

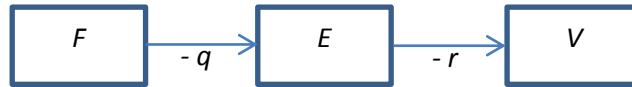
HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP ĐỊNH HƯỚNG TUẦN 1-2-3

DẠNG TOÁN: BÀI TOÁN ĐIỆN TÍCH ĐIỂM

1. Nhận xét:

- Đặc điểm rất dễ nhận dạng của loại bài toán này là sự xuất hiện của các điện tích điểm trong đề bài → do đó chúng ta cần nắm vững một số công thức và kiến thức liên quan tới điện tích điểm:

- Lực tương tác giữa hai điện tích điểm: $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$
- Cường độ điện trường: $E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} = k \frac{q}{r^2}$
- Điện thế gây bởi điện tích điểm: $V = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} = k \frac{q}{r}$
- Sơ đồ chuyển đổi công thức $F \rightarrow E \rightarrow V$: từ sơ đồ dưới ta thấy chỉ cần nhớ công duy nhất công thức tính F là có thể suy ra công thức E, V



- Công dịch chuyển điện tích điểm q từ vị trí A đến vị trí B : $A = q(V_A - V_B)$
- Hướng của điện trường gây bởi điện tích điểm: +: hướng ra, -: hướng về
- Một số dạng bài tập điển hình:
 - Xác định các đại lượng cơ bản: F, E, V, q, A
 - Bài toán kết hợp động lực học: dây treo, trong môi trường xuất hiện lực đẩy Acsimet (lực đẩy Acsimet $F_A = dV - d$ là trọng lượng riêng của chất lỏng)
 - Tìm vị trí ứng với một giá trị cho trước như vị trí để E, F triệt tiêu,....
 - Đuổi hình bắt chữ → nhìn hình vẽ để đưa ra nhận xét

2. Hướng giải:

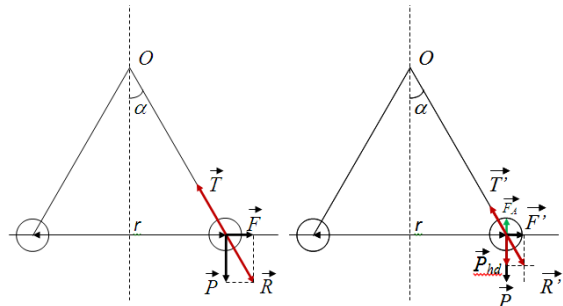
Bước 1: Cần xác định đại lượng cần tìm (đây chính là bước tóm tắt)

Bước 2: Liệt kê các công thức liên quan → đánh dấu những đại lượng đã biết

Bước 3: Tìm liên hệ giữa đại lượng đã biết và đại lượng cần tìm → kết quả

3. Bài tập minh họa:

Bài 1-5: Hai quả cầu mang điện có bán kính và khối lượng bằng nhau được treo ở hai đầu sợi dây có chiều dài bằng nhau. Người ta nhúng chúng vào một chất điện môi (dầu) có khối lượng riêng ρ_1 và hằng số điện môi ϵ . Hỏi khối lượng riêng của quả cầu ρ phải bằng bao nhiêu để góc giữa các sợi dây trong không khí và chất điện môi là như nhau?



Tóm tắt:

Quả cầu mang điện: bán kính, khối lượng như nhau, ρ

Điện môi: dầu - ρ_1, ϵ

Góc lệch trong không khí = góc lệch trong chất điện môi

Xác định ρ ?

Giải:

- Nhận xét:

- Hai quả cầu mang điện → bài toán điện tích điểm
- Nhúng chúng vào một chất điện môi → có sự liên hệ tới lực đẩy Acsimet → liên quan tới động lực học → sẽ phải liệt kê lực tác dụng lên quả cầu
- Góc giữa các sợi dây trong không khí và chất điện môi là như nhau → khoảng cách giữa các quả cầu là không đổi.

- Xét trường hợp 1: Đặt trong không khí

- Mỗi quả cầu sẽ chịu tác dụng của 3 lực:

- Trọng lực: P
- Lực đẩy Coulomb: F
- Sức căng dây: T

- Từ hình vẽ ta thấy khi ở điều kiện cân bằng thì:

$$\tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2 m g}$$

- Xét trường hợp 2: Đặt trong dầu

- Mỗi quả cầu sẽ chịu tác dụng của bốn lực:

- Trọng lực: P
- Lực đẩy Coulomb: F'
- Sức căng dây: T'
- Lực đẩy Acsimet: F_A

- Từ hình vẽ ta thấy khi ở điều kiện cân bằng thì:

$$\tan \alpha = \frac{F'}{P_{hd}} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2 (mg - dV)}$$

- Kết hợp hai trường hợp trên trong đó thay: $m = \rho V$; $d = \rho_1 g$ ta có:

$$\rho = \frac{\epsilon \rho_1}{\epsilon - 1}$$

Chú ý:

- Cần nắm vững công thức tính lực đẩy Acsimet
- Một số dạng bài mở rộng liên quan tới bài toán:
 - Xác định hằng số điện môi của chất điện môi
 - Xác định khối lượng riêng của chất điện môi
 - Xác định góc lệch của dây treo
 - Xác định điện tích của quả cầu
 - ...

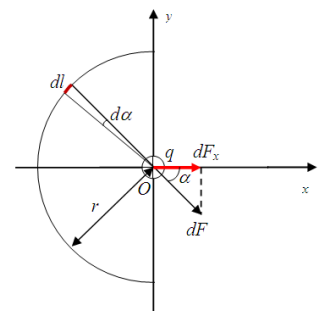
Bài 1-9: Xác định lực tác dụng lên một điện tích điểm $q = 5/3 \cdot 10^{-9}$ C đặt ở tâm nửa vòng xuyến bán kính $r_0 = 5$ cm tích điện đều với điện tích $Q = 3 \cdot 10^{-7}$ C (đặt trong chân không).

Tóm tắt:

Điện tích điểm $q = 5/3 \cdot 10^{-9}$ C

Vòng xuyến: tâm O, $r_0 = 5$ cm, tích điện đều, $Q = 3 \cdot 10^{-7}$ C

Hệ trong chân không.



Xác định lực F ?

Giải:

- Nhận xét:

- Do có vòng xuyên tích điện đều \rightarrow bài toán liên quan tới tính tích phân \rightarrow áp dụng phương pháp tính tích phân (4 bước cơ bản)

- o Bước 1 – **Vi phân vật thể**: vòng xuyên \rightarrow xét phần tử cung tròn dl

- o Bước 2 – **Xác định dQ** : $dQ = \lambda dl = \frac{Q}{\pi r_0} dl$

- o Bước 3 – **Xác định dF** : $dF = \frac{q dQ}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_0^2} = \frac{qQ}{4\pi^2\epsilon\epsilon_0 r_0^3} dl$

- o Bước 4 – **Tính tích phân**:

- Phân tích hình vẽ ta thấy vector dF sẽ gồm hai thành phần dF_x và $dF_y \rightarrow$ do tính đối xứng của vòng xuyên nên $F_y = \int dF_y = 0$ như vậy ta có

$$\mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = \int d\mathbf{F}_x = \int \frac{qQ \cos\alpha}{4\pi^2\epsilon\epsilon_0 r_0^3} dl \text{ (trong đó } \alpha \text{ là góc tạo giữa vecto } d\mathbf{F}$$

và chiều dương Ox – cũng có sách thì lại lấy α là góc tạo bởi vecto $d\mathbf{F}$ với trục Oy và khi đó ta phải đổi hàm $\cos\alpha$ thành hàm $\sin\alpha \rightarrow$ dẫn đến cận tích phân cũng thay đổi cho phù hợp là từ 0 đến π)

- Đến đây ta thấy có tích phân thì tính theo l , trong khi đó góc α lại thay đổi tùy theo vị trí trên vòng xuyên \rightarrow gợi ý cho ta phải tìm mối quan hệ giữa α và $dl \rightarrow$ ta có mối quan hệ: $dl = r_0 d\alpha \rightarrow$ thay vào biểu thức tính F và lấy tích phân từ $-\frac{\pi}{2}$ đến $\frac{\pi}{2}$

$$F = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{qQ \cos\alpha d\alpha}{4\pi^2\epsilon\epsilon_0 r_0^2} = \frac{qQ}{2\pi^2\epsilon\epsilon_0 r_0^2} \approx 1,14 \cdot 10^{-3} N$$

- Chú ý:

- Về cơ bản thì bài toán này sẽ đưa về bài toán xác định cường độ điện trường E sau đó suy ra lực tác dụng \rightarrow ta chỉ cần nhớ công thức về cường độ điện trường gây bởi một nửa vòng xuyên tại tâm của nó là:

$$E = \frac{Q}{2\pi^2\epsilon\epsilon_0 r_0^2}$$

- Một bài toán mở rộng suy ra từ bài này chính là xác định hiệu điện thế gây bởi nửa vòng xuyên tại tâm của nó \rightarrow ta chỉ thay đổi từ bước 2 $dV = \frac{dQ}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_0}$ và chú ý là đối với điện thế là đại lượng vô hướng nên ta chỉ cần áp dụng trực tiếp tích phân mà không cần phải thực hiện phép chiếu:

$$V = \int \frac{dQ}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_0}$$

- Ngoài ra có thể có một số bài toán liên quan như:

- o Xác định điện tích q, Q
- o Xác định bán kính, đường kính vòng xuyên
- o Xác định mật độ điện dài trên vòng xuyên

○

Bài 1-11: Cho hai điện tích q và $2q$ đặt cách nhau 10 cm. Hỏi tại điểm nào trên đường nối hai điện tích ấy điện trường triệt tiêu.

Tóm tắt:

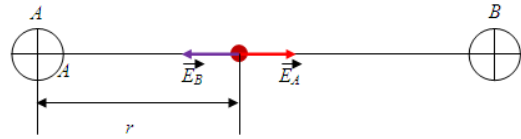
Hai điện tích: q và $2q$

$r = 10$ cm

$M \in AB$

$E_M = 0$

Xác định vị trí M



Giải:

- **Nhận xét:** Đây là bài toán xác định vị trí triệt tiêu \rightarrow ta cần chú ý các điểm sau: độ lớn, dấu của điện tích điểm \rightarrow chiều và độ lớn của lực điện, cường độ điện trường, bố trí các điện tích điểm (chú ý các bố trí có tính đối xứng cao).

- Giả sử điện tích $q > 0$:

- Gọi E_A là điện trường tại M gây bởi điện tích q
- Gọi E_B là điện trường tại M gây bởi điện tích $2q \rightarrow$ dễ nhận thấy là hai vector cường độ điện trường E_A và E_B ngược chiều nhau \rightarrow tồn tại một vị trí thích hợp để điện trường tổng hợp tại M bị triệt tiêu.
- Giả sử điểm M cách điện tích q một khoảng $r \rightarrow$ xét điều kiện triệt tiêu ta có:

$$\vec{E}_M = \vec{E}_B + \vec{E}_A = \vec{0}$$

$$\rightarrow k \frac{q}{r^2} = k \frac{2q}{(10-r)^2} \Rightarrow 2r^2 = (10-r)^2 \Rightarrow r = 4,14 \text{ cm}$$

- **Chú ý:**

- Đôi khi bài toán sẽ hỏi vị trí điểm M để E (hoặc F) tổng hợp tại đó bằng 1 giá trị nào đó khác 0

Bài 1-12: Xác định cường độ điện trường đặt ở tâm của một lục giác đều cạnh a , biết rằng 6 đỉnh của nó có đặt:

1. 6 điện tích bằng nhau và cùng dấu
2. 3 điện tích âm, 3 điện tích dương về trị số đều bằng nhau

Tóm tắt:

O : tâm lục giác đều cạnh a

Xác định E_0 :

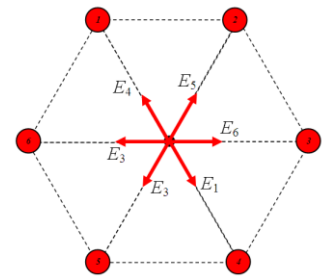
- TH1: $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q_5 = q_6 = q$
- TH2: $|q_1| = |q_2| = |q_3| = |q_4| = |q_5| = |q_6|$ (trong đó có 3 điện tích dương)

Giải:

- **Nhận xét:** Với hệ bố trí như bài toán, ta dễ thấy là có 4 cách bố trí, và cần chú ý tính chất đối xứng đối xứng qua tâm của hình lục giác đều.

- Xét trường hợp 1 → chỉ có một cách bố trí như hình vẽ

- Dựa vào tính chất đối xứng ta thấy các cặp điện tích điểm đối xứng gây ra hai vector cường độ điện trường ngược chiều nhưng cùng độ lớn → điện trường tổng hợp gây bởi hai điện tích điểm đối xứng cùng dấu là bằng 0.
- Đối với hệ bố trí này, 6 điện tích điểm tương đương với 3 cặp điện tích điểm cùng dấu đối xứng qua tâm nên điện trường tổng hợp tại tâm lục giác đều bằng 0.



- Xét trường hợp 2 → có 3 cách bố trí

<p>Do tính chất đối xứng ta nhận thấy các cặp điện trường E_1-E_4, E_2-E_5, E_3-E_6 cùng chiều và cùng độ lớn.</p> <p>Các vector điện trường tổng hợp E_{14}, E_{25}, E_{36} cùng độ lớn và tạo với nhau một góc 120° như hình vẽ. Dễ thấy tổng điện trường tổng hợp của 3 vector này bằng 0 → $E_O = 0$</p>	<p>Do tính chất đối xứng ta nhận thấy các cặp điện trường E_1-E_4, E_2-E_5, E_3-E_6 cùng chiều và cùng độ lớn.</p> <p>Các vector điện trường tổng hợp E_{14}, E_{25}, E_{36} cùng độ lớn và có phương và chiều như hình vẽ. Áp dụng quy tắc tổng hợp vector ta có:</p> $E_0 = 2E_{36} = 4E_6 = 4 \frac{kq}{a^2}$	<p>Do tính chất đối xứng ta nhận thấy các cặp điện trường E_1-E_4, E_2-E_5, E_3-E_6 ngược chiều và cùng độ lớn → điện trường tổng hợp của từng cặp này bằng 0. Cặp E_2-E_5 cùng chiều và cùng độ lớn</p> <p>Vector điện trường E_O bằng vector E_{25} có phương, chiều như hình vẽ và có độ lớn.</p> $E_0 = E_{25} = 2E_5 = 2 \frac{kq}{a^2}$

- **Chú ý:**

- Đây là bài toán điển hình về việc phân tích tính chất đối xứng để tính điện trường hoặc lực tổng hợp tại một vị trí nào đó. Đề bài đôi khi có thể cho ta hệ điện tích được bố trí theo một quy tắc nào đó như hình tam giác vuông, tam giác đều, hình vuông, hình chữ nhật,...
- Cần nắm vững quy tắc tổng hợp vector và cách tính độ dài vector tổng hợp như (Pytago, Định lý hàm số cos trong tam giác thường)

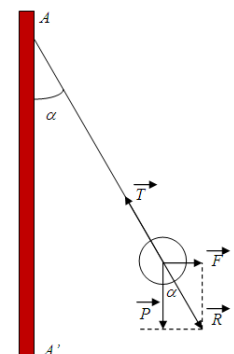
Bài 1-13: Trên hình vẽ AA' là một mặt phẳng vô hạn tích điện đều với mật độ điện mặt $\sigma = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C/cm}^2$ và B là một quả cầu tích điện cùng dấu với điện tích trên mặt phẳng. Khối lượng quả cầu $m = 1 \text{ g}$, điện tích của quả cầu $q = 10^{-9} \text{ C}$. Hỏi sợi dây treo quả cầu lệch đi một góc bằng bao nhiêu so với phương thẳng đứng.

Tóm tắt:

$$\sigma = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C/cm}^2$$

$$m = 1 \text{ g}$$

$$q = 10^{-9} \text{ C}$$



Xác định góc lệch α

Giải:

- Nhận xét: Đây là bài toán cân bằng lực, dựa vào dữ kiện đề bài ta thấy muốn xác định được góc α thì ta phải đi xác định được độ lớn của P (đã biết) và F (chưa biết) \rightarrow phương hướng là phải đi xác định giá trị đại lượng $F \rightarrow$ Bản chất của lực F là lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm q khi điện tích này được đặt trong điện trường của mặt phẳng vô hạn tích điện đều

- Ở trạng thái cân bằng quả cầu chịu tác dụng bởi ba lực:

- Trọng lực: \vec{P}
- Lực Coulomb: \vec{F}
- Lực căng dây: \vec{T}

- Lực Coulomb tác dụng lên quả cầu là: $F = qE = q \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$ (biểu thức màu đỏ chính là điện trường gây bởi mặt phẳng vô hạn tích điện đều)

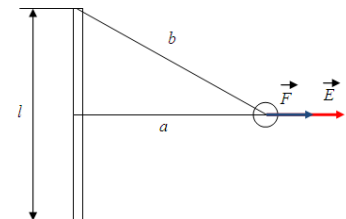
- Từ hình vẽ ta có:

$$\tan\alpha = \frac{F}{P} = \frac{q\sigma}{2\epsilon\epsilon_0 mg} = 0,223 \Rightarrow \alpha \approx 13^\circ$$

- **Chú ý:**

- Công thức cần nhớ là điện trường gây bởi mặt phẳng vô hạn mang điện đều: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$
- Một số bài toán mở rộng:
 - o Xác định lực căng dây T
 - o Xác định điện tích q
 - o Xác định mật độ điện mặt σ

Bài 1-18: Hạt bụi mang một điện tích $q = -1,7 \cdot 10^{-16} \text{ C}$ ở gần một dây dẫn thẳng khoảng $0,4 \text{ m}$, ở gần đường trung trực của dây dẫn. Đoạn dây dẫn dài 150 cm , mang điện tích $q_1 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$. Xác định lực tác dụng lên hạt bụi. Giả thiết rằng q_1 được phân bố đều trên sợi dây và sự có mặt của q_2 không ảnh hưởng gì tới sự phân bố.



Tóm tắt:

Điện tích điểm: $q = -1,7 \cdot 10^{-16} \text{ C}$

$a = 0,4 \text{ cm}$

Dây dẫn: $l = 150 \text{ cm}$, $q_1 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

Xác định lực F

Giải:

- **Nhận xét:** Đây là một bài toán tác dụng của điện trường gây bởi một sợi dây dài vô hạn (hoặc hữu hạn) tích điện đều lên một điện tích điểm q . Ở bài này ta có thể sử dụng quy tắc phân tích $r^2 \rightarrow a.b$ từ công thức điện trường gây bởi điện tích điểm (chú ý là chỉ được áp dụng khi điểm khảo sát nằm rất gần hoặc trên đường trung trực trong đó a là khoảng cách từ điểm đó tới trung điểm của sợi dây và b là khoảng cách từ điểm đó đến đầu mút của dây) để xác định cường độ điện trường sau đó xác định lực F :

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow E = \frac{kq}{ab}$$

- Áp dụng quy tắc phân tích r^2 ta có điện trường gây bởi sợi dây dẫn thẳng dài tại điểm nằm trên đường trung trục của dây:

$$E = \frac{kq_1}{ab} = \frac{kq_1}{a\sqrt{a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}$$

- Lực tác dụng lên điện tích điểm q_1 là:

$$F = qE = \frac{kqq_1}{a\sqrt{a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} \approx 10^{-10} N$$

- **Chú ý:**

- Ở bài toán này ta hoàn toàn có thể coi như bài toán dây dài vô hạn vì $l \gg a$ do đó áp dụng định lý O-G ta dễ dàng thu được công thức điện trường gây bởi dây vô hạn tích điện đều q tại điểm M cách dây một khoảng là a

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 a} = \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 al}$$

- Rất dễ nhận thấy nếu tính theo công thức này thì biểu thức tính lực F cũng sẽ thay đổi \rightarrow **kết quả sai???** \rightarrow thực sự thì kết quả vẫn sẽ gần như nhau do gần đúng vô hạn khi $l \gg a$.
- Các công thức cần nhớ:

$$\circ E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 a} = \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 al}$$

$$\circ E = \frac{kq}{ab}$$

- Một số dạng bài mở rộng liên quan tới các công thức
 - o Xác định mật độ điện dài λ
 - o Xác định khoảng cách từ điện tích q
 - o Xác định độ dài của dây dẫn l
 - o Xác định khoảng cách từ điện tích tới dây a
 - o

Bài 1-24: Tính công cần thiết để dịch chuyển một điện tích $q = \frac{1}{3} 10^{-7} C$ từ một điểm M cách quả cầu tích điện bán kính $r = 1 \text{ cm}$ một khoảng $R = 10 \text{ cm}$ ra xa vô cực. Biết quả cầu có mật độ điện mặt $\sigma = 10^{-11} C/cm^2$.

Tóm tắt:

$$q = \frac{1}{3} 10^{-7} C$$

$$\text{Quả cầu: } r = 1 \text{ cm}, \sigma = 10^{-11} C/cm^2$$

$$R = 10 \text{ cm}$$

Xác định $A_{R\infty}$

Giải:

- **Nhận xét:** Đây là bài toán liên quan tới công dịch chuyển điện tích điểm \rightarrow chúng ta quan tâm tới công thức tính công dịch chuyển từ vị trí $M \rightarrow N$ nào đó: $A_{MN} = q(V_M - V_N) \rightarrow$ từ công thức này ta thấy phương hướng của bài toán là phải đi xác định điện thế tại vị trí M và N . Mà muốn xác định điện thế tại một điểm nào đó trước tiên ta phải xác định được hình dạng của nguồn điện

tích gây ra tại điểm đó → trong bài này là mặt cầu tích điện đều → ta cần chú ý tính chất điện thế gây bởi mặt cầu tích điện mặt:

- Điện thế tại mọi điểm bên trong mặt cầu đều bằng điện thế tại bề mặt cầu bán kính R

$$V_{in} = V_{surface} = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}$$

- Điện thế tại một điểm cách tâm cầu một khoảng $r > R$ là:

$$V_{out} = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$$

- Điện thế tại vô cùng luôn luôn bằng không

→ để hiểu rõ công thức trên mọi người có thể tham khảo bài viết chuyên đề ứng dụng tích phân vào bài toán tĩnh điện.

- Đối với bài toán ta đang khảo sát, điểm cần khảo sát nằm ngoài mặt cầu nên ta áp dụng công thức:

$$A = q(V_M - V_\infty) = qV_M = \frac{qQ}{4\pi\epsilon\epsilon_0(r + R)} = \frac{4\pi r^2 \sigma q}{4\pi\epsilon\epsilon_0(r + R)} = \frac{r^2 \sigma q}{\epsilon\epsilon_0(r + R)} \approx 3,42 \cdot 10^{-7} J$$

- **Chú ý:**

- Một số công thức cần quan tâm:
 - Công dịch chuyển điện tích từ vị trí M đến vị trí N: $A_{MN} = q(V_M - V_N)$
 - Điện thế gây bởi quả cầu tích điện mặt

$$V_{in} = V_{surface} = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}$$

$$V_{out} = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$$

- Một số bài toán mở rộng:
 - Xác định điện tích điểm q
 - Xác định bán kính cầu r
 - Xác định mật độ điện mặt σ
 -

Bài 1-26: Một điện tích điểm $q = \frac{2}{3} 10^{-9} C$ nằm cách một sợi dây dài tích điện đều một khoảng $r_1 = 4 \text{ cm}$. Dưới tác dụng của điện trường do sợi dây gây ra, một điện tích dịch chuyển theo hướng đường sức điện trường khoảng $r_2 = 2 \text{ cm}$. Khi đó lực điện trường thực hiện một công $A = 50 \cdot 10^{-7} J$. Tính mật độ dài của dây.

Tóm tắt:

$$q = \frac{2}{3} 10^{-9} C$$

$$r_1 = 4 \text{ cm}$$

$$r_2 = 2 \text{ cm}$$

$$A = 50 \cdot 10^{-7} J$$

Xác định mật độ dài của dây λ .

Giải:

- Nhận xét: Phương hướng của bài toán là phải đi tìm mối quan hệ giữa λ với các đại lượng đã biết. Dễ thấy dữ kiện **sợi dây dài tích điện đều** + λ → gợi ý cho ta công thức xác định điện

trường gây bởi sợi dây thẳng dài $\rightarrow \lambda$ có liên quan tới E . Tiếp theo ta thấy công A thì thường liên hệ với V mà giữa V và E có tồn tại mối quan hệ \rightarrow ta đã liên hệ được đại lượng λ với đại lượng đã biết là công A .

- Các mối liên hệ sử dụng trong bài này là:

$$\begin{aligned} dA &= -q dV \\ dV &= -E dr \\ E &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad dA = \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} dr \quad \Rightarrow \quad \text{TÍCH PHÂN TỪ VỊ TRÍ } r_1 \rightarrow r_2$$

- Công mà lực điện trường thực hiện để dịch chuyển điện tích từ vị trí 1 đến vị trí 2 là:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} -\frac{\lambda q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} dr = \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 A}{q \ln \frac{r_1}{r_2}} \approx -6.10^{-7} C/m$$

- **Chú ý:**

- Cần nhớ các công thức sau:

- $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}$
- $\lambda = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 A}{q \ln \frac{r_1}{r_2}}$
- $A = \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r_1}{r_2}$

- Bài toán mở rộng:

- Xác định công dịch chuyển điện tích
- Xác định điện tích điểm q
-

Bài 1-32: Tại hai đỉnh C, D của một hình chữ nhật $ABCD$ (có các cạnh $AB = 4 \text{ m}$, $BC = 3 \text{ m}$) người ta đặt hai điện tích điểm $q_1 = -3.10^{-8} \text{ C}$ (tại C) và $q_2 = 3.10^{-8} \text{ C}$ (tại D). Tính hiệu điện thế giữa A và B .



Tóm tắt:

$AB = 4 \text{ m}$

$BC = 3 \text{ m}$

$q_1 = -3.10^{-8} \text{ C}$

$q_2 = 3.10^{-8} \text{ C}$

Xác định hiệu điện thế U_{AB}

Giải:

- **Nhận xét:** Đây là bài toán điện thế gây bởi hệ điện tích điểm \rightarrow khác với điện trường (hoặc lực điện), điện thế là đại lượng vô hướng nên ta chỉ cần tính điện thế của từng điện tích điểm gây ra tại điểm cần xét sau đó cộng đại số với nhau. Hiệu điện thế giữa hai điểm A và B được xác định bằng công thức $U_{AB} = V_A - V_B$.

- Điện thế tại A là:

$$V_A = V_{1A} + V_{2A} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 AC} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 AD} \approx 36V$$

- Điện thế tại B là:

$$V_B = V_{1B} + V_{2B} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 BC} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 BD} \approx -36V$$

- Hiệu điện thế giữa hai điểm A, B là:

$$U_{AB} = V_A - V_B = 72 V$$

- **Chú ý:**

- Bài toán có thể mở rộng bằng cách bố trí số lượng và vị trí các điện tích điểm theo các hình khác nhau → tính điện thế của từng điểm → cộng đại số
- Công thức cần nhớ:
 - Hiệu điện thế giữa hai điểm AB: $U_{AB} = V_A - V_B$
 - Điện thế gây bởi điện tích điểm: $V = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$

Bài 1-33: Tính công của lực điện trường khi dịch chuyển điện

tích $q = 10^{-9} C$ từ điểm C đến điểm D nếu $a = 6 cm$, $Q_1 =$

$\frac{10}{3} 10^{-9} C$, $Q_2 = -2.10^{-9} C$.

Tóm tắt:

$q = 10^{-9} C$

$a = 6 cm$

$Q_1 = \frac{10}{3} 10^{-9} C$

$Q_2 = -2.10^{-9} C$

Tính công A_{CD}

Giải:

- **Nhận xét:** Đây là bài toán công dịch chuyển điện tích → phải đi xác định điện thế tại C và D → áp dụng công thức: $A_{CD} = q(V_C - V_D)$.

- Điện thế tại điểm C là:

$$V_C = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a}$$

- Điện thế tại điểm D là:

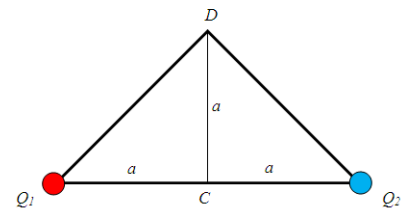
$$V_D = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \sqrt{2}a} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \sqrt{2}a}$$

- Hiệu điện thế giữa hai điểm CD là:

$$U_{CD} = V_C - V_D = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a} (Q_1 + Q_2) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 58V$$

- Công dịch chuyển điện tích q từ C đến D là:

$$A_{CD} = q.U_{CD} = 0,58.10^{-7} J$$



Bài 1-34: Giữa hai mặt phẳng song song vô hạn mang điện đều mật độ bằng nhau nhưng trái dấu, cách nhau một khoảng $d = 1 cm$ đặt nằm ngang, có một hạt điện mang khối lượng $m = 5.10^{-14} kg$. Khi không có điện trường, do sức cản của không khí, hạt rơi với tốc độ không đổi v_1 . Khi giữa hai mặt phẳng này có hiệu điện thế $U = 600 V$ thì hạt rơi chậm đi với vận tốc $v_2 = \frac{v_1}{2}$. Tìm điện tích của hạt.

Tóm tắt:

$$d = 1 \text{ cm}$$

$$m = 5.10^{-14} \text{ kg}$$

$$U = 600 \text{ V}$$

$$v_2 = \frac{v_1}{2}$$

Giải:

- **Nhận xét:** Phân tích dữ kiện của bài toán ta thấy khi không có điện trường dưới tác dụng của trọng lực hạt bụi sẽ rơi xuống kèm theo là lực cản của không khí, nhưng khi có điện trường **thì hạt rơi chậm đi** \rightarrow có nghĩa là điện trường đã sinh ra một lực tác dụng ngược hướng với chiều của trọng lực. Hạt rơi với tốc độ không đổi \rightarrow gia tốc rơi của vật bằng 0 \rightarrow tổng các vector ngoại lực tác dụng lên vật bị triệt tiêu.

- Khi không có điện trường:

- Hạt chịu tác dụng của hai lực:

○ Trọng lực: \vec{P}

○ Lực cản: \vec{F}_C

- Do hạt rơi với tốc độ không đổi nên ta có:

$$\vec{P} + \vec{F}_C = \vec{0} \Rightarrow P = F_C \Rightarrow mg = 6\pi\eta r v_1 = kv_1 \quad (1)$$

- Khi có điện trường:

- Hạt chịu tác dụng của hai lực:

○ Trọng lực: \vec{P}

○ Lực cản: \vec{F}_C'

○ Lực Coulomb: \vec{F}_d

- Do hạt rơi với tốc độ không đổi nên ta có:

$$\vec{P} + \vec{F}_C' + \vec{F}_d = \vec{0} \Rightarrow P = F_C' + F_d \Rightarrow mg = 6\pi\eta r v_2 + qE = kv_2 + qE \quad (2)$$

- Từ (1) và (2) ta có:

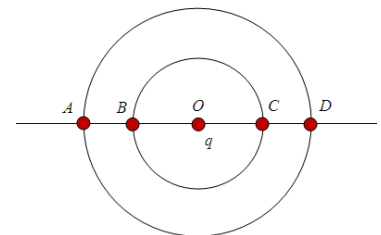
$$mg - qE = \frac{v_2}{v_1} mg \Rightarrow q = \frac{mg}{E} \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) = \frac{mgd}{U} \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right)$$

Vì $v_2 = \frac{v_1}{2}$ nên ta có: $q = \frac{1}{2} \frac{mgd}{U} \approx 4,17.10^{-18} \text{ C}$

Bài 1-35: Có một điện tích điểm q đặt tại tâm O của hai đường tròn đồng tâm bán kính r và R . Qua tâm O ta vẽ một đường thẳng cắt hai đường tròn cắt hai đường tròn tại các điểm A, B, C, D .

1. Tính công của lực điện trường khi dịch chuyển điện tích q_0 từ $B \rightarrow C$ và từ $A \rightarrow D$.

2. So sánh công của lực tĩnh điện khi dịch chuyển từ $A \rightarrow C$ và từ $B \rightarrow D$.



Tóm tắt:

Điện tích điểm q đặt tại O

Hai đường tròn đồng tâm O : r, R

Xác định A_{BC}, A_{AD} . So sánh A_{AC} và A_{BD}

Giải:

- **Nhận xét:** Đây là bài toán liên quan tới công dịch chuyển điện tích điểm q_0 gây bởi lực tĩnh điện \rightarrow sử dụng công thức cơ bản $A_{12} = q_0(V_1 - V_2)$. Ngoài ra, do tính chất đối xứng nên các điểm nằm đường tròn có tâm là điện tích điểm q sẽ có cùng điện thế \rightarrow đường đẳng thế.

- Công dịch chuyển điện tích q_0 từ B đến C là:

$$A_{BC} = q_0(V_B - V_C)$$

- Công dịch chuyển điện tích q_0 từ A đến D là:

$$A_{AD} = q_0(V_A - V_D)$$

\rightarrow do tính chất đường đẳng thế ta có: $V_B = V_C$, $V_A = V_D$ nên ta suy ra: $A_{BC} = A_{AD} = 0$

- Công dịch chuyển điện tích q_0 từ A đến C là:

$$A_{AC} = q_0(V_A - V_C)$$

- Công dịch chuyển điện tích q_0 từ B đến D là:

$$A_{BD} = q_0(V_B - V_D)$$

DẠNG TOÁN: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

1. Nhận xét:

- Đặc điểm của bài toán này là phải sử dụng phương pháp tính tích phân để xác định cường độ điện trường, lực điện, điện thế hoặc các đại lượng suy ra từ những đại lượng trên.
- Để giải quyết các bài toán dạng này chúng ta cần trang bị những kiến thức cơ bản sau:
 - o Kỹ năng tính tích phân các hàm cơ bản
 - o Mối liên hệ giữa các đại lượng
 - o Tổng hợp vector
 - o Công thức tính lực tương tác giữa hai điện tích điểm.
 - o Công thức tính điện trường gây bởi điện tích điểm.
 - o Công thức xác định điện thế.
 - o Công thức xác định diện tích vành tròn giới hạn bởi hai đường tròn bán kính R_1 và R_2 :

$$S = \pi(R_2^2 - R_1^2)$$

- o Công thức tính diện tích đới cầu: $S = 2\pi Rh$
- o Nắm vững một số công thức gần đúng
- Nhìn chung bài toán loại này là rất đa dạng, tuy nhiên nếu chúng ta biết được quan hệ giữa các đại lượng với nhau thì hầu như các bài toán này đều có thể đưa về dạng duy nhất là xác định cường độ điện trường gây bởi một vật thể nào đó \rightarrow phương pháp quy về bài toán điện trường. Ví dụ
 - o Xác định $F \rightarrow$ xác định $E \rightarrow$ sử dụng mối liên hệ $F = qE$
 - o Xác định $V_M \rightarrow$ xác định $E \rightarrow$ sử dụng mối liên hệ $V_M = - \int_{\infty}^M E ds$
 - o Xác định $U_{MN} \rightarrow$ xác định $E \rightarrow$ sử dụng mối liên hệ $U_{MN} = \int_M^N E ds$
 - o Xác định $A_{MN} \rightarrow$ xác định $E \rightarrow$ xác định $V \rightarrow$ xác định A
 \rightarrow Như vậy ta thấy các bài toán đều đi qua bài toán trung gian điện trường \rightarrow bài toán xác định điện trường gây bởi vật thể đóng vai trò rất quan trọng.

2. Hướng giải:

Bước 1 (vi phân vật thể): Để áp dụng tích phân ta phải tiến hành vi phân vật thể:

- Thanh, cung tròn, dây tròn \rightarrow chia thanh thành từng đoạn $dx \rightarrow$ vi phân chiều dài.
- Mặt phẳng vô hạn, đĩa tròn \rightarrow chia thành từng vành tròn có bán kính trong x bán kính ngoài $x + dx \rightarrow$ vi phân diện tích $dS = 2\pi x dx$ (được xác định bởi công thức tính diện tích vành tròn, trong đó loại bỏ các giá trị dx^2 do rất bé)
- Mặt cầu bán kính $R \rightarrow$ chia thành các đới cầu có đường cao $dx \rightarrow$ vi phân diện tích $dS = 2\pi R dx$ (được xác định bởi công thức tính diện tích đới cầu).

Bước 2 (Xác định dq): Các bài toán lực điện, điện trường, điện thế thường liên quan đến giá trị điện tích $q \rightarrow$ do đó phương hướng đầu tiên cần phải xác định chính là giá trị dq . Thông thường ta phải tìm mối liên hệ giữa dq với vi phân chiều dài/vi phân diện tích

- $dq = \lambda \cdot dx$ (λ : mật độ điện dài = điện tích của vật thể/độ dài vật thể - đơn vị: C/m)
- $dq = \sigma \cdot dS$ (σ : mật độ điện mặt = điện tích của vật thể/điện tích bề mặt - đơn vị: C/m²)
- $dq = \rho \cdot dV$ (ρ : mật độ điện khối = điện tích của vật thể/điện tích bề mặt - đơn vị: C/m³) \rightarrow dạng này thường dùng định lý O – G để giải cho đơn giản)

Bước 3 (Xác định các đại lượng dF , dE , dV theo dq): Chú ý là hai đại lượng dF , dE là hai đại lượng có hướng \rightarrow áp dụng nguyên lý chồng chất trước khi tính tích phân, đại lượng dV (điện thế: **cộng đại số - cộng trực tiếp**, lực và điện trường: **cộng vector – chiếu \rightarrow cộng**).

Bước 4 (Tính tích phân): Xác định được cận của tích phân (dựa vào giới hạn của vật thể), chú ý tính chất đối xứng của vật thể.

3. Bài tập minh họa:

Bài 1-16: Một thanh kim loại mang điện tích $q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$. Xác định cường độ điện trường tại một điểm nằm cách hai đầu thanh $R = 300 \text{ cm}$, cách trung điểm của thanh $R_0 = 10 \text{ cm}$.

Tóm tắt:

$$q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

$$R = 300 \text{ cm}$$

$$R_0 = 10 \text{ cm}$$

Xác định E_O

Giải:

- Nhận xét: đây là bài toán ứng dụng tích phân đối với một thanh kim loại mang điện tích \rightarrow ứng dụng các bước cơ bản để giải bài toán này.

- **Bước 1 – Vi phân vật thể:** Thanh kim loại \rightarrow vi phân theo chiều dài dx

- **Bước 2 – Vi phân điện tích dq :** Gọi λ là mật độ điện dài trên thanh ta có $dq = \lambda dx = \frac{q}{l} dx$

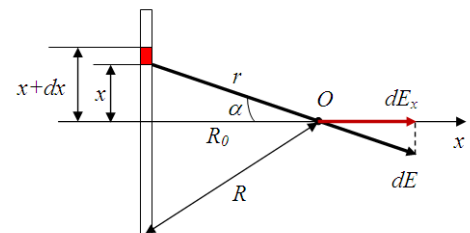
- **Bước 3 – Xác định đại lượng dE theo dq :**

- Áp dụng công thức điện trường gây bởi điện tích điểm dq ta có:

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} = \frac{q dx}{4\pi\epsilon\epsilon_0 l r^2}$$

- Do tính chất đối xứng điện trường tổng cộng tại O sẽ nằm trên phương Ox và có chiều dài như hình vẽ. Hình chiếu của dE lên Ox có giá trị là:

$$dE_x = \cos\alpha dE = \frac{\cos\alpha q dx}{4\pi\epsilon\epsilon_0 l r^2} = \frac{R_0}{r} \frac{q dx}{4\pi\epsilon\epsilon_0 l r^2} = \frac{R_0 q dx}{4\pi\epsilon\epsilon_0 l (x^2 + R_0^2)^{3/2}}$$



- Bước 4 – Tính tích phân:

- Điện trường tổng hợp tại O là:

$$E = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{R_0 q dx}{4\pi\epsilon_0 l (x^2 + R_0^2)^{3/2}} = 2 \int_0^{l/2} \frac{R_0 q dx}{4\pi\epsilon_0 l (x^2 + R_0^2)^{3/2}} = \frac{R_0 q}{2\pi\epsilon_0 l} \int_0^{l/2} \frac{dx}{(x^2 + R_0^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow E = \frac{R_0 q}{2\pi\epsilon_0 l R_0^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + R_0^2}} \Big|_0^{l/2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_0 R} \approx 6000 \text{ V/m}$$

- Chú ý:

- Cách tính tích phân dạng: $\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \rightarrow$ Xét tích phân $I = \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$ sử dụng phương pháp tích phân từng phần.

- Đặt $\begin{cases} u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} \Rightarrow du = -\frac{x dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \\ dv = dx \Rightarrow v = x \end{cases}$ ta có:

$$I = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + \int \frac{x^2 dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + \int \frac{x^2 + a^2 - a^2 dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{1/2}} - a^2 \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Mà $I = \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$ nên ta có:

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

- Những bài toán mở rộng:
 - Xác định lực điện F
 - Xác định các đại lượng liên quan tới công thức: R_0, l, R, q, λ
- Các công thức cần nhớ:
 - Điện trường gây bởi thanh kim loại mảnh mang điện tích q tại một điểm nằm cách hai đầu thanh R và cách trung điểm của thanh $R_0 = 10 \text{ cm}$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_0 R}$$

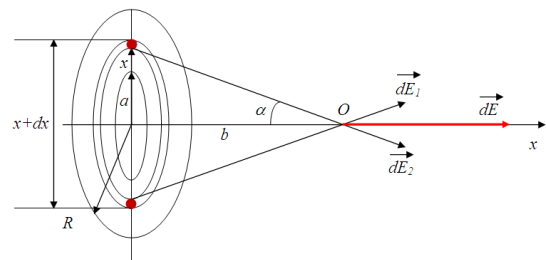
- Mật độ điện dài: $\lambda = \frac{q}{l}$
- Tích phân cơ bản: $\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$

Bài 1-17: Một mặt phẳng tích điện đều với mật độ σ . Tại khoảng giữa của mặt có khoét một lỗ hồng bán kính a nhỏ so với kích thước của mặt. Tính cường độ điện trường tại một điểm nằm trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và đi qua tâm của lỗ hồng, cách tâm đó một đoạn là b

Tóm tắt:

Mặt phẳng: tích điện đều, ∞, σ

Lỗ hồng: a



O thuộc trục của lỗ và cách tâm một khoảng b

Xác định E_0

Giải:

- *Nhận xét:* đây là bài toán ứng dụng tích phân đôi với một mặt phẳng mang điện tích \rightarrow ứng dụng các bước cơ bản để giải bài toán này.

- **Bước 1 – Vi phân vật thể:** Mặt phẳng vô hạn \rightarrow vi phân theo hình vành khăn với tâm là tâm của lỗ tròn bán kính a . Khi đó vi phân diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn bán kính x và $x + dx$ là: $dS = 2\pi x dx$ (công thức này suy ra bằng cách lấy diện tích hình tròn bán kính $x + dx$ trừ đi diện tích hình tròn bán kính x và chú ý là bỏ qua đại lượng d^2x vì nó quá nhỏ)

- **Bước 2 – Vi phân điện tích dq:** Gọi σ là mật độ điện mặt ta có $dq = \sigma dS = \sigma 2\pi x dx$

- **Bước 3 – Xác định đại lượng dE theo dq:**

- Do tính đối xứng nên điện trường gây bởi các phần tử điện tích trên diện tích dS tại điểm O sẽ có phương lập với Ox một góc α và có cùng độ lớn. Ta đặt

$$d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2 + \dots + d\vec{E}_i$$

$$\Rightarrow dE_x = (dE_1 + dE_2 + \dots + dE_i) \cos \alpha = \frac{\cos \alpha dq}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

Trong đó $dq = dq_1 + dq_2 + \dots + dq_i$, thay $\cos \alpha = \frac{b}{r}$, $dq = \sigma 2\pi x dx$ ta có:

$$dE_x = \frac{b\sigma x dx}{2\epsilon_0 r^3} = \frac{b\sigma x dx}{2\epsilon_0 (x^2 + b^2)^{3/2}}$$

- **Bước 4 – Tính tích phân:**

- Điện trường gây bởi toàn bộ mặt phẳng là:

$$E_0 = \int_a^\infty \frac{b\sigma x dx}{2\epsilon_0 (x^2 + b^2)^{3/2}} = \frac{b\sigma}{4\epsilon_0} \int_a^\infty \frac{d(x^2 + b^2)}{(x^2 + b^2)^{3/2}} = -\frac{b\sigma}{2\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + b^2}} \Big|_a^\infty$$

$$\Rightarrow E_0 = \frac{b\sigma}{2\epsilon_0 \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}}$$

- **Chú ý:**

- Từ bài toán này ta có thể rút ra cách xác định điện trường gây bởi một số vật có hình dạng tương tự như:
 - Đĩa tròn mang điện đều bán kính $R \rightarrow$ Điện trường E_0 lấy tích phân từ $0 \rightarrow R \rightarrow$ điện trường gây bởi đĩa tròn mang điện đều tại một điểm trên trục và nằm cách tâm đĩa một khoảng là b :

$$E_0 = -\frac{b\sigma}{2\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + b^2}} \Big|_0^R = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{b^2}}} \right)$$

- Mặt phẳng vô hạn không khoét lỗ $\rightarrow a = 0 \rightarrow$ điện trường $E_0 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
- Vành tròn bán kính trong là R_1 bán kính ngoài là $R_2 \rightarrow$ lấy tích phân từ $a \rightarrow b \rightarrow$ điện trường gây bởi vành tròn mang điện đều tại một điểm trên trục và nằm cách tâm một khoảng là b :

$$E_0 = -\frac{b\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + b^2}} \Big|_{R_1}^{R_2} = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R_1^2}{b^2}}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R_2^2}{b^2}}} \right)$$

- Một số bài toán mở rộng:
 - o Xác định các đại lượng liên quan tới công thức: σ , a , b
- Các công thức cần nhớ:
 - o Điện trường gây bởi đĩa tròn bán kính R , tích điện đều
 - o Điện trường gây bởi mặt phẳng khoét lỗ bán kính a , tích điện đều
 - o Điện trường gây bởi mặt phẳng vô hạn tích điện đều

Bài 1-29: Tính điện thế tại một điểm nằm trên trục của một đĩa tròn có tích điện đều và cách tâm đĩa một khoảng h . Đĩa có bán kính R và mật độ điện mặt σ .

Tóm tắt:

Đĩa tròn: tích điện đều, R , σ

Điểm M : nằm trên trục của đĩa, cách tâm một đoạn h

Xác định V_M

Giải:

- *Nhận xét:* đây là bài toán điện thế gây bởi đĩa tròn đều \rightarrow ta có thể sử dụng phương pháp quy về bài toán điện trường rồi sử dụng mối quan hệ giữa điện thế và điện trường để tìm ra điện thế tại điểm M .

- Điện trường gây bởi đĩa tròn tại một điểm nằm trên trục và cách tâm đĩa một khoảng là h là

$$E_h = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{h^2}}} \right)$$

- Áp dụng công thức liên hệ giữa điện thế và điện trường là:

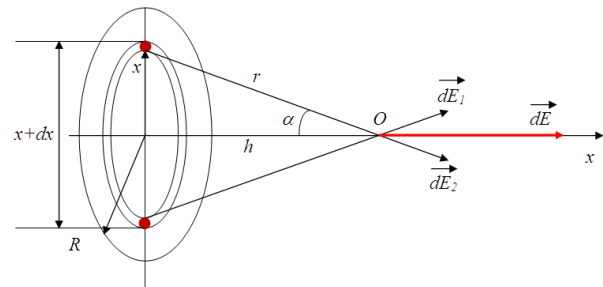
$$V_M = \int_h^\infty E dh = \int_h^\infty \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{h^2}}} \right) dh = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} (h - \sqrt{R^2 + h^2}) \Big|_h^\infty$$

Khi $h \rightarrow \infty$ thì $h \gg R \rightarrow \sqrt{R^2 + h^2} = h$ như vậy ta có:

$$V_M = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} (\sqrt{R^2 + h^2} - h)$$

- **Chú ý:**

- Bài toán này hoàn toàn có thể áp dụng phương pháp tích phân tính trực tiếp theo điện thế V
- Một số bài toán mở rộng:
 - o Tính hiệu điện thế giữa hai điểm trên trục



- Tính công dịch chuyển điện tích giữa hai điểm trên trục
- Xác định các đại lượng liên quan tới công thức
- Công thức cần nhớ là:
 - Điện thế gây bởi đĩa tròn bán kính R tích điện đều tại một điểm trên trục của đĩa và cách tâm đĩa một khoảng h :

$$V_M = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} (\sqrt{R^2 + h^2} - h)$$

DẠNG TOÁN: ÁP DỤNG ĐỊNH LÝ O - G

1. Nhận xét:

- Có rất nhiều bài toán trong đó vật thể có phân bố điện tích đối xứng cao:
 - Đối xứng phẳng
 - Đối xứng cầu
 - Đối xứng trụ
- ➔ về cơ bản chúng ta hoàn toàn có thể sử dụng phương pháp tích phân để tính các đại lượng như điện trường, lực điện ➔ ưu điểm của phương pháp tích phân là tính được hầu hết các loại vật thể nhưng nhược điểm lớn là đối với hệ có đối xứng cao thì việc tính toán lại khá dài dòng ➔ để giải quyết bài toán đối xứng cao ta sẽ sử dụng định lý O – G.
- Nhờ có định luật Gauss ta dễ dàng xác định được cường độ điện trường của các vật thể có sự phân bố điện tích đối xứng cao. Thông qua việc **lựa chọn mặt Gauss hợp lý** ta có thể đưa ra công thức đơn giản mô tả định luật Gauss:

$$E_n \cdot S = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon}$$

Trong đó E_n là hình chiếu của vector E lên vector pháp tuyến của bề mặt Gauss

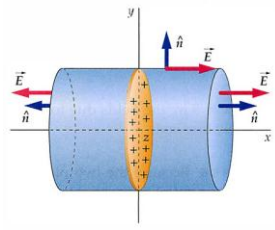
Như vậy nhiệm vụ của bài toán lúc này chỉ là:

- *Xác định điện tích S*
- *Xác định điện tích Q*

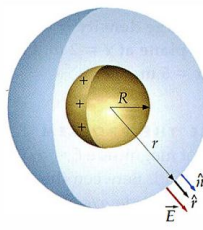
2. Hướng giải:

Bước 1: Chọn mặt kín bao quanh đối tượng (mặt Gauss): sao cho tại các phần của đối tượng $\vec{E} // \vec{n}$ hoặc $\vec{E} \perp \vec{n}$ với $E_n = \text{hằng số}$.

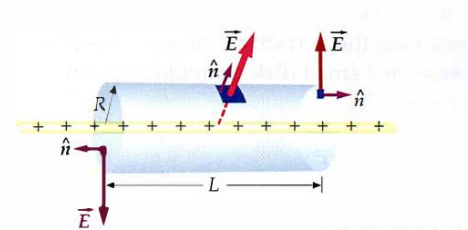
- Đối xứng phẳng: chọn mặt trụ. (1)
- Đối xứng cầu: chọn mặt cầu đồng tâm. (2)
- Đối xứng trụ: chọn mặt trụ đồng trục. (3)



(1)



(2)



(3)

Bước 2: Áp dụng định luật Gauss:

$$\phi_{net} = \oint_S E_n dA = \frac{Q_{inside}}{\epsilon_0 \epsilon}$$

3. Bài tập minh họa:

Bài tập ví dụ: Xác định cường độ điện trường gây bởi dây dài vô hạn hình trụ tích điện đều với mật độ điện dài λ tại một điểm cách trục của dây một khoảng R

Tóm tắt:

Dây vô hạn: tích điện đều λ , hình trụ

M : cách trục một khoảng R

Xác định E_M

Giải:

- Nhận xét:

- Do tính chất đối xứng nên:
 - \vec{E} vuông góc với bề mặt trụ của dây – hướng ra mọi hướng
 - Giá của các \vec{E} đều cắt trục của dây \rightarrow đối xứng trụ
- Lựa chọn mặt Gauss: để thỏa mãn tính chất ta chọn mặt trụ bán kính $R \rightarrow$ vecto cường độ điện trường vuông góc với hai vector pháp tuyến của mặt phẳng đáy và song song với vector pháp tuyến của mặt cong \rightarrow **thành phần vuông góc bị triệt tiêu (ứng với hai mặt bên).**

- Ta có: $\phi_{net} = \oint_S E_n dA = E_n \int_S dA = E_n \cdot 2\pi R \cdot L$ trong đó: $2\pi R \cdot L$ là diện tích mặt bên hình trụ

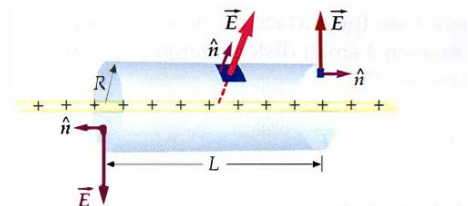
- Điện tích bị bao bọc bởi mặt Gauss chính là điện tích của phần dây nằm trong hình trụ nên ta có:

$$Q_{inside} = \lambda L \rightarrow \phi_{net} = \frac{Q_{inside}}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{\lambda L}{\epsilon_0 \epsilon}$$

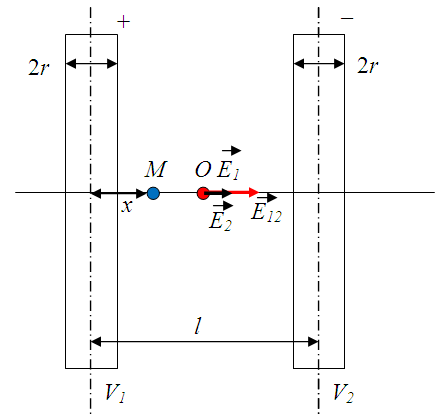
- Từ công thức O - G (trong đó thay $E_n = E_M$) ta có:

$$E_M = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 \epsilon R}$$

- **Chú ý:** cần nhớ công thức tính điện trường gây bởi dây hình trụ



Bài 1-22: Giữa hai dây dẫn hình trụ song song cách nhau một khoảng $l = 15 \text{ cm}$ người ta đặt một hiệu điện thế $U = 1500 \text{ V}$. Bán kính mỗi dây là $r = 0.1 \text{ cm}$. Hãy xác định cường độ điện trường tại trung điểm của khoảng cách giữa hai sợi dây biết rằng sợi dây đặt trong không khí.



Tóm tắt:

Dây dẫn hình trụ: 2 dây, đặt song song, bán kính $r = 0.1 \text{ cm}$

$l = 15 \text{ cm}$

$U = 1500 \text{ V}$

$\varepsilon = 1$

O trung điểm của khoảng cách giữa hai sợi dây

Xác định E_0 .

Giải:

- **Nhận xét:** Bài toán liên quan đến dây dẫn hình trụ \rightarrow đối xứng trụ \rightarrow áp dụng định lý O-G để xác định điện trường gây bởi từng dây dẫn trụ. Bài toán cho biết $U \rightarrow$ chắc chắn cường độ điện trường sẽ được tính thông qua giá trị U .

- Xét trường hợp tổng quát: giả sử điểm M cách dây dẫn thứ nhất một đoạn là $x \rightarrow$ áp dụng định lý O-G và nguyên lý chồng chất điện trường ta có cường độ điện trường tại M là:

$$E_M = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(l-x)} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{l-x} \right)$$

- Như ta đã biết mối quan hệ giữa U và E là: $dU = -Edx$ nên ta có:

$$-U = \int_{V_1}^{V_2} dU = - \int_r^{l-r} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{l-x} \right) dx = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{l-x}{x} \Big|_r^{l-r} = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r}{l-r}$$

$$\Rightarrow \lambda = - \frac{\pi\varepsilon_0 U}{\ln \frac{r}{l-r}} = \frac{\pi\varepsilon_0 U}{\ln \frac{l-r}{r}}$$

- Tại trung điểm O thì $x = l/2$ ta có:

$$E_0 = \frac{2\lambda}{\pi\varepsilon_0 l} = \frac{2U}{l \cdot \ln \frac{l-r}{r}} \approx 4000 \text{ V/m}$$

Bài 1-38: Cho quả cầu tích điện đều với mật độ điện khối ρ , bán kính a . Tính hiệu điện thế giữa hai điểm cách tâm lần lượt là $a/2$ và a

Tóm tắt:

Quả cầu: tích điện đều ρ , bán kính a

$R_1 = a/2$

$R_2 = a$

Xác định U_{12}

Giải:

- **Nhận xét:** Bài toán xác định hiệu điện thế \rightarrow quy về bài toán xác định điện trường tại điểm nằm trong mặt cầu \rightarrow áp dụng định lý O-G \rightarrow do tính đối xứng cầu nên lựa chọn mặt kín là mặt cầu

- Theo định lý O-G ta có:

$$ES = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0} \Leftrightarrow E4\pi r^2 = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{\epsilon\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho r}{3\epsilon\epsilon_0}$$

- Hiệu điện thế giữa hai điểm 1 và 2 là:

$$U_{12} = V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \int_{\frac{a}{2}}^a \frac{\rho r}{3\epsilon\epsilon_0} dr = \frac{\rho r^2}{6\epsilon\epsilon_0} \Big|_{\frac{a}{2}}^a = \frac{\rho a^2}{8\epsilon\epsilon_0}$$

- **Chú ý:**

- Các công thức cần nhớ:

○ Điện trường tại một điểm nằm trong mặt cầu tích điện khối: $E = \frac{\rho r}{3\epsilon\epsilon_0}$

○ Mối liên hệ giữa điện thế và cường độ điện trường: $V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} E dr$

- Bài toán có thể mở rộng thành xét hiệu điện thế giữa hai điểm nằm ngoài mặt cầu \rightarrow khi đó ta vẫn áp dụng định lý O-G để xác định cường độ điện trường $E \rightarrow$ xác định hiệu điện thế (hoặc điện thế tại một điểm nào đó)

Bài 1-39: Người ta đặt một hiệu điện thế $U = 450 \text{ V}$ giữa hai hình trụ dài đồng trục bằng kim loại mỏng bán kính $r_1 = 3 \text{ cm}$, $r_2 = 10 \text{ cm}$. Tính:

1. Điện tích trên đơn vị dài của hình trụ
2. Mật độ điện mặt trên hình trụ
3. Cường độ điện trường tại điểm gần sát mặt trong, gần sát mặt ngoài, ở giữa (trung điểm) mặt trong và mặt ngoài.

Tóm tắt:

$U = 450 \text{ V}$

Hai hình trụ dài đồng trục: $r_1 = 3 \text{ cm}$, $r_2 = 10 \text{ cm}$

Xác định λ , σ , E_1 , E_2 , E_3 .

Giải:

- **Nhận xét:** Bài toán liên quan tới xác định λ , và đã cho biết hiệu điện thế $U \rightarrow$ liên quan tới cường độ điện trường $E \rightarrow$ hình trụ (đối xứng trụ) \rightarrow áp dụng định lý O-G trong đó chọn mặt kín là mặt trụ.

- Theo định lý O-G ta có:

$$E2\pi r h = \frac{Q}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{\lambda h}{\epsilon\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}$$

- Áp dụng mối liên hệ giữa hiệu điện thế và cường độ điện trường ta có:

$$U = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 U}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \approx 0,208.10^{-7} \text{ C/m}$$

- Điện tích trên bề mặt trụ: $q = \lambda L = \sigma S = \sigma 2\pi R L \Rightarrow \sigma = \frac{\lambda}{2\pi R}$

- Mật độ điện mặt trên hình trụ 1 là:

$$\sigma_1 = \frac{\lambda}{2\pi r_1} \approx 1,1.10^{-7} \text{ C/m}^2$$

- Mật độ điện mặt trên hình trụ 2 là:

$$\sigma_2 = \frac{\lambda}{2\pi r_2} \approx 3,3 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}^2$$

- Ta có: $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}$ thay $\lambda = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 U}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$ ta có:

$$E = \frac{U}{r \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

- Sát mặt trụ trong: $r = r_1 \rightarrow E_1 = 12500 \text{ V/m}$
- Sát mặt trụ ngoài: $r = r_2 \rightarrow E_2 = 3740 \text{ V/m}$
- Ở chính giữa hai mặt trụ: $r = (r_2 - r_1)/2 \rightarrow E_3 = 5750 \text{ V/m}$

- Chú ý:

- Các công thức cần nhớ:
 - o Cường độ điện trường giữa hai bản trụ:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} = \frac{U}{r \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

- o Mật độ điện dài trên một đơn vị chiều dài hình trụ:

$$\lambda = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 U}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

- o Mối liên hệ giữa mật độ điện dài và mật độ điện mặt của thanh hình trụ:

$$\sigma = \frac{\lambda}{2\pi R}$$