By using the algorithm mentioned above, the function has been solved fairly and the optimum solution has been got. In this paper two study cases are described. For case 1, the intervals of replacing and checking are 369 and 18 respectively, the loss of unit qualified part is 4.615 Yuan and it will be down to 4.405 Yuan if the unequal interval is adopted. For case 2, under complicated conditions, the intervals of replacing and thecking are 306 and 28 respectively, the loss of unit qualified part is 9.268 Yuan and it will change to 9.047 Yuan when using unequal interval. These results provide a more advantage proof for the improved model using the unequal interval checking method.

自 动 化 车 床 管 理

于 杰, 蒋爱民, 李荣冰
指导教师: 倪 勤

(南京航空航天大学, 南京 210016)

编者按: 本文思路清晰, 叙述简洁扼要, 在处理 5% 其他故障方面有独到之处. 但问题二的分析和结果有不足和错误.

摘要: 本文讨论了系统的最优维修策略问题, 考虑到题目中所涉及的变量大多为随机变量, 我们建立了单目标的期望值模型. 并利用计算机采用穷举搜索法求解得第一种情况最优解为每生产 18 个零件检查 1 次, 当检查到 20 次时更换刀具, 这时生产单个零件的最低平均费用为 4.62 元.

最后, 我们指出了模型中一些未考虑的因素, 分析了这些因素可能对模型产生的影响, 并提出了模型的改进方案.

1 问题的提出(略)

2 基本假设

(1) 假定生产任一零件出现故障机会均等, 且相互独立.

(2) 发现故障时无法区分刀具故障和其它故障.

(3) 其它故障服从几何分布.

(4) 每次只检查 1 个零件.

(5) 零件检查时间很小, 可忽略不计.

(6) 检查间隔是相等的.

(7) 假设随机变量 $X1$、$X2$ 是相互独立的, $X1$、$X2$ 的含义见符号说明.

3 符号说明

n: 每生产 n 个零件检查一次

m: 检查第 m 次时更换新的刀具

T: 定期更换刀具时已生产的产品的总数即刀具更换周期 $T = n \cdot m$

$\overline{T}$: 刀具更换周期的数学期望(均值)

F: 故障时产出的零件损失费用 $F = 200$ 元/件

J: 进行检查的费用 $J = 10$ 元/次

D: 发现故障进行调节使恢复正常的平均费用 $D = 3000$ 元/次(包括刀具费)

K: 未发现故障时更换一把新刀具的费用 $K = 1000$ 元/次

M: 工序正常而误认为有故障停机产生的损失费用 $M = 1500$ 元/次

$\overline{C}(n,m)$: 整个工序在刀具更换周期的总费用的数学期望值

$\overline{S}(n,m)$: 整个工序在刀具更换周期的生产单个零件平均费用的数学期望值

X_1: 表示首次产生刀具故障时已加工的零件数

X_2: 表示其它原因引起的首次故障时已加工的零件数

X: 首次故障时已加工的零件数即故障间隔

4 问题分析

自动化车床发生故障时, 要及时实施维修, 如果检查周期太长, 故障不能及时发现, 给生产带来损失; 检查周期太短, 又会增加费用, 因为车床出现故障是随机的, 问题是如何安排设备检查方案, 使得刀具更换时, 每个零件的平均费用最低

对于第 1 种情况若检查零件为合格的, 则工序未出现故障, 此时更换刀具称为预备性替换; 若检查零件为不合格的, 则工序必已出现故障, 此时应立即更换刀具, 此称为事后替换(参见文献[1]).

第 2 种情况较为复杂, 因为仅凭 1 次检查零件是否合格, 不能准确判断工序是否正常, 这时我们可以分情况讨论, 如果发现零件不合格, 就停机检查工序是否正常, 若正常继续生产, 如果不正常就更换刀具, 如果到周期结束时即第 m 次检查后零件仍合格必须换刀具

为解决此问题我们建立了单目标期望值模型

5 模型的建立

1. 刀具故障完成零件个数的数据统计分析

我们使用MATLAB 软件包对 100 次刀具故障记录数据处理作直方图, 用分布拟合检验法可以证明刀具故障数据近似服从正态分布

假设 H_0: X_1 的概率密度为

$$f(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < x < +\infty$$

由极大似然估计法得

$$\hat{\mu} = 600, \hat{\sigma} = 196.6292,$$

将 X (0～1200) 分为 12 个区间, 若 H_0 为真, 则 X_1 的概率密度为

$$f(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times 196.6292} e^{-\frac{(x-600)^2}{2\times 196.6292^2}}$$

按上式查标准正态分布函数表可得概率 P_i

$$\therefore \quad \sum_{i=1}^{12}(f_i - nP_i)^2/nP_i = 4.09$$

因为

$$\chi^2_{0.05}(12-2-1) = \chi^2_{0.05}(9) = 16.919 > 4.09$$

所以接受假设, 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下接受总体服从正态分布(参见文献[2]).

我们已假设其它随机原因对于任一零件出现故障的机会相同, 且相互独立, 所以可假设 X_2 服从几何分布, 其分布函数是

$$F(X_2) = \sum_{k=1}^{[x_2]} p(1-p)^{k-1}, \quad (0 < p < 1), \quad E(X_2) = \frac{1}{p}$$

由题意知, 刀具损坏故障占工序故障 95%, 而其它故障占 5%, 近似

$$\frac{E(x_2)}{E(x_1)} = \frac{1}{\mu p} = \frac{95\%}{5\%} = 19$$

求得

$$p = 0.000087719$$

所以总故障间隔 $X = \mathrm{MIN}(X_1, X_2)$, X 分布函数

$$F_x(x) = 1 - (1 - F_{x_1}(x))(1 - F_{x_2}(x))$$

$$= 1 - \left[1 - \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]\left[1 - \sum_{k=1}^{[x]} p(1-p)^{k-1}\right]$$

$$= 1 - \left[1 - \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right](1-p)^{[x]} \quad \text{(参见文献[2])}$$

2. 模型 1:

对于第一种情况, 设每生产 n 个零件检查 1 次, 检查 m 次换刀具, 若第 m 次检查零件仍合格, 则前面生产的零件全部为合格的, 即工序正常, 这时费用记为 C_1, 则

$$C_1 = (J \cdot m + K) \times P\{X > n \cdot m\}$$

若第 k 次检查零件不合格, 则工序必出现故障, 设故障出现在第 $(k-1)n + i$ 个(如图).

这时费用记为 C_2

$$C_2 = \sum_{k=1}^{m}\left[J \cdot k + D + F \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} i \cdot P\{X = (k-1)n + i\}}{P\{(k-1)n < X \leq kn\}}\right] \cdot P\{(k-1)n < X \leq kn\}$$

对于刀具更换周期 T 来说, 因为它是 n, m 的函数, 所以也是随机变量, 求其数学期望值:

$$\overline{T} = E(n,m) = \int_0^{nm} t\,\mathrm{d}F(t) + \int_{nm}^{\infty} nm f(t)\,\mathrm{d}t$$

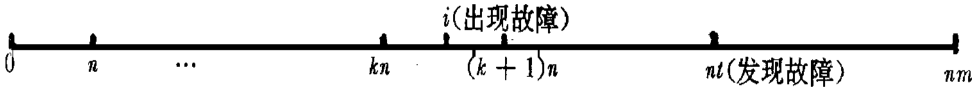
$$= mnF(nm) - \int_0^{nm} F(t)\,\mathrm{d}t + nm[1 - F(nm)]$$

$$= \int_0^{nm}[1 - F(t)]\,\mathrm{d}t$$

$$\therefore \quad \overline{S}(n,m) = \frac{\overline{C}(n,m)}{\overline{T}} = \frac{C_1 + C_2}{\overline{T}} \qquad \text{(参见文献[3])}$$

3. 模型 2:

对于第二种情况, 我们分为两类(如图):



(1) 工序在生产第 $kn+i$ 个零件时出现故障, 其概率为 $P\{X=kn+i\}$.

情况一: 虽然故障发生在第$(kn+i)$个零件, 但直到第 t 次检查时才发现, 并换刀具. 第$(k+1)n$ 到第 tn 个零件中检查到的 $t-k-1$ 个零件均为合格的零件, 其概率为 $0.6\times0.4^{t-k-1}$.

此情况中, 在生产第 $kn+i$ 个零件前工序正常. 不合格零件的平均个数为$(kn+i-1)\times0.02$ 个, 因零件不合格损失$(kn+i-1)\times0.02\times F$ 元. 被查到的 k 个零件中平均有 $k\times0.02$ 个不合格, 此种情况下停机检查工序需花费 $k\times0.02\times M$ 元.

生产第 $kn+i$ 个零件到 tn 个零件时, 工序处于故障状态, 不合格零件的平均个数是$(tn-kn-i+1)\times0.6$, 零件不合格损失的费用为$(tn-kn-i+1)\times0.6\times F$ 元, 到第 t 次检查完换刀, 检查费用为 $J\cdot t$.

上述情形对于每一可能的 t, 费用为 $S_{k,i,t}$

$$S_{k,i,t}=\{J\cdot t+D+[(tn-kn-i+1)\times0.6+(kn+i-1)\times0.02]\times F+0.02Mk\}\times\frac{0.6\times0.4^{t-k-1}}{tn}$$

$$t=k+1,k+2,\cdots,m$$

情况二, 直到必须换刀具时, 仍未发现工序故障, 此情况的概率 0.4^{m-k}.

此情况下的损失包括: 检查费 Jm、换刀具费 K、零件损失费 $[(mn-kn-i)\times0.6+(kn+i+1)\times0.02]\cdot F$、故障出现前的误判损失费为 $0.02Mk$.

∴ 总平均费用为

$$S_{k,i,m}=\{J\cdot m+D+[(mn-kn-i)\times0.6+(kn+i+1)\times0.02]\times F+0.02Mk\}\times\frac{0.4^{m-k}}{mn}$$

将情况一和情况二合并得: 情况(1)下的平均费用为

$$S_1=\sum_{t=k+1}^{m}S_{k,i,t}\qquad k=0,1,2,\cdots,m-1;\quad i=1,2,\cdots,n$$

(2) 在必须换刀具的第 m 次检查以前工序一直正常, 其概率为 $P\{X\geq nm+1\}$, 单个零件平均费用为

$$S_2=(J\cdot m+K+0.02F\cdot n\cdot m+0.02M\cdot m)/(m\cdot n)$$

由(1)和(2)得总平均费用为

$$\overline{S}_{n,m}=\sum_{k=0}^{m-1}\sum_{i=1}^{n}S_1\cdot P\{X=kn+i\}+S_2\cdot P\{X\geq nm+1\}$$

6 计算方法设计和计算机实现

对于模型 1, 我们用 C 语言编程并采用穷举法进行搜索. 由 X_1 呈正态分布可知, 当刀具生产 600 个零件附近时出现故障概率最大. 所以刀具更换周期 T 即 $m\cdot n$ 的最优解应在

600 附近, 我们取 200～ 900 范围　又因为 n 与 m 有关系, 既不可能只检查 1 次就更换刀具, 也不可能每生产一个零件都检查一次　所以我们可以判定 m 和 n 的最优解必落在 (10～100) 之间　现在先以 10 为步长计算费用　可以发现最优解的区间 m 在 (20～ 30) , n 在 (10～20) 之间, 改变步长为 1, 在上述区间内再进行搜索得最优解为 $n= 18, m= 20, \overline{S_{n\cdot m}}= 4.62$ (详见附表).

对于模型 2, 刀具更换周期的数学期望 $\overline{T}$ 近似用 $n\cdot m$ 代替, 误差不大, 用同样方法搜索得最优解为 $n= 48, m= 6, \overline{S_{n\cdot m}}= 11.16$

7　模型的改进

对于模型 2, 我们作改进方案分析

工序故障不服从均匀分布, 而我们在模型 2 的建立和求解中均采用等间隔检查　这是模型 2 的一个缺点, 因此, 我们依据工序故障服从的分布函数, 用变间隔去逼近理想情况　随着加工的零件的增多, 刀具出现故障的概率会大大增加, 故检查间隔应随之减小

我们将间隔取为等差数列, 利用这种方案在模型 2 得到的最优解的基础上进一步搜索, 可以得到更好的结果

参考文献:

[1]　可靠性、维修性的数理基础. [日]三根久　河合一著. 机械工业出版社.
[2]　概率论与数理统计(第二版). 浙江大学, 盛骤著. 高等教育出版社.
[3]　运筹学随机模型. 严颖、成世学等著. 中国人民大学出版社.

附　表

n \ m	10	20	30	40	50	60	70	80	90
10	11.14	6.33	5.04	4.83	5.20	5.87	6.60	7.19	7.56
20	5.63	4.71	6.31	8.12	8.87	8.98	8.99	8.99	8.99
30	4.77	7.07	10.02	10.48	10.49	10.49	10.49	10.48	10.48
40	5.20	10.72	12.06	12.07	12.07	12.07	12.06	12.06	12.06
50	6.88	13.45	13.68	13.68	13.68	13.68	13.68	13.67	13.67
60	9.60	15.30	15.31	15.31	15.31	15.30	15.30	15.30	15.29
70	12.90	16.96	16.96	16.99	16.94	16.94	16.94	16.93	16.94
80	15.22	18.60	18.60	18.59	18.59	18.58	18.58	18.57	18.57
90	19.11	20.25	20.25	20.89	20.23	20.23	20.22	20.21	20.21
100	21.47	21.90	21.90	21.89	21.88	21.87	21.87	21.86	21.85

第 30 卷第 1 期
2000 年 1 月
数学的实践与认识
MATHEMATICS IN PRACTICE AND THEORY
Vol. 30 No. 1
Jan. 2000

The Management of Automatic Lathe

YU Jie, JIANG Ai-min, LI Rong-bing

(Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

Abstract: Optimal maintenance policy problem in a system is discussed and analysed in this paper. Due to the random variable concerned, one objective mathematical model of expectation value is developed. By using enumerative search method, we obtain optimal policy. The process is checked once every producing 18 parts. When the process is checked 20 times, the knife has to be changed. According to this policy, the average minimal cost for producing a part is 4.62¥.

Finally, we point out some factors not to be considered in the model, and analyse the influence of these factors. Moveover, some modification is proposed.

车 床 管 理 优 化 模 型

张继伟, 韩方华, 顾利龙
指导教师: 夏亚峰

(甘肃工业大学, 兰州 730050)

编者按: 本文的特色在于利用管理成本理论, 得到了由四个部分组成的单位工件成本的表达式, 及最优检查周期所满足的方程, 作者特别细致地注意到由检查滞后而引起的成本部分, 继而在定期更换刀具及考虑到其他非刀具因素故障情况下对成本公式作了修正, 并用搜索法求得了最优解.

摘要: 本文讨论了自动化车床连续加工零件工序定期检查和刀具更换的最优策略.

针对问题一, 应用管理成本理论结合概率统计方法, 建立定期检查调节零件的平均管理成本的优化设计模型, 通过计算机求解, 模拟, 得到工序设计效益最好的检查间隔和刀具更换间隔. 针对问题二, 在问题一的基础上, 利用概率知识调整了检查间隔中的不合格品数带来的平均损失, 同时加上了因工序正常而误认为有故障停机产生的平均损失, 然后建立起目标函数, 得到工序设计效益最好的检查间隔和刀具更换策略. 对于工序故障采用自动检查装置, 设计出了自动检查调节系统, 并给出了算法框图, 有效地避免工序正常而误认为有故障停机损失, 提高工序效益.

1 问题的重述(略)

2 模型的假设

1. 工序出现故障是完全随机的, 生产任一零件时出现故障的机会相同;
2. 累积的 100 次刀具故障记录中每一个记录是刀具完成的零件数, 其中有一个不合格