i : 学科标号($i = 1, \dots, 9$)

M_i : 第 i 个学科包扩的课程总数

N : A 出版社的书号总数

r_{ij} : A 出版社第 i 个学科第 j 门课程教材在消费者心目中的地位($j = 1, \dots, M_i$)

q_{ij} : A 出版社第 i 个学科中的第 j 门课程教材的消费者满意度

c_{ij} : A 出版社第 i 个学科中的第 j 门课程教材的市场占有率

n_{ij} : A 出版社第 i 个学科中的第 j 门课程教材的需求量

ϕ_{ij} : A 出版社第 i 个学科中的第 j 门课程教材的强势指数

R_i : A 出版社第 i 个学科教材在消费者心目中的地位

Q_i : A 出版社第 i 个学科教材的消费者满意度

C_i : A 出版社第 i 个学科教材的市场占有率

N_i : A 出版社第 i 个学科教材的需求量

ϕ_i : A 出版社第 i 个学科教材的强势指数

p_{ij} : A 出版社第 i 个学科中的第 j 门课程教材的平均价格

s_{ij} : A 出版社第 i 个学科中的第 j 个课程教材的销售量
 α : A 出版社的教材利润率
 P : A 出版社 2006 年的总毛利
 β : A 出版社的整体强势指数
 λ : 课程教材需求量对强势指数的影响力
 σ : 学科教材需求量对强势指数的影响力
 \bar{x}_{ij} : A 出版社第 i 个学科中第 j 个课程申请的书号数
 x_{ij} : A 出版社分配给第 i 个学科中的第 j 个课程的书号数
 X_i : A 出版社第 i 个分社分得的书号数
 h_{i1}, h_{i2}, h_{i3} : A 出版社第 i 个分社的编辑、策划和校对人力资源量
 $\eta_{ij}^{(1)}, \eta_{ij}^{(2)}, \eta_{ij}^{(3)}, \eta_{ij}^{(4)}$: A 出版社第 i 个学科中的第 j 个课程销售量的拟和系数

五、数据分析:

1. 01-05 年 A 出版社相关数据统计:

首先, 我们已经假设附件 1、2 进行的问卷调查为随机抽样调查, 所以可通过附件 2 的相关数据进行分析获得 A 出版社的相关信息, 进而可以利用此样本反映的信息代表整个市场的情况。通过对题目及数据的分析, 我们将从以下几个方面挖掘附件 2 中的信息:

1) A 出版社各课程教材、各学科教材在消费者心目中的地位:

此处我们将由附件 2 中调查者给出的 A 出版社在自己心目中的位置 (Q1) 来确定 A 出版社各课程教材、各学科教材在消费者心目中的地位。首先, 虽然消费者直接给出的是对于 A 出版社的评价, 但是我们通过对消费者心理的分析, 消费者给出的评价与其使用的 A 出版社出版的教材的情况密切相关, 也就是说消费者对 A 出版社的评价能反映其对 A 出版社出版的教材的评价, 所以我们将按课程分类、学科分类统计分析得到 A 出版社各课程教材、各学科教材在消费者心目中的地位。其次, 附件 2 中给出的数据不仅包括 A 出版社 2006 年关心的 72 种课程教材的相关信息, 同时也包括同学科其他不同课程教材的相关信息, 虽然说本题的优化配置仅仅是针对其关心的 72 种课程进行的, 但是 A 出版社过去各学科的其他课程教材的信息能够反映其在该学科教材市场的竞争力, 所以我们将在此统计的内容不仅应包括 A 出版社关心的 72 个课程教材的相关数据, 同时也应对其他课程教材的数据进行统计分析。

具体的统计方法为: 将调查者对 A 出版社在自己心目中的位置 (Q1) 按照调查者使用书籍的课程名称 (Q2a) 分类, 然后分别统计调查者对 A 出版社评价位置分别为 1-5 的人数的百分比。对于 2005 年的统计结果如表 1 所示。

表 1-A 出版社 2005 年各学科教材在消费者心目中的位置分布

位置	第 1 名	第 2 名	第 3 名	第 4 名	第 5 名
1	14.31%	21.41%	25.27%	39.00%	0.00%
2	3.60%	17.96%	34.02%	44.42%	0.00%
3	29.53%	37.54%	9.46%	23.47%	0.00%
4	26.11%	36.57%	14.32%	23.01%	0.00%
5	27.49%	39.09%	24.32%	9.10%	0.00%
6	16.03%	13.36%	26.34%	44.27%	0.00%

7	35.29%	28.34%	26.20%	10.16%	0.00%
8	12.03%	21.12%	36.90%	29.95%	0.00%
9	4.42%	6.02%	20.88%	68.67%	0.00%
10	9.72%	5.56%	26.39%	58.33%	0.00%

注：1) 学科的标号按照附件 3 中的顺序依次标记为 1-9；
2) 标号 10 表示调查问卷中其他类学科。

从表 1 可以看出：不同学科教材的使用者对 A 出版社的评价是不同的，整体比较，可见标号为 7 的学科即化学、化工类教材消费者对 A 出版社的位置排名比较靠前，位置为 1, 2 的调查者比例比较高，说明 A 出版社在化学、化工类教材市场具有较强的竞争力，而相对来说标号为 2 的学科即经管类教材消费者对 A 出版社的位置排名比较靠后，位置为 3, 4 的调查者比例比较高。从对其他年份数据的统计可以发现同样规律，具体结果见附录 1。

同理，我们可以按照上述方法获得各年 A 出版社各个学科教材在消费者心目中的位置的分布。为了获得一个表征各年 A 出版社各学科教材在消费者心目中的位置的参数，我们对各年 A 出版社各学科在消费者心目中的位置分布百分比用相应的位置排名做加权平均，这样得到了一个表征各年 A 出版社各学科教材在消费者心目中的位置的参数，结果如表 2 所示。

表 2-各年 A 出版社 9 个学科教材在消费者心目中的位置

学科	2001	2002	2003	2004	2005
一	2.98	2.89	2.89	2.89	2.89
二	3.02	3.19	3.19	3.19	3.19
三	3.04	2.27	2.27	2.27	2.27
四	3.02	2.34	2.34	2.34	2.34
五	2.99	2.15	2.16	2.15	2.15
六	2.92	2.99	2.99	2.99	2.99
七	3.13	2.11	2.11	2.11	2.11
八	2.92	2.85	2.85	2.85	2.85
九	2.87	3.54	3.54	3.54	3.54

2) A 出版社各课程教材、各学科教材的消费者满意度：

由于调查者对所用教材在四个方面进行了满意度的评价 (Q21)，为了得到 A 出版社各个课程教材的消费者满意度，我们首先统计 A 出版社各个课程教材四个满意度的调查者评价分布，然后将满意度评价和相应人数的分布百分比进行加权平均，分别得到各个课程教材的四个满意度指数，最后为了综合得到各课程教材的一个消费者满意度指数，我们取四个满意度的平均值作为各年调查者对 A 出版社该课程教材的满意度，进而由之代表全体消费者对该课程教材的满意度，由于数据量大，故不在论文中列出。

与 A 出版社各课程教材的消费者满意度的统计方法相同，按照学科分类统计前五年 A 出版社出版的各学科教材的消费者满意度，结果如表 3 所示。

表 3-A 出版社各年 9 个学科教材的消费者满意度

学科	2001	2002	2003	2004	2005
一	3.06	2.81	2.81	2.90	2.67
二	3.18	2.73	2.91	2.82	2.85

三	3.24	2.84	2.83	2.82	2.83
四	3.22	2.77	2.80	2.91	2.82
五	3.20	2.83	2.82	2.81	2.85
六	3.16	2.81	2.77	2.82	2.80
七	3.05	2.83	2.84	2.79	3.00
八	3.26	2.77	2.86	2.82	2.83
九	3.03	2.83	2.81	2.85	2.84

3) A 出版社各课程教材、各学科教材的市场占有率:

此处, 我们依然通过对附件 2 中的数据分析得到 A 出版社主要课程的市场占有率, 具体处理方法为: 统计各个年份所做的调查问卷中各课程教材中为 A 出版社出版的教材所占的百分比, 以代表 A 出版社在相应课程教材市场中的市场占有率。部分结果如表 4 所示, 全部统计结果见附录 2。

表 4—A 出版社各课程教材的市场占有率 (仅取前十种课程的结果)

课程	2001 年	2002 年	2003 年	2004 年	2005 年
1	19.4%	22.2%	26.4%	30.6%	27.8%
2	11.5%	10.4%	14.6%	13.5%	14.1%
3	0.0%	10.5%	10.5%	31.6%	10.5%
4	3.8%	11.5%	7.7%	11.5%	19.2%
5	5.0%	5.0%	5.0%	7.5%	7.5%
6	8.4%	8.4%	8.4%	9.0%	12.0%
7	26.2%	27.2%	28.2%	24.0%	25.5%
8	1.8%	1.8%	7.0%	1.8%	3.5%
9	24.0%	24.0%	24.0%	24.0%	22.5%
10	22.2%	25.0%	25.0%	27.8%	33.3%

注: 课程的标号与附件 3 中标号相同 (下同)

表 4 给出了 A 出版社前 10 种课程教材的市场占有率, 可见各课程教材的市场占有率呈现逐年变化的趋势, 通过对全部 72 个课程的市场占有率的聚类分析可以发现: 标号为 7、10、16、28 及 33 的课程即软件工程、人工智能、计量经济学、经济数学及实用翻译教程的市场占有率比较差, 五年的平均市场占有率在 7% 以下, 而标号为 59、61、63、64 及 66 的课程即工程化学、城市地理学、地图学、地质学及经济地理学。进一步观察可以发现一些课程的市场占有率具有比较明显的增长趋势, 说明这些课程在 2006 年可能会有很大需求量, 对于此点在后文中会进行更加准确的定量分析。

采用同样的方法, 按照学科统计可得到 A 出版社各年 9 个学科教材的市场占有率, 结果如表 5 所示。

表 5—A 出版社各年 9 个学科教材的市场占有率

学科	2001	2002	2003	2004	2005
一	0.14	0.15	0.16	0.17	0.17
二	0.26	0.27	0.29	0.31	0.32
三	0.56	0.57	0.60	0.62	0.64
四	0.06	0.06	0.06	0.07	0.08
五	0.34	0.34	0.35	0.37	0.40

六	0.58	0.61	0.66	0.69	0.78
七	0.44	0.49	0.49	0.53	0.59
八	0.86	0.88	0.89	0.88	0.91
九	0.73	0.77	0.77	0.86	0.96

2. 2006 年 A 出版社教材在消费者心目中位置、消费者满意度及市场占有率的获得:

1) 2006 年 A 出版社各学科教材在消费者心目中的位置:

考虑到时间越靠后, 消费者的评价越具有说服力, 因此我们给前五年的数据以不同的权重: 01-05 年的权重分别为 1/16、1/16、1/8、1/4 与 1/2, 然后对前五年的数据进行加权平均, 作为 2006 年 A 出版社各个学科教材在消费者心目中的位置, 处理结果如表 6 所示:

表 6-2006 年对各个学科 A 出版社在消费者心目中的位置预测

类别	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
位置	2.93	3.11	2.66	2.68	2.57	2.96	2.62	2.88	3.20	3.18

在模型求解过程中, 我们取表中数据的倒数作为该学科教材在消费者心目中的地位 R_i , A 出版社某学科教材在消费者心目中的位置越高, R_i 越大。 R_i 的取值如表 7 所示:

表 7-2006 年对各个学科 A 出版社在消费者心目中的地位

类别	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
地位	0.34	0.32	0.38	0.37	0.39	0.34	0.38	0.35	0.31	0.31

2) 2006 年 A 出版社各课程教材、各学科教材的消费者满意度:

对前五年 A 出版社各课程的消费者满意度采用 1) 中的处理方法, 得到 2006 年 A 出版社各课程教材的消费者满意度。

表 8-2006 年 A 出版社各课程教材的消费者满意度

课程	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
满意度	2.88	2.87	2.34	3.03	2.71	2.96	2.76	2.89	2.87	2.89	2.94	2.86
课程	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
满意度	3.01	2.79	2.84	2.90	2.89	2.80	2.91	3.07	2.96	2.92	2.91	2.89
课程	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
满意度	2.94	2.94	2.93	3.00	2.87	2.90	2.93	2.69	3.14	2.81	2.92	2.98
课程	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
满意度	2.73	2.80	2.89	3.15	2.93	2.90	2.90	2.91	2.90	2.92	2.86	2.94
课程	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
满意度	2.81	2.69	2.84	2.92	2.82	2.96	2.50	2.79	2.93	2.32	3.02	2.91
课程	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
满意度	2.92	2.99	2.92	2.92	2.56	2.87	2.89	2.84	2.89	3.01	2.77	2.84

由表 8 可见, 整体上消费者对 A 出版社各课程教材的满意度差异不是很大, 但是从中依然可以看出消费者者对标号为 4、13、20、28、33、40、59 及 70 的课程即 java、证券投资、国际经济学、经济数学、实用翻译课程、语法、工程化学和环境生态学的教材满意度相对较大。之后, 我们对上表中数据除 5 以归一化, 作为 2006 年 A 出版社各

课程的消费者满意度的最终值 q_{ij} ，结果如表 9 所示。

表 9-2006 年 A 出版社各课程的最终消费者满意度

课程	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
满意度	0.58	0.57	0.47	0.61	0.54	0.59	0.55	0.58	0.57	0.58	0.59	0.57
课程	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
满意度	0.57	0.56	0.57	0.58	0.58	0.56	0.58	0.61	0.59	0.58	0.58	0.58
课程	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
满意度	0.59	0.59	0.59	0.6	0.57	0.58	0.59	0.54	0.63	0.56	0.58	0.6
课程	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
满意度	0.55	0.56	0.58	0.63	0.59	0.58	0.58	0.58	0.58	0.58	0.57	0.59
课程	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
满意度	0.56	0.54	0.57	0.58	0.56	0.59	0.5	0.56	0.59	0.46	0.6	0.58
课程	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
满意度	0.58	0.6	0.58	0.58	0.51	0.57	0.58	0.57	0.58	0.6	0.55	0.57

采用同样的方法，我们得到 2006 年各个学科教材的消费者满意度，如表 10 所示。

表 10-2006 年对各个学科教材的消费者满意度

学科	1	2	3	4	5	6	7	8	9
消费者满意度	2.93	2.99	3.04	3.01	3.01	2.98	2.95	3.03	2.93

3) 2006 年 A 出版社各课程教材、各学科教材的市场占有率预测：

为了得到 2006 年各课程教材的市场占有率 c_{ij} ，我们在前面的数据处理结果表 4 的基础上对前五年的市场占有率进行拟和，得到 2006 年各课程教材的市场占有率。预测结果如表 11 所示。

表 11-2006 年 A 出版社各课程教材的预测市场占有率

课程	1	2	3	4	5	6	7	8	9
占有率	23.5%	13.9%	10.5%	24.6%	6.0%	15.3%	30.7%	3.2%	19.3%
课程	10	11	12	13	14	15	16	17	18
占有率	40.7%	62.4%	42.1%	13.5%	8.8%	7.1%	28.5%	72.5%	19.8%
课程	19	20	21	22	23	24	25	26	27
占有率	54.8%	90.8%	35.2%	97.9%	93.0%	100.0%	97.2%	100.0%	100.0%
课程	28	29	30	31	32	33	34	35	36
占有率	0.6%	31.5%	55.5%	11.8%	23.3%	1.0%	45.0%	58.1%	54.5%
课程	37	38	39	40	41	42	43	44	45
占有率	0.0%	26.2%	35.9%	15.3%	26.5%	46.9%	39.8%	49.2%	49.5%
课程	46	47	48	49	50	51	52	53	54
占有率	49.4%	47.2%	58.1%	100.0%	50.0%	65.7%	85.6%	100.0%	68.9%
课程	55	56	57	58	59	60	61	62	63
占有率	70.6%	62.3%	56.3%	0.0%	100.0%	82.1%	100.0%	100.0%	100.0%
课程	64	65	66	67	68	69	70	71	72
占有率	100.0%	66.2%	100.0%	100.0%	88.2%	100.0%	100.0%	98.3%	100.0%

同理，对 A 出版社前五年各学科教材的市场占有率（表 5）进行多项式拟和可以预测得到 2006 年的预测值，即得到了参数 C_i ，结果如表 12 所示。

表 12-2006 年 A 出版社各学科教材的预测市场占有率

学科	一	二	三	四	五	六	七	八	九
市场占有率	17. 1%	32. 3%	64. 7%	10. 2%	47. 5%	91. 1%	72. 0%	98. 3%	100. 0%

4) 2006 年 A 出版社各课程教材、各学科教材需求量预测：

为了得到 2006 年各课程教材的需求量 n_{ij} ，我们利用附件 4 中 2001-2005 年 A 出版社各课程实际销售量总额进行多项式拟和预测得到 2006 年 A 出版社各课程教材的需求量 n_{ij} ，结果如表 13 所示。

表 13-2006 年 A 出版社各课程教材需求量

课程	1	2	3	4	5	6	7	8	9
需求量	1482	3493	0	1767	374	4191	5433	626	3959
课程	10	11	12	13	14	15	16	17	18
需求量	2918	5088	3408	447	3021	917	2387	4828	3309
课程	19	20	21	22	23	24	25	26	27
需求量	9398	6342	6048	16889	343272	9461	13687	79256	3898
课程	28	29	30	31	32	33	34	35	36
需求量	1653	4872	15760	20174	1918	1737	3083	3342	4449
课程	37	38	39	40	41	42	43	44	45
需求量	0	4260	3228	1100	10627	41280	31405	38010	43307
课程	46	47	48	49	50	51	52	53	54
需求量	48426	27169	12264	12503	1082	4108	10685	3183	4740
课程	55	56	57	58	59	60	61	62	63
需求量	2170	2697	1453	53	790	3150	1390	4354	4294
课程	64	65	66	67	68	69	70	71	72
需求量	4666	1297	4806	3852	2724	5483	3516	1909	3221

对于 2006 年 A 出版社各学科教材的需求量，我们利用附件 4 中 01-05 年的各学科教材的实际销售量总额进行多项式拟和预测得到 2006 年 A 出版社各学科教材的需求量，结果如表 14 所示。

表 14-2006 年 A 出版社 9 个学科教材的需求量

学科	一	二	三	四	五	六	七	八	九
量预测	23216	39144	494795	42755	252488	36302	10314	20806	20704

图 1 形象的表示出 01-05 年 9 个学科教材实际销售量及 06 年的预测需求量的变化趋势。

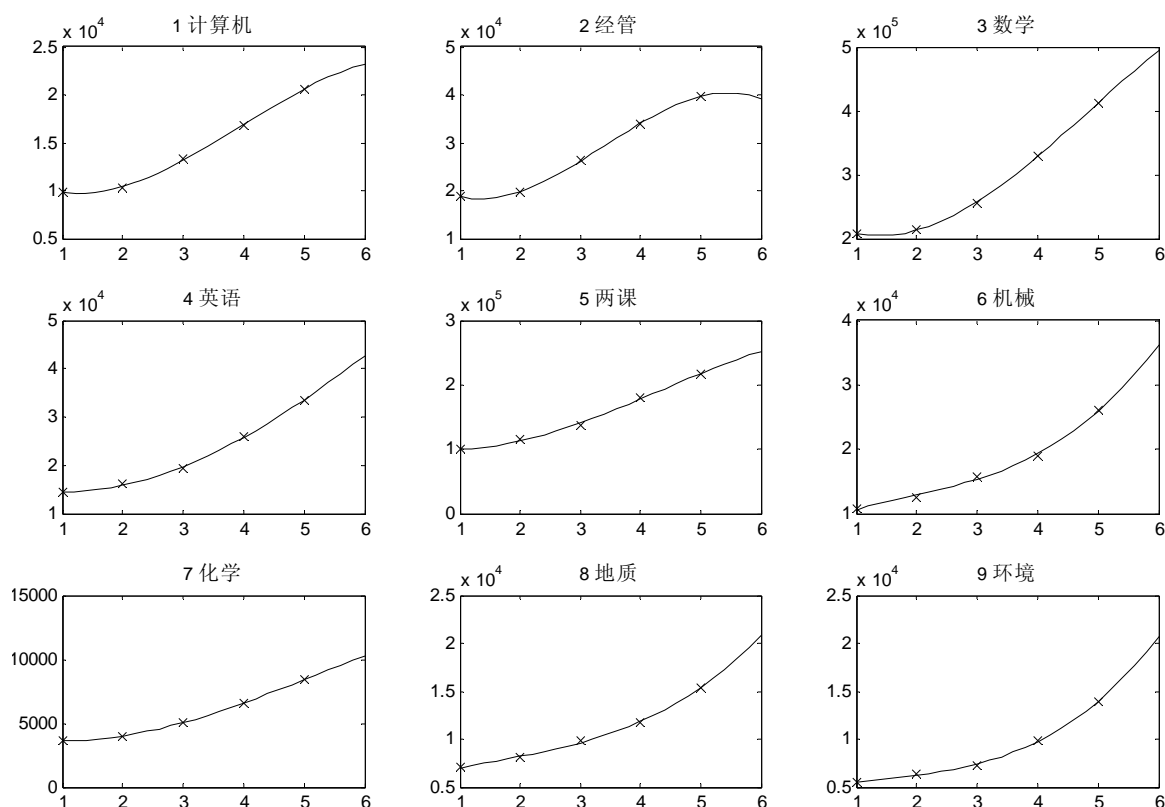


图 1-各年 9 个学科教材的需求量变化趋势图

上图所示为 01-05 年各个学科教材的实际销售量和 06 年各个学科教材预测需求量的变化规律，图中结果显示，各个学科教材的销售量呈现稳步增长的趋势，预测得到的 06 年的需求量也符合这一规律，说明对于各个学科教材销售量的预测的可靠性较高。

3. A 出版社各课程、各学科的强势指数的构造：

各课程的强势指数的构造：首先，评价一个课程对于一个出版社的重要性，不仅要考虑消费者对该课程教材的评价，也要考虑该课程教材的市场销售情况，因为消费者评价高的教材其销售量并不一定大，比如说有些书籍仅仅面向很少的消费者群体，同时这些消费者对该书的评价可能很高，但是由于需求量较少，该课程不会成为出版社的强势产品，所以应该综合消费者评价及市场情况去评价一个课程的强势指数。其次，对于消费者的评价我们考虑两个指标：消费者从各个课程教材的角度对出版社的评价即 r_{ij} ，以

及消费者直接对各类课程教材的评价 q_{ij} ；而对于每个课程的市场占有情况，我们也考虑

两个指标：A 出版社各个课程教材的市场占有率 c_{ij} 以及各个课程教材的需求量 n_{ij} 。此处

考虑到数量级统一的问题，我们需要对各个指标进行归一化处理，由于 r_{ij} 、 q_{ij} 、 c_{ij} 三个

指标已经是 0-1 间取值，于是我们对需求量构造负指数函数以对其进行归一化，并用参数 λ 表示各课程需求量对强势指数的影响，则最终 A 出版社各个课程教材的强势指数为

$$\varphi_{ij} = r_{ij} \cdot q_{ij} \cdot c_{ij} \cdot (1 - \exp(-\lambda \cdot n_{ij})).$$

其中参数 λ 按照如下的方法获得：取各课程预测需求量的均值 \bar{n} ，取使 $(1 - \exp(-\lambda \cdot \bar{n})) = 0.5$ 时的解作为 λ 的取值。

按照上述方法，最终得到的各门课程的强势指数如表 15 所示：

表 15-A 出版社各门课程教材的强势指数

课程	1	2	3	4	5	6	7	8	9
强势指数	0.0023	0.0030	0.0000	0.0084	0.0002	0.0074	0.0144	0.0002	0.0071
课程	10	11	12	13	14	15	16	17	18
强势指数	0.0130	0.0278	0.0079	0.0006	0.0023	0.0002	0.0063	0.0304	0.0057
课程	19	20	21	22	23	24	25	26	27
强势指数	0.0403	0.0564	0.0216	0.1272	0.2037	0.0859	0.1109	0.2182	0.0412
课程	28	29	30	31	32	33	34	35	36
强势指数	0.0001	0.0155	0.0686	0.0169	0.0045	0.0002	0.0102	0.0206	0.0254
课程	37	38	39	40	41	42	43	44	45
强势指数	0.0000	0.0147	0.0141	0.0020	0.0251	0.0939	0.0728	0.0964	0.1005
课程	46	47	48	49	50	51	52	53	54
强势指数	0.1036	0.0801	0.0636	0.0920	0.0051	0.0247	0.0731	0.0296	0.0307
课程	55	56	57	58	59	60	61	62	63
强势指数	0.0207	0.0266	0.0093	0.0000	0.0095	0.0280	0.0144	0.0427	0.0413
课程	64	65	66	67	68	69	70	71	72
强势指数	0.0444	0.0078	0.0448	0.0332	0.0210	0.0454	0.0319	0.0163	0.0278

由表 15 中结果可见，标号为 26、30、45、46、62 及 69 的课程即概率论与数理统计、线性代数、毛泽东思想概论、思想道德修养、地理信息系统及环境学的强势指数比较大，为该出版社的强势课程。

按照同样的方法，由 A 出版社各学科教材的相应参数我们可以得到 A 出版社各个学科教材的强势指数 $\phi_i = R_i \cdot Q_i \cdot C_i \cdot (1 - \exp(-\sigma \cdot N_i))$ ，其中 σ 的确定方法与 λ 的确定相同，最终的到 A 出版社各个学科教材的强势指数如表 16 所示。

表 16-A 出版社各个学科教材的强势指数

课程	1	2	3	4	5	6	7	8	9
强势指数	0.0048	0.0143	0.1432	0.0058	0.0914	0.0392	0.0111	0.0265	0.0237

同样，由表 16 可见标号为 3 的数学类强势最强，标号为 5 的两课类的强势也较好，标号为 6、7、8、9、2 的学科即机械、能源类，化学、化工类，地理、地质类，环境类，经管类强势次之，标号为 1、4 的学科即计算机类、经管类和英语类的强势性最差。

4. 其它参数的获得：

1) A 出版社各个分社人力资源量的确定：

根据附件 5，此处 A 出版社第 i 个分社的编辑、策划和校对人力资源量 h_{i1}, h_{i2}, h_{i3} 分

别为相应部分人员数量与人员的平均工作能力的乘积。

2) A 出版社各课程教材平均价格 p_{ij} 的确定:

根据假设 1, 模型求解中取附件 4 中所给出的课程均价作为 A 出版社各课程教材平均价格 p_{ij} 。

3) A 出版社教材利润率 α 的确定:

根据假设 2, 我们统一表示 A 出版社各教材的利润率, 后文中将指出在模型的求解过程中 α 的具体取值不会对结果产生影响。

六. 模型建立与求解:

双目标全局优化模型:

• 建模思想:

从题目中可知出版社配置书号资源时的两个主要原则为: 使出版社产生最好的经济效益, 增加优势产品的支持力度, 因此我们可以建立双目标优化模型以得到书号的最优配置方案。

• 模型建立:

按照上面的思想, 我们建立如下的多目标优化模型:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \quad \alpha \cdot P \\
 & \text{Max} \quad \sum_{i=1}^9 \sum_{j=1}^{M_i} \varphi_{ij} \cdot x_{ij} \\
 & \text{s.t.} \quad 1) P = \sum_{i=1}^9 \sum_{j=1}^{M_i} s_{ij} \cdot p_{ij} \\
 & \quad \quad s_{ij} = \eta_{ij}^{(1)} \cdot x_{ij} + \eta_{ij}^{(2)} \cdot c_{ij} + \eta_{ij}^{(3)} \cdot c_{ij} \cdot x_{ij} + \eta_{ij}^{(4)} \cdot x_{ij}^2 \\
 & \quad \quad 2) \sum_{i=1}^9 \sum_{j=1}^{M_i} x_{ij} = N \\
 & \quad \quad 3) \sum_{j=1}^{M_i} x_{ij} \leq h_{i\max} \quad (i = 1, \dots, 9) \\
 & \quad \quad 4) 0.5 \cdot \bar{x}_{ij} \leq x_{ij} \leq \bar{x}_{ij} \quad (i = 1, \dots, 9, \quad j = 1, \dots, M_i) \\
 & \quad \quad 5) x_{ij} \in N^+ \quad (i = 1, \dots, 9, \quad j = 1, \dots, M_i)
 \end{aligned}$$

• 模型说明:

优化目标说明:

模型的第一个优化目标描述的是追求出版社经济效益最大化, 由于各个教材的利用率相同, 所以利用率乘以该出版社的总的毛利即为该出版社获得的利润。

模型的第二个优化目标体现了增加强势产品支持力度的原则: 我们构造各个课程的强势指数, 并且将强势指数作用于各课程所分得的书号数之上, 那么追求 A 出版社出版的教材的强势指数的总和最大就等价于增加强势产品的支持力度。

约束条件说明:

约束条件 1 描述了出版社总毛利的构造, 由于同一课程不同书目价格差别不大, 并且销售量相近, 所以我们可以用各课程教材的销售量与平均价格之积作为该课程的毛利, 那么对各学科所有课程毛利求和即可得到该出版社的总毛利。在这里一个很关键的问题就是各课程销售量的获得: 首先, 我们认为 2006 年各课程的销售量与该年各课程分配的书号个数以及 A 出版社在该课程图书市场中的市场占有率有关, 同时由于题目附件 3、4 中分别给出了该出版社过去五年各课程分得的书号个数和实际销售量, 并且通过前面的数据分析我们已经得到了该出版社在各课程教材市场中的市场占有率, 因此我们构造了约束条件 1 中第二个式子, 以由 2006 年的书号配置及已经预测得到的市场占有率表示该年的销售量, 该式中的四个参数可由前五年的数据拟和得到, 然后将 2006 年的相关数据代入该式就表达出了该年的销售额。

约束条件 2 体现了书号总量的约束, 题目中指出此问题即对总量一定的书号数合理地分配给各个分社, 通过统计该出版社前五年实际分配的书号总量, 我们得到书号总数为 $N = 500$ 。

约束条件 3 体现了人力资源的限制。考虑到出版社出版的教材中包含再版书籍及新书, 也就是说并不是所有的图书都需要策划、编辑和校对三个步骤, 那么对于人力资源的限制就存在一个上下界, 也就是存在两个极端情况: 当 A 出版社出版的教材中对各项人力资源的利用不存在冲突的情况对应着人力资源限制最宽松的极端情况, 此时的人力资源为策划、编辑和校对三部分人力资源的和, 即 $h_{i\max} = h_{i1} + h_{i2} + h_{i3}$; 而当出版社出版的所有书都需要策划、编辑和校对三个步骤时, 对应人力资源限制最严厉的情况, 此时人力资源应为策划、编辑与校对中资源最少的一种对应的人力资源量, 即 $h_{i\min} = \min(h_{i1}, h_{i2}, h_{i3})$ 。但是考虑到我们无法确定各教材对人力资源的需求情况, 所以此处我们选择较宽松的限制作为模型中人力资源的限制。

约束条件 4 体现了对各个分社分配的书号的一个上下限。根据我们的假设 8 为了体现各个分社对各课程的支持, A 出版社在分配书号时至少保证各课程申请书号数量的一半, 于是得到各课程书号数的下限。同时, 根据假设 8, 各分社为了得到足够的书号, 一般会有一定程度的夸大申请, 至少是可以完成的上限, 因此分配给各个课程的书号数应小于其申请的书号数。

约束条件 5 描述的是分配给各个课程的书号数为整数的约束。

• 模型求解:

传统解法求解:

为解决双目标优化问题, 我们利用 LINGO 软件进行求解。首先以出版社强势指数最大为优化目标, 由此得到出版社最大的强势指数 β_{\max} , 在进行出版社经济利益最大的优化时, 我们将强势指数最大值的 0.9 倍作为强势指数的下限作为约束条件加入模型中, 即出版社强势指数 $\beta \geq 0.9\beta_{\max}$, 然后以经济利益最大为目标对书号配置进行优化配置, 将双目标优化问题转化为单目标的优化问题去求解。

应用遗传算法求解:

由于此问题各个课程分配的书号数存在上下界, 利用 LINGO 求解时很容易在边界处

寻求最优解，这是因为采用传统算法设计具有随机搜索和局部搜索两种搜索能力的搜索方法是很困难的，因此我们考虑使用遗传算法进行求解，因为遗传算法是一种结合了有向和随机两种搜索能力的通用搜索方法，因此可能很适用于本问题。

遗传算法由 5 个基本部分组成：问题的解的遗传表示，创建解的初始种群的方法，根据个体适应值对其进行优劣判定的评价函数，用来改变复制过程中产生的子个体遗传组成的遗传算子以及遗传算法的参数值。

遗传算法维持由一群个体组成的种群。每一个体均代表问题的一个潜在的解。每一个体都被评价优劣并得到其适应值。某些个体要经历称作遗传操作的随机交换，由此产生新的个体。主要有两种变换的方法：变异是将一个个体改变从而获得新的个体；杂交的方法是将两个个体的有关部分组和起来形成新的个体。新产生的个体继续被评价优劣。从父代种群和子代种群中选择比较优秀的个体就形成新的种群。在若干代以后，算法收敛到一个最有个体，该个体很有可能代表着问题的最优或次优解。

在具体求解模型一时，我们采用一维整数编码构造解的遗传表示，即将长度为 72 的一维向量作为染色体，向量的每个分量代表分配给相应课程的书号数；初始种群按照如下规则产生：由于分配给每个课程的书号数存在上下界（约束条件 4），因此通过在每个课程书号数上下界之间按均匀分布随机取值得到初始种群，在此我们取初始种群数为 30；每个个体的适应值直接取为 A 出版社该课程教材的强势指数；变异按照如下方法进行：在父代染色体中随机选取 8 个基因点，将它们的取值加上一个概率分布为均值为零的高斯分布的随机变量，如果得到的结果超过该课程书号数的上下界，那么再减去超出量作为变异后的取值；杂交使用随机交换的方法，即在父代染色体中随机选取两个基因点，然后一个父代的基因片段用另一父代染色体的相应基因片段取代，得到子代染色体；由于模型中存在总书号数为 500 的约束，我们通过构造如下的惩罚因子：

$$(\text{染色体72个分量之和} - 500)^2 \cdot 10^4,$$

将此罚因子加在适应值之上作为子代的新的适应值，我们共进行 1000 代的计算，最后得到的最优子代，即应用遗传算法得到的书号分配方案。

• 模型结果与分析：

传统算法结果：

按照上述传统算法，模型一的结果如表 17 所示：

表 17-2006 年各门课程分得的书号数

课程	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
书号数	14	16	4	6	6	8	6	3	8	4	4	2
课程	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
书号数	4	3	6	5	3	6	4	4	6	38	26	8
课程	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
书号数	24	17	6	3	12	7	20	4	2	19	7	8
课程	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
书号数	6	4	6	4	2	5	4	5	4	4	6	14
课程	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
书号数	14	2	10	8	4	4	4	4	4	2	3	5
课程	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
书号数	4	5	4	4	2	4	5	5	4	4	4	4

统计各个学科分得的书号总数如表 18 所示：

表 18-利用传统算法得到的 2006 年各学科分得的书号数

学科	1	2	3	4	5	6	7	8	9
书号数目	75	41	147	80	44	42	22	23	26

图 2 表示各学科分得的书号数占书号总数的百分比。

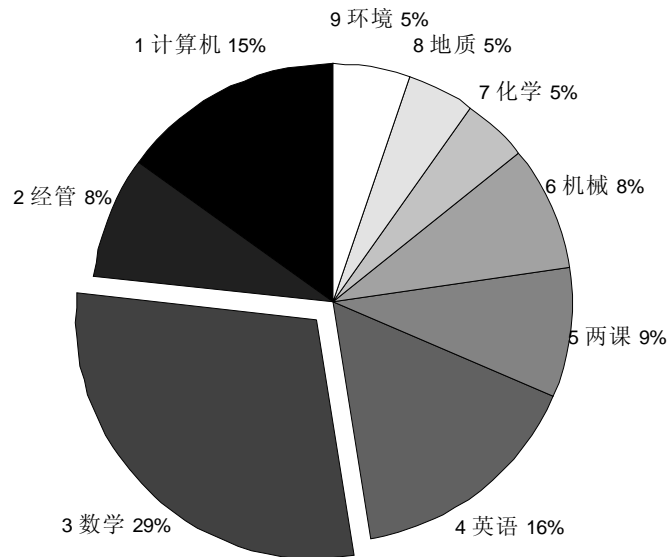


图 2-模型一传统算法给出的各学科间书号分配百分比

如图 2 所示，由于我们在假设中认为 01-05 年的书号分配也是考虑了追求出版社经济效益最大及支持强势产品的原则得到的，比较模型一的结果与前五年的 9 个学科书号分配可见模型给出的 06 年书号分配在各个学科中的百分比与前五年并没有很大的变化。但是由于每一年各个学科的强势指数不同，为了满足增加强势产品支持力度的优化资源准则，在 06 年的书号分配当中，各个学科所分配到的书号与往年相比，又有着一定的变化。在综合考虑 A 出版社经济收益的基础上，其中强势指数相对较大的学科，在分配时得到的书号数有所增加。

图 3 给出了前五年各学科分得的书号数及模型给出的 06 年的书号分配的变化规律，各个小图分别表示 9 类学科 01-05 年实际分配得到的书号数和 06 年由我们模型求解得到的对每个分社所分配的书号数。

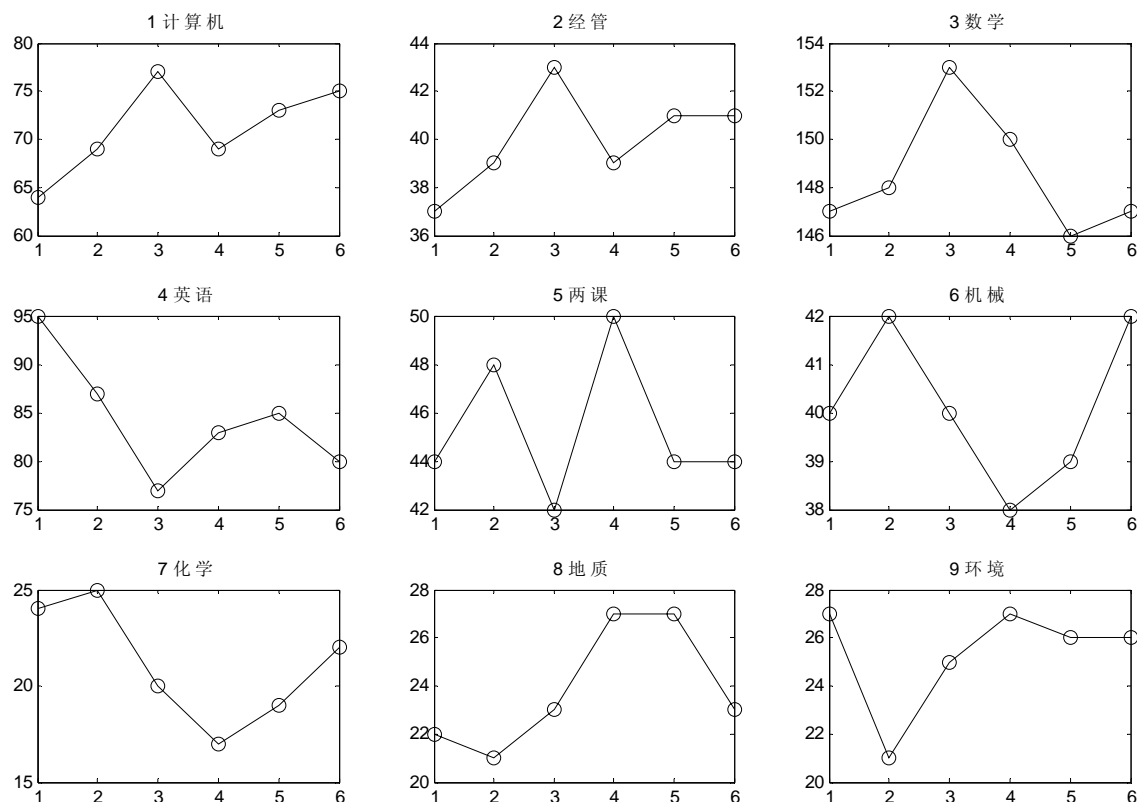


图 3-各年 9 个学科分得的书号总数的变化规律

如图 3 中所示，各个学科分配得到的书号数大致呈现出一种波动，整体上来说具有一定的规律。例如，3 数学类、4 英语类、5 两课类、6 机械类、7 化学类和 8 地理、地质类呈现出周期变化的规律；1 计算机类呈现出一种稳步上升的规律；2 经管类和 9 环境类则在经历了一段时间的波动后，呈现出一种平稳的趋势。

利用传统算法对模型一求解得到的目标函数值为：预测 06 年的出版社的总毛利润为 23,320,591 元。

遗传算法结果：

遗传算法给出的各个课程的书号数分配如表 19 所示。

表 19-利用遗传算法得到的 2006 年各课程分得的书号数

课程	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
书号数	10	9	3	5	5	8	12	4	12	4	4	2
课程	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
书号数	2	3	6	3	3	4	5	2	6	38	36	6
课程	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
书号数	12	27	7	4	24	8	20	2	2	13	4	8
课程	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
书号数	3	4	6	3	2	6	8	10	6	4	8	11
课程	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
书号数	10	4	5	8	2	4	2	2	4	2	2	5
课程	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72

书号数	6	5	8	4	3	4	4	6	6	4	4	2
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

对上表进行统计，得到各个学科所分得的书号数，如表 20 所示：

表 20-利用遗传算法得到的 2006 年各课程分得的书号数

学科	1	2	3	4	5	6	7	8	9
书号数目	72	34	168	65	55	33	17	30	26

综合考虑上述两表，分析可以得到，用遗传算法进行最优化求解得到的结果与用 LINGO 求解的结果大体上是相似的，但是就 3 数学类而言，用遗传算法得到的分配得到的书号要更多些。观察由遗传算法求得的数据，与往年的书号分配数据相比较，符合各年书号数的发展趋势，说明了算法的有效性。

分层优化模型：

• 建模思想：

根据题目中提供的信息，出版社在进行书号配置时是先将书号分配给各个分社，然后各个分社再将书号分配给各门课程，所以我们考虑分两个层次进行书号的配置：第一个层次是先进行书号在各个分社之间的分配，第二个层次是将分配到各个学科的书号分配到各个课程上，以使得出版社的教材产生最好的经济效益，同时满足课程内的强势指数也最大。

• 学科层书号分配：

在进行分社间书号分配时，我们按照如下的步骤进行：

Step 1: 利用聚类分析的方法，对 9 个学科进行分类。

在数据分析部分我们已经得到了 2006 年 A 出版社 9 个学科教材在消费者心目中的位置、市场占有率、消费者满意度及需求量的预测值（见表 6、表 10、表 12 及表 14），这些指标都能反映该学科对于 A 出版社的强势程度，因此我们根据这四个指标对 9 个学科进行聚类分析。

在聚类分析时，我们首先对上述四个指标进行归一化：对 A 出版社 9 个学科在消费者心目中的位置取倒数作为其在消费者心目中的地位，即 R_i ，取值越大，地位越高，并且指标在 0-1 间取值；市场占有率已经是 0-1 间取值，不需要再处理；对于消费者满意度，通过除以最大满意度 5 进行归一化，即得到参数 Q_i ；而对于 9 个学科需求量的预

测值，我们用 $\frac{N_i - \min(N_i | i = 1, \dots, 9)}{\max(N_i | i = 1, \dots, 9) - \min(N_i | i = 1, \dots, 9)}$ 作为各个学科的归一化需求量。利

用这四个表征各个学科强势程度的归一化指标进行聚类分析的结果如图 4 所示。

学科聚类分析图

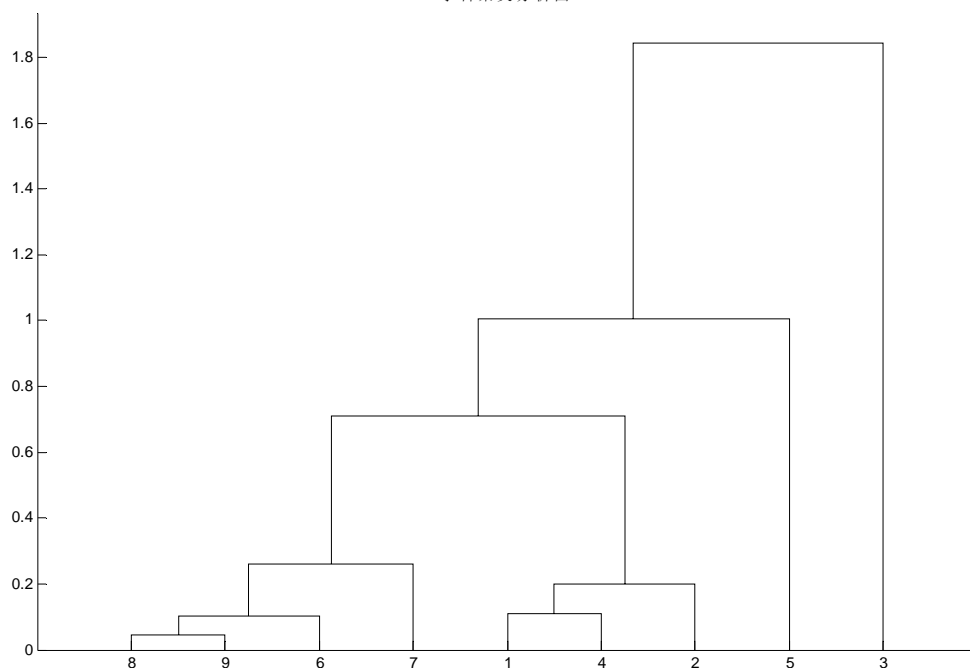


图 4-学科聚类分析图

按照上图给出的结果，我们可以将 9 个学科按强势程度分为四类，结果为：标号为 3 的数学类强势最强，标号为 5 的两课类的强势也较好，标号为 6、7、8、9 的学科即机械、能源类，化学、化工类，地理、地质类，环境类强势次之，标号为 1、2、4 的计算机类、经管类和英语类的强势性较差。

分析这个结果，我们可以看到：3 数学类之所以会独立为一类是由于 3 的需求量远远大于其它类别，其相应的强势指数也比较大；5 两课类的需求量也很大，但是相对于 3 差很多，所以独立为一类；6、7、8、9 会在一类是由于他们四个学科在其他影响因素近似的情况下，对应的市场占有率都较大；1、2、4 相对来说在其他指标上与 6、7、8、9 类很相似，但是市场占有率都很低，因此被分为了一类。

同时可以发现，学科聚类得到的结论与我们前面构造的强势指数求得的各个学科的结果有着近似相同的结论，一方面说明了我们构造的强势指数的有效性，另外也说明了聚类分析得到的结论的可靠性。

Step 2: 运用多元线性回归的方法，得到 06 年分配的书号数。

首先，我们构造如下的多元线性回归方程：

$$X_i = \gamma_{1i} \cdot Q_i + \gamma_{2i} \cdot C_i + \gamma_{3i} \cdot R_i + \gamma_{4i} \cdot N_i ,$$

其中 $\gamma_{1i}, \gamma_{2i}, \gamma_{3i}, \gamma_{4i}$ 为第 i 个学科的线性回归系数。然后，我们利用前五年的数据去拟和该方程，进而得到系数 $\gamma_{1i}, \gamma_{2i}, \gamma_{3i}, \gamma_{4i}$ 。最后代入 06 年的四个预测指标值，计算得到 06 年分配到各个分社的书号数。

Step 2 的结果如表 21 所示：

表 21-多元线性回归分析得到的各学科书号数

学科	一	二	三	四	五	六	七	八	九
书号数	66.77	45.92	132.89	124.55	25.03	31.58	45.48	7.75	20.03

多元线性回归分析给出的结果不是整数，我们需要对结果进行修正。由于我们已经假设 01-05 年给出的书号分配都是遵循着强势学科优先分配和出版社经济效益最好的原则进行的，所以在人为修正使最后的结果为整数的时候，我们首先进行四舍五入，然后再参考往年的书号分配和前面得到的各个学科的强势指数，按照上述原则进行修正。最终的书号分配结果如表 22 所示。

表 22-多元线性回归分析得到的各学科书号数调整后值

学科	一	二	三	四	五	六	七	八	九
书号数	67	46	133	124	25	32	45	8	20

对比表 22 与附件 4 中前五年分配给各个分社的书号总数及 06 年申请的书号数，可见上述结果不仅有的学科分配的书号数大于其申请的书号数，同时一些学科的书号数与前几年分配的书号数差距较大，由此可见书号数与上述因素之间不是线性关系。

Step 3: 利用神经网络分配分社的书号数。

考虑到表征强势性的四个指标与书号分配之间的关系可能是非线性的，我们接下来使用了神经网络对书号进行了新一轮的分配。

应用过程中，我们将表征学科强势性的四个指标作为输入级，各学科每年分配到的书号数作为输出，神经网络如图 5 示意。由于神经网络在使用的时候对数据要求是小于 1 的，因此我们对输入和输出级都作归一化处理。然后，我们用前 5 年的数据对神经元进行训练，确定了网络之后，我们代入 06 年的四个指标预测值，从而求得 06 年各个学科分配得到的书号数。

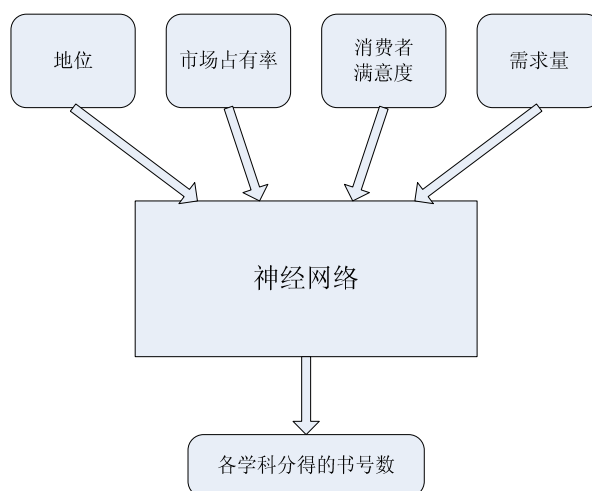


图 5-神经网络示意图

我们在求解过程中使用的是 BP 神经网络，隐层神经元数为 6，隐层神经元传递函数为 tan，输出层传递函数选择为线性。神经网络给出 2006 年各个学科的书号数结果如表 23 所示：

表 23-神经网络给出的各学科分得的书号数

学科	一	二	三	四	五	六	七	八	九
书号数	68.55	41.97	138.84	90.17	45.29	39.40	21.07	26.27	28.44

由于使用神经网络时对数据都进行了归一化处理，所以神经网络给出的结果也不是

整数，同多元线性回归分析一样，我们需要对结果进行修正。修正原则同上。最终的结果如表 24 所示。

表 24-神经网络给出的各学科分得的书号数修正后值

学科	一	二	三	四	五	六	七	八	九
书号数	69	42	140	90	45	39	21	26	28

该表是由神经网络算法最终得到的各个学科所分配到的书号数，使用这种方法的好处是：我们并不需要知道四种强势指数究竟是怎么影响着各学科书号分配的，在假设 01-05 年书号分配满足两个优化准则的条件下，我们选用往年的强势指数和往年的各个学科分配得到的书号数对神经网络进行训练，最后代入 06 年预测得到的强势指数就可以得到 06 年对于各个学科书号的分配。图 6 直观的表示了各个分社分得的书号数百分比：

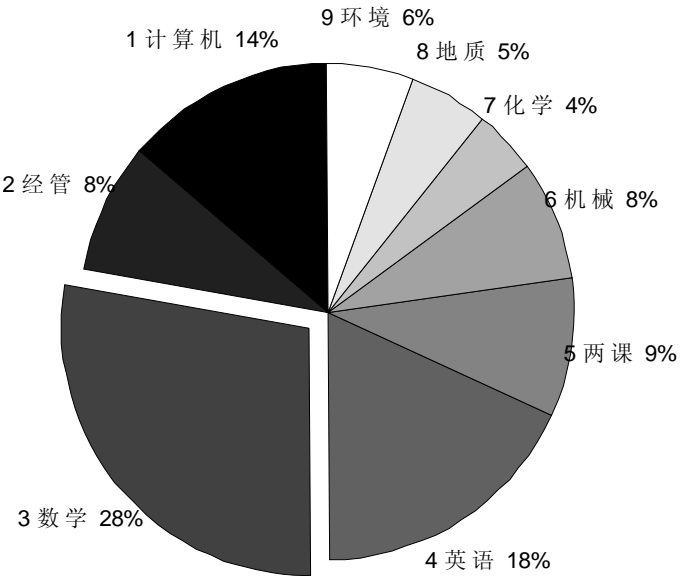


图 6-神经算法给出的各分社之间分配书号的百分比

从图中我们可以看到，数学类所分配到的书号仍然是最多的，总体来说各个学科的书号分配情况与往年的情况保持一致。得到的结果不再像多元线形回归那样出现超出申请数的书号分配结果。将结果与模型一中得到的结果相对比可见：只有 1 计算机类、3 数学类、4 英语类和 9 环境类有细微的不同，其他学科对应分配到的书号所占的比例都是相同的。因此，可以得到以下结论：强势指数的影响因素和书号数之间不是简单的线性关系。与模型一所得结果的一致性说明了我们构造的强势指数的有效性，同时也说明应用神经算法的求解书号分配问题是可靠的。

下面再将我们神经网络给出的书号分配结果与往年各个学科所分配得到的书号数进行对比，如图 7 所示：

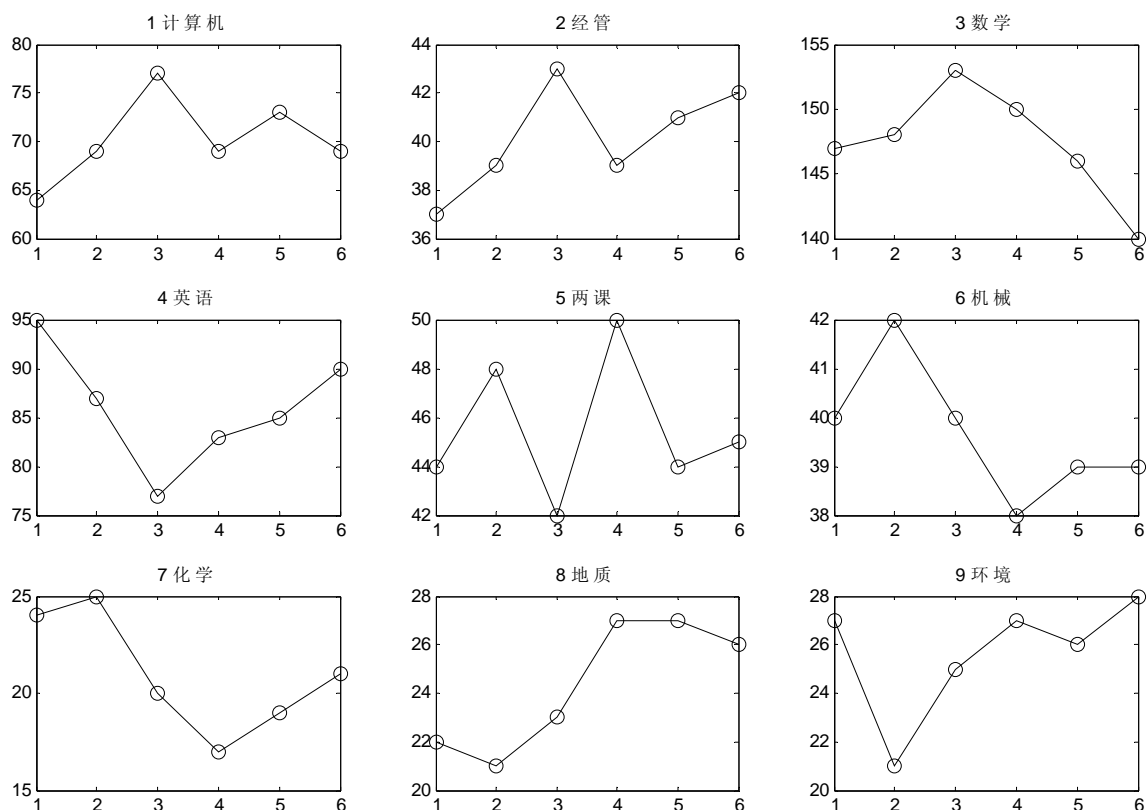


图 7-各年 9 个学科分得的书号总数的变化规律

与模型一最后给出的对比图图 3 相似，上图中各个小图表示 9 个学科 01-05 年实际分配的书号数和 06 年由神经网络给出的书号数。由图中可见，整体来说各学科的书号数的变化都具有一定的规律。例如，1 计算机类、4 英语类、5 两课类、7 化学类和 8 地理、地质类呈现出简单的周期性变化规律；2 经管类和 9 环境类都是在经历了一次大的波动后，呈现出一种稳步上升的趋势；6 机械类则在经历了一段时间的波动后，呈现出一种平稳的趋势；相对来说，3 数学类由于 03、04、05 年的稳步下降，在用神经网络进行灰色预测时得出 06 年继续下降的趋势。上述的分析说明了我们预测得到的 06 年的各学科书号分配方案满足书号逐年变化趋势，从而验证了利用神经网络预测得到的 06 年书号分配方案的正确性。

• 课程层书号分配：

模型建立：

与模型一类似，对每个学科内各课程进行书号分配时，我们建立如下的多目标优化模型：

$$\begin{aligned}
& \text{Max} \quad \alpha \cdot P_i \\
& \text{Max} \quad \phi_i = \sum_{j=1}^{M_i} \varphi_{ij} \cdot x_{ij} \\
& \text{s.t.} \quad 1) P_i = \sum_{j=1}^{M_i} s_{ij} \cdot p_{ij} \\
& \quad \quad s_{ij} = \eta_{ij}^{(1)} \cdot x_{ij} + \eta_{ij}^{(2)} \cdot c_{ij} + \eta_{ij}^{(3)} \cdot c_{ij} \cdot x_{ij} + \eta_{ij}^{(4)} \cdot x_{ij}^2 \\
& \quad \quad 2) \sum_{j=1}^{M_i} x_{ij} = X_i \quad (i = 1, \dots, 9) \\
& \quad \quad 3) \sum_{j=1}^{M_i} x_{ij} \leq h_{i\max} \quad (i = 1, \dots, 9) \\
& \quad \quad 4) 0.5 \cdot \bar{x}_{ij} \leq x_{ij} \leq \bar{x}_{ij} \quad (i = 1, \dots, 9) \\
& \quad \quad 5) x_{ij} \in N^+ \quad (i = 1, \dots, 9, j = 1, \dots, M_i) \\
& \quad \quad 6) \sum_{j=1}^{M_i} s_{ij} \geq N_i \quad (i = 1, \dots, 9)
\end{aligned}$$

模型说明：

该模型的优化目标及前五个约束条件的含义与模型一类似，区别不过是此处是对各学科的书号数在课程内分配，约束条件6表示各学科的预测销售量应不小于预测需求量。

模型结果：

利用模型一中的传统算法求解此处书号数在各课程之间的分配，结果如表 24 所示。

表 24-课程层书号分配

第一类内课程	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
书号数	11	13	4	6	6	8	6	3	8	4
第二类内课程	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
书号数	8	4	2	4	6	3	3	4	6	2
第三类内课程	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
书号数	6	38	26	4	12	17	6	3	22	6
第四类内课程	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
书号数	20	4	2	19	8	10	6	6	9	6
第五类内课程	1	2	3	4	5	6	7	8	-	-
书号数	2	5	4	10	3	4	6	11	-	-
第六类内课程	1	2	3	4	5	6	-	-	-	-
书号数	11	2	10	8	4	4	-	-	-	-
第七类内课程	1	2	3	4	5	6	-	-	-	-
书号数	4	4	4	2	2	5	-	-	-	-
第八类内课程	1	2	3	4	5	6	-	-	-	-
书号数	5	6	5	4	2	4	-	-	-	-
第九类内课程	1	2	3	4	5	6	-	-	-	-
书号数	5	5	5	5	4	4	-	-	-	-

模型二优化结果对应的各分社的毛利润如表 25 所示。

表 25-模型二各分社的毛利润

学科	1	2	3	4	5
经济收益（元）	632385.1	1220947	12116046	1341373	5139389
学科	6	7	8	9	-
经济收益（元）	997113.6	258044.9	564289.7	616591	-

对应的 A 出版社的总毛利润为 22,886,180 元。比较模型一与模型二的 A 出版社的总毛利润，可见模型一的总毛利润大于模型二的总毛利润，原因是模型二是对每个学科经济效益最大进行的求解。

七、模型稳定性分析：

在我们建立的模型中，市场占有率的估计对预测和优化的效果起着至关重要的作用。从数据中，我们发现市场的总需求在五年内保持平稳的态势，所以 A 出版社教材的市场占有率就完全表征了出版社的教材在市场上的销售状况，而销售状况关系到出版社的经济效益，所以无论是评价出版物还是优化书号的配置都必须尽可能准确地了解市场占有率。那么我们对市场占有率的估计方法是否可靠和有效？分析如下。

首先，我们的问卷调查的总体数量是庞大的，抽取的样本相对总体是小样本，于是可以近似看成简单随机样本进行分析。故设简单随机样本样本 Y_1, Y_2, \dots, Y_n 来自总体 Y ，

且 $Y \sim B(1, p)$ ，这样假设符合市场占有率的特征，即在一总体中我们关心个体是否属于某一类或者是否具有某种性质，属于或具有则变量值记为 1，否则为 0，而这种特殊性的出现概率为 p ，我们现在需要对 p 进行估计。用市场占有率来对应就是我们z需要从调查问卷中分析出购买 A 出版社出版的教材的消费者在所有消费者的比率。设在抽样个体中有 m 个满足特殊属性，那么出现这种情况的概率为： $P = p^m(1-p)^{n-m}$ ，又设估计量为

\bar{p} ，令 $L(\bar{p}) = \bar{p}^m(1-\bar{p})^{n-m}$ ，令 $\frac{d \ln(\bar{p})}{d \bar{p}} = 0$ ，易得 $\bar{p} = \frac{m}{n}$ 为 p 的最大似然估计，容易证

明这同时也是无偏的矩估计。设 $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ ， $E(\bar{Y}) = E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(Y_i) = p$ ，所以构

造矩估计 $\bar{p} = \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ 是合适的。计算得到这个统计量的方差为：

$D(\bar{Y}) = D\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i\right) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n D(Y_i) = \frac{p(1-p)}{n}$ ，所以我们知道样本在满足 $n \gg \frac{1}{p}$ 的条件下

是较为可信的，相对误差也会较小。但是在分析数据时我们发现，题目中附件 2 的样本数为两万多，在这种情况下，有的属性所占比率仅仅为万分之几，这就使得我们对这些

比率的估计有很大的随机误差。从以上的分析我们不难得出结论，要增加估计的可靠性只能通过增大样本的数量，而这会使得统计的有效性变差，两者出现了无法兼顾的局面。现实生活中只能在两者之间有所折中。我们基于市场占有率分析也因此会比较容易出现偏差。可以说这个因素是我们模型中最不确定的一个因素，这是无法回避的，除此之外我们的模型和分析结果还是较为可靠的。

八、模型优缺点分析：

• 模型优点：

论文当中在评估 A 出版社的市场竞争力的时候，我们综合考虑了附表 2 和附表 3，对表中的数据进行了细致的分析统计，提出了可能影响该出版社的多个方面，例如：A 出版社在读者心目中的地位、出版社产品的市场占有率、出版社出版的产品在读者当中的满意度和 A 出版社的实际销售量。对上述分析得到的各个影响因素，论文中又是按年份、按 72 门课程和按 9 类学科进行了分别的统计。分别给出了 A 出版社的市场竞争力分析，同时对市场信息进行了详细的分析。

论文中我们针对人力资源情况给出了相应的讨论。在初步求解的过程中，考虑到人力资源的限制，我们对三类人力资源进行了简单的处理，选用其中工作能力最小的一类人力资源作为对该类学科分配书号的一个上限约束条件，求解的结果会使数学类分社分配得到的书号制约在 120 个。这主要是由于策划人员的工作能力是 120 个书号所限制的。论文中讨论认为这样的上限约束条件是不合理的，当年出版的所有 500 个书号对应的书籍并不都是需要经过策划、编辑或者校对的，也就是说并不能简单的取定三者中最小的一类人力资源作为上限约束条件。在进一步的求解过程中，我们认为题目中给出的三类人力资源的工作能力总和是书号分配的最大的上限约束条件，至于人力资源工作能力的最低值要看出版书籍是再版、重新印刷还是出版新书而定。这样取定人力资源的上限，也可以从给定的数据中找到依据，01-05 年数学类出版社分配得到的书号都是要比每一类人力资源的工作能力都要高，有了的说明了我们的求解方法是有效的。

由于题目中没有书号和销售量之间的直接关系，想要以各学科或者各课程分配所得书号为决策变量，使得规划后的经济利益最大化，就要找到书号与各课程销售量之间的关系。论文中，我们分别选用构造函数和运用灰箱建模的方法寻找两者之间的关系。结果显示，我们选用的两种方法在结果上是相似的，一方面说明了我们选用的构造函数的有效性；另一方面说明我们本题最终得到的书号分配方案的可靠性。

• 模型缺点：

在前期评估 A 出版社的竞争力的过程中，统计得到的各个类别的影响因素差别不大，或者几年的变化趋势不显著，评价指标比较的相近，这样给接下来的求解带来了不少麻烦，出现上述情况的原因：一方面是由于附表中的数据不好，另一方面是我们的影响因素找的不够准确。

论文中的一些假设条件很严格，其中我们假设附表 4 中给出的 01-05 年的书号的分配是满足增强强势产品支持力度和最好的经济利益这两个原则的。这样在求解的过程中，我们就可以使用往年分配的书号数作为拟合目标。这样我们的模型和求解就过分的依赖于附表 4 的数据。

论文中选用的构造函数过于主观化，没有数据定量分析的支持，函数的构造是根据影响因素定性分析得到的，致使对往年的数据作拟合的时候，有些课程的拟合偏差较大。

但是我们在接下来的求解中，使用不同的方法对我们的构造函数进行验证。

论文在求解的过程中，各个课程或者学科分配得到的书号数偏向于约束条件的极值比较多，出现这种情况可能是我们的约束条件作的不好，或者是对目标函数的构造存在缺陷。

九、向出版社提出的建议：

正如题目中所述，资源配置是出版社每年需要进行的重要决策，它的合理与否直接关系到出版社的当年经济效益和长远发展战略，在进行书号资源配置时，既要考虑出版社自身的经济实力、人力资源等，也要考虑市场的需求及竞争，即需要合理的资源配置准则。当然，如果能够得到足够的信息，那么资源配置的准确度也会比较高。但是，由于市场信息通常是不完全的，企业自身的数据收集和积累也不足，这种情况下的决策问题更加具有重要性。综合论文中的分析及模型的结果，我们提出以下关于书号资源分配的建议：

信息不足情况下的资源配置：

在信息量有限的条件下，出版社应该尽可能从中挖掘数据中隐含的信息，以为资源配置提供更多的依据。同时，资源配置原则的选择极其重要，综合考虑出版社的当年经济效益和长远发展战略，应该以出版社利润最大及表征出版社竞争优势的指标最大为资源配置的准则，其中出版社竞争优势最大体现了对长远战略的考虑，在模型中，我们构造了出版社的整体强势指数，体现了出版社在消费者心目中的地位、消费者满意度、市场占有率及预测需求量即反应市场信息的一些因素对资源配置的影响，同时为了保证出版社在教材市场上的整体实力，出版社出版的教材应该具有一定的均衡度，即保证出版教材的多样性。从模型的结果可以看出，书号资源的配置应该首先满足人力资源、书号资源的限制，同时既要考虑出版均衡度，又要考虑对强势产品的支持，当然作为一个企业，更重要的目标是获得出版社经济利益最大，在这些原则的指引下，书号的分配基本可以达到最优。

如何获得有价值的信息：

在当今的信息社会，信息的充分性、有效性及高效性至关重要。为了准确的进行资源配置，首先要获得一定的信息，为了高效的配置资源，首先需要分析都需要那些数据，这样才可以获得信息资源的最大利润率。其次，在获得信息时，要注意数据的有效性，如果数据不准确，那么再多的数据也是没有价值的。对于出版社外部，在进行相关市场信息的调查时，比如题目中进行调查问卷，要注意问题的设置，使尽可能多的问题具有利用价值，同时问卷调查要具有独立性和代表性，样本的选择要满足独立随机取样。而对于企业内部的相关数据，首先，出版社要倡导各个分社如实上报生产计划的风气，同时版社内部的一些数据要做好记录，以备后用。

十、参考文献：

- [1]姜启源、谢金星、叶俊，数学模型，北京：高等教育出版社，2003。
- [2]数学手册编写组，数学手册，北京：高等教育出版社，2002。
- [3]齐欢、王小平，系统建模与仿真，北京：清华大学出版社，2004。
- [4]飞思科技产品研发中心，神经网络理论与 MATLAB 7 实现，北京：电子工业出版社，

2005。

[5]薛定宇、陈阳泉，高等应用数学问题的 MATLAB 求解，北京：清华大学出版社，2005。

[6]玄光男、程润伟，遗传算法与工程优化，北京：清华大学出版社，2004。

附录：

1. A 出版社各学科教材在消费者心目中的位置：

2001 年：

类别	第 1 名	第 2 名	第 3 名	第 4 名	第 5 名
1	0.206081	0.21143	0.181588	0.202703	0.198198
2	0.194085	0.192152	0.205877	0.214962	0.192925
3	0.193028	0.190768	0.199968	0.211265	0.204971
4	0.196295	0.200606	0.202004	0.193733	0.207363
5	0.202849	0.202849	0.205487	0.183593	0.205223
6	0.196565	0.23855	0.194656	0.185115	0.185115
7	0.192513	0.192513	0.15508	0.213904	0.245989
8	0.205882	0.227273	0.187166	0.200535	0.179144
9	0.212851	0.232932	0.196787	0.184739	0.172691
10	0.208333	0.194444	0.180556	0.194444	0.222222

2002 年：

类别	第 1 名	第 2 名	第 3 名	第 4 名	第 5 名
1	0.143018	0.213964	0.252815	0.390203	0
2	0.035956	0.179586	0.340228	0.44423	0
3	0.295333	0.375747	0.094461	0.234458	0
4	0.261042	0.365692	0.143107	0.23016	0
5	0.27369	0.391742	0.24325	0.091318	0
6	0.160305	0.133588	0.263359	0.442748	0
7	0.352941	0.283422	0.262032	0.101604	0
8	0.120321	0.21123	0.368984	0.299465	0
9	0.044177	0.060241	0.208835	0.686747	0
10	0.097222	0.055556	0.263889	0.583333	0

2003 年：

类别	第 1 名	第 2 名	第 3 名	第 4 名	第 5 名
1	0.143018	0.213964	0.252815	0.390203	0
2	0.035956	0.179586	0.340228	0.44423	0
3	0.295124	0.376009	0.094446	0.23442	0
4	0.261164	0.365512	0.143057	0.230267	0
5	0.27125	0.39222	0.244604	0.091926	0
6	0.160305	0.133588	0.263359	0.442748	0
7	0.352941	0.283422	0.262032	0.101604	0
8	0.120321	0.21123	0.368984	0.299465	0

9	0.044177	0.060241	0.208835	0.686747	0
10	0.097222	0.055556	0.263889	0.583333	0

2004 年：

类别	第 1 名	第 2 名	第 3 名	第 4 名	第 5 名
1	0.143139	0.213863	0.253029	0.389969	0
2	0.035956	0.179586	0.340228	0.44423	0
3	0.29523	0.375586	0.094422	0.234762	0
4	0.261067	0.36568	0.143173	0.230079	0
5	0.27467	0.391029	0.243272	0.091029	0
6	0.160305	0.133588	0.263359	0.442748	0
7	0.352941	0.283422	0.262032	0.101604	0
8	0.120321	0.21123	0.368984	0.299465	0
9	0.044177	0.060241	0.208835	0.686747	0
10	0.097222	0.055556	0.263889	0.583333	0

2005 年：

类别	第 1 名	第 2 名	第 3 名	第 4 名	第 5 名
1	0.143139	0.214145	0.252747	0.389969	0
2	0.035956	0.179586	0.340228	0.44423	0
3	0.295344	0.375364	0.094568	0.234724	0
4	0.261067	0.36568	0.143173	0.230079	0
5	0.274862	0.390926	0.243208	0.091005	0
6	0.160305	0.133588	0.263359	0.442748	0
7	0.352941	0.283422	0.262032	0.101604	0
8	0.120321	0.21123	0.368984	0.299465	0
9	0.044177	0.060241	0.208835	0.686747	0
10	0.097222	0.055556	0.263889	0.583333	0

2. A 出版社主要课程教材的市场占有率：

课程标号	2001 年	2002 年	2003 年	2004 年	2005 年
1	19.4%	22.2%	26.4%	30.6%	27.8%
2	11.5%	10.4%	14.6%	13.5%	14.1%
3	0.0%	10.5%	10.5%	31.6%	10.5%
4	3.8%	11.5%	7.7%	11.5%	19.2%
5	5.0%	5.0%	5.0%	7.5%	7.5%
6	8.4%	8.4%	8.4%	9.0%	12.0%
7	26.2%	27.2%	28.2%	24.0%	25.5%
8	1.8%	1.8%	7.0%	1.8%	3.5%
9	24.0%	24.0%	24.0%	24.0%	22.5%
10	22.2%	25.0%	25.0%	27.8%	33.3%
11	52.5%	54.2%	66.1%	67.8%	71.2%

12	40.6%	40.6%	47.8%	53.6%	49.3%
13	7.4%	11.8%	13.2%	10.3%	10.3%
14	6.1%	6.1%	7.3%	6.1%	7.3%
15	7.1%	9.5%	11.9%	11.9%	9.5%
16	23.1%	23.1%	25.0%	25.0%	26.9%
17	42.5%	42.5%	42.5%	57.5%	65.0%
18	19.8%	21.6%	21.6%	20.7%	19.8%
19	47.6%	47.6%	48.8%	48.8%	51.2%
20	42.4%	48.5%	42.4%	54.5%	72.7%
21	28.7%	29.7%	31.7%	37.6%	38.6%
22	90.3%	95.5%	100.0%	100.0%	100.0%
23	86.0%	87.7%	92.9%	94.8%	96.4%
24	71.4%	71.4%	71.4%	83.3%	100.0%
25	89.4%	94.3%	98.6%	100.0%	100.0%
26	60.6%	64.4%	66.7%	73.0%	82.7%
27	88.9%	96.3%	100.0%	100.0%	100.0%
28	0.3%	0.3%	0.4%	0.6%	0.7%
29	38.6%	39.4%	44.1%	40.2%	38.6%
30	56.4%	56.0%	56.1%	54.7%	54.9%
31	7.5%	7.3%	7.0%	7.6%	9.0%
32	14.0%	14.0%	14.0%	18.6%	20.9%
33	0.0%	0.1%	0.2%	0.2%	0.4%
34	42.0%	46.0%	44.0%	64.0%	56.0%
35	25.8%	25.8%	29.0%	35.5%	45.2%
36	29.4%	33.3%	29.4%	39.2%	43.1%
37	0.0%	7.7%	19.2%	15.4%	7.7%
38	9.7%	12.5%	9.7%	12.5%	18.1%
39	16.0%	16.0%	18.0%	20.0%	28.0%
40	3.3%	10.0%	13.3%	16.7%	16.7%
41	22.3%	24.9%	24.5%	24.0%	23.6%
42	32.0%	35.1%	37.9%	38.0%	41.3%
43	32.5%	35.0%	38.3%	35.5%	37.2%
44	29.7%	30.2%	30.5%	32.3%	38.0%
45	42.6%	42.3%	41.7%	44.6%	46.5%
46	34.6%	33.8%	31.9%	34.5%	39.0%
47	31.8%	31.4%	31.2%	37.6%	41.9%
48	37.0%	39.8%	42.5%	45.9%	50.8%
49	51.7%	53.3%	60.0%	61.7%	83.3%
50	0.0%	0.0%	8.3%	8.3%	25.0%
51	57.1%	60.0%	68.6%	62.9%	65.7%
52	68.4%	77.2%	82.5%	77.2%	78.9%
53	73.9%	73.9%	78.3%	87.0%	100.0%

54	61. 1%	61. 1%	61. 1%	80. 6%	80. 6%
55	0. 0%	7. 7%	0. 0%	15. 4%	46. 2%
56	36. 8%	47. 4%	36. 8%	36. 8%	47. 4%
57	56. 3%	56. 3%	56. 3%	56. 3%	56. 3%
58	0. 0%	5. 9%	11. 8%	17. 6%	11. 8%
59	90. 0%	100. 0%	100. 0%	100. 0%	100. 0%
60	84. 2%	84. 2%	94. 7%	100. 0%	100. 0%
61	100. 0%	100. 0%	100. 0%	100. 0%	100. 0%
62	80. 0%	85. 0%	85. 0%	85. 0%	90. 0%
63	100. 0%	100. 0%	100. 0%	100. 0%	100. 0%
64	95. 5%	100. 0%	100. 0%	100. 0%	100. 0%
65	23. 1%	23. 1%	30. 8%	23. 1%	38. 5%
66	100. 0%	100. 0%	100. 0%	100. 0%	100. 0%
67	70. 6%	82. 4%	76. 5%	88. 2%	100. 0%
68	88. 2%	88. 2%	94. 1%	100. 0%	100. 0%
69	90. 0%	95. 0%	95. 0%	100. 0%	100. 0%
70	54. 5%	54. 5%	54. 5%	63. 6%	100. 0%
71	41. 7%	41. 7%	41. 7%	50. 0%	66. 7%
72	76. 5%	76. 5%	76. 5%	94. 1%	100. 0%