第 20 卷　第 7 期
2003 年 12 月

工　程　数　学　学　报
JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS

Vol.20 No.7
Dec. 2003

文章编号:1005-3085(2003)07-0083-07

露天矿生产车辆安排计划优化设计

龙建成，　许　鹏，　袁月明
指导教师：　王兵团
(北京交通大学,北京 100044)

编者按:本文获得的是全国二等奖,在此摘要发表是由于它的如下特点:设置了电铲的最大、最小利用率,并给予适当的变化范围,这对实际操作是有益的。

摘　要:本文结合露天矿车辆生产安排计划的特点,全面分析了车辆安排问题约束条件,构建了基于整数规划的线路车次安排数学模型。利用线性规划对电铲进行初始布点,实现对模型的合理简化,加速模型的求解。考虑到电铲利用率很难达到 1,为提高模型最优解的实际应用的可行性,增加了车辆调度的弹性,设置了电铲的最大利用率。为保证电铲有一定的利用率,设置了电铲最小利用率。计算表明本模型具有较好的实用性和通用性。

关键词:车辆安排;露天矿;整数规划;优化设计

分类号: *AMS*(2000) 90C05　　中图分类号: *O*221;*P*57;*P*58　　文献标识码: *A*

1　问题提出(略)

2　基本假设

1)卸点与卸点间没有通路,或路径很长,卡车不允许从一卸点直接到另一卸点;

2)车载重、平均运行速度已知,卡车耗油量与时间成正比;

3)总体上看,卡车空车走行时间与重车走行时间相同;

4)一卡车在一个班次内可以装矿石,也可以装岩石,但同一车次矿石与岩石不可以混装;

5)一个班次内卸点位置不变;

6)卡车运输可以转换线路;

3　问题分析

3.1 通过对题 *B* 的仔细分析我们得出以下几点重要信息

① 每个铲位(装车点)最多只能安排一台电铲并只能为一辆卡车服务;每个卸点也只能同时服务一辆卡车,它分为矿石卸点(只能卸矿石)和岩石卸点(只能卸岩石);

② 对于矿石卸点,矿石铁含量要满足品位(已知)要求;

③ 在一个计划内卡车原则上不允许等待,也就是说卡车可以充分有效利用 480 分钟完成装车 -> 运行 -> 卸车 -> 运行的循环过程;

④ 装车点(卸点)一般不能 480 分钟都装车(卸车),它要受到卡车接续的影响。

3.2 约束分析

分析原则 1 和原则 2,它们都是以一定的优化准则来编制计划,优化过程都要受到一定的条件约束,分析归纳发现约束主要分为以下几类:

① 能力要求:包括装车点(铲位)对矿石和岩石的供应能力,装车能力;卸点的卸车能力;卡车的运输能力。

② 品位要求:一个计划内同一卸点铁矿石的平均铁含量在 0.285 ~ 0.305 之间,电铲的利用率不能太低,要大于其最低利用率。

③ 设备数量要求:电铲数量和卡车数量不能超过现有设备数量。

3.3 模型建立基本思路

对于优化模型一般过程是:确定求解变量、确定目标函数、确定解的可行域(约束条件)。依据要求我们需要求解的变量有从铲位 j 到卸点 i 线路上的运输次数 x_{ij},一个班次的生产计划出动的电铲台数 ns(台)和卡车辆数 nc(辆)。如果可以求出 x_{ij} 的话,ns 也就确定了,因为 $x_{ij} \neq 0$ 时,铲位 j 分配了电铲;同时 nc 也可以确定,依据是利用 x_{ij} 可以计算总的运送车次、卡车累计运行时间、卡车累计装卸时间,注意到卡车可以充分有效地利用一个班次 480 分钟,利用车辆安排优化模型就可以确定车辆的安排。综上分析,问题的核心是对 x_{ij} 的求解。x_{ij} 表示的是车次所以 x_{ij} 应该取整,因此问题成了整数规划问题。对原则 1 要实现总运量最小和出动最少的卡车,同时实现这两个目标是很困难的,但是我们可通过求解满足运量最小目标后,对求得的解进行优化分析得到最少卡车数。模型可行域主要由前述三类约束确定。对于原则 2,要实现产量最大在此基础上使得岩石产量最大化,最后进一步优化使得总运量最小。可见该原则得到的模型应该是一个具有优先级顺序的多目标规划问题。第一级目标函数(主目标函数)的可行域与原则 1 模型的可行域相同,第二级目标函数(从目标函数)的可行域是主目标函数最优的所有解的集合,第三级目标函数(次从目标函数)的可行域是从目标函数最优的解所有解的集合。

$ns \leqslant Ns$ 的约束不是很好用线性表达式描述,要满足该约束,可以对铲车进行初始布点,即初始设置 $ns = Ns$,这样就有一部分铲位没有铲车。铲车的设置可以用线性规划取得与整数规划相近的解,我们认为铲车利用率低的铲位应该优先考虑不设产车。

3.4 部分参数选取

前面分析可知铲车最大利用率 $\lambda < 1$,对 λ 参数的选取对最终解的可行性或解的弹性有直接影响。λ 选小了解偏离最优解较大,而 λ 选大了很难保证解的可行性。λ 的选取可以根据实际需要选取。$R = 480\lambda / tu$ 一般取[0.75,0.95](参考)比较合适。铲车设备昂贵,运行费用较高,因此铲车的利用率要达到阀值 μ 后使用才有利,一般 μ 取[0.35,0.55](参考)比较合适。铲车最大利用率依据服务的卡车数量不同而有差异,一般服务的卡车数越多,其最大可利用率越大。各卸点的最大能力 S 可以采用铲车的标准取 $S = 480\lambda / td$。

4 基本符号说明

i:表示各卸点编号,编号按照先矿石卸点后岩石卸点;

j:表示各铲位对应的铲位号;

U、V、T、D:分别表示矿石卸点集合、岩石卸点集合、铲位集合、铲车布点集合;

x_{ij}:表示从铲位 j 到卸点 i 线路上的运输次数(次);

t_{ij}:表示卡车从铲位 j 到卸点 i 的平均运行时间(min);

c_{ij}:表示卡车从铲位 j 到卸点 i 在一个计划内的最大运量,也就是一辆卡车在一个计划内只进行铲位 j 到卸点 i 的运输时能够完成的最大运量(车次);

n_{ij}:表示从铲位 j 到卸点 i 需要的最少卡车数(辆);

m_j、r_j、η_j:分别表示铲位 j 矿石量(车次)、岩石量(车次)和铁含量;

q_i:表示卸点 i 的最低产量(车次)要求;

θ_i^-、θ_i^+:分别表示卸点 i 的最低和最高品位限制,其中 $i \in U$;

tu、td:分别表示平均装车时间和平均卸车时间;

Ns、Nc:分别表示电铲总台数和卡车总辆数(辆);

ns、nc:分别表示一个班次的生产计划出动的电铲台数(台)和卡车辆数(辆);

P、v:分别表示卡车载重和平均速度;

R、S:分别表示铲位最大装车能力(车/班次)和卸点的最大卸车能力(车/班次);

λ、μ:分别表示铲车的最大利用率和最低利用率;

tt:表示卡车平均装车、电铲卸车时间之和(min);

5　模型建立及模型优化算法

无论是采用原则 1 还是原则 2 都需要确定卡车的数量及运用,都可以根据运量合理安排卡车;因此,卡车的数量及具体运用在求得各线路上各运输次数前不用考虑,通过求解得到总运量以及各线路的运输量,然后用优化模型得到卡车数量以及运用方案。

5.1 建立车辆安排模型

① 原则 1,即总运量最小,同时出动最少的卡车

因为卡车不等待,所以卡车数由总运量确定。确定了最小运量模型也就解决了卡车数的派用。由前面分析可知,车辆安排是一整数规划问题。得到总运量最小的车辆生产计划安排模型Ⅰ如下:

$$min\ z = \sum_{i\in U\cup V}\sum_{j\in T} Pvx_{ij}t_{ij} \tag{0}$$

$$st.\quad \sum_{i\in U} x_{ij} \leqslant m_j \qquad \forall j \in T \tag{1}$$

$$\sum_{i\in V} x_{ij} \leqslant r_j \qquad \forall j \in T \tag{2}$$

$$\sum_{j\in T} x_{ij} \geqslant q_i \qquad \forall i \in U \cup V \tag{3}$$

$$\sum_{i\in U\cup V} x_{ij} \leqslant R \qquad \forall j \in T \tag{4}$$

$$\sum_{i\in U\cup V} x_{ij} \geqslant 480\mu \qquad \forall j \in T \tag{5}$$

$$\sum_{j\in T} x_{ij} \leqslant S \qquad \forall i \in U \cup V \tag{6}$$

$$\sum_{j\in T} \eta_j x_{ij} - \theta_i^- \sum_{j\in T} x_{ij} \geqslant 0 \qquad \forall i \in U \tag{7}$$

$$\sum_{j\in T} \eta_j x_{ij} - \theta_i^+ \sum_{j\in T} x_{ij} \leqslant 0 \qquad \forall i \in U \tag{8}$$

$$ns \leqslant Ns \tag{9}$$

$$\sum_{i\in U\cup V}\sum_{j\in T} (tt + 2t_{ij})x_{ij} \leqslant 480Nc \tag{10}$$

$x_{ij} \geqslant 0$,且为整数 $\quad \forall\, i \in U \cup V, j \in T$

(1)、(2) 分别表示各铲位对岩石和矿石的供应能力约束,(3) 描述了各卸点满足最低产量的约束,(4)、(5)、(6) 分别表示了铲点和卸点装卸能力的约束,(7)、(8) 表示各矿石卸点对品位的约束,(9)、(10) 分别表示铲车、卡车使用数量的约束。

② 原则 2,充分利用设备获得最大产量,岩石产量优先;在产量相同的情况下,取总运量最小;由前面分析可知要解决的问题为一带优先级的多目标规划问题,建立模型 Ⅱ 如下:

产量最大得到主目标函数:

$$\max\ z_1 = \sum_{i \in U \cup V} \sum_{j \in T} x_{ij} \tag{11}$$

岩石产量尽可能大得到从目标函数:

$$\max\ z_2 = \sum_{i \in V} \sum_{j \in T} x_{ij} \tag{12}$$

运量最小得到次从目标函数:

$$\min\ z_3 = \sum_{i \in U \cup V} \sum_{j \in T} Pvt_{ij} x_{ij} \tag{13}$$

该模型的约束条件与模型 Ⅰ 一致,这里不再描述,对于满足约束而又同时达到以上三个目标的解就是最优解。

③ 卡车数的确定

卡车数的确定依据卡车总的工作时间,卡车不等待,所以卡车尽量用足 $8 \times 60 = 480(\mathrm{min})$,卡车数确定如下:

$$nc = \Big[\sum_{i \in U \cup V} \sum_{j \in T} (tt + 2t_{ij}) x_{ij} / 480\Big] + 1 \tag{14}$$

各条线路上卡车数 n_{ij} 的确定主要依据 x_{ij} 和 c_{ij},有

$$n_{ij} \in [\, x_{ij}/c_{ij}, \quad x_{ij}/c_{ij} + 1\,] \tag{15}$$

5.2 车辆安排模型算法

模型Ⅰ不考虑约束条件(9)就是一个整数规划问题,采用 LINDO 软件可以求得改变约束条件后得到的的线性整数规划模型。为了使得模型的解满足约束条件(9),可以先进行铲位的初始布点,即按照一定的原则选定 Ns 个铲位作为铲车的安置点,此时有 $ns = Ns$,然后对模型Ⅰ进行简化,去掉不必要的约束条件和变量,再用 LINDO 软件对简化后的模型求解。

① 模型 Ⅰ 的优化算法

第 1 步:为铲车初始布点,布点方法是对模型(10) 去除约束条件(5)、(8) 和去掉变量整数约束,求线性规划的解 x,计算各铲位的能力利用率,按照利用率从高到低取 Ns 个铲位作为初始点。

第 2 步:依据初始布点对模型进行简化,去掉没用的变量和精简约束条件。

第 3 步:对精简后的模型不含约束条件(8),含有约束条件(5);采用 *LINDO* 软件求整数规划解。

第 4 步:利用得到的最优解求其它值。

② 模型 Ⅱ 的求解算法

第 1 步:采用模型 Ⅰ 的算法获得铲车布点并精简模型,得到模型的最优解 x_1^* 和目标函数值 z_1^*。

第 2 步:对上一步的精简后的模型的约束条件添加约束 $\sum_{i \in U \cup V} \sum_{j \in T} x_{ij} = z_1^*$ 作为从目标函

数的约束条件,并求解得到模型的最优解 x_2^* 和目标函数值 z_2^*。

第 3 步:对上一步模型的约束条件加入约束 $\sum_{i\in V}\sum_{j\in T}x_{ij} = z_2^*$ 作为从目标函数的约束条件,并求解得到模型的最优解 x_3^* 和目标函数值 z_3^*。

6　模型求解

6.1 模型参数的确定

卸点编号为:1 矿石漏,2 倒装Ⅰ,3 倒装Ⅱ,4 岩场,5 岩石漏;矿石卸点集合 $U = \{1,2,3\}$,岩石卸点集合 $V = \{4,5\}$,铲位集合 $T = \{1,2,\cdots,10\}$。依据铲位和各卸点之间的平均走行时间 t_{ij} 得到卡车在一个计划内的平均最大运量 c_{ij} 如表 1:

表 1　铲卸点最大运量一览表

	铲位 1	铲位 2	铲位 3	铲位 4	铲位 5	铲位 6	铲位 7	铲位 8	铲位 9	铲位 10
矿石漏	15	15	18	19	23	24	25	29	44	35
倒装场 Ⅰ	29	39	29	37	35	27	33	28	22	20
倒装场 Ⅱ	17	19	20	22	27	23	42	32	35	47
岩场	14	14	14	17	20	20	25	23	38	45
岩石漏	44	30	35	30	24	25	18	20	16	14

将上表铲位矿石、岩石数量转化成可运车数 m_j(车次)、r_j(车次) 如下表 2:

表 2　铲位最大供应能力表

	铲位 1	铲位 2	铲位 3	铲位 4	铲位 5	铲位 6	铲位 7	铲位 8	铲位 9	铲位 10
m_j	61	68	64	68	71	81	68	84	87	81
r_j	81	71	87	68	74	87	1.05	74	87	81
η_j	0.30	0.28	0.29	0.32	0.31	0.33	0.32	0.31	0.33	0.31

产量要求:矿石漏 1.2 万吨、倒装场 Ⅰ 1.3 万吨、倒装场 Ⅱ 1.3 万吨、岩石漏 1.9 万吨、岩场 1.3 万吨。其它参数:$tu = 5(\mathrm{min})$、$td = 3(\mathrm{min})$、$Ns = 7$、$Nc = 20$、$P = 154$(吨/车)、$v = 28(km/h)$、$tt = 3 + 5 = 8(\mathrm{min})$;

6.2 求解模型 Ⅰ

① 采用线性规划获得铲位初始布点

考虑到求解模型 Ⅰ 所派用的卡车较少,铲位的最大利用率相对较低,所以选取 $\lambda = 0.85$,对最低利用率阀值控制为 $\mu = 0.50$。把模型参数代入模型 Ⅰ,按照算法得到线性规划的解见表 3 为(以下表中利用率都是指铲车的利用率):

表 3　模型 Ⅰ 线性规划初始解

	铲位 1	铲位 2	铲位 3	铲位 4	铲位 5	铲位 6	铲位 7	铲位 8	铲位 9	铲位 10	合计
矿石漏		7						64.83		6.17	78
倒装场 Ⅰ		46.83		38.17							85
倒装场 Ⅱ		14.17								70.83	85
岩场									81	4	85
岩石漏	81		43								124
合计	81	68	43	38.17				64.83	81	81	457
利用率	0.84	0.71	0.45	0.40				0.68	0.84	0.84	0.68

根据能力利用率得到初始布点:$D = \{1,2,3,4,8,9,10\}$;用 *LINDO* 求解简化模型得到解见表 4(各线路上的运输次数 x_{ij}) 为:

此时,$D = \{1,2,3,4,8,9,10\}$,$z^* = 83975.5$(吨·公里),电铲台次 $ns = 7$(台),由公式(13) 计算得到卡车的使用数量:$ns = [12.46] + 1 = 13$(辆)。

② 铲车最大利用率为 1

此时 $\lambda = 1.00$,对最低利用率阀值控制为 $\mu = 0.50$;按照前面的算法计算得到铲车初

始布点结果：$D = \{1,2,3,4,8,9,10\}$，$z^* = 82757.4$（吨·公里），电铲台次 $ns = 7$（台），由公式(13)计算得到卡车的使用数量：$nc = [12.39] + 1 = 13$（辆）。

表4 模型 Ⅰ 各线路运输次数一览表

	铲位1	铲位2	铲位3	铲位4	铲位5	铲位6	铲位7	铲位8	铲位9	铲位10	合计
矿石漏		3	6					62		7	78
倒装场 Ⅰ		37		48							85
倒装场 Ⅱ		13	2							70	85
岩场									81	4	85
岩石漏	81		43								124
合计	81	53	51	48				62	81	81	457
利用率	0.84	0.55	0.53	0.50				0.66	0.84	0.84	0.68

③ 铲车最大利用率为1，最低利用率为0

即 $\lambda = 1.00$，对最低利用率阀值控制为 $\mu = 0.00$；按照前面的算法计算得到铲车初始布点结果：$D = \{1,2,3,4,8,9,10\}$，$z^* = 82412.4$（吨·公里），电铲台次 $ns = 7$（台），由公式(13)计算得到卡车的使用数量：$nc = [12.35] + 1 = 13$（辆）。

比较四种解法会发现解③的目标值最小，目标的优化程度最高，但是其部分铲车利用率高如铲位10利用率达到1了，这种解一般是不可行的，此外铲车利用很不均衡，造成解的弹性小。解②铲车利用率相对更均衡但是同样存在解的弹性小、可行性差。解①铲车利用率相对比较均衡，可行性良好、弹性大且目标函数值与解③相差不是特别大。综合比较可以选取①作为最优解。对结果的解释是：要用一定的函数目标值的增大来换取解的弹性和铲车利用的均衡性。

3次计算得到产量相同：矿石漏1.2012万吨、倒装场 Ⅰ 1.309万吨、倒装场 Ⅱ 1.309万吨、岩石漏1.9096万吨、岩场1.309万吨。确定各条线路上的卡车数由(14)式计算得：

表5 模型 Ⅰ 各线路卡车数一览表

	铲位1	铲位2	铲位3	铲位4	铲位5	铲位6	铲位7	铲位8	铲位9	铲位10
矿石漏		1	1					3		1
倒装场 Ⅰ		1		2						
倒装场 Ⅱ		1	1							2
岩场									3	1
岩石漏	2		2							

6.3 求解模型 Ⅱ

① 把数据参数代入模型 Ⅱ 并去掉约束(5)、(9)采用线性规划方法进行初始布点得到：$D = \{1,2,3,5,8,9,10\}$；用LINDO求解简化模型，设置 $\lambda = 0.90$，$\mu = 0.50$，得到最优解目标值：$z_1^* = 602$（车次），更改目标函数为(12)加入约束 $\sum_{i \in U \cup V}\sum_{j \in D} x_{ij} = 602$ 用LINDO解得最优解目标值：$z_2^* = 288$（车次），更改目标函数为(12)加入约束 $\sum_{i \in V}\sum_{j \in D} x_{ij} = 288$ 用LINDO解得最优解：

此时，$D = \{1,2,3,4,8,9,10\}$，$z_3^* = 126258$（吨/公里），电铲台次 $ns = 7$（台），由公式(13)计算得到卡车的使用数量：$nc = [14.92] + 1 = 15$（辆）。考虑到电铲和卡车利用率都很高，为了提高解的可行性和弹性建议卡车数量增加一辆取16辆。计算得到产量相同：矿石漏1.232万吨、倒装场 Ⅰ 2.2176万吨、倒装场 Ⅱ 1.386万吨、岩石漏2.2176万吨、岩场2.2176万吨。

表 6 模型Ⅰ各线路运输次数一览表

	铲位 1	铲位 2	铲位 3	铲位 4	铲位 5	铲位 6	铲位 7	铲位 8	铲位 9	铲位 10	合计
矿石漏			20					60			80
倒装场Ⅰ	5	67	1		71						144
倒装场Ⅱ		1	21					24		44	90
岩场					14			2	86	42	144
岩石漏	81	18	44		1						144
合计	86	86	86		86			86	86	86	602
利用率	0.90	0.90	0.90		0.90			0.90	0.90	0.90	0.90

③确定各条线路上的卡车数由(14)式计算得：

表 7 模型Ⅱ各线路卡车数一览表

	铲位 1	铲位 2	铲位 3	铲位 4	铲位 5	铲位 6	铲位 7	铲位 8	铲位 9	铲位 10
矿石漏			1					3		
倒装场Ⅰ	1	2	1		3					
倒装场Ⅱ		1	2					1		1
岩场					1			1	3	1
岩石漏	2	3	2		1					

7 模型优缺点及改进

7.1 模型的优点

①综合利用了 Mathematica 和 LINDO 两个软件，分别从线性规划和整数规划的角度对模型进行综合求解，简化模型；

②充分利用模型目标函数、约束条件的线形关系，采用两种方法分别对模型简化，增加了求解的对比度；

③模型具有较好的通用性，能够适应同类问题的各种变化。

7.2 模型的缺点

①本模型对铲车利用率的合理范围缺乏描述，造成解出现一定误差；

②模型尽管提供了多方案比选，但各方案独立，同一方法不能得出多重最优解；

③模型约束条件多，人工计算困难。

7.3 模型的改进

①对模型约束条件的描述，以线性关系式描述铲车不超过总铲车数的要求；

②对模型的算法改进，选择更优秀的软件，尽量实现多重最优解的获取以对多方案对比选择；

③进一步简化模型，减小模型的求解规模。

参考文献：

[1] 运筹学教材编写组．运筹学[M]．北京：清华大学出版社，1990

[2] 荀飞．Mathematica4 实例教程[M]．北京：中国电力出版社，2000

[3] 姜启源．数学模型[M]．北京：高等教育出版社，1993

[4] 叶其孝．数学建模教育与国际数学建模竞赛．中国工业与应用数学学会《工科数学》杂志社，1994

[5] sky．走进 LINDO 世界．http://hanqing.yesky.com/20030116/1648793.shtml，2003

（下转 142 页）

生数学建模竞赛的题型和方法，在我院举办了预赛，参赛队达到了 38 个，收到了预期的效果，达到了提前练兵的目的。

4)加强学术交流，举办全国盛会。为了加强我院的数学建模教学工作，吸收全国兄弟院校的教学经验，加强学术交流。今年 8 月，由我院和大连理工大学承办了中国工业与应用数学学会数学模型专业委员会和全国大学生数学建模竞赛组委会的“第八届全国数学建模教学与应用会议”，全国的 400 多名代表欢聚一堂，开展了广泛的学术交流，我们从中获益非浅。

5 结论

全国大学生数学建模竞赛活动已成为全国高等学校中规模最大的课外科技活动，直接影响和推动着全国高等教育、特别是数学科学与素质教育的发展。我院学员通过参加这项竞赛活动，能够提高他们的综合素质，将对我院创办综合性院校、培养高素质军政人才产生积极、深远的影响。

Enhance Student's Synthesized Quality by Participating the Mathematical Contest in Modeling

FENG Jie, HU Guang-xu, HUANG Li-wei
(Dalian Naval Academy, Dalian 116018)

Abstract: The good prizes are awarded although first participating the Mathematical Contest in Modeling. Some experiences and measures are summed in this paper. The student's Synthesized Quality in five ways is enhanced by participating the contest. Some experiences and measures are described for improving this year's scores.

Keywords: mathematical modeling; synthesized quality; creative thought; computer applications

(上接 89 页)

Optimization Design for Vehicle Arrangement Plan of Strip Mine

LONG Jian-cheng, XU Peng, YUAN Yue-ming
Advisor: Wang Bing-tuan
(Beijing JiaoTong University, Beijing 100044)

Abstract: In this paper, the thinking to solve the problem of optimal design is discussed by summing up the factors of vehicle arrangement plan of strip mine, analyzing the restriction conditions of the vehicle arrangement problem comprehensively, setting up the mathematical model base on integral programming, arranging the beginning setting of the excavator by using linear programming which simplifies the model reasonably and accelerating the solution of the model. In consideration of the utilization rate which can hardly near to 1, for the sake of promoting the practically applied possibility of the model's optimized solution and increasing the flexibility of vehicle arrangement, the maximum rate of utilization is established; While the minimum rate of utilization is set up given that the excavator must be guaranteed to have certain utilization due to the high expenses of the equipments. This model is of high quality of practicability and generalizing from the result of calculating.

Keywords: vehicle arrangement; strip mine; integral programming; optimization design