第20卷 第7期
2003年12月
工 程 数 学 学 报
JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS
Vol. 20 No. 7
Dec. 2003

文章编号:1005-3085(2003)07-0076-07

露天矿生产的车辆安排

苏 勇， 潘信峰， 周慧灵
指导教师： 数模组
(浙江工程学院,杭州 310018)

编者按:本文的特点在于对车辆进行安排时引入了装箱问题的模型,并采用几种经典的装箱算法求解,虽然论文所得到的结果不是很好,但有一定特色,特予以摘要发表。

摘　要:本文以总运量最小为目标建立整数规划模型,求解中用连续松弛把该问题转化为线性规划模型,使解题难度降低。在满足约束条件的情况,使总运量增加最小的前提下,通过变量的取整改进,使逐渐逼近最优解,本文采用装箱问题来解决此问题,即车辆的调度。模型二在模型一的基础上。对矿石产量最大,总产量最大,总运量最小按优先级高低进行排序,运用目标规划方法建立模型,然后对目标规划进行线性转换,利用 Lindo 软件求解。

关键词:车辆调度,整型规划,装箱问题,目标规划
分类号:AMS(2000) 90C05　　**中图分类号**:O221.1　　**文献标识码**:A

1 问题重述(略)

2 模型假设(略)

3 符号说明

U_j:第 j 个卸货点；　V_i:第 i 个铲地 ；

L_{ij}:铲位 i 和卸点 j 之间的距离；　f_j: 卸点 j 在一个班次内的产量需要；

g_{i1}:铲位 i 含有的矿石数量；　g_{i2}:铲位 i 含有的岩石数量；

b_j:卡车运到 j 卸点至少所需的趟数；　X_{ij}:卡车从铲位 i 运到卸点 j 卸货的趟数；

d_{i1}:卡车到 i 铲位装矿石的至多趟数；　d_{i2}:卡车到 i 铲位装岩石的至多趟数；

a:表示铲车的数量($a=7$)；　k:矿石卸点数($k=3$)；

m:表示卸点的总数($m=5$)；　n:表示铲位的总数($n=10$)；

h:每班小时数($h=8$)；　Z:最小总运量；

α_i:铲位 i 的铁含量；　e:表示品位限制；

t_1:表示在铲位装货所需要的时间；　t_2:表示在卸点卸货所需的时间；

Q:一个工作时间段内总产量；　P_i:为优先因子($i=1,2,3$)；

d_i^+, d_i^- 为第 i 优先级的正负偏差变量；

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{在第 } j \text{ 个铲位有铲车；} \\ 0 & \text{在第 } j \text{ 个铲位没有铲车；} \end{cases}$$

T_{ij}：卡车在铲位 i 与卸点 j 行驶一趟所需时间(不考虑装货卸货，只考虑单趟在路程上所花的时间)；

4 问题的分析建模与求解

4.1 问题一的分析

该问题是一定约束条件下的最优化问题。要求卡车满载运输，则必有一满足各卸点每班次产量要求的最小总运量，此总运量与车辆的安排总数相对独立。建立以总运量最小为目标函数的整型规划模型。目标函数的解是每个铲位与其相对应的卸点之间载物卡车的运输次数。在满足总运量最小的前提下建立组合优化模型求解最少的卡车数。此后根据路线上的车流量，在考虑尽量避免等待的情况下确定各条路线的车流安排。

(1)总运量 Z 表示：$Z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} 154 \times X_{ij} \times L_{ij}$

(2)卡车在铲位 i 装货最多的趟数：

$$d_{i1} = \left\lfloor \frac{g_{i1}}{0.0154} \right\rfloor \qquad d_{i2} = \left\lceil \frac{g_{i2}}{0.0154} \right\rceil$$

(3)卡车在卸点 j 至少卸货的趟数：　$b_j = \left\lceil \frac{f_j}{0.0154} \right\rceil$

最小总运量模型如下

$$\min \quad Z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} 154 \times X_{ij} \times L_{ij}$$

$$\begin{aligned}
s.t. \quad & \sum_{i=1}^{n} X_{ij} \geqslant b_j && (j = 1,2,\cdots,m) && (1) \\
& \sum_{j=1}^{k} X_{ij} \leqslant d_{i1} \times y_i && (i = 1,2,\cdots,n) && (2) \\
& \sum_{j=k+1}^{m} X_{ij} \leqslant d_{i2} \times y_i && (i = 1,2,\cdots,n) && (3) \\
& (e-0.01)\sum_{i=1}^{n} X_{ij} \leqslant \sum_{i=1}^{n} X_{ij}a_j \leqslant (e+0.01)\sum_{i=1}^{n} X_{ij} && (j = 1,2,\cdots,k) && (4) \\
& \sum_{i=1}^{n} y_i \leqslant a && && (5) \\
& \sum_{j=1}^{m} X_{ij} \leqslant \frac{h \times 60}{t_1} \times y_i && (i = 1,2,\cdots,n) && \\
& \sum_{i=1}^{n} X_{ij} \leqslant \frac{h \times 60}{t_2} \times y_i && (j = 1,2,\cdots,m) && (6) \\
& y_i = 0 \quad \text{或} \quad 1 && (i = 1,2,\cdots,n) && (7) \\
& X_{ij} \text{为整数} && (j = 1,2\cdots m, i = 1,2,\cdots,n) && (8)
\end{aligned}$$

①表示按卸点要求，在第 j 个卸点的最少运输次数应满足的条件；

②、③分别表示因铲位石料的储量有限，在矿石卸点和岩石卸点的运输次数受到的限制；

④表示卸点满足品位限制;⑤表示工作的总电铲数不能超过原有的电铲数;

⑥表示在一个班次内,铲位和卸点能接受的最多卡车数目受到装卸时间的限制;

问题一的算法描述:

显然此问题为整数规划问题,$NP—C$ 问题。

a.解此类整数规划的一般问题的步骤:

(1)用连续松弛把此整数规划问题转化为线性规划问题,使问题难度降低。

(2)用 Matlab 求得该问题最优解下界,在总运量增加最小的前提下,通过变量取整改进,使逐渐逼近最优解。

b.对于一般的小规模整数规划问题,用 Lindo 软件直接求解。

c.用组合规划的装箱问题对车辆流进行安排。

问题一实例的求解:

根据实例数据,设 V_i:铲位 i $(i=1,2,\cdots,10)$ U_j:卸地 $j(j=1,2,...,5)$

U_1:矿石漏　U_2:倒装场Ⅰ　U_3:倒装场Ⅱ　U_4:岩场　U_5:岩场漏(表1.表2.对变量赋值)

表1.

U_j	需求 f_j	趟数 b_j
U_1	1.2	78
U_2	1.3	85
U_3	1.3	85
U_4	1.3	85
U_5	1.9	124

表2.

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}
g_{i1}	0.95	1.1	1	1.05	1.1	1.25	1.05	1.3	1.35	1.25
g_{i2}	1.25	1.1	1.35	1.05	1.15	1.35	1.05	1.15	1.35	1.25
α_i	30%	28%	29%	32%	31%	33%	32%	31%	33%	31%
d_{i1}	61	68	64	68	71	81	68	84	87	81
d_{i2}	81	71	87	68	74	87	68	74	87	81

用 Lindo 解得(程序在附录略):最优解　$Z=85320$ 吨公里;铲位有7个,分别是1,2,3,4,8,9,10;X_{ij}的解,如表3

表3.

	铲位1	铲位2	铲位3	铲位4	铲位5	铲位6	铲位7	铲位8	铲位9	铲位10
矿石漏		13						55		10
倒装场Ⅰ		41		44						
岩场									70	15
岩石漏	81		43							
倒装场Ⅱ		14								71

最小总运量下的调整(装箱模型):

如何安排运输货物(需多少辆卡车):

现假定一辆卡车一个班次全部工作的时间为一个工作时，把表3.铲、卸位卡车的运输次数转化为所需工作时，如表4.

表4.

	铲位1	铲位2	铲位3	铲位4	铲位5	铲位6	铲位7	铲位8	铲位9	铲位10
矿石漏	0	0.867	0	0	0	0	0	1.9	0	0.28
倒装场Ⅰ	0	1.051	0	1.229	0	0	0	0	0	0
岩场	0	0	0	0	0	0	0	0	1.84	0.33
岩石漏	1.84	0	1.204	0	0	0	0	0	0	0
倒装场Ⅱ	0	0.736	0	0	0	0	0	0	0	1.5

把铲位和卸点之间所需的工作时看成物品，卡车看成箱子，使每辆卡车所用的工作时最多，来减少卡车数；一个班次内一辆卡车最多工作一个工作时，即箱子的容量是一工作时，物品的大小是 W_t 工作时，如果工作时的整数部分是 b（b 不等于零），则说明放该物品需要 b 个整箱子和 $W_t - b$（待装箱）。

装箱问题模型（目标：箱子数目最少）

$$\min \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

$$\text{s.t} \quad \sum_{j=1}^{11} \times X_{ij} \leqslant C \times Y_i$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1 \qquad (j = 1, \cdots\cdots, n)$$

引进三个装箱算法[1]：

NF 算法：按照物体给定的顺序装箱：把物体 w_i 放入第一个箱子；一般地，设 w_i 是当前要装的物品。B_j 是具有最大下标的使用过的箱子，若 w_i 的长度不大于 B_j 的剩余长度，则把 w_i 放入 B_j，否则把 w_i 放入一个新的箱子 B_{j+1}，且 B_j 在以后的装箱中不再使用。*NF* 算法的时间复杂性为 $O(n)$。

FF 算法：按照物体给定的顺序装箱：把物体 w_i 放入第一个箱子；一般地，设 w_i 是当前要装的物品。$B_1 \cdots\cdots B_j$ 是当前已使用过的箱子，在这些箱子中找一个长度不小于 w_i 且下标最小的箱子，将放入 w_i，如果不存在这样的箱子，则另开一个新箱子 B_{j+1}，将 w_i 放入 B_{j+1} 中。FF 算法的时间复杂性为 O(nlogn)。

FFD 算法：是先将物品按长度从大到小排序，然后按 ***FF*** 算法对物品装箱。***FFD*** 算法的时间复杂性为 $O(nlogn)$。

11 个物品不能分割的放到 n 个箱子里。

物品的大小分别为：0.84，0.867，0.051，0.736，0.204，0.229，0.9，0.84，0.28，0.33，0.5

我们就直接用 NF 算法实现，解得近似最优解 $\sum_{i=1}^{11} Y_i = 8$；

最少的箱子数是 8 + 7 = 15；

NF 算法的复杂度是 $O(n)$，但它在装箱过程中资源浪费比较严重；

用 **FFD** 算法解装箱问题:

按顺序排列的物品大小分别为:0.9, 0.867, 0.84, 0.84 ,0.736, 0.5, 0.33, 0.28, 0.229, 0.204, 0.051

得到近似最优解 $\sum_{i=1}^{11} Y_i = 7$;

最小的箱子数是 $7+7=14$;

我们就可以找出初步车辆安排:

铲位 1 至岩石漏有 2 辆;跑 81 趟。

铲位 2 至矿石漏有 1 辆;跑 13 趟。

铲位 2 至倒装场Ⅰ有 1 辆;跑 39 趟。

铲位 2 至倒装场Ⅱ有 1 辆;跑 14 趟。运完后到铲位 3 至到岩石漏;跑 8 趟。

铲位 3 至岩石漏有 1 辆;跑 35 趟。

铲位 4 至倒装场Ⅰ有 1 辆;跑 37 趟。

铲位 8 至矿石漏有 2 辆;跑 55 趟。其中有一辆要转到铲位 2 至倒装场Ⅰ的路线上,跑 2 趟。

铲位 9 至岩场有 2 辆;跑 70 趟。

铲位 10 至倒装场Ⅱ有 2 辆;跑 71 趟。其中有一辆要转到铲位 10 至岩场的路线,跑 15 趟。

铲位 10 至矿石漏有 1 辆;跑 10 趟。运完后到铲位 4 到倒装场Ⅰ跑 7 趟。

车辆的运输安排是否满足条件,用判断等待问题方法进行检验。各条路线上的汽车容量如表 5.

表 5.

	铲位 1	铲位 2	铲位 3	铲位 4	铲位 5	铲位 6	铲位 7	铲位 8	铲位 9	铲位 10
矿石漏时间	7	7	6	6	5	4	4	4	3	3
倒装场Ⅰ时间	4	3	4	3	3	4	3	4	5	5
岩场时间	7	7	7	6	5	5	4	4	3	3
岩石漏时间	3	4	3	4	4	4	6	5	6	7
倒装场Ⅱ时间	6	5	5	5	4	5	3	3	3	3

调度算法:

从表 5.可看出各线路上所分配的卡车数是满足线路上车辆数饱和度的,即卡车在一条线路上自我循环不会发生等待。等待问题只发生在路线交叉的铲位和卸点上。其简单分支的等待判断算法有:1)若相交的两条路线等长,在满足发车量小于路线饱和度的情况下,只要两路线的发车时间相差 3 分钟就可避免等待现象 2)若相交路线不等长,逐步递推出在第 i 次运输时出现第 1 次等待情况而 i 大于路线饱和度;或一直推算到最后一次运输都没发生等待,则表示此路线方案可行;算法二:构造运输包括装货,运输,卸货的时间分布函数,用 Matlab 将它们的整个运输过程表示在以时间为横坐标的同一坐标系内,可以直观地看出它们的等待情况。若上下工作区的卸货时(在不同路线的同一卸点)相交,就是出现了等待现

象。通过移动其中一个的原点(改变发车的相对时间)来避免等待现象,如图 1.

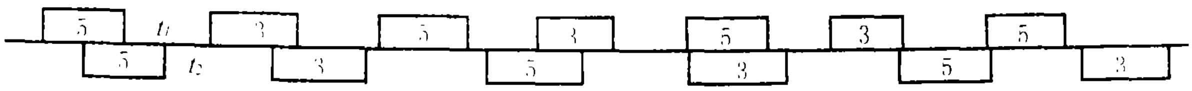

图 1

4.2 **问题二的分析,建模与求解:**

该问题属于目标规划问题,可以采用目标法规划的模型求解,对于矿石产量最大,总产量最大,总运量最小按优先级排序。同时也可把该问题看成多目标规划问题,采用字典序法进行迭代运算[2](略)。

4.2.1 问题二的模型

$$min \qquad Q = P_1 d_1^- + P_2 d_2^- + P_3 d_3^+$$

$s.t.$

①~⑧　　引自模型一

$$0.0154\sum_{i=1}^{n} X_{ij} + d_1^- - d_1^+ = M \qquad (j = k+1, k+2\cdots\cdots m, M \text{ 充分大}) \tag{9}$$

$$0.0154\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} X_{ij} + d_2^- - d_2^+ = M \qquad (M \text{ 充分大}) \tag{10}$$

$$0.0154\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} L_{ij}X_{ij} + d_3^- - d_3^+ = 0 \tag{11}$$

$$2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} L_{ij}X_{ij} \times 28 \times (8 \times 20 - \frac{8}{60}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} X_{ij}) \tag{12}$$

⑨表示把目标岩石产量优先列为第一优先级,优先因子 P_1;⑩表示把目标总产量最大列为第二优先级,优先因子 P_2;⑪表示把总运量最小列为第三优先级,赋予优先因子 P_3;⑫所有卡车在一个工作时段 8 小时内所跑的距离总和的上限;

问题二实例的求解:

该目标规划约束条件和决策变量较多,直接求解计算量较大,所以我们简化为仅对第一优先级为目标函数求解,即在只保留第一个优先级岩石产量达到最优的情况下用 Lindo 软件(程序在附录略)对该目标规划进行求解,在实际问题中,当等待无法避免时,用该算法能较为粗略地估算出总产量和岩石,矿石各自的产量。

同时我们也可以把该目标规划问题转化为线性规划问题,应用 Lindo 软件对其进行求解(程序在附录略)。

如此迭代得到最优解:

总产量:$Q = 95394.8$ 吨 岩石产量:49278 吨 矿石产量:46116.8 吨 19 辆卡车,7 辆铲车,在 5,6,7 铲位不设铲车。车辆在各条路线上的调配,如表 6.

表 6

卡车号	卡车的路线	趟数	卡车号	卡车的路线	趟数
卡车 1	V_1——U_2	12	卡车 14,15	V_9——U_4	40
卡车 2,3	V_1——U_5	40	卡车 16,17	V_{10}——U_4	31
卡车 4	V_2——U_2	40	卡车 18	LV_{10}——U_3	35
卡车 5	V_2——U_3	14	卡车 19	V_1——U_5	1
卡车 6	V_4——U_1	18		V_2——U_2	14
卡车 7,8	V_4——U_5	34		V_8——U_3	5
卡车 9,10	V_5——U_2	34		V_9——U_4	8
卡车 11,12	V_8——U_1	25		V_9——U_1	5
卡车 13	V_8——U_3	30			

5 模型的评价

对于问题一、二规划模型，条件简明易懂，求解对计算机依赖较大。当问题规模较大时，求解有一定难度。

对于问题一的快速算法：NF 算法优缺点：

装箱问题是 NP－C 问题，采取 NF 算法安排车的数量和调度，算法复杂性低。对本题实例此算法表现出快速性和一定的准确性，但这是一个很粗糙的算法，算法的性质 $\frac{NF(I)}{OPT(I)} \leqslant 2$；用近似优先程度较好的 FFD 算法，卡车数减少到 14 辆。FFD 算法的 $R_{FFD}=\frac{3}{2}$，复杂性为 O(nlogn)。但以上装箱算法排除卡车在装卸货时等待的可能，所以对得到车辆的安排需进行调整。我们只能就具体安排做递推的等待问题的判断，而不能用一个通用性强的算法让计算机去实现。

参考文献：

[1] 姚恩瑜，何勇，陈仕平．数学规划与组合优化[M]．杭州：浙江大学出版社，2001；10

[2] 刘满凤，傅波，聂高辉．运筹学模型与方法教程例题分析与题解[M]．北京：清华大学出版社，2000

[3] 陈理荣．数学建模导论[M]．北京：北京邮电大学出版社，1999；2

[4] 杨启帆，方道元．数学建模[M]．杭州：浙江大学出版社，1999；8

[5] 朱道元等．数学建模[M]．北京：科学出版社，2003；3

[6] 袁震东，蒋鲁敏，束金龙．数学建模简明教程[M]．上海：华东师范大学出版社，2002；3

（下转 19 页）

序号	学校	队员			指导教师
76	首都经济贸易大学	白　尧	李　静	邢皓淳	张　佺
77	桂林工学院	梁　莹	孙鸿博	谢　宇	数模组
78	浙江万里学院	丁红杰	高麟琪	黄玉林	数模组
79	浙江工业大学浙西分校	池　恒	朱建坤	柯名林	张有正
80	浙江水利水电专科学校	陈　云	倪芳芳	应刚伟	李　晓
81	浙江水利水电专科学校	仇科磊	朱伟东	陈　坚	邢益冰
82	浙江水利水电专科学校	蓝海文	郜成群	沈　伟	沈云海
83	浙江水利水电专科学校	商　俊	徐晓华	叶伟杰	马君儿
84	浙江林学院	石　金	陈国东	沈巧明	数模组
85	海军后勤学院	郑　琳	宋加怀	张庆辉	李　伟
86	廊坊师范学院	李书召	宗瑞苓	李金玲	陈　伟等
87	第二炮兵工程学院	丁凌敏	金儒男	崔　龙	周祖亮
88	第二炮兵指挥学院	刘文健	胡　波	何　婧	指导组
89	黄冈师范学院	汪　飞	孙永清	谢文友	库在强等
90	温州职业技术学院	郭婷婷	杨庆虎	蔡兴波	项海飞
91	湖北经济学院	王思路	张沛锋	刘亮亮	数模组
92	湖北职业技术学院	邵峻岭	袁　梦	蒋凤华	刘学才等
93	湖南建材高等专科学校	梁育华	侯锋伟	舒建华	指导教师组
94	湖南建材高等专科学校	粟　宇	周　华	龙中胜	指导教师组
95	湖南科技职业学院	彭俊慧	陈四锋	舒友银	指导教师组
96	黑龙江工程学院	刘湛卢	杜向然	曹　剑	王会敬
97	黑龙江农业经济职业学院	李常慧	刘　鹏	张喜波	姜卫东
98	新疆工业高等专科学校	刘　岳	虞文英	李爱静	李湘萍等
99	福建农林大学	黄达丝	林燕阳	叶珊娜	姜　永
100	解放军蚌埠坦克学院	谭金龙	黄德银	王金鹏	教练组
101	解放军理工大学	董广文	龙小刚	陈名响	数模教练组
102	解放军第一军医大学	余　辉	钟华飞	姜其钧	数模组
103	解放军第三军医大学	乔　梁	商远方	张一评	罗万春

(上接 82 页)

Vehicle Arrangement for the Strip Mines

SU Yong,　PAN Xin-feng,　ZHOU Hui-ling

(College of Zhejiang Engineering, Hangzhou 310018)

Abstract: In this paper, we study the optimization problem of the vehicle arrangement for the strip mines. We use linear programming method.