专业：______

学号：______（装订线内不要答题）

姓名：______

复旦大学数学科学学院

2014～2015 学年第二学期期末考试试卷

A 卷

课程名称：高等数学 B（下）　　课程代码：MATH120004

开课院系：数学科学学院　　考试形式：闭卷

题 号	1	2	3	4	5	6	总 分
得 分							

1. 选择题（3 分×4=12 分）

1) “函数 $z=f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处存在偏导数”是“函数 $z=f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处可微”的________.

A. 必要条件　B. 充分条件　C. 充要条件　D. 既不充分，也不必要条件

2) 已知(0,0)是函数$f(x)=x^2+xy-y^2$的驻点，则 f(0,0)为 f(x,y)的________.

A. 极大值　B. 极小值　C. 非极值　D. 以上都不对

3) 二次积分$\int_0^2 dx\int_0^{x^2} f(x,y)\,dy$的另一种积分次序为________.

A. $\int_0^4 dy\int_0^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx$　B. $\int_0^4 dy\int_{\sqrt{y}}^2 f(x,y)\,dx$

C. $\int_0^4 dy\int_{y^2}^2 f(x,y)\,dx$　D. $\int_0^4 dy\int_2^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx$

4) $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$收敛，则________.

A. $\sum_{n=1}^{\infty}|a_n+b_n|$收敛

B. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$，$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$都收敛

C. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$，$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$中至少有一个收敛

D. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$，$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$要么都收敛，要么都发散

2. 计算题（6 分×7=42 分）

1) 设$z = y \cdot \arctan(\frac{y}{x})$，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

2) 求曲面$x^2 + y^2 + z^2 = 6$和$x + y + z = 0$的交线在点（1，-2，1）处的切线方程.

3) 设 n 是曲面$2x^2 + 3y^2 + z^2 = 6$在点 P(1,1,1)处指向外侧的法向量，求函数$u = \frac{\sqrt{6x^2+8y^2}}{z}$在 P 点沿方向 n 的方向导数.

4) 计算$\iint_{\Omega} |x-y|dxdy$,其中$\Omega = \{(x,y)|x^2+y^2 \le 1, x \ge 0, y \ge 0\}$.

5) 讨论级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{na^n}(a>0)$的敛散性.

6) 把$f(x) = 1 - x$在[0，2]上展开成余弦级数.

（装订线内不要答题）

7) 求微分方程$y' + xy + x^3 = 0$的通解.

3. （10 分）在平面$3x - 2z = 0$上求一点 P，使得 P 与点 A(1,1,1)、点 B(2,3,4)的距离平方和最小.

4. (10 分)计算三重积分 $\iiint_{\Omega} ze^{-(x^2+y^2+z^2)}dxdydz$,其中 Ω 为锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 所围成的闭区域.

（装订线内不要答题）

5. （12 分）

1) 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2n+1}{n!}x^{2n}$ 的和函数.

2) 求极限 $\lim_{n\to\infty}(\frac{3}{2\cdot 1}+\frac{5}{2^2\cdot 2!}+\frac{7}{2^3\cdot 3!}+\cdots+\frac{2n+1}{2^n\cdot n!})$.

6. （14 分）已知二阶可微函数$f(x)(x \geq -1)$满足条件

$$f'(x)+f(x)-\frac{1}{x+1}\int_0^x f(t)dt=0 \text{ 以及 } f(0)=1$$

1) 求 $f'(x)$.
2) 证明当$x \geq 0$ 时，$e^{-x} \leq f(x) \leq 1$.