

# 复旦大学

## 2011 ~2012 学年第二学期期末考试试卷 (A 卷)

课程名称: 高等数学 (B) 课程代码: MATH120004. 01-05

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

姓 名: \_\_\_\_\_ 学 号: \_\_\_\_\_ 专 业: \_\_\_\_\_

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总 分
得 分											

一. (10 分) 求椭球面  $x^2 + y^2 + 2z^2 = 7$  和平面  $x + y + z = 0$  的交线在点  $(-2, 1, 1)$  处的切线方程。

二. (10 分) 求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n(2n+1)}$  的和。

三. (10 分) 求  $f(x, y, z) = x^4 + y^4 + z^4$  在曲面  $xyz = 1$  上的极值, 并给出它是极大值还是极小值的详细理由。

四. (10 分) 计算二重积分  $\iint_D (y+x^2) dx dy$ , 这里  $D: x^2 + \frac{1}{2}(y-x)^2 \leq \sqrt{2}$ 。

五. (10 分) 求微分方程  $3y^3(1+x^2)\frac{dy}{dx} - xy^4 + 2xy\sqrt{1+x^2}\cos(2x) = 0$  的一个通解。

六. (10 分) 判断级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\ln n}{n}\right)^n$  的收敛性, 并给出详细理由。

七. (10 分) 将  $f(x) = x^2$  在  $(-\pi, \pi)$  上展开成 **Fourier** 级数, 并求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$  或级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$  的和。

八. (10 分) 计算三重积分  $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$ , 这里  $V: x^2 + y^2 + z^2 \leq z$ 。

九. (10 分) 设函数  $f(x, y)$  在  $(x_0, y_0)$  的某个邻域内有连续的偏导数  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ , 证明:

$f(x, y)$  在  $(x_0, y_0)$  处一定可微。

十. (10 分) 设  $a, b$  是实数, 试给出“当  $x \rightarrow +\infty$  时, 二阶常微分方程  $y'' + ay' + by = 0$  的每个解都趋向于零”的必要充分条件, 并证明你的结论。