

艾滋病疗法的评价以及疗效的预测

摘要：本文对艾滋病疗法进行评价并对疗效进行预测。针对问题一，根据患者在治疗过程中 CD4 和 HIV 含量的变化趋势，我们首先把 300 多个艾滋病患者分成四类，然后利用分段线性插值的方法求得等测量时段下两种指标的含量，并且针对各类患者的统计数据，利用灰色理论 $GM(1,1)$ 模型对继续治疗效果进行预测，并确定了 4 类患者最佳治疗终止时间依次为 16 周、12 周、24 周和 16 周。

在问题二中，我们给出了两个模型，模型 1 利用双因素方差分析方法判断艾滋病患者的年龄因素与疗法因素对疗效的影响程度，得到年龄对疗效影响不显著，而疗法对疗效影响显著。因此，在不考虑年龄因素的影响下，对各种疗法建立疗效指标函数，最终得出 4 种疗法的优劣顺序为：疗法 4，疗法 2，疗法 3，疗法 1，并对较优的疗法 4 预测继续治疗的 $CD4$ 含量如下：

测量时刻（周）	0	8	16	24	32	40	48	56
统计值	3.1798	3.3829	3.2678	3.1565	3.0491	2.9453		
预测值	3.1798	3.3829	3.2678	3.1565	3.049	2.945	2.845	2.748

模型 2 考虑年龄的影响，利用层次分析法评价 4 种疗法，得到优劣顺序为：疗法 4，疗法 3，疗法 2，疗法 1。

对问题三，我们在问题二中模型 1 的基础上，考虑费用的影响，引入单位费用得到的疗效值，从而得到疗效指标函数，由此确定疗法优劣顺序为：疗法 4，疗法 2，疗法 3，疗法 1，即在考虑费用的情况下，对问题二中的评价结果没有改变。

关键词：艾滋病 灰色理论 层次分析法 疗效指标函数

1 问题的重述（略）

2 模型假设

1. 测试期间，患者的 CD4 及 HIV 含量只受药物影响，与其他因素（其他药物、饮食等）无关；
2. 假定附件中病人的检测结果数据能真实反映病人的病情；
3. 患者体内的 CD4 及 HIV 含量是连续变化的；

3 符号说明

t_{ki} ：对第 k 名患者进行第 i 次测量的时间；

t_k ：第 k 名患者测试时间向量；

x_{ki} ：第 k 名患者第 i 次测量时 CD4 的数目；

y_{ki} ：第 k 名患者第 i 次测量时 HIV 细胞含量；

x_k ：第 k 名患者测试的 CD4 数目向量；

y_k ：第 k 名患者测试的 HIV 含量向量；

n_k ：第 k 名患者被测的次数；

N ：被测患者总数；

\hat{x}_k ：对 x_k 进行标准化处理得到的向量；

\hat{y}_k ：对 y_k 进行标准化处理得到的向量；

θ_k ： \hat{x}_k 与 \hat{y}_k 的夹角；

4 问题分析与模型建立、求解

4.1 问题一的分析与求解

对 AIDS 病治疗效果进行评价需要综合考虑 CD4 细胞数目及 HIV 含量在人体中的动态变化；同时也需考虑到患者身体素质、用药时间等因素差异的影响，因此可以将患者按统计信息量进行分类，进而按类别对治疗效果进行预测和评价。

1、患者的分类

考虑到患者体内 CD4 数目 x_k 及 HIV 含量 y_k 之间相互作用对病情的治疗起比较关键的作用,且 x_k 与 y_k 之间关系密切,因而我们重点从患者体内两种物质的含量 x_k 与 y_k 的不同关系着手对其进行分类.

先对 x_k 与 y_k 进行标准化处理:

$$\hat{x}_{ki} = \frac{x_{ki}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_k)^2}{n_k}}} \quad \hat{y}_{ki} = \frac{y_{ki}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{ki} - \bar{y}_k)^2}{n_k}}}$$

其中:

$$\bar{x}_k = \frac{\sum_{i=1}^{n_k} x_{ki}}{n_k}, \quad \bar{y}_k = \frac{\sum_{i=1}^{n_k} y_{ki}}{n_k}, \quad i=1, 2, \dots, n_k; \quad k=1, 2, \dots, N.$$

进而考察 \hat{x}_k 与 \hat{y}_k 的夹角 θ_k

$$\theta_k = \arccos \frac{<\hat{x}_k, \hat{y}_k>}{|\hat{x}_k| |\hat{y}_k|}$$

根据 θ_k 所处的不同范围可对患者进行分类:

θ_k 范围	$0 \leq \theta_k \leq \alpha_1$	$\alpha_1 < \theta_k \leq \alpha_2$...	$\alpha_s < \theta_k \leq \pi$
类别	第 1 类	第 2 类	...	第 s+1 类

若取 $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$, $\alpha_2 = \frac{2\pi}{3}$, $\alpha_3 = \frac{3\pi}{4}$, 根据以上公式, 利用 MATLAB 软件编程求得各类患者人数如下表:

表 1: 各类患者人数统计

θ_k 范围	$0 \sim \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} \sim \frac{2\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3} \sim \frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4} \sim \pi$
类别	1	2	3	4
人数	156	329	280	801

2、灰色理论建模

(1) 数据预处理

由于每位患者的信息较有限,我们考虑到用灰色理论来建模,而患者测量时刻向量 t_k 不是等间距的,因此,我们采用分段线性插值方法,利用 t_k 与 x_k , t_k 与 y_k , 根据下面公式,分别求得在时刻 0、4、8、12、...时,患者体内的 CD4 含量及 HIV 含量;

$$x(t) = \begin{cases} x_{k-1} + \frac{x_k - x_{k-1}}{t_k - t_{k-1}}(t - t_{k-1}) & t_k \leq t \leq t_{k+1} (k=1, 2, \dots, n-1) \\ x_1 + \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}(t - t_1) & t < t_1 \\ x_{n-1} + \frac{y_n - y_{n-1}}{t_n - t_{n-1}}(t - t_{n-1}) & t > t_n \end{cases}$$

$$y(t) = \begin{cases} y_k + \frac{y_{k+1} - y_k}{t_{k+1} - t_k}(t - t_k) & t_k \leq t \leq t_{k+1} (k=1, 2, \dots, n-1) \\ y_1 + \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}(t - t_1) & t < t_1 \\ y_{n-1} + \frac{y_n - y_{n-1}}{t_n - t_{n-1}}(t - t_{n-1}) & t = 0, 4, 8, \dots, 40 \end{cases}$$

对四类患者的数据均做上述处理并对每类患者数据求得其平均值

$$X_i = \frac{\sum_{i=1}^{N_i} x_i}{N_i}, \quad Y_i = \frac{\sum_{i=1}^{N_i} y_i}{N_i} \quad N_i \text{ 为第 } i \text{ 组的患者数; } i=1, 2, 3, 4.$$

作为该类患者治疗过程特征的统计量（结果见表3）。

(2) GM(1, 1) 模型

首先介绍一下灰色系统中的 GM(1, 1) 模型，本模型主要用于对序列长度不大的原始数据 $x^{(0)}$ 进行处理并作预测

设 $x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$

令 $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i)$

有 $x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$

$$= (x^{(0)}(1), x^{(1)}(1) + x^{(0)}(2), \dots, x^{(1)}(n-1) + x^{(0)}(n))$$

建立如下方程

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u \quad (1)$$

记 $\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix}$ ，按最小二乘法解，求 \hat{a} ，

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y_N$$

其中：

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(1) + x_1^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(2) + x_1^{(1)}(3)) & 1 \\ \dots & 1 \\ -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(n-1) + x_1^{(1)}(n)) & 1 \end{bmatrix}$$

$$y_N = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)]^T$$

得微分方程(1)的解为

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{u}{a})e^{-ak} + \frac{u}{a} \quad (2)$$

接下来利用(2)预测 $\hat{x}^{(1)}(k)$ 的值，然后根据公式

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(k) = \hat{x}^{(1)}(k) - \hat{x}^{(1)}(k-1) \\ \hat{x}^{(0)}(0) = \hat{x}^{(1)}(0) \end{cases} \quad k = n, n-1, \dots, 2$$

求得原始数据 $x^{(0)}$ 的预测值 $\hat{x}^{(0)}$ ，最后对结果进行检测。

记

$$s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{x}^{(0)}(t) - \bar{\hat{x}}^{(0)}(t))^2$$

$$s_e^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{e}^{(0)}(t) - \bar{\hat{e}}^{(0)}(t))^2$$

其中

$$\begin{cases} \bar{\hat{x}}^{(0)}(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{x}^{(0)}(i) ; \\ \hat{e}^{(0)}(t) = \hat{x}^{(0)}(t) - x^{(0)}(t) ; \\ \bar{\hat{e}}^{(0)}(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{e}^{(0)}(i) ; \end{cases}$$

定义其后验差比为 $C = \frac{s_e}{s_x}$ ，最小误差概率： $P = P\{|\hat{e}^{(0)}(t) - \bar{\hat{e}}^{(0)}(t)| < 0.6745s_x\}$

我们对四类患者分段插值得到的 CD4 及 HIV 含量的平均值 X_i ， Y_i ($i=1, 2, 3, 4$)，分别应用

GM(1,1) 模型对对其作统计和预测，结果见表 3。

表 3：患者治疗指标的统计以及预测标准

第一类患者				
测 量 时 刻 (周)	CD4 含量		HIV 含量	
	统计值 (均值)	预测值	统计值 (均值)	预测值
0	105.6554	105.6554	4.8257	4.8257
4	106.5622	133.4042	3.2550	3.2772
8	127.4546	119.8764	3.2738	3.3002
12	119.1273	107.7203	3.3087	3.3233
16	109.3998	96.7969	3.3548	3.3465
20	99.6722	86.9812	3.4009	3.3700
24	89.1047	78.1609	3.4483	3.3935
28	73.8480	70.2350	3.4463	3.4173
32	58.9738	63.1128	3.4458	3.4412
36	44.0996	56.7129	3.4454	3.4653
40	29.2254	50.9619	3.4450	3.4895
44		45.7941		3.5140
48		41.1504		3.5386
52		36.9775		3.5633
56		33.2278		3.5883
后 验 差 比 C	0.4434		0.0667	

第二类患者					
测 量 时 刻（周）	CD 4 含量		HIV 含量		
	统计值（均值）	预测值	统计值（均值）		预测值
0	94. 3286	94. 3286	4. 9281	3. 3307	4. 9281
4	120. 1783	122. 2359	3. 2267		3. 2160
8	127. 7207	127. 7990	3. 2385		3. 2563
12	134. 3853	133. 6153	3. 2980		3. 2971
16	140. 1681	139. 6964	3. 3574		3. 3384
20	146. 8827	146. 0542	3. 4074		3. 3802
24	153. 1014	152. 7013	3. 4730		3. 4225
28	160. 4385	159. 6510	3. 5204	3. 5679	3. 4654
32	167. 3730	166. 9169	3. 6153		3. 5088
36	174. 3074	174. 5135			3. 5527
40	181. 2419	182. 4559			3. 5972
44		190. 7598			3. 6422
48		199. 4415			3. 6878
52		208. 5184			3. 7340
56		218. 0084			3. 7808
后 验 差 比C	0. 0354		0. 0950		
第三类患者					

测 量 时 刻（周）	CD4 含量		HIV 含量	
	统计值（均值）	预测值	统计值（均值）	预测值
0	94.3286	94.3286	4.9281 3.3307	4.9281
4	120.1783	122.2359	3.2267	3.2160
8	127.7207	127.7990	3.2385	3.2563
12	134.3853	133.6153	3.2980	3.2971
16	140.1681	139.6964	3.3574	3.3384
20	146.8827	146.0542	3.4074	3.3802
24	153.1014	152.7013	3.4730	3.4225
28	160.4385	159.6510	3.5204 3.5679	3.4654
32	167.3730	166.9169	3.6153	3.5088
36	174.3074	174.5135		3.5527
40	181.2419	182.4559		3.5972
44		190.7598		3.6422
48		199.4415		3.6878
52		208.5184		3.7340
56		218.0084		3.7808
后 验 差 比 C	0.0354		0.0950	

第四类患者				
测 量 时 刻（周）	CD4 含量		HIV 含量	
	统计值（均值）	预测值	统计值（均值）	预测值
0	79.0065	79.0065	5.1669	5.1669
4	143.5582	160.2091	3.3754	3.1499
8	171.6961	167.7205	2.9228	3.0111
12	181.2956	175.5841	2.7949 2.6812	2.8785
16	188.7450	183.8164	2.5674	2.7517
20	196.1943	192.4347	2.4584	2.6305
24	203.8284	201.4570	2.3855	2.5146
28	212.4093	210.9023	2.3193	2.4038
32	220.8430	220.7905	2.2537	2.2979
36	229.2823	231.1423	2.1881	2.1967
40	237.7216	241.9795		2.0999
44		253.3247		2.0074
48		265.2019		1.9190
52		277.6359		1.8344
56		290.6529		1.7536
后 验 差 比 C	0.1391		0.1115	

各项预测均通过后验差比检验，因而灰色理论对其进行预测是比较理想的，而且由上表可以看出：

(1)第一类患者的治疗效果最差，在治疗过程中 CD4 含量仍然不断减小，而 HIV 含量没有显著的减少，这与第一类患者两个指标向量的夹角较小相吻合，也即两个向量差异小，CD4 含量对 HIV 的抑制作用不明显，治疗效果较差；

(2)第二类患者的治疗效果一般，此时 CD4 含量显著增加而 HIV 含量无显著减小；

(3)后两类患者的治疗效果较好，CD4 含量增加且 HIV 含量减少，艾滋病症状显著减轻。

3、对治疗终止标准的处理

对于艾滋病的治疗，由搜集到的信息显示，一般当治疗中 CD4 含量没有显著增长和 HIV 含量没有显著减少时，就停止治疗，为此定义治疗显著性指标：

$$s(k) = \alpha \left| \frac{X_k - X_{k-1}}{X_k} \right| + (1 - \alpha) \left| \frac{Y_k - Y_{k-1}}{Y_k} \right| \quad 0 \leq \alpha \leq 1, \quad k=2, 3, \dots,$$

和 阈值 U ，当

$$\min_k s(k) \leq U \text{ 时,}$$

认为治疗在第 k 时段可终止. 通过调整 α 与 $1 - \alpha$ 来调整 CD4 含量变化与 HIV 含量变化两种指标对治疗效果的影响大小. 若我们取

$$\alpha = \frac{1}{2}, \quad U = 0.1$$

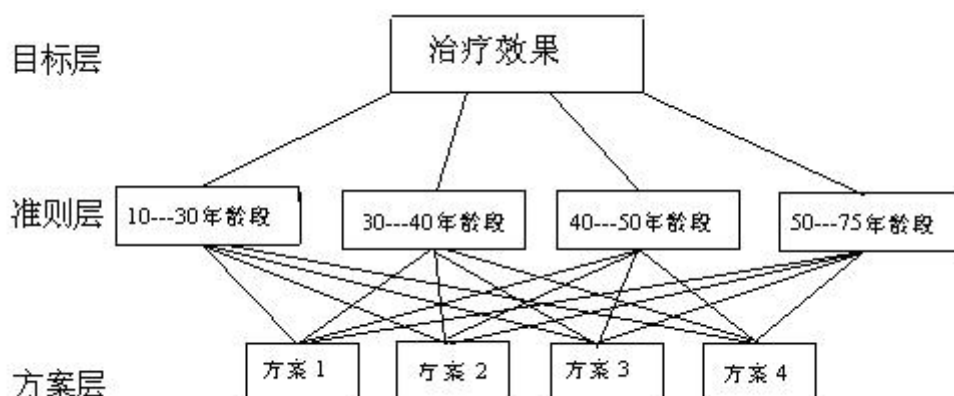
利用各类患者 CD4 含量和 HIV 含量统计平均值，编程分别求得其终止治疗时间如表 4.

表 4：各类患者治疗终止时间

类别	1	2	3	4
终止时间 (周)	16	12	24	16

4. 2 问题二的分析与求解

如果考虑年龄对治疗效果的影响，把治疗效果作为目标层，考虑到不同年龄段的患者治疗过程的差异，将 10—30，30—40，40—50 以及 50—75 四个年龄段患者的治疗效果作为对目标层有直接影响的准则层，以 4 种不同的疗法为方案层，构造结构图如下：



(1) 成对比较矩阵的确定以及一致性检验

① 准则层对目标层

由目前对艾滋病患者的收集资料以及对附件 2 中患者资料的统计信息得出这 1300 个艾滋病患者的年龄结构与社会上的所有艾滋病患者的年龄结构比较，用病人年龄段所占的比例构造各年龄段患

者的治疗情况对总体艾滋病治疗的成对比较矩阵 $A = (a_{ij})$,

$$\text{则 } a_{ij} = \frac{n_i}{n_j}, i, j = 1, 2, 3, 4 \quad a_{ij} = \frac{n_i}{n_j}, i, j = 1, 2, 3, 4 ,$$

其中 n_i 为第 i 个年龄段患者的人数. 计算得

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.3376 & 0.5917 & 2.0286 \\ 2.6596 & 1 & 1.7528 & 6.0095 \\ 1.6901 & 0.5705 & 1 & 3.4286 \\ 0.4930 & 0.1664 & 0.0417 & 1 \end{bmatrix}$$

可以计算出 A 的最大特征值 $I = 4.0801$, 归一化的特征向量

$$w = (0.1633, 0.4117, 0.2760, 0.0890)^T, \text{ 由 } CI = \frac{I - n}{n - 1} = \frac{4.0801 - 4}{4 - 1} = 0.0267, \quad RI = 0.90,$$

$$\text{记第二层对第一层的权向量为 } w^{(2)} = w = (0.1633, 0.4117, 0.2760, 0.0890)^T$$

$$\text{按 } CR = \frac{CI}{RI} = \frac{0.0267}{0.90} = 0.0297 < 0.1, \text{ 于是通过了一致性检验. 记第二层对第一层的权向量}$$

为 $w^{(2)}$, 即 $w^{(2)}$.

②方案层对准则层

针对每一年龄段的患者信息, 利用公式 (3) 求得各种疗法对第 i 个年龄组的有效率统计值向量

K_i 为:

$$K_1 = [-0.0054 \quad -0.0014 \quad 0.0018 \quad 0.0156]$$

$$K_2 = [-0.0029 \quad 0.0019 \quad 0.0005 \quad 0.0105]$$

$$K_3 = [-0.0028 \quad 0.0036 \quad 0.0058 \quad 0.0069]$$

$$K_4 = [-0.0033 \quad -0.0069 \quad 0.0033 \quad 0.0083]$$

根据 K_i 中各元素大小的差异, 按照 1-9 尺度构造不同疗法对准则层的优越性的比较矩阵如下:

$$q(1) = \begin{bmatrix} 1 & 1/4 & 1/7 & 1/9 \\ 4 & 1 & 1/3 & 1/7 \\ 7 & 3 & 1 & 1/3 \\ 9 & 7 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad q(2) = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/3 & 1/9 \\ 3 & 1 & 1 & 1/7 \\ 3 & 1 & 1 & 1/3 \\ 9 & 7 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$q(3) = \begin{bmatrix} 1 & 1/5 & 1/7 & 1/9 \\ 5 & 1 & 1/3 & 1/5 \\ 7 & 3 & 1 & 1/3 \\ 9 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad q(4) = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/6 & 1/9 \\ 3 & 1 & 1/4 & 1/7 \\ 6 & 4 & 1 & 1/3 \\ 9 & 7 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

由第 3 层的成对比较阵 $q(k)$ 计算出权向量 $w_k^{(3)}$, 最大值 I_k 和 CI_k 一致性指标, 结果如表 7 所示:

表 7: 权向量 $w_k^{(3)}$ 及一致性指标

k	1	2	3	4
$w_k^{(3)}$	0.0523	0.0827	0.0623	0.0686
	0.1354	0.2040	0.1980	0.1395
	0.3230	0.2480	0.4179	0.4064
	0.9352	0.9434	0.8845	0.9004
I_k	4.1504	4.0910	4.1707	4.1255
CI_k	0.0501	0.0333	0.0564	0.0040

由于 $n = 4$ 时随机一致性指标 $RI = 0.90$ ，所以上面的 CI_k 均可通过一致性检验.

③ 组合权向量及其检验

下面的问题是由各准则对目标的权向量 $w^{(2)}$ 和各方案对每一准则的权向量 $w_k^{(3)}$ ($k = 1, 2, 3, 4$), 计算各方案对目标的权向量, 即组合权向量, 记作 $w^{(3)}$. 对于疗法 1, 它在不同年龄段的人群中的权重用 $w_k^{(3)}$ 的第一个分量表示, 而 4 个准则对于目标的权重又用权向量 $w^{(2)}$ 表示, 所以疗法 1 在目标中的组合权重 p_1 应为它们相应项的两两乘积之和, 即

$$0.1633 \times 0.0501 + 0.4117 \times 0.0333 + 0.2760 \times 0.0564 + 0.0890 \times 0.0040 = 0.0254$$

同样可算出 p_2, p_3, p_4 在目标中的组合权重为 0.1182, 0.2115, 0.5658, 则组合权向量

$$\omega^{(3)} = (0.0254, 0.1182, 0.2115, 0.5658)^T.$$

在层次分析的整个计算过程中, 除了对每个成对比较阵进行一致性检验, 以判断每个权向量是否可以应用外, 还要进行组合一致性检验, 以确定组合权向量是否可以作为最终的决策依据.

组合一致性检验可逐层进行, 第二层的一致性指标为

$$CI^{(2)} = [CI_1^{(2)}, \dots, CI_4^{(2)}]_w$$

$$RI^{(2)} = [RI_1^{(2)}, \dots, RI_4^{(2)}]_w$$

其中

$$[CI_1^{(2)}, \dots, CI_4^{(2)}] = [0.0620, 0.0333, 0.0564, 0.0904]$$

$$w = [0.1633, 0.4117, 0.2760, 0.0890]$$

$$[RI_1^{(2)}, \dots, RI_4^{(2)}] = [0.9, 0.9, 0.9, 0.9]$$

计算得:

$$CI^{(2)} = 0.0474, \quad RI^{(2)} = 0.8460$$

所以第二层对第一层的组合一致性比率为：

$$CR^{(2)} = CR^{(1)} + \frac{CI^{(2)}}{RI^{(2)}} = 0.0247 + 0.0560 = 0.0807 < 0.1$$

通过了组合一致性检验. 故得到的组合权向量 $w^{(3)}$ 可以作为最终决策的依据. 由组合权向量可以判断出疗法 4 权重最大, 疗效最好, 疗法 3 优于疗法 2, 疗法 1 效果最差.

4. 3 问题三的建模与求解

如果患者需要考虑四种疗法的费用, 我们在问题二模型的基础上建立含有费用的疗效函数.

设第 i 种疗法在单位时间内的费用为 c_i ;

则 $c_i(t_i - t_{i-1})$ 表示第 i 种疗法第 j 阶段内的费用;

$\frac{(x_{ij} - x_{ij-1})}{c_i x_{ij-1} (t_i - t_{i-1})}$ 表示第 i 种疗法单位费用的疗效;

则费用疗效函数为

$$L_i = \frac{1}{N_i} \sum_{k=1}^{N_i} \frac{1}{n_{ik} - 1} \sum_{j=1}^{n_{ik}} \frac{(x_{ij} - x_{ij-1})}{c_i x_{ij-1} (t_i - t_{i-1})}$$

单位费用的疗效越高, 则该疗法就越经济有效. 故该问题可以归结为求 i , 使 L_i 达最小.

利用 MATLAB 编程计算可得各种疗法的疗效值构成的向量如下:

$$L = [-0.0017 \quad 0.00038 \quad 0.00027 \quad 0.0030]$$

故第 4 种疗法疗效最好, 接下来依次是第 2、3、1 种疗法.

5 模型的评价与改进

问题一针对数据多、时间间隔不等、测量次数不一、变化趋势各异的特点, 根据 CD4 浓度与 HIV 浓度具有相关性且其相关性与治疗效果密切联系的特点, 根据 CD4 浓度向量和 HIV 浓度夹角范围来对患者进行分类, 并对各类患者采用分段线性插值的方法求得等间隔时刻两种浓度值, 然后求得平均值, 再利用灰色系统理论对数据进行处理和预测, 得到较为满意的结果;

问题二采用双因素方差分析, 对年龄和疗法两个因素进行分析, 重点考虑主要因素疗法, 根据 CD4 与 HIV 浓度的变化制定了疗效函数; 综合考虑年龄与疗法, 利用层次分析法得到疗法优劣的顺序, 并对两种方法的结果进行了比较和分析.

对问题三的求解, 还可以考虑利用问题二的层次分析法, 使用各疗法的费用疗效函数值构造疗法层对年龄段层的成对比较矩阵, 进而分析费用因素的影响; 还可以考虑引入患者治疗初的病情严重程度、经济能力等因素对问题三作进一步讨论.

参考文献

- [1] 尹译明、丁春利, 精通 MATLAB, 北京: 清华大学出版社, 2002
- [2] 邓聚龙, 灰色控制理论, 武汉: 华中理工大学出版社, 1993. 9
- [3] 姜启源, 数学模型, 高等教育出版社, 1993
- [4] 盛骤, 概率论, 高等教育出版社, 2001