

# 基于排队论的病床安排模型的研究

马霄, 朱留铭, 魏婧, 郭麟

(河南师范大学计算机与信息技术学院 河南 新乡 453007)

**【摘要】**通过建立基于排队论的病床安排模型,得到系统运营指标如各类病人的平均队长及平均逗留时间,对病床安排模型进行评价。进而根据所有病人的住院时间长短的规律,将病床分为短期、中期、长期三类,构造优化病床分配模型,提高了病床利用率,并用实例进行验证。

**【关键词】**排队论;病床安排;模型优化

## 1. 引言

随着医疗水平和服务水平的提高,病床利用的最优化问题得到了广泛的关注。排队论是运筹学的一个分支,研究目的是要回答如何改进服务机构或组织被服务的对象,使得某种指标达到最优的问题<sup>[1]</sup>。所以用排队论方法研究病床安排问题就在这种背景环境下应运而生。王其学从医疗水平的进一步提高方面对病床利用率的优化进行了研究<sup>[2]</sup>。杨桦从增加病床的数量方面对病床利用率的优化进行了研究<sup>[3]</sup>。本文将根据所有病人的住院时间长短的规律,将病床分为短期、中期、长期三类,构造病床分配模型,运用排队理论中的稳定状态平衡方程,对病床分布情况进行分类优化,提高病床利用率,并用实例进行验证。

## 2. 排队论原理

排队论也称随机服务系统理论。任何一个顾客通过排队服务系统总要经过如下过程:顾客到达、排队等候、接受服务、离去。于是,任何一个排队系统都由输入、队列、服务台和输出四部分构成,可以用图 2.1 来加以描述。

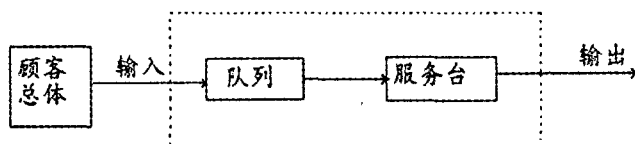


图 2.1 排队系统构成示意图

解排队问题的目的,就是研究排队系统运行的效率,估计服务质量,确定系统参数的最优值,以确定系统结构是否合理,研究设计改进措施等。所以必须确定用以判断系统运行优劣的基本数量指标,指标有平均排队队长、平均逗留时间、服务台的利用率等。

## 3. 病床分配模型

### 3.1 模型建立

根据排队论原理<sup>[4]</sup>可知,对于病床分配来说,是一个等待制的随机服务系统,其服务次序在一般情况下遵循先到先服务的原则。在理论上病人是无限的(就某一天来说,各类病人随机、无限制到达),病人单个到来,相互独立;单队,对队长没有限制;多服务台,各病人的服务时间是相互独立的。

假设患者的到达形成泊松流,平均到达率设为 $\lambda$ 。可将医院的床位等效为系统的服务台,假设各服务台的服务时间服从负指数分布,各服务台的工作是相互独立的,平均服务率为 $\mu$ ,系统的最大容纳量为 $N(N \geq c)$ ,当系统的容量达到饱和(即系统内有 $N$ 个患者)时,只有 $c$ 个正在接受服务,其余 $(N-c)$ 个在排队等待,若再有患者到来将被系统拒绝而离去,因此系统将会产生损失率。当系统状态为 $n$ ,每个服务台的服务率为 $\mu$ ,则系统的总服务率为:当 $0 \leq n < c$ 时为 $\mu$ ,当 $n \geq c$ 时为 $c\mu$ ,令 $\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$ 为系统的总服务强度。

经以上分析可知,病床分配符合排队论模型中的M/M/c/N/ $\infty$ 模型。该系统的状态转移如下图所示。

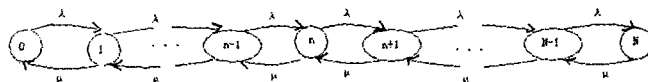


图 3.1 病人到达、服务、离去状态转换图

根据图 3.1, 可得稳定状态平衡方程:

$$\begin{cases} \mu P_1 = \lambda P_0 \\ (n+1)\mu P_{n+1} + \lambda P_{n+1} = (\lambda + n\mu)P_n, & (1 \leq n \leq c) \\ c\mu P_{n+1} + \lambda P_{n+1} = (\lambda + c\mu)P_n, & (c \leq n < N) \\ \lambda P_{N-1} = c\mu P_N \end{cases} \quad (3-1)$$

其中,  $\sum_{n=0}^N P_n = 1$ , 且  $\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$

## 3.2 指标函数

系统空闲的概率为:

$$P_0 = \begin{cases} \left[ \sum_{k=0}^{c-1} \frac{1}{k!} (c\rho)^k + \frac{c^c \rho^c (1-\rho^N)}{1-\rho} \right]^{-1}, & \rho \neq 1 \\ \sum_{k=0}^{c-1} \frac{1}{k!} (c)^k + \frac{c^c (N-c+1)}{c!}, & \rho = 1 \end{cases}$$

系统的容纳 $n$ 人的概率( $n$ 为正数):

$$P_n = \begin{cases} \frac{1}{n!} (c\rho)^n P_0, & \text{当 } 0 \leq n \leq c \\ \frac{c^c}{c!} \rho^n P_0, & \text{当 } c < n \leq N \end{cases}$$

利用以上公式求解可解得系统的运营指标如下所示:

$$\text{系统平均队长 } L_s = L_q + c\rho(1-P_N) \quad (3-2)$$

$$\text{平均逗留时间 } W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (3-3)$$

## 4. 实例分析

已知某医院眼科共有四种病床79张,分别为白内障(单眼)病床、白内障(双眼)病床、青光眼疾病病床和视网膜疾病病床。以下将通过本文提供的运营指标对各类病床的利用率进行评估。

### 4.1 数据收集整理

为确定病人到达情况和服务情况,由专人对该眼科各类病人在一段时间内每天到达门诊的人数和出院人数进行了调查。统计得出,这期间白内障(单眼)、白内障(双眼)、青光眼疾病、视网膜疾病患者到达的总人数分别为:72、82、39、101,平均每天到达人数为:1.600、2.216、1.054、2.658。各类患者出院的总人数分别为:72、82、39、101,平均每天被服务的人数为:1.640、2.161、1.002、2.590。

根据统计数据计算可知:白内障(单眼)、白内障(双眼)、青光眼、视网膜疾病患者平均到达率 $\lambda$ 分别为1.600、2.216、1.054、2.658(单位:人/天),各患者平均每天出院人数1.640、2.161、1.002、

2.590(单位:人/天),从而可以求得白内障(单眼)、白内障(双眼)、青光眼疾病、视网膜疾病患者各种病床服务率 $\mu$ 分别为5.236、8.561、10.487、12.545(单位:人/天)。

#### 4.2运营指标计算

将以上所得数据代入(3-1)、(3-2)和(3-3)式可知:白内障(单眼)、白内障(双眼)、青光眼疾病、视网膜疾病患者 $L_q$ (平均队长)分别为18.867、25.698、13.923、33.731(单位:个),白内障(单眼)、白内障(双眼)、青光眼疾病、视网膜疾病患者 $W_q$ (平均逗留时间)分别为17.902、21.073、22.743、25.089(单位:天)。计算得到的结果与我们的观察是一致的,存在比较严重的排队等待现象,各种患者的平均排队长度分别为23人,平均逗留时间约为22天,由此可知,此排队系统严重影响了病床利用率,不利于该眼科住院部工作的进行。下面,本文将根据排队论相关理论,对病床分配模型进行优化。

### 5.模型优化

#### 5.1优化方法

通过对已有数据的拟合,可以得到如下拟合曲线图:

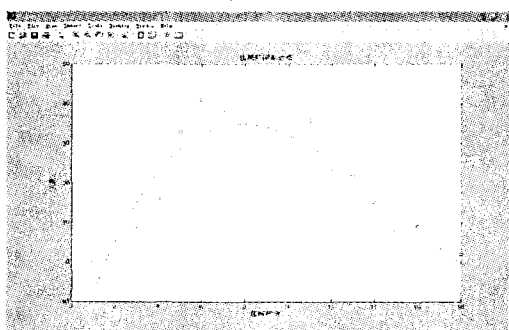


图5.1 病人每天到达人数拟合图

从图中我们发现:病人的住院时间长短呈现出阶段性变化规律,如1~7天为一阶段,8~12天为一阶段,13天以上为一阶段。所以结合这一现象及现在医院的治疗周期我们将病床分为了短、中、长三类,三种病床数目分别设为 $c_1, c_2, c_3$ ,同时根据现在医院的治疗状况,我们把住院期分为以下几个阶段:

第一阶段:1~7天,即占用病床的时间为1~7天,此类病人被安排在短期病床接受治疗。

第二阶段:8~14天,即占用病床的时间为8~14天,此类病人被安排在中长期病床接受治疗。

第三阶段:15天以上,即占用病床的时间为15天以上,此类病人被安排在长期病床接受治疗。

为了使系统达到动态平衡,令 $c \cdot u = p \cdot \lambda$ 上式中为服务台个数; $\mu$ 为每个服务台的平均服务率; $p$ 为单位时间各类病人就诊的人数的概率; $\lambda$ 为日平均就诊的病人数。

$$c = \frac{p \cdot \lambda}{u}$$

根据上式可解得: $c_1=20, c_2=50, c_3=9$

以上结果表示短期、中期、长期病床分别为20张、50张和9张时可达最佳分配效果。

从而根据(3-1)、(3-2)和(3-3)式可得出优化后的运营指标:

$$L_q1=12.9858 \quad L_q2=20.3650 \quad L_q3=10.1740$$

$$\omega_1=9.6968 \quad \omega_2=10.6474 \quad \omega_3=15.3062$$

#### 5.2 结果分析

由以上结果可知,各类病床的平均队长约为15人,平均逗留时间低于12天,相比之下,优化了的模型平均队长是原模型中的65%,平均逗留时间为原模型中的55%,达到了提高病床利用率的效果。

### 6.总结

优化后的病床安排模型充分考虑到各类眼科病人住院时间的长短问题,根据病人住院的时间长短将病床进行合理的分配。模型尽可能保证各种运营的旨标达到最优,并能使系统中排队等待的病人数达到动态平衡甚至越来越少,减少了病人的抱怨率,提高了病床利用率。

#### 参考文献:

- [1] 韩中庚.数学建模方法及其应用.北京:高等教育出版社,2005.6.
- [2] 王其学.排队论原理在医院管理中的应用[J].中国农村卫生事业管理,1993,13(7):24-26.
- [3] 熊拥军.排队理论在电子文献服务系统中的应用[J].应用实践,2008,(11):82-85.
- [4] 陈利平.基于排队模型的教务管理系统的资源优化分析[J].福建电脑,2008,(11):7-8.

(上接第 77 页)

HB NWADDR="//192.168.10.20:4051"

#### 3.6、运行应用

在客户机 192.168.10.30 上运行 Access2db 程序执行两数据库更新业务。

#### 4、结束语

使用功能强大、基于标准、易于集成部署的 Tuxedo 交易中间件作为支撑平台,可以构建满足不同规模、不同条件的分布式事务应用。但是构建分布式事务应用具有较高的复杂性,还需要在工作实践中不断的探索和完善。

#### 参考文献:

- [1] X/Open Company Ltd,Distributed Transaction Processing:Reference

Model,Version3 [S/OL].http://www.opengroup.org/publications/catalog.htm,1996.

[2] X/Open Company Ltd,Distributed Transaction Processing:The XA Specification[S/OL],1991.

[3] BEA Systems Inc.BEA Tuxedo 8.1 Documents[OL].http://download.oracle.com/docs/cd/E13203\_01/tuxedo/tux81/index.htm,2009.

[4] IBM China Support Center,XA 接口的一阶段提交与两阶段提交有何区别? [OL].http://www-01.ibm.com/support/docview.wss?uid=csc148256d65004dc82448256d65004276f0,2004.

[5] 任怡、吴泉等,事务处理技术研究综述 [J].《计算机研究与发展》42(10):1779-1784,2005

(上接第 132 页)

#### 参考文献:

- [1] RFC-3208 PGM Protocol Specification, http://www.faqs.org/rfcs/rfc3208.html
- [2] 乔昕、钱松荣,两种不同类型可靠组播协议的比较研究,计算机工程

与应用, vol:40, 2004

[3] 沈颖燕、翟明玉,可靠多点投递协议 PGM 的研究及仿真实现,数据通信, vol:2, 2000