

# 出版社的资源优化配置

## 1. 摘要

本文建立两步规划模型完成出版社的资源优化配置，将总数一定（500）的书号合理分配给各个课程。第一阶段总社依据课程强势度大小将书号分配给各分社，第二阶段分社以赢利最大为目标将所得书号分配给所属的各个课程。

首先分析课程强势度是竞争力和需求量的两部分综合作用的结果，从问卷调查的众多调查项中提取出与竞争力有关的四个因素为满意度，市场占有率，A 出版社的地位和课程的类型，利用层次分析法建立简单的两层模型将四个因素的权值量化；需求量由 05 年的单位书号销售额来估计。

然后以总强势度最大为目标，人力资源和生产申请为约束建立第一阶段规划模型，设计均衡性调整的贪婪算法对总量为 500 的书号进行了分配，得到各分社分配书号数如下表（分社间人员不可流动）：

学科编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
书号数	77	37	120	91	48	51	22	26	28

考虑分社间人员可以流动，得到结果如下：

学科编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
书号数	69	35	154	85	44	43	20	26	24

第二阶段规划建立一个初步规划模型和两个不同方向的改进模型对课程的书号分配进行了探讨。模型一以出版社利润最大为目标进行规划，虽然销售量对书号的函数引入了非线性特征，但由于二者单调性基本一致，导致了模型一给出的分配结果偏向边界值；

改进的模型二中引入了波动量： $\sum_{k \in n_i} (x_k - \frac{1}{5} \sum_{y=1}^5 D_{yk})^2$ ，体现出管理人员的决策作用，

课程获得的书号数同往年数据比较不会有较大的波动；模型三引入衰减因子对销售量预测函数进行了修正，体现了市场饱和度的自动调节作用。

本文还对市场信息量不足的问题进行探讨，剔除了问卷中的异常样本，并引入一个五维随机向量  $\lambda_k$  来表征课程  $k$  的数据有效度，进行了模型的稳定度分析。

最后，我们结合模型对出版社提出了建议。

**关键字：**强势度 均衡性 贪婪准则 波动量 衰减因子

## 2. 问题重述

出版社的资源主要包括人力资源、生产资源、资金和管理资源等，它们都捆绑在书号上，经过各个部门的运作，形成成本（策划成本、编辑成本、生产成本、库存成本、销售成本、财务与管理成本等）和利润。

某个以教材类出版物为主的出版社，总社领导每年需要针对分社提交的生产计划申请书、人力资源情况以及市场信息分析，将总量一定的书号数合理地分配给各个分社，使出版的教材产生最好的经济效益。事实上，由于各个分社提交的需求书号总量远大于总社的书号总量，因此总社一般以增加强势产品支持力度的原则优化资源配置。资源配置完成后，各个分社（分社以学科划分）根据分配到的书号数量，再重新对学科所属每个课程作出出版计划，付诸实施。

资源配置是总社每年进行的重要决策，直接关系到出版社的当年经济效益和长远发展战略。由于市场信息（主要是需求与竞争力）通常是不完全的，企业自身的数据收集和积累也不足，这种情况下的决策问题在我国企业中是普遍存在的。

某出版社掌握了近五年的高校教材问卷调查、人力资源、生产计划申请与销售记录等资料，根据这些数据资料，利用数学建模的方法，在信息不足的条件下，提出以量化分析为基础的资源（书号）配置方法，给出一个明确的分配方案，并向出版社提供有益的建议。

## 3. 问题分析

这是一个整数规划问题，根据生产计划、人力资源、市场信息与销售信息对总量一定的书号进行合理分配，使得总赢利最大化。问题的特点在于数据量大分类复杂，可挖掘的指标值多，难点在于要抓住对 06 年书号分配和预期销售利润起决定性作用的信息，给出既符合出版社分配规则，又符合利润最大化的分配方案。

所给附件的信息主要分两块：01~05 年每年细化的竞争力信息和每年各课程的销售量及利润。前者来自调查问卷，通过提取关键信息形成几个指标，明确反映了各个课程的教材的竞争力水平；后者则是附件 3 提供的各个课程教材的实际销售量和均价，由此预测 06 年的销售量，直接决定销售总利润。

分析题意知该出版社的资源配置是分两个阶段进行的：第一阶段总社以增加强势产品支持力度的原则分配给各分社一定数目的书号；第二阶段各分社根据所得总书号数，重新对所属的每个课程作出规划，使得赢利最大。第一阶段中，根据各个课程教材的竞争力和销售利润得出一个竞争力综合值，作为每个课程的强势度，以总强势度最大为目标对每个课程进行书号数量的粗分配，其间还要考虑到分配不能极端化，在不同竞争力水平的课程教材间要有一定均衡性的常识性准则。第二阶段的规划，再由分社根据已得书号数量，重新细化分配，以利润最大化的准则建立目标函数，作为初步模型，同样为避免两极化，作了两种方案的模型改进。在两次规划中，达到均衡的办法是规划一的贪婪准则和规划二的改进模型中的均衡度的约束限制。

## 4. 模型假设

1) 该出版社资源配置分两阶段进行：第一阶段总社将学科书号数分配给各个分社；第

二阶段分社根据拿到书号数重新对各课程的书号进行分配，分社拥有规划自己课程的全部权限。

- 2) 该出版社在定价时保持对所有教材利润率同一，在此原则上制定教材单价。
- 3) 同一类课程不同书目销售量相近，价格差别不大，采用所给均价，没有年份差别。
- 4) 课程之间不相互影响。

## 5. 符号说明

$S_i$ ——总社分配给第  $i$  个分社的书号总数， $i=1,2,..9$

$n_i$ ——第  $i$  个分社的课程编号集合

$x_k$ ——第  $k$  门课程的分得的书号数， $k=1,2,..72$

$p_k$ ——第  $k$  门课程的均价

$f_k$ ——第  $k$  门课程的强势度

$m_k$ ——第  $k$  门课程的平均满意度

$z_k$ ——第  $k$  门课程的市场占有率

$d_k$ ——第  $k$  门课程中 A 出版社平均地位

$l_k$ ——第  $k$  门课程平均类型指标

$N(\text{condition})$ ——满足条件 condition 的样本数量

$b_{yk}$ ——第  $y$  年第  $k$  门课程的平均每个书号销售量

$ap_k$ ——第  $k$  门课程 06 年计划申请的书号数

$r_{it1}, r_{it2}$ ——第  $i$  个分社第  $t$  种人员数量，平均工作能力

$D_{yk}$ ——第  $y$  年分配给课程  $k$  的书号

## 6. 模型准备

### 6.1 各课程的强势度

总社一般以增加强势产品支持力度的原则将书号分配给各个分社，而分配的目的在于

于给出版社整体带来最好的经济效益，于是有理由认为“强势产品”指单位产品能带来最大利润的产品。这里规划的最小单位是分给 72 个课程的书号数目，所以“产品”即课程，“强势产品”即给该课程分配增加一个书号时，能带来最大利润的课程，这个性质以课程的强势度来衡量。

$$\text{定义强势度: } f_k = g(\text{compet}_k, \text{need}_k)$$

课程的强势度由市场信息决定，由于市场信息主要包含竞争力与需求两个方面，故强势度应该是这两个因素的函数。其中竞争力  $\text{compet}_k$  反映了该出版社课程  $k$  的市场潜力，由五年的调查问卷来综合评估；需求量  $\text{need}_k$  体现在给课程  $k$  增加一个书号能带来的销售额增量，由实际销售情况来预测。强势度作为一个综合评定指标，由预测销售力与市场潜力两者综合作用来体现，是符合实际情况的。

### 6.1.1 竞争力 $\text{compet}_k$ 的确定

与竞争力相关的因素提取：

调查问卷包含的样本量与调查项都很多，首先要从问卷中提取有用信息。由于 A 出版社仅关注其出版的 72 个课程的教材情况，假设课程之间不存在相互影响的关系，那么只关注 A 出版社在其领域内的竞争力就能反映 A 出版社的竞争力，这样样本数量平均减少了 54%，大大简化了处理的复杂度。

然后针对某一个课程，从调查项中提取出与竞争力有关的因素。分析知，其中 A 出版社的地位 (Q1)、课程类型 A、B (Q2bA, Q2bB)、出版社代码 (Q2g) 和对该书的满意度 (Q2l) 这 4 个因素起主要作用，教材获得方式 (Q2f) 和是否为旧书 (Q2k) 为次要因素，其他为无关因素。考虑到旧书与否完全由获得方式决定，且统计得到以方式 1 构书的调查样本占了总样本的 95%，其数据差异性不大，所以暂不考虑教材获得方式的影响，由以下四个因素来表征竞争力：

记 condition A:  $Q2g = P115 \& Q2a = k$  (A 出版社出版的第  $k$  门课程)

因素一：定义平均满意度：

$$m_k = \frac{\sum_A \frac{1}{4} (Q2lA + Q2lB + Q2lC + Q2lD)}{N(A)}$$

因素二：定义市场占有率：

$$z_k = \frac{N(A)}{N(1 \leq Q2a \leq 72)}$$

因素三：定义 A 出版社的平均地位：

$$d_k = \frac{\sum_{Q2a=k} (6 - Q1)}{N(Q2a = k)}$$

因素四：定义课程类型指标：

$$l_k = \frac{\sum_A (3 - Q2bA) + (4 - Q2bB)}{N(A)} = \frac{\sum_A [7 - (Q2bA + Q2bB)]}{N(A)}$$

几点说明：

- 1) 因素一中，认为评价满意度的四个指标 A,B,C,D 的权重是无差别的；
- 2) 市场占有率定义为课程在 A 关心的整个课程领域内的占有率；
- 3) 因素四中，考虑到必修课教材使用广泛，比选修的市场空间大，故必修课程的类型指标值大于选修，同理处理课程类型 B。

以 2001 年问卷数据为例，编号为 1~10 的课程四个因素值如下表 1：

表 1. 编号 1~10 的课程 2001 年各因素值

课程编号	平均地位	市场占有率	课程类型指标	平均满意度
1	3.22	0.106%	3.79	3.00
2	3.07	0.167%	4.05	3.24
3	2.79	0.000%	0.00	0.00
4	2.92	0.008%	3.00	4.00
5	2.78	0.015%	3.00	1.75
6	3.01	0.106%	3.71	3.48
7	3.17	0.205%	2.93	2.70
8	2.70	0.008%	2.00	3.50
9	2.96	0.190%	3.52	3.12
10	2.42	0.061%	4.00	3.09

以上四个因素量纲不同无法比较，按照比例压缩法对这些因素进行归一化处理，使其取值都压缩在 (0, 1) 区间内，不混淆的情况下仍记为  $m_k, z_k, d_k, l_k$ ：

$$m_k = \frac{m_k - \text{Min}\{m_k\}}{\text{Max}\{m_k\} - \text{Min}\{m_k\}}$$

同理处理其他三个因素。

竞争力函数的确定：

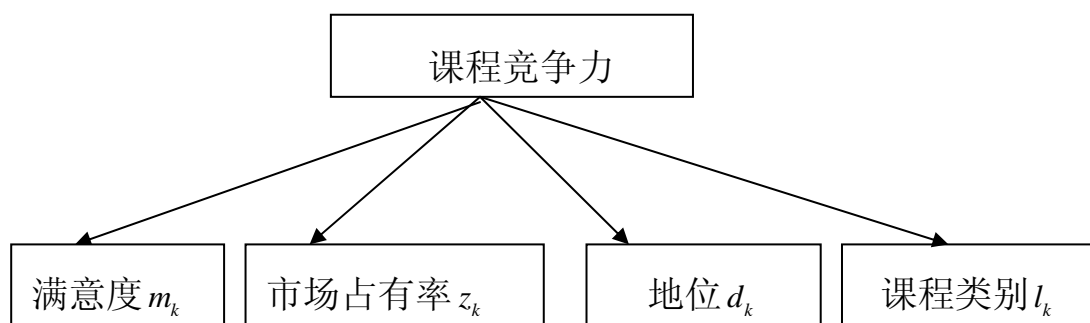
竞争力综合了以上四个因素，是上述四个因素的函数，即

$$\text{competite}_k = \varphi(m_k, z_k, d_k, l_k)$$

将  $\varphi(m_k, z_k, d_k, l_k)$  定义为如下形式：

$$\begin{cases} \varphi(m_k, z_k, d_k, l_k) = \omega_1 m_k + \omega_2 z_k + \omega_3 d_k + \omega_4 l_k \\ \sum_{n=1}^4 \omega_n = 1 \end{cases}$$

其中， $\omega_n$  表示第  $n$  种因素在竞争力函数中所占的比重，可利用层次分析法，建立一个简单的层次模型来确定权值向量  $(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$ ，层次结构图如下：



层次分析法是一种定性分析和定量计算相结合的方法，首先构造因素间的成对比较矩阵，假定因素的影响力排序为：平均满意度>市场占有率>A 出版社平均地位>课程类型指标，构造  $m_k, z_k, d_k, l_k$  两两之间的权重成对比较阵：

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1/2 & 1 & 2 & 3 \\ 1/3 & 1/2 & 1 & 2 \\ 1/4 & 1/3 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

求出该成对比较矩阵的特征向量为（归一化后）：(0.4673,0.2772,0.1601,0.0954)

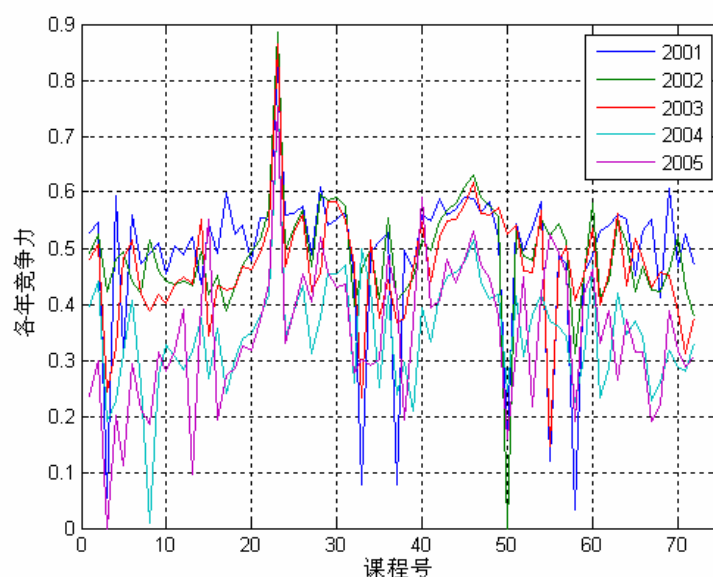
最大特征根的为： $\lambda = 4.0310$ ， $CI = \frac{\lambda - n}{n - 1} = \frac{4.0310 - 4}{4 - 1} = 0.010333$ ，

对其进行一致性检验  $CR = \frac{CI}{RI} = 0.011481 < 0.1$ ，显然满意一致性要求。以该特征向量作

为各指标的权重向量，即  $(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4) = (0.4673, 0.2772, 0.1601, 0.0954)$

由此可以计算出各年 72 门课程的竞争力函数值，作出图像如下：

图 1. 各年课程竞争力曲线图



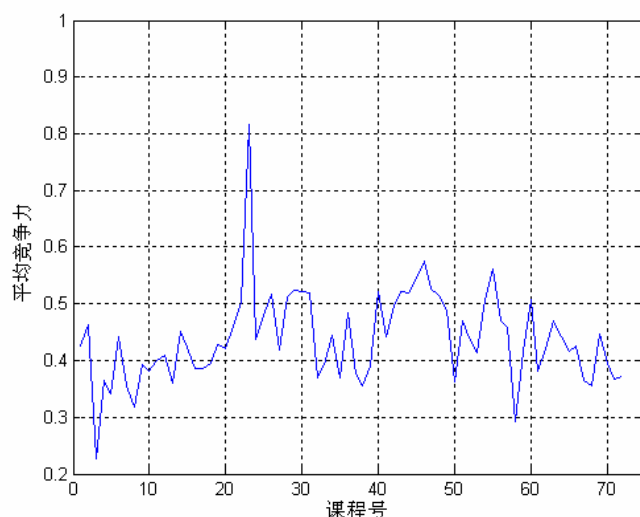
### 对问卷信息不足的处理:

由上图可以看出,五年间各课程市场竞争力有较大的波动;观察数据表,由于问卷样本信息量的不足,A出版社的部分课程可能在某一年的问卷中没有出现,这将导致当年该课程的市场占有率、满意度等因素为0,造成较大的数据误差。我们采取剔除异常数据的方法对竞争力做了初步处理,即市场占有率为0的课程,不予考虑当年的竞争力,视为无效数据。这样的异常数据量是很少的,可以手工剔除。

除此之外,有效数据仍然存在信息量不足的问题,由于每年调查的人群数量有限且存在一定的随机性,不能完全真实地反映A出版社的市场竞争力。这是不可避免的,可以引入一个五维随机向量 $\lambda_k$ 来表征课程 $k$ 的数据有效度,将在模型稳定度分析中进一步讨论。

这里我们考虑一种特殊的情况:对某个课程来说,五年的数据可信度相等(剔除完全不可信的异常数据后)。选取五年的竞争力平均值作为综合竞争力,得到如下综合竞争力曲线:

图 2. 综合竞争力



### 6.1.2 需求量 $need_k$ 的确定

出版社进行资源分配时必须结合当年的市场需求,故仅用竞争力决定强势度是不合理的。

这里需求量理解为市场对A出版社的课程 $k$ 的需求量,即预计课程 $k$ 每个书号能带来的销售额。定义:

$$need_k = b_{5k} \cdot p_k$$

其中 $b_{5k}$ 为2005年第 $k$ 门课程的平均每个书号销售量, $p_k$ 是第 $k$ 门课程的均价。总社对分社的资源分配(第一阶段规划)只需给出各分社的总书号数,而总社对各课程分配的书号没有实际实施的意义,这是一个粗规划,所以我们认为,把前一年的实际销售情况作为本年的需求量是合理且合适的。

同理对  $need_k$  以比例压缩法进行归一化处理，在不混淆的情况下仍记为  $need_k$ 。

### 6.1.3 强势度的确定

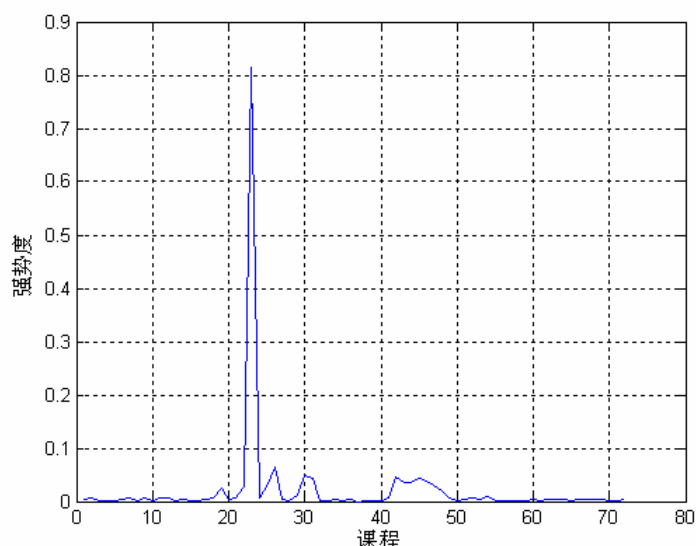
定义强势度：  $f_k = compete_k \cdot need_k$

综上所述，

$$\left\{ \begin{array}{l} need_k = b_{5k} \cdot p_k \\ compete_k = 0.4673m_k + 0.2772z_k + 0.1601d_k + 0.0954l_k \\ m_k = \frac{\sum_A \frac{1}{4}(Q2lA + Q2lB + Q2lC + Q2lD)}{N(A)} \\ z_k = \frac{N(A)}{N(1 \leq Q2a \leq 72)} \\ d_k = \frac{\sum_{Q2a=k} (6 - Q1)}{N(Q2a = k)} \\ l_k = \frac{\sum_A [7 - (Q2bA + Q2bB)]}{N(A)} \end{array} \right.$$

计算出 72 门课程的强势度向量并记为  $\alpha = (f_1, f_2, \dots, f_{72})$ ，得出如下强势度曲线：

图 3.72 门课程的强势度曲线



从以上强势度图中可以看出，两课类、数学类课程强势度比较大，尤其是数学类的高数课程，其强势度远远超过了其他课程。通过比较竞争力、和市场销售量的数据，对于如上结果我们并不感到惊讶，首先从问卷上反应出来的信息看，高数课程有最高的市场竞争力，其次，历年的销售量显示，高数课程的销量几乎十倍于任何其他课程；而两



课类则凭借较大的市场销售量成为强势产品。同时返观其他课程，无论从竞争力反面，还是市场销售量方面都体现不出较为明显的强势度。可见，我们统计出来的强势度具备实际意义。

## 6.2 2006 年销售量的预测

第二阶段分配为各分社独立将书号分配给课程，目标为赢利最大，故必须挖掘出书号和其销售量之间的关系，通过简单的数据观察我们发现销售量整体上与时间成正比，考虑到只有五年的数据，自变量不宜超过四个，因而先挑选书号数  $x_k$  与其平方项  $x_k^2$ ，及年份  $y(y=1,2,...,6)$ ，对数据用 Matlab 进行 72 次多元线性回归，求得 72 个课程各自销售量  $\psi_k(x_k, y)$  与所得书号数及年份的函数关系：

$$\psi_k(x_k, y) = \beta_1 x_k + \beta_2 x_k^2 + \beta_3 y \quad (k=1,2,...,72) \quad (1)$$

得出如下残差分析图 1：

图 4. 销售量拟合残差分析图 1

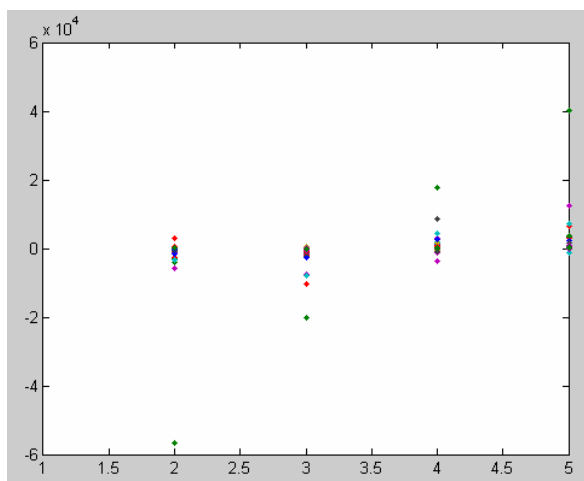
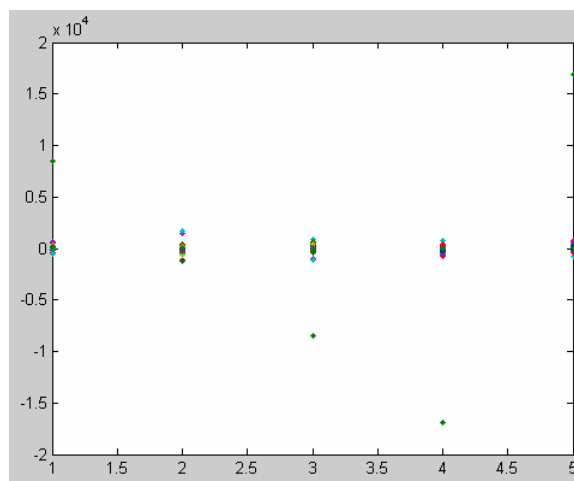


图 5. 销售量拟合残差分析图 2



可以看出此时相对误差比较大，同时平均的拟合误差达到了 18.9%，为此我们再引入年份的平方项  $y^2$ ，得出：

$$\psi_k(x_k, y) = \beta_1 x_k + \beta_2 x_k^2 + \beta_3 y + \beta_4 y^2 \quad (k=1,2,...,72) \quad (2)$$

及残差分析图 2，很明显，除了个别异常点，其他各点的拟合误差达到了一个可以接受水平（经统计，平均的拟合误差为 8.0%）。我们找出残差很大的异常点，发现令  $\beta_2 = 0$  再按式（2）拟合，这些异常点处的残差大幅度减小。因而我们用式（2）拟合的结果对 2006 年各课程的销售量进行预测，得到 2006 年销售量与书号数的关系：

$$\psi_k(x_k, 6) = \beta_1 x_k + \beta_2 x_k^2 + 6\beta_3 + 36\beta_4 \quad (k=1,2,...,72)$$

作为 2006 年销售量的预测。

## 7. 模型的建立与分析

### 7.1 第一阶段规划

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad \sum_{k=1}^{72} \alpha(k) \cdot x_k \\
 & \text{s.t.} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^{72} x_k = 500 \quad (1) \\ \frac{1}{2}ap_k \leq x_k \leq ap_k \quad (2) \\ S_i \leq \text{Min}\{r_{it1}, r_{it2} \mid t=1,2,3\} \quad (3) \\ S_i = \sum_{k \in n_i} x_k \quad (4) \\ x_k \text{ 为整数} \quad (5) \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

**模型说明：**

决策变量：  $x_k$ ：总社给每个课程分配的书号数；

$S_i$ ：总社分配给第  $i$  个分社的书号总数；

目标函数：  $\sum_{k=1}^{72} \alpha(k) \cdot x_k$ ，将书号数按课程的强势度加权作为分配结果的总强势度，总强

势度最大体现支持强势产品的原则；

约束条件：（1）—总书号数约束；（2）—申请计划约束；（3）—人力资源约束；

（4）—分社所得总书号数；（5）—整型变量约束

**模型分析：**

总社分配采用支持强势产品的原则，恰是资源的最优化配置，所有课程越强势的分社得到的书号资源应该越多，这也是建模求总强势度最大的基本思想。

这是一个整型线性规划模型，容易看出，要求总强势度最大，变量  $x_k$  最优解均在约束条件的边界处取得。在总书号数 500 的约束条件下，求解过程必优先为系数大的变量分配至最大限度，即强势度大的课程总是能分到约束上界的书号数，而致使强势度弱的某些课程书号分配仅达到申请计划数的一半，即分配到约束下界的书号数，也就是说，该模型对课程的分配  $x_k$  必然出现两极分化的结果。事实也是如此，分配结果显示强势课程在分社间分布不均匀，导致了某些分社分配到的书号等于申请的书号。

但是，第一阶段的规划目的在于给出分社分得的总书号数，每个分社同时存在强势课程与弱势课程，若强势课程在分社之间分布均匀，就达到了我们对此模型求解的目的。从出版社的长远利益考虑，书号的分配必须保证均衡性。这就引发我们对模型进行改进，调整均衡度，照顾弱势分社的利益，得到**均衡性调整的贪婪算法**。

**贪心准则：**首先满足每个分社书号数的分配下界（1/2），再对多余的书号数重复如

下步骤进行分配直到剩余书号数为 0：分别找出每个分社中强势度最大的课程，一共九个进行排序，依次分配书号达到这九个课程的最大上界（若达到分社的人力资源约束上界则剔除该分社）。

## 7.2 第二阶段规划

### 7.2.1 模型一

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{k=1}^{72} \psi_k(x_k, 6) \cdot p_k \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \sum_{k \in n_i} x_k = S_i & (1) \\ \frac{1}{2}ap_k \leq x_k < ap_k & (2) \\ x_k \text{ 为整数} & (3) \end{cases} \end{aligned}$$

**模型说明：**

决策变量： $x_k$ —每个课程分配的书号数；

目标函数：由于所有教材利润率同一，出版社总赢利最大即总销售额最大。总销售额是各课程预测需求量与课程均价乘积的和。

约束条件：（1）—分社总书号数约束；（2）—申请计划约束；（3）—整型变量约束；

**模型分析：**

在已知每个分社内的总书号数的情况下，此模型分别对每分社内的书号分配给该分社的几个课程，以达到（预测）销售额最大。预测销售量 $\psi(x_k, 6)$ 是 $x_k$ 的非线性函数，由于分社内的课程之间的预测销售量依然有差别很大的情况，导致书号分配两级化。从实际方向考虑，我们提出对该模型的改进：

**模型改进：**

假定附件四的历年课程书号分配都是当年的最优分配，可以看出各年之间书号数波动较小，可以归结为如下几个原因：

1) 分社对课程书号调整的保守性。分社虽然根据赢利最大化来规划自己的课程，但必须控制课程分配年与年之间的相对调整量，其一能使工作人员适应变动，其二防止对市场预计的不足带来重大经济损失。

2) 各课程之间的均衡性。分社内各课程也同样有一定均衡性的要求，大幅度的调整导致极端化的分配，这必将导致分社出版物的不良发展。

3) 市场需求的饱和性。该课程出版的教材种类增加到一定程度后总的销售量趋向与一个饱和值，不会再随书号数的增加而增加，对某课程书号数大幅度增加并不能保证销售额增加，预测的销售额对这点考虑不足。

基于以上分析，我们提出两个改进模型：

### 7.2.2 模型二

在原模型的基础上，加入限制分配书号波动量的约束，定义波动量：

$$\sum_{k \in n_i} (x_k - \frac{1}{5} \sum_{y=1}^5 D_{yk})^2$$

模型重写为：

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{k=1}^{72} \psi_k(x_k, 6) \cdot p_k \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \sum_{k \in n_i} x_k = S_i & (1) \\ \frac{1}{2} ap_k \leq x_k < ap_k & (2) \\ x_k \text{ 为整数} & (3) \\ \sum_{k \in n_i} (x_k - \frac{1}{5} \sum_{y=1}^5 D_{yk})^2 \leq \delta_i \end{cases} \end{aligned}$$

其中， $\frac{1}{5} \sum_{y=1}^5 D_{yk}$  为五年分配给课程  $k$  的书号数均值， $\delta_i$  为第  $i$  个学科的课程间波动量上限，

体现了管理人员的决策作用。

### 7.2.2 模型三

就拟合的结果来看，预测销售量一般是书号数的单增函数，然而对某一课程来说，市场都会有一定的饱和度，该课程出版的教材种类增加到一定程度后总的销售量趋向与一个饱和值，不会再随书号数的增加而增加。于是我们引入一个衰减因子对销售量进一步合理估计，它应该是书号数的函数，且随着书号数的增加衰减度增大。定义衰减因子形式如下：

$$\mu(x_k) = \begin{cases} 1 & \frac{x_k}{ap_k} \leq \varepsilon_2 \\ \frac{1}{1 + \varepsilon_1 (\frac{x_k}{ap_k} - \varepsilon_2)^2} & \frac{x_k}{ap_k} > \varepsilon_2 \end{cases}$$

$\frac{x_k}{ap_k}$  为实际分配书号与申请书号的比值，这个比值越接近与 1，销售量的衰减因子越大，

当比值大于  $\varepsilon_2$  时衰减因子才开始作用。模型重写为：

$$\begin{aligned}
& \text{Max} \quad \sum_{k=1}^{72} \mu(x_k) \cdot \psi_k(x_k, 6) \cdot p_k \\
& \text{s.t.} \quad \begin{cases} \sum_{k \in n_i} x_k = S_i & (1) \\ \frac{1}{2}ap_k \leq x_k < ap_k & (2) \\ x_k \text{ 为整数} & (3) \end{cases}
\end{aligned}$$

此模型体现了市场的自动调节作用。

## 8. 模型求解

### 8.1 第一阶段模型求解

#### 8.1.1 Lingo 求解

这是一个线性整型规划模型，用 Lingo 软件可以方便的求解，得出结果如下：

表 2. Lingo 求解第一阶段分配结果

学科	申请数	分配数	学科	申请数	分配数
计算机类	110	75	机械能源类	60	52
经管类	56	43	化学、化工类	30	16
数学类	222	120	地理、地质类	40	22
英语类	120	80	环境类	40	20
两课类	72	72			

可以看出上表的分配存在不合理性：两课类申请数等于分配数；化学、化工类，环境类的人员能力远远超过分配到的书号数，但是分配数仅为申请数的一半。不仅会造成分社间工作人员的心理不平衡，而且易导致各分社发展不平衡，不利于出版社长远发展。

#### 8.1.2 均衡性调整的贪婪算法

总社在分配书号的时候，不仅考虑各社的强势度而且要求在分配上达到一定的均衡度，且强势度大的优先，具体算法步骤如下（由于所有的人力资源中，除了数学类，其他学科的约束十分宽松，大于其申请的书号数，因而我们认为对于除数学以外的学科人力资源始终充沛，只考虑对数学学科的人力资源约束）：

**Step1.** 初始化总的书号数  $ISBN = 500$ ；72 门课程的书号分配向量  $X = (x_1, x_2, \dots, x_{72})$  且有

$x_k = 0 (k = 1, 2, \dots, 72)$ ；9 类学科的书号分配向量  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_9)$  且有

$y_i = 0 (i = 1, 2, \dots, 9)$  各课程的申请书号数 *apply*。

**Step2.** 给每门课程分配对应申请书号数一半的书号，并求出余下的总书号数。

**Step3.** 若  $ISBN \neq 0$ ，选取每类学科中强势度最大的 9 门课程，并对其进行降序排序，否则转最后一步。

**Step4.** 按顺序遍历被选课程，如果该课程属于数学类，转 5；否则，计算出应该分配给该课程的书号数  $v$ ，并与此时余下的总书号数比较，得出此时的总书号  $ISBN$  及该课程所得书号数  $x_i$ ，转 3。

**Step5.** 分析此时可能出现的四种情况： $ISBN > 0$  且数学类总书号 +  $v$  满足约束、 $ISBN > 0$  且数学类总书号 +  $v$  不满足约束、 $ISBN < 0$  且数学类总书号 +  $v$  满足约束、 $ISBN < 0$  且数学类总书号 +  $v$  不满足约束。得出此时相应的总书号  $ISBN$  及该课程所得书号数  $x_i$ ，转 3。

**Step6.** 计算各学科所得的书号数  $Y$ ，贪婪选择过程结束。

贪婪算法求解结果如下：

表 3. 贪婪算法第一阶段分配结果

学科	分配数	学科	分配数
计算机类	77	机械能源类	51
经管类	37	化学、化工类	22
数学类	120	地理、地质类	26
英语类	91	环境类	28
两课类	48		

所给人力资源统计为历年平均值，人力资源约束下数学分社的最多能完成书号均值为  $40 \times 3 = 120$ ，而 01~05 年数学分社所分配的书号均超过这个数值，在其他学科的人力资源则相对充沛的情况下，我们认为可能是各分社冗余的人力资源存在一个自由流动的现象，因此对这种情况也加以讨论（分社人力能完成的书号数之和远超过总书号 500，故这种情况即不考虑人力资源约束）：

表 4. 贪婪算法第一阶段分配结果（人员可流动）

学科	书号数	学科	书号数
计算机类	69	机械能源类	43
经管类	35	化学、化工类	20
数学类	154	地理、地质类	26
英语类	85	环境类	24
两课类	44		

### 8.1.3 结果分析：

贪婪算法给出的均衡调整后的分配结果，在很大程度上照顾了整体的利益，与 Lingo 直接解出的结果对比，两课类的书号分配减少为 48，弱势学科化学、化工类，环境类的分配也有了一定提升。这样分配的结果不仅体现了总社支持强势产品提升经济效益的原则，同时考虑了长远发展策略，所以我们取贪婪算法的分配结果作为“提高强势产品支

持力度”原则下，总社对分社书号的最优分配。

再者，在实际操作过程当中，对于最优化问题人们总是希望可以寻求到一个简便易实施的准则，在得到强势度的数据后，出版社管理人员可以根据这个简便的贪心准则进行分配，是有一定实用价值的。

## 8.2 第二阶段模型求解

以下求解针对分社间人员不可流通的情况（若可流通，只需替换各分社的分配总书号数，作类似讨论）：

### 8.2.1 模型一的求解

用 Lingo 软件求解模型一结果如下：

表 5. 第二次分配模型一求解结果：

课程号	书号数	课程号	书号数	课程号	书号数	课程号	书号数
<b>1</b>	9	<b>19</b>	3	<b>37</b>	3	<b>55</b>	4
<b>2</b>	18	<b>20</b>	2	<b>38</b>	6	<b>56</b>	4
<b>3</b>	2	<b>21</b>	6	<b>39</b>	5	<b>57</b>	3
<b>4</b>	6	<b>22</b>	19	<b>40</b>	3	<b>58</b>	2
<b>5</b>	3	<b>23</b>	35	<b>41</b>	2	<b>59</b>	2
<b>6</b>	9	<b>24</b>	4	<b>42</b>	10	<b>60</b>	7
<b>7</b>	12	<b>25</b>	12	<b>43</b>	4	<b>61</b>	8
<b>8</b>	6	<b>26</b>	17	<b>44</b>	10	<b>62</b>	4
<b>9</b>	8	<b>27</b>	6	<b>45</b>	3	<b>63</b>	4
<b>10</b>	4	<b>28</b>	3	<b>46</b>	6	<b>64</b>	4
<b>11</b>	8	<b>29</b>	12	<b>47</b>	6	<b>65</b>	2
<b>12</b>	4	<b>30</b>	6	<b>48</b>	7	<b>66</b>	4
<b>13</b>	2	<b>31</b>	40	<b>49</b>	13	<b>67</b>	5
<b>14</b>	2	<b>32</b>	2	<b>50</b>	2	<b>68</b>	10
<b>15</b>	3	<b>33</b>	1	<b>51</b>	10	<b>69</b>	4
<b>16</b>	3	<b>34</b>	11	<b>52</b>	16	<b>70</b>	3
<b>17</b>	6	<b>35</b>	4	<b>53</b>	2	<b>71</b>	2
<b>18</b>	4	<b>36</b>	16	<b>54</b>	8	<b>72</b>	4

最大总销售额：2139 万

### 8.2.2 模型二的求解

波动量上限  $\delta_i$  的估计：按照波动量定义分别计算 01~05 年分配给各课程书号的波动量，假定决策者不变，则每年所作决策的波动量都在一定范围内。取波动量最大的值并适当放宽，作为  $\delta_i$  估计值，仍使用 Lingo 软件求解，结果如下：

表 6. 第二次分配模型二求解结果:

课程号	书号数	课程号	书号数	课程号	书号数	课程号	书号数
<b>1</b>	10	<b>19</b>	3	<b>37</b>	3	<b>55</b>	4
<b>2</b>	14	<b>20</b>	2	<b>38</b>	5	<b>56</b>	4
<b>3</b>	2	<b>21</b>	6	<b>39</b>	6	<b>57</b>	3
<b>4</b>	4	<b>22</b>	19	<b>40</b>	3	<b>58</b>	2
<b>5</b>	4	<b>23</b>	35	<b>41</b>	2	<b>59</b>	2
<b>6</b>	11	<b>24</b>	4	<b>42</b>	10	<b>60</b>	7
<b>7</b>	10	<b>25</b>	12	<b>43</b>	4	<b>61</b>	7
<b>8</b>	6	<b>26</b>	17	<b>44</b>	10	<b>62</b>	4
<b>9</b>	11	<b>27</b>	6	<b>45</b>	3	<b>63</b>	5
<b>10</b>	5	<b>28</b>	3	<b>46</b>	6	<b>64</b>	4
<b>11</b>	8	<b>29</b>	12	<b>47</b>	6	<b>65</b>	3
<b>12</b>	3	<b>30</b>	6	<b>48</b>	7	<b>66</b>	3
<b>13</b>	2	<b>31</b>	39	<b>49</b>	15	<b>67</b>	4
<b>14</b>	2	<b>32</b>	2	<b>50</b>	3	<b>68</b>	8
<b>15</b>	3	<b>33</b>	1	<b>51</b>	7	<b>69</b>	5
<b>16</b>	3	<b>34</b>	13	<b>52</b>	14	<b>70</b>	4
<b>17</b>	3	<b>35</b>	4	<b>53</b>	4	<b>71</b>	4
<b>18</b>	8	<b>36</b>	15	<b>54</b>	8	<b>72</b>	3

最大总销售额: 2103 万

### 8.2.3 模型三的求解

参数  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  的确定: 令  $\varepsilon_2 = 0.5$ , 即  $x_k = \frac{1}{2}ap_k$  时衰减因子才开始起作用。

根据销售量饱和来确定  $\varepsilon_1$  很困难, 因为 72 个课程的销售预测函数差异性很大, 想要统一确定一个衰减因子使它们都能达到饱和是不可能的, 这也是该模型的缺陷之一。这里粗略估计一个这样的衰减因子, 作为对销售量总体的作用。假定  $x_k = ap_k$  时销售量衰减为预测值的 1/2, 解得  $\varepsilon_1 = 4$ , 利用遗传算法编写程序计算。

遗传算法基本思想:

遗传算法是通过模拟生物进化过程来完成优化搜索的, 是解决优化问题的常用方法。遗传算法通过繁殖、变异、竞争、选择四个基本算子实现寻优过程。在本题中我们采用实值编码的方法, 通过构造一个对违反约束个体实施调整选择的算法来进行求解。

(从单一学科类出发)

选择操作: 由于本例中初始产生的个体均为实数编码, 先对其进行取整处理, 此时个体的意义即为该学科各个课程所获得的书号数。考虑本学科总书号数的限制, 随机的调整各课程所获得书号数, 使总数满足约束条件。并计算个体的适应度, 采取随机遍历采样的方法选择参加交配的个体。

交叉操作: 又称为重组, 本例采取离散重组的方法进行交叉。



变异操作：变异的目的在于使算法有局部搜索能力，同时维持群体多样性，防止结果早熟。

表 7. 遗传算法第二次分配求解结果：

课程号	书号数	课程号	书号数	课程号	书号数	课程号	书号数
<b>1</b>	9	<b>19</b>	4	<b>37</b>	6	<b>55</b>	3
<b>2</b>	18	<b>20</b>	2	<b>38</b>	4	<b>56</b>	2
<b>3</b>	2	<b>21</b>	6	<b>39</b>	6	<b>57</b>	3
<b>4</b>	4	<b>22</b>	18	<b>40</b>	4	<b>58</b>	4
<b>5</b>	5	<b>23</b>	34	<b>41</b>	2	<b>59</b>	2
<b>6</b>	10	<b>24</b>	4	<b>42</b>	6	<b>60</b>	6
<b>7</b>	8	<b>25</b>	12	<b>43</b>	5	<b>61</b>	8
<b>8</b>	6	<b>26</b>	17	<b>44</b>	6	<b>62</b>	5
<b>9</b>	10	<b>27</b>	6	<b>45</b>	4	<b>63</b>	5
<b>10</b>	5	<b>28</b>	3	<b>46</b>	5	<b>64</b>	4
<b>11</b>	5	<b>29</b>	12	<b>47</b>	8	<b>65</b>	2
<b>12</b>	2	<b>30</b>	8	<b>48</b>	12	<b>66</b>	2
<b>13</b>	3	<b>31</b>	26	<b>49</b>	12	<b>67</b>	5
<b>14</b>	2	<b>32</b>	2	<b>50</b>	4	<b>68</b>	7
<b>15</b>	4	<b>33</b>	1	<b>51</b>	10	<b>69</b>	5
<b>16</b>	4	<b>34</b>	22	<b>52</b>	16	<b>70</b>	4
<b>17</b>	4	<b>35</b>	5	<b>53</b>	4	<b>71</b>	2
<b>18</b>	7	<b>36</b>	15	<b>54</b>	5	<b>72</b>	2

#### 8.2.4 结果分析

经统计模型一给出的结果 90% 在约束  $\frac{1}{2}ap_k \leq x_k < ap_k$  的边界处取得，这是因为分社内的课程之间的预测销售量差别很大，为使赢利最大化，分配时首先满足了销售量大的课程。在不考虑其他约束的情况下，书号分配两级化是必然的结果；

模型二限制了波动量的大小，两级化的情况有了很大改善，但与模型一相比总销售额有所下降；

模型三通过市场自动调节来实现书号分配的优化，由于时间关系我们没能对参数的取值进一步讨论，最后只给出一组解作为参考，也是本次建模的一大遗憾。

综上，取模型二的分配方案作为近似最优解。

## 9. 模型评价与改进

### 8.1 第一阶段模型评价

该模型体现“总社分配采用支持强势产品”原则，但在求解目标函数最优解时没有采用 Lingo 的分配结果，而是采用贪婪算法经过均衡调整的最优分配结果。贪心准则的依据即在各分社间分配均衡，所以即使在各学科强势度的差异大得多的情况下仍能给出

具有一定均衡性的最优解。

缺点在于，目标函数值是由各个课程的粗略分配所得的书号数与其强势度加权求和得来的，但这个粗略分配在每个学科内仍然是不均衡的，只能满足学科之间均衡。这个矛盾使我们的总强势度最大值只能反映一个最大的趋势，并不是完全和实际分配的最大总强势度成正比。但题意恰要我们分社在学科内重新分配书号到各学科，所以，我们不认为这个矛盾有很大影响。

改进的方向就在于消除这个矛盾，修改贪心准则，得到能在课程间也均衡的贪婪算法；或者考虑将目标函数改为均衡度和总强势度的加权和值。

## 8.2 第二阶段模型评价

1) 三个模型中，模型一最简便易行，得出的总销售额最优值最大，给出的是确定的最优值，但最优解却呈现和往年差异很大的不切实际的结果。我们已从书号调整保守性、课程之间均衡性、市场需求饱和性三个角度说明该组最优解是不够合理的。当然也不排除现实情况中书号作出重大调整后确实还未达到市场饱和而实现了该销售额的可能性，甚至出版社的品牌战略恰恰需要这样的重大调整，因此这个解可以作为参考。

2) 模型二和模型三是基于对历年书号分配稳定性特点的不同解读得出来的，模型二体现出版社自身的稳定和谐发展，主要反映出版社决策者的把握，模型三体现了市场的常规趋势，每个课程的总销售量是有一定限度的。这是二者的优点。但不足之处在于最后的分配结果还是与历年有些差异，而又不能对这种差异作出很有力明确的解释。

3) 改进的方向有：在预测课程内的销售额时可考虑市场的饱和程度，在求解总销售额最大时改进出能体现分社内课程书号分配均衡的搜索算法。

## 10. 模型稳定性分析

资源配置是总社每年进行的重要决策，直接关系到出版社的当年经济效益和长远发展战略。由于市场信息（主要是需求与竞争力）通常是不完全的，企业自身的数据收集和积累也不足，这种情况下的模型的稳定性显得尤为重要。由于不稳定的因素主要来自于调查问卷中提取的信息，因而我们对提取的信息赋予一权值向量  $\lambda_k$  表征问卷中课程  $k$  每年提取的竞争力信息的可信程度，并不妨假设向量  $\lambda_k$  服从均值为 0.5 的正态分布。通过计算机模拟，来分析我们的模型的稳定性。

算法思想：

**模块一：**构造  $72 \times 5$  的随机向量矩阵  $lamd$ ，注意到由于市场信息的不完整，每年都有小部分的课程没有被统计到，因而对于那些第  $y$  年没有被统计到的课程，我们有

理由认为该年该课程的数据信息可信度为 0，即  $\lambda_k^{(y)} = 0$ 。

**模块二：**对  $lamd$  的行向量进行归一化，即使第  $k$  门课程的随机可信度向量之和为 1，并用其加权每门课程每年的竞争力。

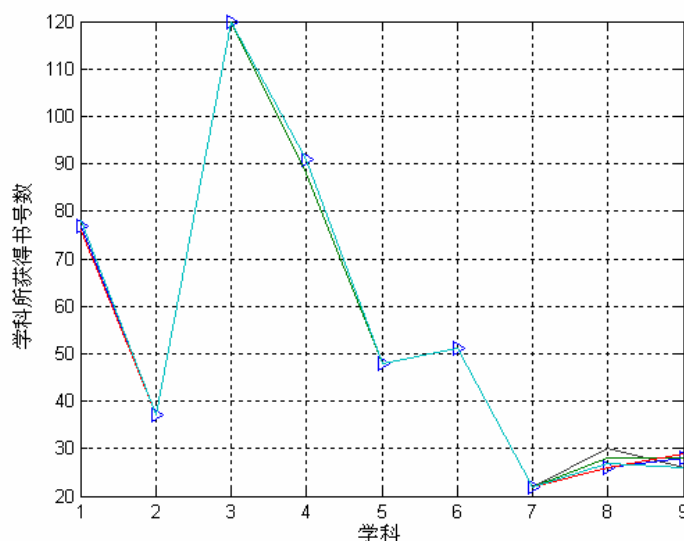
**模块三：**求出五年的平均竞争力系数和 2005 年的课程销售量，两者归一化以后相乘得出强势度，调用前边设计的贪婪算法准则实施分配。

按上述思想随机调用模拟程序若干次，下面列出随机抽取的十组分配结果：

**表 8. 10 次模拟的第一阶段分配结果：**

分社号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
题中	77	37	120	91	48	51	22	26	28
模拟 1	77	37	120	91	48	51	22	26	28
模拟 2	77	37	120	91	48	51	22	26	28
模拟 3	77	37	120	91	48	51	22	26	26
模拟 4	78	37	120	91	48	51	22	27	28
模拟 5	77	37	120	91	48	51	22	26	28
模拟 6	77	37	120	91	48	51	22	26	26
模拟 7	78	37	120	88	48	51	22	30	28
模拟 8	77	37	120	91	48	51	22	26	28
模拟 9	78	37	120	88	48	51	22	28	29
模拟 10	76	37	120	91	48	51	22	26	26

**图 6. 10 次模拟的第一阶段分配结果折线图：**



可以看出我们的模型在数据信息量不足情况下仍然很稳定，受随机可信度的影响很小。

## 11. 对出版社的建议

1) 推进品牌战略。从两阶段的规划可知，为符合一定均衡性的要求，我们都加入了平衡强弱课程书号的贪心准则或约束，这样的分配牺牲了强势课程的部分潜在销售额。因此，从品牌战略的角度来讲，建议出版社能争取总数更多的书号来追回这部分销售额，来更充分的发展优势课程的教材，或者可以在现有基础上加大强弱的分配差别，突出优势产品。

2) 附件 2 中给的数据量多而繁冗，为节约调查成本，有部分可以去掉的调查内容，如学生专业，所在年级学期，使用册书，印张等，一份简约有效的调查问卷更受消费者的

欢迎，也大大简化了数据处理的工作量。

3) 书号分配流程可以更节省成本、更有效。可以采用：分社根据自己每年的销售记录估计自身销售量和竞争力并如实汇报所需书号数——总社在严格统筹全部分社的当前销售记录后直接作出各课程书号数——分社执行总社的分配结果并结合实际操作中的特殊情况作出书号数调整。虽然很大的限制了分社对所得书号的分配，但这样的流程主要是为了分配与实际情况更加相符合，更体现现代管理的科学性。

## 12. 参考文献

- [1] 姜启源等，数学模型（第三版），北京：高等教育出版社，2003
- [2] 孙祥等，matlab 7.0 基础教程，北京：清华大学出版社，2005
- [3] 王晓东，计算机算法设计与分析（第2版），北京：电子工业出版社，2004
- [4] 杨超，运筹学，北京：科学出版社，2004

## 13. 附录

附表 1：72 个课程强势度

课程号	强势度	课程号	强势度	课程号	强势度	课程号	强势度
1	0.00369	19	0.02602	37	0.00000	55	0.00014
2	0.00586	20	0.00463	38	0.00184	56	0.00171
3	0.00011	21	0.00618	39	0.00164	57	0.00249
4	0.00036	22	0.02769	40	0.00065	58	0.00014
5	0.00024	23	0.81521	41	0.00691	59	0.00156
6	0.00341	24	0.00615	42	0.04501	60	0.00477
7	0.00596	25	0.02727	43	0.03623	61	0.00193
8	0.00028	26	0.06515	44	0.03504	62	0.00436
9	0.00627	27	0.00311	45	0.04239	63	0.00389
10	0.00143	28	0.00068	46	0.03904	64	0.00451
11	0.00759	29	0.01305	47	0.03083	65	0.00041
12	0.00724	30	0.04921	48	0.01970	66	0.00502
13	0.00094	31	0.04389	49	0.00772	67	0.00339
14	0.00293	32	0.00074	50	0.00021	68	0.00289
15	0.00128	33	0.00024	51	0.00475	69	0.00356
16	0.00210	34	0.00393	52	0.00747	70	0.00104
17	0.00337	35	0.00184	53	0.00388	71	0.00099
18	0.00663	36	0.00378	54	0.00954	72	0.00308

附表 2：72 个课程竞争力

课程号	强势度	课程号	强势度	课程号	强势度	课程号	强势度
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

<b>1</b>	0.425663	<b>19</b>	0.427482	<b>37</b>	0.376213	<b>55</b>	0.560414
<b>2</b>	0.46263	<b>20</b>	0.420124	<b>38</b>	0.356193	<b>56</b>	0.47129
<b>3</b>	0.227705	<b>21</b>	0.461595	<b>39</b>	0.389783	<b>57</b>	0.457502
<b>4</b>	0.365565	<b>22</b>	0.503323	<b>40</b>	0.520537	<b>58</b>	0.291436
<b>5</b>	0.342333	<b>23</b>	0.815211	<b>41</b>	0.443265	<b>59</b>	0.415348
<b>6</b>	0.442325	<b>24</b>	0.438181	<b>42</b>	0.496103	<b>60</b>	0.507526
<b>7</b>	0.356059	<b>25</b>	0.479513	<b>43</b>	0.520596	<b>61</b>	0.380769
<b>8</b>	0.317116	<b>26</b>	0.516945	<b>44</b>	0.519623	<b>62</b>	0.4219
<b>9</b>	0.393861	<b>27</b>	0.41896	<b>45</b>	0.545873	<b>63</b>	0.47062
<b>10</b>	0.38056	<b>28</b>	0.51115	<b>46</b>	0.575385	<b>64</b>	0.442158
<b>11</b>	0.39927	<b>29</b>	0.524304	<b>47</b>	0.525694	<b>65</b>	0.415354
<b>12</b>	0.409884	<b>30</b>	0.521518	<b>48</b>	0.514892	<b>66</b>	0.426084
<b>13</b>	0.360968	<b>31</b>	0.518389	<b>49</b>	0.487959	<b>67</b>	0.365205
<b>14</b>	0.452596	<b>32</b>	0.369771	<b>50</b>	0.363334	<b>68</b>	0.354931
<b>15</b>	0.424522	<b>33</b>	0.393776	<b>51</b>	0.469379	<b>69</b>	0.445671
<b>16</b>	0.385168	<b>34</b>	0.444031	<b>52</b>	0.438856	<b>70</b>	0.3947
<b>17</b>	0.385548	<b>35</b>	0.370447	<b>53</b>	0.41358	<b>71</b>	0.367219
<b>18</b>	0.395418	<b>36</b>	0.484287	<b>54</b>	0.506784	<b>72</b>	0.372085

