复旦大学经济学院

2009 ~ 2010 学年第二学期期末考试试卷

A 卷

课程名称：高等数学 B　　课程代码：MATH120004.

开课院系：数学科学学院　　考试形式：闭卷

姓名：__________　学号：__________　专业：__________

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

一、（本题共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分）

1. 设函数 $f(x,y)=(x+y)^{x-y}$，求 $f_y'(x,y)$。

2. 求曲面 $z=x^2-y^2$ 在点 $(2,1,3)$ 处的切平面方程。

3. 设函数组$u(x,y)$, $v(x,y)$满足方程组$\begin{cases} xu - yv = 1 \\ yu^2 + xv^2 = 0 \end{cases}$，求 u'_x。

4. 求函数$z = f(x,y) = x^2 - xy + y^2$在点$M_0(2,1)$处沿从点$M_0$到点$M_1(6,4)$方向的方向导数。

5. 已知常数$a > 0$，求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a^{\ln n}} x^n$的收敛域。

6. 求微分方程 $\left(x+\frac{y}{x}\right)\frac{dy}{dx}=-2y$ 的通解。

二、（本题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

1. 设$D=\left\{(x,y)\middle|0\le x\le 1,0\le y\le 1\right\}$，计算$\iint\limits_{D} e^{\max(x^2,y^2)}\,dxdy$的值。

2. 计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega}\frac{1}{1+z}\,d\sigma$，$\Omega=\left\{(x,y)\,\middle|\,0\le z\le\sqrt{1-x^2-y^2}\right\}$。

三、（本题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

1. 设 $F(x,y,y')=y^2+(y')^2-2y\cos x$，已知函数 $y=y(x)$ 满足方程 $\frac{\partial F}{\partial y}+\frac{d}{dx}\left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right)=0$，求函数 $y(x)$。

2. 设向量函数 $\vec{a}(x,y)=\sin y[xf(x)+xf^2(x)]\vec{i}+\cos y f(x)\vec{j}$ 是二元函数 $u(x,y)$ 的梯度，且 $\vec{a}(0,0)=\vec{j}$，函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上具有连续导数，求函数 $f(x)$。

四、（本题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

1. 设$D=\left\{(x,y)\,\middle|\, x^2\le y\le \dfrac{x}{n}\right\}$，$I_n=\iint\limits_D \dfrac{\sin x}{x}dxdy$，判定级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} I_n$的敛散性。

2. 将函数$f(x)=-\dfrac{\ln(1-x)}{1-x}$展开成 Maclaurin 级数，指出该幂级数的收敛域，并求常数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}}{n+1}\cdot\dfrac{1}{2^n}$ 的和。

3. 将函数 $f(x)=\dfrac{1-x}{2}$ $(0\le x\le 1)$ 展开成周期为 2 的余弦级数，并求常数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}\dfrac{1}{(2n-1)^2}$ 的和。

五、（本题 8 分）已知 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$，证明 $x^2+y^2\ge\dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}$。