

复旦大学微电子学院

2022~2023 学年第一学期期末考试试卷

A 卷  B 卷  C 卷

课程名称: \_\_\_\_\_ 课程代码: \_\_\_\_\_

开课院系: \_\_\_\_\_ 考试形式: 闭卷

姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 专业: \_\_\_\_\_

提示: 请同学们秉持诚实守信宗旨, 谨守考试纪律, 摒弃考试作弊。学生如有违反学校考试纪律的行为, 学校将按《复旦大学学生纪律处分条例》规定予以严肃处理。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	总分
得分									

$$\chi_{0.025}^2(16) = 29, \chi_{0.975}^2(16) = 7; \chi_{0.025}^2(15) = 27, \chi_{0.975}^2(15) = 6$$

(装订线内不要答题)

第一题 填空 (每题 4 分, 共计 20 分)

(1)  $Im\{ \ln(3 - 4i) \} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 函数  $f(z) = a \ln(x^2 + y^2) + i \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$  在  $x > 0$  时解析,  $a$  的值是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 一射手对同一目标独立地进行 4 次射击, 已知至少命中一次的概率为  $80/81$ , 则此射手的命中率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_{2n}$  ( $n \geq 2$ ) 为来自总体  $X$  的样本, 样本均值为  $\bar{X} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} X_i$ , 则统计量  $Y = \sum_{i=1}^n (X_i + X_{n+i} - 2\bar{X})^2$  的数学期望为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5) 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 从中抽取容量为 16 的一个样本, 样本方差  $S^2 = 1$ , 则总体方差  $\sigma^2$  的置信度为 0.95 的置信区间为\_\_\_\_\_。

**第二题 选择 (每题 4 分, 共计 20 分)**

(1). 若  $z$  为非零复数, 则  $|z^2 - \bar{z}^2|$  与  $2z\bar{z}$  的关系是 ( )。

(A)  $|z^2 - \bar{z}^2| \geq 2z\bar{z}$

(B)  $|z^2 - \bar{z}^2| = 2z\bar{z}$

(C)  $|z^2 - \bar{z}^2| \leq 2z\bar{z}$

(D) 不能比较大小

(2) 设  $z = 0$  为函数  $\frac{1-e^{z^2}}{z^4 \sin z}$  的  $m$  级极点, 那么  $m =$  ( )。

(A) 5

(B) 4

(C) 3

(D) 2

(3) 设  $f(z) = \oint_{|\xi|=4} \frac{e^\xi}{\xi-z} d\xi$ , 其中  $|z| \neq 4$ , 则  $f'(\pi i) =$  ( )。

(A)  $-2\pi i$

(B)  $-1$

(C)  $2\pi i$

(D) 1

(4) 若随机事件  $A$  与  $B$  相互独立, 则  $P(A + B) =$  ( )。

A.  $P(A) + P(B)$

B.  $P(A) + P(B) - P(A)P(B)$

C.  $P(A)P(B)$

D.  $P(\bar{A}) + P(\bar{B})$

(5) 已知随机变量  $X$  的概率密度为  $f_X(x)$ , 令  $Y = -2X$ , 则  $Y$  的概率密度

$f_Y(y)$  为 ( )。

A.  $2f_X(-2y)$

B.  $f_X(-\frac{y}{2})$

C.  $-\frac{1}{2}f_X(-\frac{y}{2})$

D.  $\frac{1}{2}f_X(-\frac{y}{2})$

**第三题 (10 分)** 计算  $\oint_{|z|=3} \frac{e^z}{z(z^2-1)} dz$  的值。

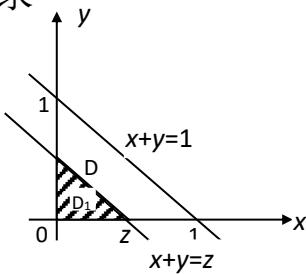
**第四题 (10 分)** 设  $C$  是平面上任意一条不经过  $z=0, z=1$  的正向 (分段光滑) 简单闭曲线, 试就  $C$  的各种情况计算积分  $I = \oint_C \frac{\cos z}{z^3(z-1)} dz$  的值。

**第五题 (10 分)** 已知一批产品中 90% 是合格品, 检查时, 一个合格品被误认为是次品的概率为 0.05, 一个次品被误认为是合格品的概率为 0.02, 求

- (1) 一个产品经检查后被认为是合格品的概率;
- (2) 一个经检查后被认为是合格品的产品确是合格品的概率。

**第六题 (10分)** 设二维随机变量  $(X, Y)$  在区域  $D = \{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$  上服从均匀分布. 求

- (1)  $(X, Y)$  关于  $X$  的边缘概率密度;
- (2)  $Z = X + Y$  的分布函数与概率密度。



**第七题 (10分)** 设随机变量  $X, Y$  相互独立, 且都服从  $(0, 1)$  上的均匀分布。以  $X, Y$  为边做一长方形, 以  $A, C$  分别表示长方形的面积和周长, 求  $A$  和  $C$  的相关系数。

**第八题 (10分)** 设总体  $X$  的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x^{(1-\theta)/\theta}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad 0 < \theta < \infty,$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的样本。

(1) 求  $\theta$  和  $U = e^{-1/\theta}$  的最大似然估计量  $\hat{\theta}$  和  $\hat{U}$ 。

(2) 请问(1)中所求最大似然估计量  $\hat{\theta}$  是无偏的吗? 写出证明过程。