

文章编号:1005-3085(2004)07-0057-07

基于利润最大化的奥运商业网点分布微观经济模型

薛 飞, 傅 强, 谢 鉴

指导教师: 胡代强

(暨南大学, 广州 510632)

编者按: 本文能从题目所给的数据正确地分别对三个场馆进行研究, 找出观众在出行、散步、消费等方面的规律, 建立满足三个要求的整数规划模型, 并进行了求解。

摘 要: 本文首先通过多元统计分析发现了统计数据中的一般规律, 并讨论了数据中所反映出的某些与常识不一致之处。在通过图论的有关知识确定观众进出体育场馆的模式之后, 我们建立了一个简单实用的基于成本利润分析的整数规划模型。通过Lingo、Matlab软件的模拟, 该模型与现实环境和有关经济理论拟合较好, 可以为2008年奥运会迷你超市的设置提供一定的参考。

关键词: 多元统计分析; 人流量; 整数规划

分类号: AMS(2000) 90C10

中图分类号: O221.4

文献标识码: A

1 引言

随着2008年北京奥运会的日益临近, 奥运主场馆周围临时商业网点——迷你超市(MS)的设置已成为一项重要的任务。本文首先利用假设检验验证了三次调查所取得的数据来自同一个总体, 通过SPSS软件对数据进行了分组分析, 包括均值、标准差的比较和不同变量间相关性的考察, 找出了顾客在出行、就餐、消费等方面的规律。在此基础上对北京奥运会的迷你超市网点建设进行详细讨论, 包括对场馆环境的抽象和对不同目的地顾客的分类等, 计算出了各商区的人流量及顾客购买量的分布。接着综合考虑了顾客购物需求、迷你超市分布均衡和商业赢利这三个基本要求, 把各商区内MS点的货物总供应量与顾客需求的差值的绝对值作为站点分布是否均衡的评价指标。运用整数规划的方法, 以赢利最大化为目标, 满足顾客需求和网点分布均衡为约束条件, 建立了“MS网点最优赢利模型”, 为体育馆各商业区提供了一个可行的MS网点设计方案。随后合理假设了商区运营成本等一系列参数, 运用Lingo软件对模型进行求解, 得出了各体育场馆的各商区的MS网点分布, 汇总结果如下:

A区国家体育场需要大MS网点19个, 需要小MS网点11个;

B区国家体育馆需要大MS网点10个, 需要小MS网点8个;

C区国家游泳中心需要大MS网点8个, 需要小MS网点4个;

具体到每个商区需要的MS网点数量, 靠近人行道出口处商区设置的MS网点数量要多于远离出口处商区设置的MS网点数量。

该模型比较稳定, 对顾客人流量的分布变化不敏感, 易于应对实际情形中人流量的随机波动。同时模型结果对于超市供货量的依赖程度高, 而对于顾客实际购买力的依赖较低, 便于按照经济学中的有关理论进行调整。本模型来自于现实生活, 对具体商业区的规划建设和选址问题均具有指导意义。

2 问题重述(略) 3 模型假设(略) 4 符号说明(略)

5 模型的分析与建立

观众出行、用餐、购物等的规律

按题目所述,三次问卷调查的调查地点和调查内容是相同的。下面进一步通过假设检验来判别三次调查的样本是否来自于同一个总体。

把三次调查所得的数据合并,并用“性别”作为分组变量来检验它与“年龄”的差异是否显著,得到的渐进性显著检验 P 值为 $0.167 > 0.05$,故二者的分布相同,差异并不明显,可以认为三次调查所访问样本来自同一总体。这样就可以把来自这三次调查数据放在一起进行分析。

通过“性别”和“年龄”这两个控制变量对得到的数据进行分组,我们发现了观众在出行、用餐和购物等方面的一些规律:

首先,从餐饮方式来看,总体上选择西餐的人数占到了总人数的一半强(52.5%),与选择吃中餐和在商场进餐的人数之和相当;同时,观众在用餐方式上有如下特征:选择中餐的受访者随着年龄的增长而增多,选择西餐的受访者却随着年龄的增长而减少,选择商场(餐饮)的受访者则没有随着年龄变化的趋势(图略)。

而用“性别”进行分组时发现各组人群的餐饮偏好变动较小,无明显规律(图略)。

其次,从出行方式来看,排除“私车”选项后,选择不同出行方式的受访者比例基本相当。而选择“私车”的受访者只有选择其他出行方式人数的一半左右。

同时,在男女受访者样本总量相差不大(男性:女性=5549:5051)的情况下,我们可以发现如下规律:

- 乘私车与出租车的女性人数是男性的两倍以上;
- 乘地铁的男性多于女性;
- 乘公交车的男性人数是女性人数的将近两倍。

这些规律说明了女性较男性要更娇气一些,同时其消费能力也高于男性。

而把出行方式按“年龄”分组时,并未发现明显的统计规律。此处不再赘述。

再次,从非餐饮性消费来看,有将近一半(44%)的消费者非餐饮性消费额在200—300元之间。在0—400元组的范围内,男性受访者所占的比例随着消费额的增加而减少,女性受访者所占的比例随着消费额的增加而增加。这也进一步说明了“女性不仅比男性要更富裕一些,受访者中女性较男性有更强的购物欲望和能力”的结论¹。但在400元以上组男性与女性所占的比例基本相当。当按“年龄”这一控制变量对消费额(非餐饮)分组时,发现消费额均值较高的年龄段出现在20—50岁之间。(图略)

为了进一步验证前文所发现的规律,我们对年龄、餐饮方式、出行方式等几个变量进行了相关性分析得表1。

从表1中可以看到,“年龄”与“就餐方式”之间的相关系数大于“年龄”与“出行方式”之间的相关系数,并且二者都呈负相关关系。由于相关系数的显著性水平为0.01,就餐方式与年龄之间是显著相关的,而出行方式与年龄之间并不显著相关。

最后我们需要强调的一点是,在建模过程中我们主要利用按“出行方式”分组(表2)和“餐饮方式”分组(表略)得到的非餐饮性消费额的均值。

表中,消费额(非餐饮)仍按题目所述分为6档: 1) 0—100, 2) 100—200, 3) 200—300, 4) 300—400, 5) 400—500, 6) 500以上(元)。各餐饮方式或出行方式组中所对应的

均值 (Mean) 越高, 则该组的消费额越高。然而, 我们需要进一步指出的是, 当把按出行方式分组的均值表进一步合并, 即把“公交 (南北)”与“公交 (东西)”合并为“公交”, 把“地铁 (东)”和“地铁 (西)”合并为“地铁”后, 我们发现了观众一些特殊的偏好: “公交”组对应的非餐饮性消费额的均值 2.59 高于“私车”组的 2.53。这显然是一个不符合常理的结果, 因为一般情况下拥有较多物质财富的人其购物能力也应该较强。也就是说, 除这三次调查所选取的项目 (年龄、性别、消费方式、餐饮方式、非餐饮性消费额) 之外, 可能还有其他因素在影响观众的选择, 使他们做出了现有数据所反映出的“非理性”选择。但是, 如果我们进一步将“地铁”和“公交车”合并为“低档交通工具”, 将“出租车”和“私车”合并作为“高档交通工具”的话, 合并后的结果还是比较符合常理的 (表 3)。

表1 变量相关性分析

		年龄	就餐方式	出行方式
年龄	Pearson Correlation	1	-.173	-.009
	Sig. (2-tailed)		.000	.341
	N	10600	10600	10600
就餐方式	Pearson Correlation	-.173	1	.004
	Sig. (2-tailed)	.000	.	.700
	N	10600	10600	10600
出行	Pearson Correlation	-.006	.004	1
	Sig. (2-tailed)	.341	.700	.
	N	10600	10600	10600

表2 非餐饮消费额按出行方式分组 (未合并选项)

出行方式	Mean	N	Std. Deviation
出租	2.55	2010	1.006
地铁 (东)	2.43	2006	.946
地铁 (西)	2.43	2024	.959
公交 (东)	2.52	1828	1.029
公交 (南)	2.66	1774	1.130
私车	2.53	958	1.002
Total	2.51	10600	1.015

表3 非餐饮消费额按出行方式分组 (合并选项)

Travel	Mean	N	Std. Deviation
1	2.50	7632	1.018
2	2.54	2968	1.004
Total	2.51	10600	1.015

表中, “1”代表“低档交通工具”, “2”代表“高档交通工具”。从上表可以看出“低档交通工具”非餐饮性消费额的均值小于“高档交通工具”。因此, 如果提供给我们的调查数据已经包含了实际调查的所有项目的话, 北京市政管理委员会在以后组织类似的调查时, 应注意必要调查项目的完备, 以充分了解观众的偏好和造成观众选择差异的原因。

各商区人流量分布

根据进出体育馆目的地的不同,把人流分为不同的类,例如,把吃中餐的归为一类,乘私车的分为一类等等,我们共把观众分为九类(餐饮方式三类和出行方式六类),据此分别讨论各类观众在不同商区里的分布以及购买量。

把每个体育场馆周围的道路情况归结为“图”,图中每个节点代表一个商区,图中两个节点相联当且仅当对应的两个商区相邻。由于每个主场馆周围的商区都仅有两条人行道通向外部(一条通向大电路或成府路,另一条通向餐馆),每个观众出体育馆时都必然要经过正对人行道的那个商区,因此,所有的观众都要经过一个或多个商区才能到达目的地。

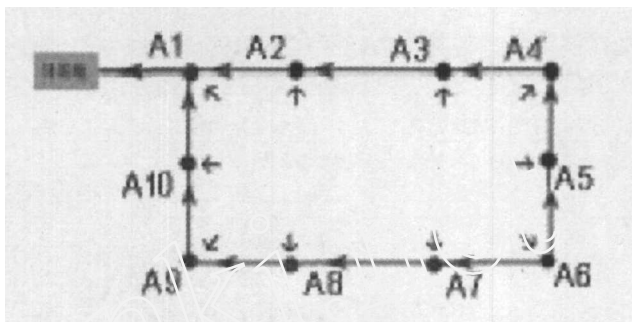


图 1: 观众流向模拟图(A1-A10表示商区)

下图所示的是一个有同样目的地(同一类)的观众流向图(图1)。

根据资料所给出的图可以看出,每个体育馆周围的商区都有两个出口,要到达目的地,根据最短路原则,顾客在体育馆内部就会沿着两条路线(向左和向上)走出体育馆,来到达所要求的9个目的地,定义出口点为A1的路线为“线路一”,出口点为A6的路线为“线路二”。

线路一: $A6 \rightarrow A7 \rightarrow A8 \rightarrow A9 \rightarrow A10 \rightarrow A1 \rightarrow$
 $A6 \rightarrow A5 \rightarrow A4 \rightarrow A3 \rightarrow A2 \rightarrow A1 \rightarrow$
 线路二: $A1 \rightarrow A2 \rightarrow A3 \rightarrow A4 \rightarrow A5 \rightarrow A6 \rightarrow$
 $A1 \rightarrow A10 \rightarrow A9 \rightarrow A8 \rightarrow A7 \rightarrow A6 \rightarrow$

下面通过归纳的方法计算每个商区的通过人数。

通过每个商区的人数可以由该商区对应的看台人数与来自前一商区的顾客人数之和表示:

$$S(i) = 1000 \times p\% + S(j) \quad (1)$$

其中, j 商区为 i 商区的上一商区, $S(i)$ 为商区 i 中以 D 为目的(某一类人)的总人流量, $p\%$ 为商区 i 所对应的看台中以 D 为目的的人数比例, $S(j)$ 为前一商区 j 以 D 为目的的总人流量。

最远离目的地 D (图中 $A6$ 点) 的商区中的人流量为 $S(0)$, 则有 $S(0) = 10000 \times p\%$ 。分析场馆路线的构成会发现该商区的人流都会分成两股(如图,通过 $A6$ 的人流分为向左和向上两个方向)向下一个商区前进。为了方便计算,我们这里把 $S(0)$ 分成两半(各占 50%), 形成两条人流干道。

综合上述,上面的思想可以推广为:

$$S_1(0) = \frac{1}{2} \times S(0) = \frac{1}{2} \times 10000 \times p\%, S_1(1) = S_1(0) + 10000 \times p\%, S_1(2) = S_1(1) + 10000 \times p\%, \dots$$

$$S_2(0) = \frac{1}{2} \times S(0) = \frac{1}{2} \times 10000 \times p\%, S_2(1) = S_2(0) + 10000 \times p\%, S_2(2) = S_2(1) + 10000 \times p\%, \dots$$

由于每个观众在经过几个等质的商区(至少题目中并没有反映出不同商区间的差异)时都有购买或不购买的选择,同时观众数量庞大,根据大数定律,观众在各商区购买或不购买行为

间的偶然误差会相互抵消,我们可以认为每个观众在某商区购物的概率是相同的。同时,为了简化计算我们假设每个观众在一个商区购买完所有的非餐饮性商品。

有了每个人到达目的地所需要通过的商区数目(也可以认为是所剩的网点数),我们可以得出在某网点购买东西的人数与其通过的未购买的人数成正比,与剩下的商区数目成反比,即:

$$P(i) = \frac{k \times (S(i) - W(j))}{n} \quad (2)$$

其中, $P(i)$ 为将要在网点 i 购买商品的人数, $W(j)$ 表示人流中已发生购买行为的人数, k 为比例系数, 其中 $W(j) = \sum_{j=0}^{i-1} P(j)$ 。

观众在经过线路上多个网点时, 假设选择进入路线上任意一个网点的概率都相等的, 则我们不妨令 $k = 1$ 。

根据计算人流量分流的方法, 可以归纳得出购买人数:

$$P_1(0) = \frac{S_1(0)}{n}, \quad P_1(1) = \frac{S_1(2) - P_1(0)}{n-1}, \quad P_1(2) = \frac{S_1(2) - (P_1(1) + P_1(2))}{n-2}, \quad \dots$$

其中, $P_1(i)$ 表示线路1上在第 i 个商区的购买人数。

$$P_2(0) = \frac{S_2(0)}{n}, \quad P_2(1) = \frac{S_2(2) - P_2(0)}{n-1}, \quad P_2(2) = \frac{S_2(2) - (P_2(1) + P_2(2))}{n-2}, \quad \dots$$

其中 $P_2(i)$ 表示线路2上在第 i 个商区的购买人数。

下面根据以上方法给出源地为国家体育馆(鸟巢), 目的地为“中餐”的人流量统计。

首先, 由于中餐馆位于国家体育馆的北面, 则从最短路径来说, 应该选择A1点为出口点, 同时可以确定人流量流向的路线图为线路一(见图1)。

其次, 由题目可知, 国家体育场(鸟巢)的容量为10000人, 周围商区为10个, 两个人行道的出口分别对应于商区A1和A6, 看台共10个, 每个看台有10000人。根据对顾客偏好的原始调查数据, 出行乘坐公共汽车(南北)的观众比例为16.70%, 公共汽车(东西)为17.30%, 出租车为19.00%, 私车为9.00%, 地铁(东)为19.00%, 地铁(西)为19.00%; 顾客用餐时, 去中餐馆, 西餐馆和商场的百分比分别为22.5%、52.5%、25%。

根据以上的方法和数据我们可以得到以中餐馆为目的、以A1为出口点的人流量和各个商区的购买人数的统计表(见附录(略))。

同理我们可以给出到公交(南北)、公交(东西)、地铁(东)、地铁(西)、出租车、私家车、西餐和商场的人流量以及各个商区购买人数的统计表, 详细数据结果见附录(略)。

根据题目, 奥运会期间(指某一天)每位观众平均出行两次, 一次为进出场馆, 一次为餐饮, 并且出行均采取最短路径。因此, 从整体来看, 鸟巢的总人流量可以通过计算一天之内经过所有商区的人流量得出, 我们假设观众两次进出采取“家—场馆—餐厅—场馆—家”的路线, 换句话说, 到达交通目的点人流量与到达餐馆目的点的人流量应分别乘2才能达到来回的效果。根据附录中表19(略)的数据分别求出A1到A10的通过人数累加和为140万人次。累加同一商区不同目的地观众的人流量并乘以2以实现来回的效果, 可以分别求出不同商区内来回通过人流的总人次(表4)。

由表4可知A6和A1一天内经过的人次最多, 这与它们在人行道出口的地理位置有关。

通过附录表中的数据我们可以归纳出每个商区内到不同目的地购买商品人数, 如表5。

同理我们可以按同一种方法可求得其他两个场馆的人流分布。(略)

MS网点最优赢利模型

由于体育馆A、B、C之间商业网点运营模式是互相独立的, 故下面仅对体育馆A建立“MS网点最优赢利模型”, 而体育馆B和C的模型可同理得出, 这里略去。

以商业上的赢利为目标,满足顾客购物要求和MS点分布均衡为约束条件,我们对奥运主场馆A的各商区建立了下面的“MS网点最优赢利模型”。

首先,我们以顾客的非餐饮消费额为指标,来区分体育馆A的顾客的消费水平。由于各商区顾客的消费水平不同,使得各个商区的顾客总的购买能力 p_j 大小不一,故最优赢利MS网点的分布,应使各体育馆A的总商业潜在利益都达到最大,模型的目标如下:

$$\max \sum_{j=1}^m (p_j - C \times N_j - c \times n_j) \quad (3)$$

表4 国家体育场人流量统计表 (单位:万人次)

商区	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
人流量	16.10	10.03	11.34	12.66	13.97	27.90	13.97	12.66	11.34	10.03

表5 国家体育场(鸟巢)各个商区购买人数统计表

购物人数	中餐馆	西餐馆	商场	公车南北	公车东西	地铁东	地铁西	私车	出租	总计
A1	4200	438	208	3118	144	158	158	1680	3547	13650
A2	1538	744	354	1141	245	269	269	615	1299	6473
A3	975	1400	667	724	462	507	507	390	824	6453
A4	600	2275	1084	446	750	824	824	240	507	7547
A5	319	3588	1709	237	1182	1299	1299	128	269	10027
A6	188	9800	4667	139	3230	3547	3547	75	158	25349
A7	319	3588	1709	237	1182	1299	1299	128	269	10027
A8	600	2275	1084	446	750	824	824	240	507	7547
A9	975	1400	667	724	462	507	507	390	824	6453
A10	1538	744	354	1141	245	269	269	615	1299	6473
总计	11251	26251	12500	8350	8650	9500	9500	4500	9500	

这里, N_j 表示体育馆A的大型MS网点数量, n_j 表示体育馆A的小型MS网点数量, p_j 表示体育馆A各商区的顾客购买能力。 C 表示每个大型MS网点的运营成本, c 表示每个小型MS网点的运营成本。 $(p_j - C \times N_j - c \times n_j)$ 则表示了各商区的潜在商业赢利额, m 表示体育馆A的站点数。

考虑到“MS站点分布均衡”的要求,我们认为“均衡”意味着每个MS点的“商圈”影响范围均匀。避免出现某些商业区MS站点过于密集,商圈高度重叠而导致竞争激烈;某些MS站点分布过于稀疏,未充分挖掘市场资源。所以,我们以商区内MS点的货物供应总量与顾客需求之差的绝对值作为是否均衡的评价指标,其值越小则该商区MS站点分布越均衡。即:

$$|p_j - Q \times N_j - q \times n_j| \leq M \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

其中的 M 是“站点分布均衡指标”的上限。当分布均衡指标小于 M ,认为这个商区站点分布基本均衡。

同时,为了满足顾客购物需求,还要保证体育场的货物供应总量不小于顾客总需求,即:

$$\sum_{j=1}^m (N_j \times Q + n_j \times q) \geq \sum_{j=1}^m p_j \quad (5)$$

其中的 Q 表示每个大型MS点提的货物供应量, q 表示每个小型MS点的货物供应量。我们用顾客购买能力 p_j 来近似描述顾客的需求,对体育馆A的商区建立如下“网点最优赢利模型”:

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_{j=1}^m (p_j - C \times N_j - c \times n_j) \\
 & \text{s. t. } \sum_{j=1}^m (N_j \times Q + n_j \times q) \geq \sum_{j=1}^m p_j \\
 & |p_j - Q \times N_j - q \times n_j| \leq M \\
 & N_j \in Z, n_j \in Z \quad (j = 1, 2, \dots, m) \\
 & N_j \geq 0, n_j \geq 0
 \end{aligned}$$

6 模型求解

对于“MS网点最优赢利模型”,我们合理假设每个大型MS站点的单位成本 C 为10万元,货物供应量 Q 为120万元,每个小型MS站点的单位成本 c 为5万元,货物供应量 q 为50万元,“分布均衡化上限”指标 M 定为1000元。通过Lingo的计算,得到相应各网点MS个数如表6。

表6 体育馆A、B、C的MS站点分布

体育馆A	站点		A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
	MS站点个数	大型	3	1	1	2	1	5	2	2	1	1
		小型	0	1	1	0	5	1	1	0	1	1
体育馆B	站点		B1	B2	B3	B4	B5	B6				
	MS站点个数	大型	1	1	2	1	1	5				
		小型	2	1	1	1	2	1				
体育馆C	站点		C1	C2	C3	C4						
	MS站点个数	大型	1	2	1	4						
		小型	2	0	2	0						

7 模型评价

本模型的结果与经济学中的有关理论相一致。有关经济学理论认为,在短期内,供货量的大小可由政府宏观调控或商家间达成的契约达到优化配置,但消费者购买力的变化并不会太大。而通过灵敏度分析发现,本模型的结果对于供货量的依赖程度高,而对于顾客实际购买力的依赖程度则低。即,模型虽然对于某些变量的依赖程度较大,但仍能够适应现实生活中市场供求关系的变化。另一方面,模型对于商业区的运营成本未作进一步细分,可以把运营成本分为不变成本和可变成本,对模型做更深入的讨论。

同时,注意到原题中所附的调查数据只有33%的回收率,包含的有效信息量比较低。所以如何提高模型的稳定性,对不同偏好的顾客都适用,是模型需要进一步讨论的问题。

参考文献:

- [1] 卢纹岱. SPSS for Windows 统计分析(第二版)[M]. 北京:电子工业出版社,2002
- [2] 王海忠. 商圈研究的理论模型[J]. 市场与人口分析,1999;5(3):23-25
- [3] 云舟工作室. 数学建模基础教程[M]. 北京:人民邮电出版社,2001

(下转108页)

Optimizing Management of Transmitting-Electricity's Jam-up in Electricity Market

FAN Zhi-qiang, PAN Zi-jun, DAI Yu-chao

Advisor: XIAO Hua-yong

(Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

Abstract: We present the calculating method of jam-up fee, the algorithm of generating sets' pre-distributing contribution scheme and the model of readjusting the pre-distributing scheme in this paper: Problem 1: According to the 32 groups of experimental data, we use multiple linear regression to found the linear representations, which are the 6 main lines' tidal current values with regard to 8 generating sets' contribution and all the representations pass significance test by using SAS8 software. Problem 2: Both out-order capacity and in-order capacity are calculated according to the difference between liquidation price of pre-distributing scheme and quoted price corresponding to the contribution of re-adjusted scheme. It is proved that jam-up fee equals to the charge's difference between pre-distributing scheme and re-adjusted scheme. Problem 3: There are two methods can be used to obtain the pre-distributing contribution scheme of each generating set. One method gives the algorithm of maximum load each generating set can finish under every interval price. This method has universality and small calculating quantity. Another method is to found nonlinear 0-1 programming model by using goal programming. Problem 4: After testing the pre-distributing scheme in problem 3, we know the pre-distributing scheme will cause jam-up. Considering that the lines' tidal current should not exceed restricted value, we found single goal programming model with the target, minimizing jam-up fee. Problem 5: For the load demand 1052.8MW, we obtain the pre-distributing scheme by using the same method in problem 3. Because this scheme will cause jam-up, we found double objectives programming with one target, minimizing jam-up fee and the other target, minimizing α which is the percentage of excessive part, tidal current absolute value exceeding restricted value, to the given restricted value. In order to reduce potential safety hazard, we choose the minimum $\alpha=5.16\%$ to get our solution.

Keywords: liquidation price; out-order capacity; in-order capacity; jam-up fee; multiple linear regression; goal programming

(上接63页)

A Profit-Oriented Microeconomic Integer Programming Model for Olympics' Mini Supermarket Allocation

XUE Fei, FU Qiang, XIE Jian

Advisor: HU Dai-qiang

(Jinan University, Guangzhou 510632)

Abstract: In this paper, the specific and somewhat specious or paradoxical feature of the data provided is first prudently examined and discriminated by multivariate statistical analysis and common sense. After identified the spectators' in-and-out pattern in graph theory, a simple, straightforward and practical integer programming model, rather than a complicated, theoretical and lofty one, is established to deal with this problem in a profit-versus-cost perspective. As proved again and again by simulation of Lingo and Matlab, the result conforms to reality and relevant economic theory, which could be reasonably serve as one of the realistic plans for the allocation of Mini Supermarket for Olympics 2008 in Peking.

Keywords: multivariate statistical analysis; volume of flow of people; integer programming