

文章编号:1005-3085(2005)07-0041-06

# 长江水质的评价预测模型

谯程骏, 张东辉, 张 敏

指导教师: 教练组

(成都理工大学地球科学学院, 成都 610059)

**编者按:** 本文思路清晰, 表述流畅, 文章特点是: 对不同水质指标用不同方法做标准化处理, 再综合评价, 主要污染源位置的确定和未来水质发展趋势预测等问题中均有完整的数学模型。不足之处是, 没有结合长江水质的整体评价。

**摘 要:** 本问题是一个对长江的水质进行综合评价、预测和控制的问题。首先对各项数据做归一化处理; 再建立变权函数, 确定四项水质指标的污染权值, 进行动态加权, 根据水质污染的指标对长江17个观测站每个月的水质排序; 再用决策分析方法中的 Borda 法对28个月进行水质综合排序。先假定排污口分别位于江段上游和下游的情况下, 取均值作为江段单位时间排污量。在对长江未来水质污染的发展趋势作预测时, 通过可饮用水(I类、II类、III类)和污染水(IV类、V类)的比例变化来进行分析, 建立排污量与时间的灰色预测模型, 得出未来10年的排污量。建立可饮用水和污染水与总流量和排污量的二元线性回归预测模型, 从得到的结果看, 可饮用水的比例逐年减少, 水污染愈来愈严重。关于未来10年污水处理量, 主要在问题3的基础上, 得出长江的极限载污量, 与预测排污量相减, 求得每年需要的污水量。

**关键词:** Borda 法; 一维水质模型; 灰色预测; 二元线性回归预测

**分类号:** AMS(2000) 92C35

**中图分类号:** O212

**文献标识码:** A

## 1 问题重述及模型假设(略)

## 2 问题分析

问题1首先应采用合理的方法实现数据的标准化。其次建立变权函数, 确定四项标准物的污染度权值; 根据水质综合的指标, 对长江从上游到下游的17个观测点给出每个月的水质排序。再用决策分析方法对28个月进行水质综合排序。

问题2通常认为一个观测站(地区)的水质污染主要来自于本地区的排污和上游的污水。把7个观测站点分为6个江段, 计算各江段的排污量。利用一维水质模型可以得到每个江段中污染物浓度变化, 再通过假设排污口的位置, 结合流量计算各江段的单位时间排污量, 以此确定主要污染源所在江段。

问题3分两步解决本问题: 第一步建立长江排污量与时间(年)的数学模型; 第二建立各级别水比例与总流量和排污量的关系模型。在问题3已建模型的基础上, 问题4加上两个约束条件, 求解得出长江的极限载污量, 进而求得每年需要处理的污水量。

## 3 模型的建立与求解

### 3.1 问题1的模型建立与求解

#### 3.1.1 数据的归一化处理

## 1) PH 值的谷形处理

由限值表知,对于 I~V 类地表水,PH 值介于 6 到 9。在数据处理上,我们认为,由于中性液体的  $PH = 7$ ,随着液体 PH 值远离 7(即大于和小于)的值的增加,其被污染的程度越大,数据处理应反映这个近似谷形关系。处理方法为

$$p_{ik} = \frac{|P_{ik} - 7.0|}{9 - 6}, \quad (1)$$

其中,  $p_{ik}$  表示第  $i$  个地区第  $k$  个月的 PH 值 ( $i = 1, 2, \dots, 17; k = 1, 2, \dots, 28$ )。

## 2) DO 值的归一化处理

对于污染物而言,应该遵循值越大,污染越严重的原则。但对于溶解氧值,含量与污染度却成反向关系,因此,所选的隶属度函数必须是一个减函数。经过求解,得到所需的减函数隶属度函数为

$$d_{ik} = \begin{cases} -0.1348D_{ik} + 1, & 0 \leq D_{ik} \leq 7.5 \\ 0, & D_{ik} > 7.5. \end{cases} \quad (2)$$

3)  $NH_3 - N$  值和  $CODMn$  值的归一化处理

针对这两组数据的离散化程度并不是很高,可以采用极差变换法。

$$n_{ik} = \frac{N_{ik} - \min\{N_{ik}\}}{\max\{N_{ik}\} - \min\{N_{ik}\}}, \quad (3)$$

其中, ( $i = 1, 2, \dots, 17; k = 1, 2, \dots, 28$ )。于是得到 17 个地区 28 个月的  $NH_3 - N$  的归一化值  $n_{ik}$ 。同理,得  $CODMn$  的归一化值  $c_{ik}$ 。

## 4) 归一化处理结果—检测数据矩阵

通过上述数据的处理方法,对附件 3 的 28 张检测表进行处理,就能得到 17 个地区 28 个月的检测数据矩阵:  $A_{ij}^k (i = 1, 2, \dots, 17; k = 1, 2, \dots, 28; j = 1, 2, 3, 4)$

## 3.1.2 变权函数的确定

分析附件 3,发现某地区的水质类别是由 DO、 $NH_3 - N$  和  $CODMn$  含量决定的,且由三者的最差级别决定。这种现象定义为水质类别的不越界性。定义限值表中 I~劣 V 六个等级的权值分别为  $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ ,发现只要权值间满足下列关系:  $x_6 : x_5 \geq 2; x_5 : x_3 \geq 3, (x_1, x_2, x_3)$  相互接近可以有效地防止越界的发生。

经过验证,一种可行的权值定量化为  $x_3 = 2, x_5 = 9, x_6 = 18$ 。用变动权值的办法刻画模糊评语集{轻度污染,中度污染,严重污染}的等级权值。考虑到人们对于明显水质优劣有强烈的感觉,而对于同一个级别的水质类型感觉上的差异并不明显。通过心理函数,求出变动权值  $x_1, x_2, x_4$ 。综合分析选取 Logist 模型,利用 Matlab 软件的非线性回归命令,求出曲线方程得

$$y = 1.5 + \frac{18}{1 + 19.6e^{-11.6(x-0.58)}}, \quad (4)$$

其中,  $y \in x_i (i = 1, 2, \dots, 6)$  表示六个等级的变动权值;  $x$  表示经离散化后的数据。

利用式(4)处理限值表,得到 17 个地区 28 个月的变动权值矩阵  $\beta_{ij}^k$ 。对权值归一化处理

$$\alpha_{ij}^k = \frac{\beta_{ij}^k}{\max\{\beta_{i3}^k\}}, \quad (5)$$

其中,  $(i = 1, 2, \dots, 17; k = 1, 2, \dots, 28)$

### 3.1.3 17个地区28个月的水质污染值

对检测数据矩阵  $A_{ij}^k$  和变动权值矩阵  $\alpha_{ij}^k$  进行加权求和, 得到水质污染值  $S_i^k$  为

$$S_i^k = \sum_{j=1}^4 \alpha_{ij}^k A_{ij}^k. \quad (6)$$

### 3.1.4 17个地区的水质综合排序

求解得到17个地区28个月的水质综合排序可以得到对长江流域整体的污染程度进行更加细致的描述。现在采用决策分析中的 Borda 法进行水质综合排序。用 Borda 法处理数据, 得到17个地区28个月的水质污染综合排序(见表1)。

表1: 水质污染综合排名(按污染量从小到大进行排名)

排名	点位名称	累积评分	排名	点位名称	累积评分
1	江西九江河西水厂	385	10	四川宜宾凉姜沟	191
2	湖北丹江口胡家岭	379	11	湖北武汉宗关	182
3	江苏南京林山	361	12	四川泸州沱江二桥	176
4	安徽安庆皖河口	342	13	湖南岳阳岳阳楼	163
5	重庆朱沱	264	14	湖南岳阳城陵矶	161
6	四川攀枝花	263	15	湖南长沙新港	116
7	湖北宜昌南津关	256	16	四川乐山岷江大桥	85
8	江西九江蛤蟆石	247	17	江西南昌滁槎	15
9	江苏扬州三江营	222			

## 3.2 问题2的建模与求解

### 3.2.1 模型的建立

某一污染物扩散所满足的微分方程是一个抛物线方程, 结合实际问题的假设, 常可假定其水流近似地处于稳定状态, 断面沿程均匀。普通对流扩散方程为

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - kC, \quad (7)$$

其中,  $u$  表示断面平均流速,  $u = Q/A(m/s)$ 。

上式是解决污染物浓度的一般原理, 结合问题2的实际情况, 进行进一步地分析。假设观测站干流的污染物浓度在一个月内保持稳定, 则:  $\partial C / \partial t = 0$ 。又弥散系数  $D$  是分子热运动造成污染物扩散的程度大小, 它相对于江河流速  $u$  来说是微不足道的, 可以忽略不计, 即:  $D = 0$ 。所以上式进一步简化为

$$u = \frac{dC}{dx} = -kC, \quad (8)$$

其中,  $u$  表示断面平均流速;  $C$  为某组分子在  $x$  断面的浓度;  $k$  为降解常数。由此求出长江干流污染物浓度  $C_x$  与距观测站长度  $x$  米的函数关系

$$C_x = C_i e^{-\frac{k}{u_i} x}. \quad (9)$$

在距离上游为  $L_i$  时河水浓度为

$$C_{L_i} = C_i e^{-\frac{k}{u_i} L_i}. \quad (10)$$

由于排污口的位置难以确定, 为方便处理, 现假设排污口位于第  $i$  段干流的下游某处结合上式, 可得下游排污口排污浓度为  $C'_i$ , 方程为

$$C'_i = \frac{C_{i+1} \times Q_{i+1} - C_{L_i} \times Q_i}{Q_{i+1} - Q_i}. \quad (11)$$

又假设排污口位于第  $i$  江段的上游, 其排污浓度为

$$C''_i = \frac{C'_i}{e^{-\frac{k}{u_i} L_i}}. \quad (12)$$

把排污口位于上游或位于下游不同情况下的平均单位时间排污量, 平均取值作为此江段上的排污量。由常识, 在下一站点浓度不变时, 排污口位于上游的排污量显然高于排污口位于下游的排污量, 并依次作为衡量排污量多少的指标。

综上所述, 长江第  $i$  段干流的污染物平均单位时间的排放量 (毫克/秒) 为

$$\overline{D}_i = \frac{C''_i \times (Q_{i+1} - Q_i) + C'_i \times (Q_{i+1} - Q_i)}{2}. \quad (13)$$

### 3.2.2 模型的求解

对于一维单河段水质模型, 两种污染物浓度相对较高的河段就是高锰酸盐指数和氨氮的污染源主要所在地区。利用 Matlab 软件求解得: 长江干流近一年多主要污染物高锰酸盐指数的污染源主要在湖北宜昌到湖南岳阳段、江西九江到安徽安庆段。氨氮的污染源主要在湖北宜昌到湖南岳阳段、湖南岳阳到江西九江段。

## 3.3 问题3的建模与求解

### 3.3.1 长江总流量问题

分析长江每年总流量的数据, 发现总流量是随年份随机地沉浮变动, 总的来说, 变化很小。因此我们用均值法得出未来10年的长江每年总流量:

$$Q = \frac{\sum_{i=0}^{10} q_i}{10}, \quad (14)$$

其中,  $Q$  表示未来10年的长江每年平均总流量;  $q_i$  为 1995 ~ 2004 年的长江每年总流量。

### 3.3.2 建立长江每年排污量与时间(年)的灰色预测模型 (略)

### 3.3.3 建立各级别水比例与总流量、排污量的二元线性回归模型

长江流域地域广阔,水系发达,属于区域水质系统。需要预测枯水期、丰水期、水文年三段时期的全流域、干流、支流的排污情况。问题总共涉及到18种情况。建立模型时,只需研究可饮用水和中度污染水的各9种情况。

第一、可饮用水比例的二元线性回归模型为

$$y_{ij}^{(1)} = a_{ij}^{(1)} + b_{ij}^{(1)} x_1 + c_{ij}^{(1)} x_2 + y_{ij}^{(1)}. \quad (15)$$

第二、中度污染水比例的二元线性回归模型为

$$y_{ij}^{(2)} = a_{ij}^{(2)} + b_{ij}^{(2)} x_1 + c_{ij}^{(2)} x_2 + y_{ij}^{(2)}, \quad (16)$$

其中,  $y$  表示水比例; (1)、(2)分别表示可饮用水和中度污染水;  $x_1$ 、 $x_2$  分别表示年总流量和年总排污量;  $i = 1, 2, 3$  分别表示枯水期、丰水期和水文年;  $j = 1, 2, 3$  分别表示全流域、干流和支流。

由(16)式可以得到长江在三时段、三个流域、可饮用水、中度污染水比例预测模型为

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(k+1) = x^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})(e^{-ak} - e^{-a(k-1)}) \\ y_{ij}^{(1)} = a_{ij}^{(1)} + b_{ij}^{(1)} x_1 + c_{ij}^{(1)} x_2 + y_{ij}^{(1)}; y_{ij}^{(2)} = a_{ij}^{(2)} + b_{ij}^{(2)} x_1 + c_{ij}^{(2)} x_2 + y_{ij}^{(2)}. \end{cases}$$

这样求得未来10年的可饮用水、中度污染水水量比例。如 2005 ~ 2014 年枯水期全流域可饮用水比例分别为: 57.524 54.003 50.29 46.372 42.24 37.881 33.283 28.434 23.317 17.92。可看出不采取治污措施,可饮用水比例将逐年递减。

### 3.4 问题4的分析、建模与求解

结合问题三的  $(GM(1,1))$  模型预测的 2005 ~ 2014 年10年的排污量  $\hat{x}^{(0)}(k)$ , 每年需处理的污水量为

$$D_k = \hat{x}^{(0)}(k) - \min\{x_2^{(1)}, x_2^{(2)}\}$$

求解得, 未来10年每年需要处理的污水量如表2所示:

表2: 2005 ~ 2014 每年需处理的污水量(单位: 亿吨)

年份	2005	2006	2007	2008	2009
污水处理量	137.4	153.88	171.26	189.6	208.94
年份	2010	2011	2012	2013	2014
污水处理量	229.34	250.86	273.56	297.51	322.7

## 4 模型的评价、改进及推广(略)

### 参考文献:

- [1] 姜启源, 谢金星, 叶俊. 数学模型(第三版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003
- [2] 韩中庚. 数学建模方法及其应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005
- [3] 王华东, 万国江等. 水环境污染概论[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 1984
- [4] 袁慰平, 孙志忠等. 计算方法与实习[M]. 南京: 东南大学出版社, 2000
- [5] 郑彤, 陈青云. 环境系统数学模型[M]. 北京: 化学工业出版社, 2003
- [6] 熊燕, 许晓东. Borda评分法与认可票法的联系与比较[J]. 华中科技大学学报, 2005, 22(增刊): 132-133

[7] 刘圣勇. 一维水质模型对河流污染物扩散的简单模拟[J]. 水运管理, 2005,27(4):33-35

## The Model of Evaluation and Forecast for Yangtse River's Water Quality

QIAO Cheng-jun, ZHANG Dong-hui, ZHANG Min

Instructor: Instructor Group

(Science of Earth Institute, Chengdu University of Technology, Sichuan 610059 )

**Abstract:** This issue focuses on making synthetical evaluation、 calculation and controlling to Yangtse River's water quality. Firstly, disposing of all data into one category, then establishing changeable value function, and defining the pollution value of four items water quality indexes. We carry on dynamic additional power and putting the water quality each month in order which about Yangtse River's seventeen observatories according to the indexes of water quality pollution. While calculating the development trend to twenty-eight months water pollution through Borda method of decision-analysis methodology, making analyze to the proportion change between drinking water ( I II IIIcategory) and sewage (IV Vcategory) and establishing the weather calculation pattern of discharge sewage volume and time, to get the discharge sewage volume of the future ten years, also we build the secondary gender regression calculation pattern about drinking water and sewage with total volume and discharge sewage volume. The results showed that, the drinking water's proportion decreased year after year and water pollution became more and more serious. Concerning the sewage treatment volume in the ten years future, we can get the limited sewage volume of Yangtse River on the basis of the question Three and subtract calculation sewage volume to define.

**Keywords:** Borda method; ash calculation; secondary gender regression calculation; primary dimensional water quality pattern