

文章编号: 1005-3085 (2002) 05-0035-06

血管的三维重建

徐 晋(电子工程与信息科学系), 刘雪峰(数学系), 柏容刚(电子工程与信息科学系)

指导老师: 窦 斗(数学系)

(中国科学技术大学, 合肥 230026)

编者按: 本文分析了每张切片与管道曲面的交线是一族圆的包络线, 且这族圆中半径最大者即为最大内切圆这一几何特性, 建立了相应的算法, 将中轴线拟合成 Bézier 曲线, 并用两种算法对模型进行了检验, 方法有一定特色。

摘 要: 对血管的三维重建问题, 我们假定血管为等径管道, 通过分析其几何特性, 给出了确定其管道中轴线和半径的数学模型——搜索每个切片截面, 求最大内切圆, 该内切圆圆心即为切片截面与管道中轴线的交点, 该内切圆半径即为管道半径, 再通过拟合各个交点求出轴心线。

本模型中, 我们确立了两种有效的误差分析方法; 并由此发现由于中轴线与切片交角过小会使结果产生较大偏差。为解决此问题, 我们从其它方向重新对血管进行切割, 再进行处理求解, 得到更加精确的结果。

关键词: 血管; 等径管道; 旋转切面

分类号: AMS(2000) 65D17

中图分类号: O242.1

文献标识码: A

1 问题重述(略)

条件假设

- 1). 血管的表面是由半径固定、圆心连续变化的一族球滚动形成的包络面。
- 2). 医学上, 血管不存在严重扭曲。
- 3). 管道中轴线与每张切片有且只有一个交点。

2 问题分析与模型建立

根据假设, 血管可视为表面是由球心沿着某一曲线(称为中轴线)的球滚动包络而成的管道。

根据所查文献(参考文献^[6]), 可知这种管道有如下几何特性:

定理 等径管道每个切片的轮廓线是一族半径、圆心连续变化的圆的包络线, 而这族圆中半径最大的圆的圆心即为管道的中轴线与切片的交点, 半径即为管道半径。

利用这个定理, 我们建立模型如下:

- 1). 对第 i 个切片, 求其轮廓线最大内切圆的半径 R_i 与圆心 C_i , $i = 0, 1, \dots, 99$;
- 2). 由 $R = \frac{1}{100} \sum_{i=0}^{99} R_i$ 确定管道半径 R ;
- 3). 将各圆心 C_i 拟合成 Bézier 曲线, 此曲线即为管道的中轴线。
- 4). 确立误差分析方法, 提出调整算法, 对 2)、3) 步结果进行调整。

3 模型求解

1). 导入数据、转换存储方式

为方便计算,先将 Bmp 文件用程序(本文使用 Mathematica)导入计算机转换成三维矩阵存储。

2). 求截面轮廓线上各点的坐标

由“管道中轴线与每张切片有且只有一个交点”,知截面为单连通的区域,轮廓线为一闭合曲线。本文使用了 Matlab 的 edge() 函数求出此轮廓线。由于数据量较大,以稀疏矩阵存取数据。

3). 求轮廓线最大内切圆的半径与圆心的算法

总体思想:

在截面内选取一定数量的点,对每一个点分别计算它到所有边界点的距离,取距离中最小的一个,这个距离就是以该点为圆心的、与轮廓线内切的若干个圆中最小的圆的半径。在这些由一定数量的点确定的最小内切圆中半径最大的一个,这个圆就是轮廓线的最大内切圆。

具体步骤:

确定搜索的起点:在 00.bmp 的截面中搜索,其轮廓线近似于圆,取中心处一点为起点,则最大内切圆的圆心不会离起点太远;管道是连续的,所以相邻两层的轮廓线的最大内切圆圆心的距离不会太大,我们每次取前一层求的圆心为当前层搜索的起点,在小范围内进行搜索,得到所求。

对 100 个半径取平均值,得到管道半径: $R = 29.75$

4). 由圆心坐标求中心轴线方程及曲线投影

由上述计算得到 100 个圆心的三维坐标。我们选取 B 样条来拟合管道中心轴线,得到中轴线的侧视图,三维透视图(见图 1):

4 模型的评判标准及误差分析

方法一:通过求边界点到轴线的距离比较误差

设求得的轴线为 $r(s)$,血管实际轴线为 $r_0(s)$ 。

在第 z 层上有轮廓线 $s(z)$,设点 $p(x, y, z)$ 位于 $s(z)$ 。

p 到求得轴线 $r(s)$ 的距离为:

$$D(r, p) = \text{Min}\{\text{Distance}(p, q)\} \quad (q \text{ 位于 } r(s))$$

p 到实际轴线 $r_0(s)$ 的距离为:

$$D(r_0, p) = \text{Min}\{\text{Distance}(p, q)\} \quad (q \text{ 位于 } r_0(s))$$

且 $D(r_0, p)$ 恒为管道半径 R 。

$$(p) = |D(r, p) - R|$$

如果所求的轴线于血管轴线相吻合,则 $(p) = 0$;我们求轮廓线 $s(z)$ 上的所有点 p 对应的均值 $\text{Everage}(z)$;因为点较多,每隔 4 层,随机地取切片轮廓线 $s(z)$ 上 200 个点:

$$p(i, z) \quad i = 1, 2, \dots, 200;$$

$$\text{Everage}(z) = \frac{1}{200} \sum_{i=1}^{200} (p(i, z))$$

我们作 $\text{Everage}(z) - z$ 的图像,即误差分布图(见图 2)。

分析图像可知:

1). 我们拟合的中轴线 $r(s)$ 在整个 z 轴上 ($0 \leq z \leq 99$) 与血管的实际中心轴基本相吻合。

2). 尽管所得的差值没有具体的几何意义, 但是如果对不同层的差值进行比较, 可发现中轴线的拟合在层数 $z < 30$ 的地方误差较小, 随着 z 值的增加, 误差变大, 这在直观上是可以理解的: 当 z 增大时, 轴线与 $x-y$ 平面接近平行, $\frac{ds}{dz}$ 变大, 切片上容纳的信息有限, 产生较大误差。且易知 z 接近 99 时, 图像如下 (见图 3):

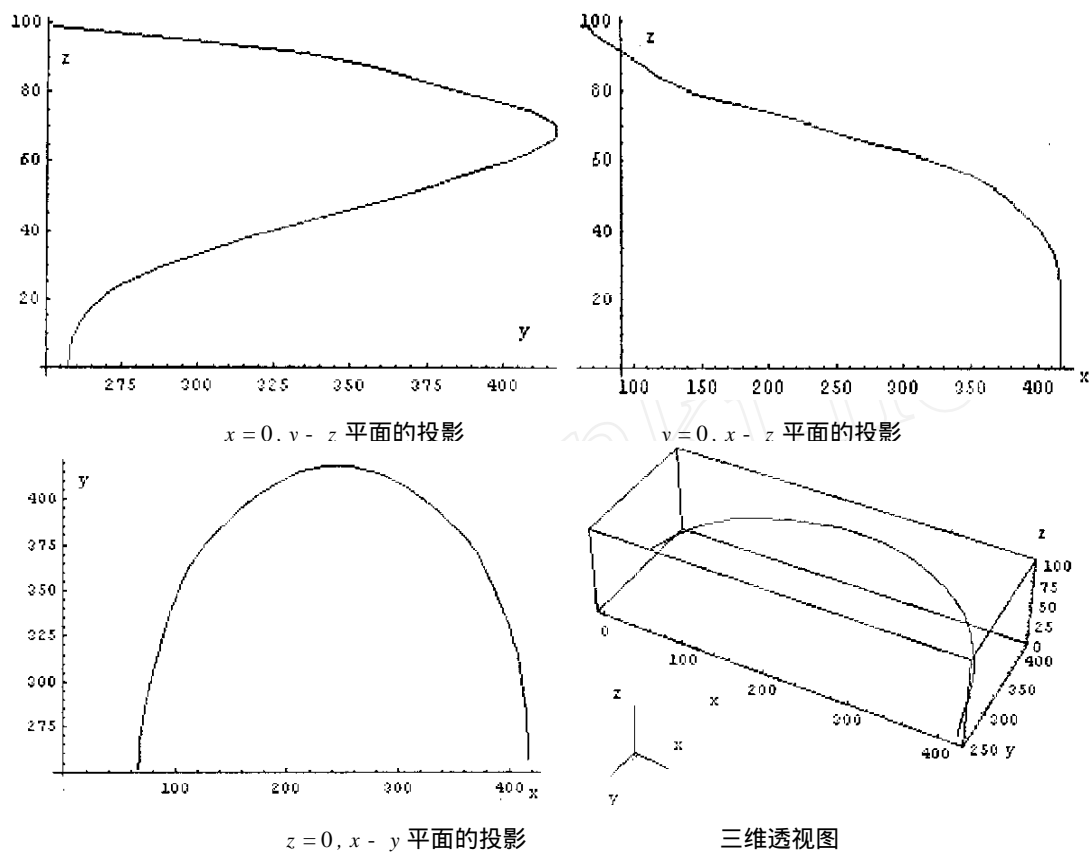


图 1 模型求解结果

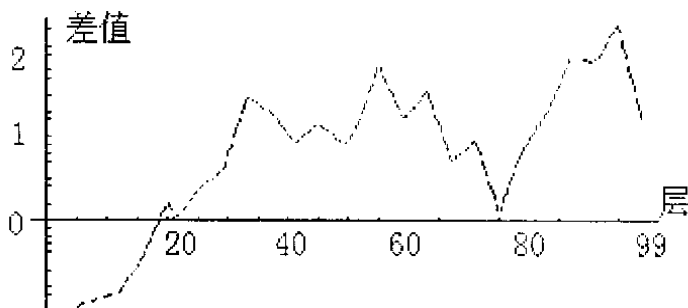


图 2 误差分布图

例如: p 点得不到最小值, 故此处的误差非拟合误差。

方法二: 重建截面求面积

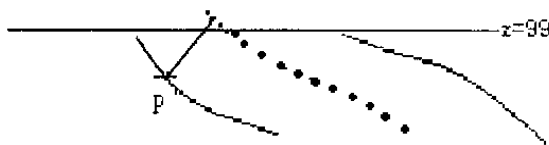


图 3 轮廓线上的点到轴线的距离

由得到的管道中轴线重建 100 张切片的截面图像,与原先给定的 100 张图象比较。设 $N(i)$ 为原先给定的第 i 截面所含像素点的个数(可视为面积), $M(i)$ 为重建管道的第 i 截面所含像素点的个数, $P(i)$ 为重建管道的第 i 截面与原先给定的截面的重叠区域所含像素点的个数。比较公式为:

$$(i) = \frac{N(i) - P(i) + M(i) - P(i)}{M(i)}$$

显然, 值越小, 截面拟合得也就越好, 即模型得出的中轴线越接近实际的位置。这个误差值就作为评判设计的模型好坏以及进一步修正结果的标准。

由管道中轴线重建 z 截面的算法:

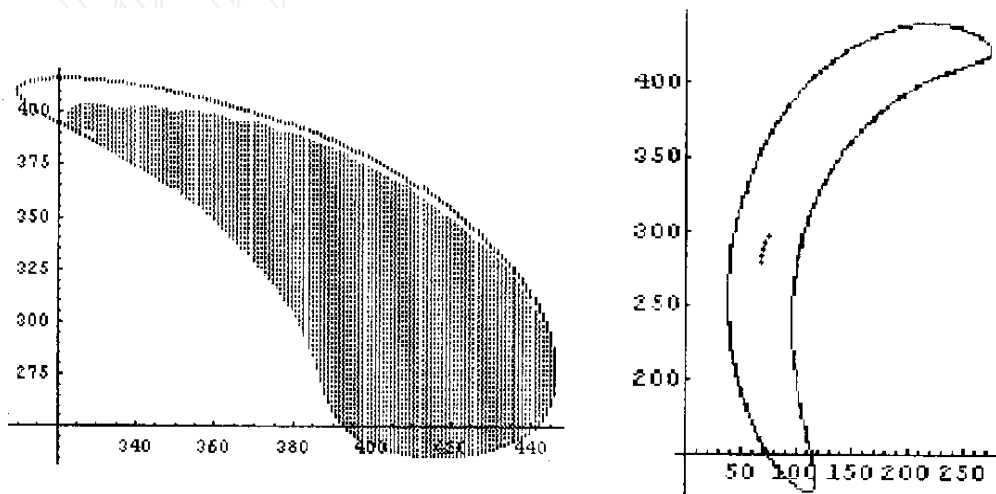
对 $z = i$ 平面, 把中轴线上 $z \in [i - R, i + R]$ 范围内的所有像素点投影到 $z = i$ 平面上, 得到的 $[2R + 1]$ 个投影点作圆心, 以 $\sqrt{R^2 - (z - i)^2}$ 为半径作圆, 这 $[2R + 1]$ 个圆重叠所形成的图形即为重建的 $z = i$ 的截面。

我们通过计算得到了第 30, 40, 50, 60, 70 层的重建图象。分别计算出:

(30) = 5.7 %, (40) = 6.5 %, (50) = 7.1 %, (60) = 6.8 %, (70) = 6.5 %;

由于计算量比较大, 仅取 5 个层分析, 对其它层同理可求 (i) 。

下左图是第 30 个截面的重建图形和原始图形叠加后的图形:



叠加后的图形

第 95 层上得到的最大内切圆的圆心(5 个点)

图 4 重建截面所得结果

由上右图可知, 用中轴线方程重建的截面与原截面相比, 在凹处有一部分溢出, 而在凸处有一部分没有覆盖。分析这种现象产生的原因: 例如在求第 95 层轮廓的最大内切圆圆心时得到了 5 个点:

$\{\{70, 280\}, \{71, 285\}, \{72, 289\}, \{73, 293\}, \{74, 296\}\}$ $R = 29.614$

它们构成一条与轴心线投影弯曲方向一致的曲线, 我们在求最大内切圆心时取的是平均

值,显然偏离了中轴线,理想的算法应该是将几个同时为最大的点拟合,得到样条曲线,在样条曲线上取中点,才是比较合理的结果。我们采用下面的方法从另一个角度修正误差。

模型的修正:

分析误差可知,中轴线的拟合在切片与中轴线近似垂直的时候,拟合误差小。由此,我们考虑根据已知数据,在其它方向上做血管的剖面。

本模型中,我们以 $\begin{cases} x = 250 \\ y = 250 \\ z = (-,) \end{cases}$ 为轴心,旋转切面:

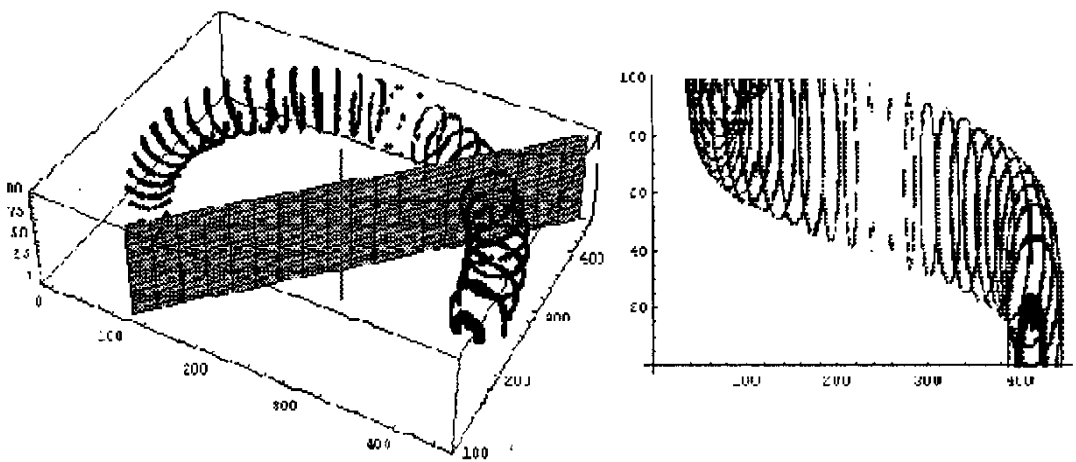
$$\begin{cases} y - 250 = \tan(t) \times (x - 250) & (0 \leq t \leq \pi) \\ z \in [0, 99] \end{cases}$$


图 5 旋转切面切血管

t 变化时,产生连续的截面,每一次所得截面与血管的中心轴线近似垂直,故得到较好的截面(近似于圆形),这有利于接下来求截面的最大内接圆之半径、圆心。相切示意图及投影示意图如上。

此法可调整原模型中求出的轴线位置。二者比较如下,其中 $L1$ 为调整后的轴线, $L2$ 为原轴线:

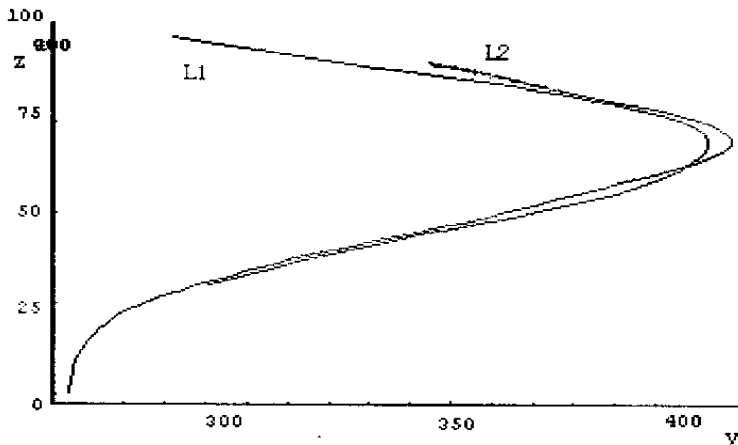


图 6 模型修正后所得轴线的侧视图

直观上看,可以发现调整之后,所得的中心轴线更为光滑,并且在第 90 - 100 层得到更多

有效数据。我们用误差分析方法二,对调整后的轴线对第 30,40,50,60,70 层分析,与调整前比较的如下:

表 1 模型修正前后误差比较表

	(30)	(40)	(50)	(60)	(70)
调整前	5.7 %	6.5 %	7.1 %	6.8 %	6.5 %
调整后	3.2 %	2.5 %	2.7 %	3.0 %	3.2 %

模型的优缺点分析

- 1) 模型不能够对半径变化的情况适应,这是因为我们的理论根据就是等径管道的几何特性。
- 2) 模型的优点是对轴线扭曲比较大的情况,通过旋转剖面方向,可以找到较好的截面进行求解。
- 3) 通过向切片所在面投影,由轴线计算截面,不仅能计算误差,还是一条修正轴线的好途径。
- 4) 误差分析的方法(一)虽不能够测出误差的绝对值,但是通过抽取随机点使计算简单,速度快,适用于比较几条轴心线的优劣。

参考文献:

[1] 张韵华. Mathematica 符号计算系统实用教程[M]. 合肥:中国科学技术大学,1998
[2] 李尚志. 数学实验[M]. 北京:高等教育出版社,1996
[3] 关履泰. 计算机辅助几何图形设计[M]. 北京:高等教育出版社,1999
[4] 程正兴. 数据拟合[M]. 西安:西安交通大学出版社,1986
[5] Barhill R E,Riesenfeld R F. Computer Aided Geometric Design[M]. Academic Press New York,1974
[6] 陈凌钧,骆岩林. 等径管道的三维重建[J]. 高校应用数学学报. Vol. 13 Ser A Suppl. 1998 ,87 - 90

3D Rebuilding of Vessel

XU Jin , LIU Xue-feng , BAI Rong-gang

Adviser : DOU Dou

(University of Science and Technology of China , Hefei 230026)

Abstract : Given a problem of 3D rebuilding of vessel ,we consider vessel with constant radius and have built a model to calculate the axis and radium of vessel . In this model we deal with each slice and get the inscribed circle with maximum radium , whose center is just on the axis of vessel , and it 's radium just vessel 's radium.

In this model ,we have introduced two efficient way to analyse the error . We find that error increases when the angle between the axis and the slice decreases. To handle this problem , we cut the vessel in different direction. The result is good.

Key words : vessel ; 3D rebuilding ; constant radius