

2022 春 高等数学 B (下) 期末试题

1. 求  $u(x, y, z) = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$  沿  $\begin{cases} x=t \\ y=2t^2 \\ z=-2t^3 \end{cases}$  在  $(1, 2, -2)$  处切线方向的方向导数

2. 求椭圆  $x^2+2xy+5y^2-16y=0$  与直线  $x+y-8=0$  之间的最短距离

3. 计算曲面  $xyz = a^3$  ( $a > 0$ ) 的任一切平面与三坐标平面所围成的四面体体积

4. 设二元函数  $F$  的偏导数连续, 函数  $z(x, y)$  由方程  $F(x + \frac{z}{y}, y + \frac{z}{x}) = 0$  给出, 计算  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} - z + xy$

5. 求曲面  $z = \sqrt{x^2+y^2}$  包含在柱面  $(x^2+y^2)^2 = a^2(x^2-y^2)$  内那部分的面积 ( $a > 0$ )

6. 设  $f(t)$  是连续函数 令  $F(t) = \iiint_{\Omega} (z^2 + f(x^2+y^2)) dV$ , 其中  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq z \leq h, x^2+y^2 \leq t^2\}$  计算  $\frac{dF}{dt}$  及  $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{F(t)}{t^2}$

7. 将函数  $f(x) = \frac{1}{x^2-3x-4}$  展成  $(x-1)$  的幂级数, 并指出其收敛区间

8.  $f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$  将函数在  $[0, 2]$  上展成 Fourier 级数, 使其和函数  $S(x)$  周期为 2, 并求  $S(\frac{3}{2})$  及  $S(3)$

9. 求方程  $(2+x)^2 y'' - 2(2+x)y' + 2y = \frac{1}{2+x}$   $\begin{cases} y(0)=0 \\ y'(0)=0 \end{cases}$

10. 设  $y = y(x)$  是  $y''(x) + p y'(x) + q y(x) = e^{3x}$  满足  $y(0) = y'(0) = 0$  的特解. 求:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{y(x)}$