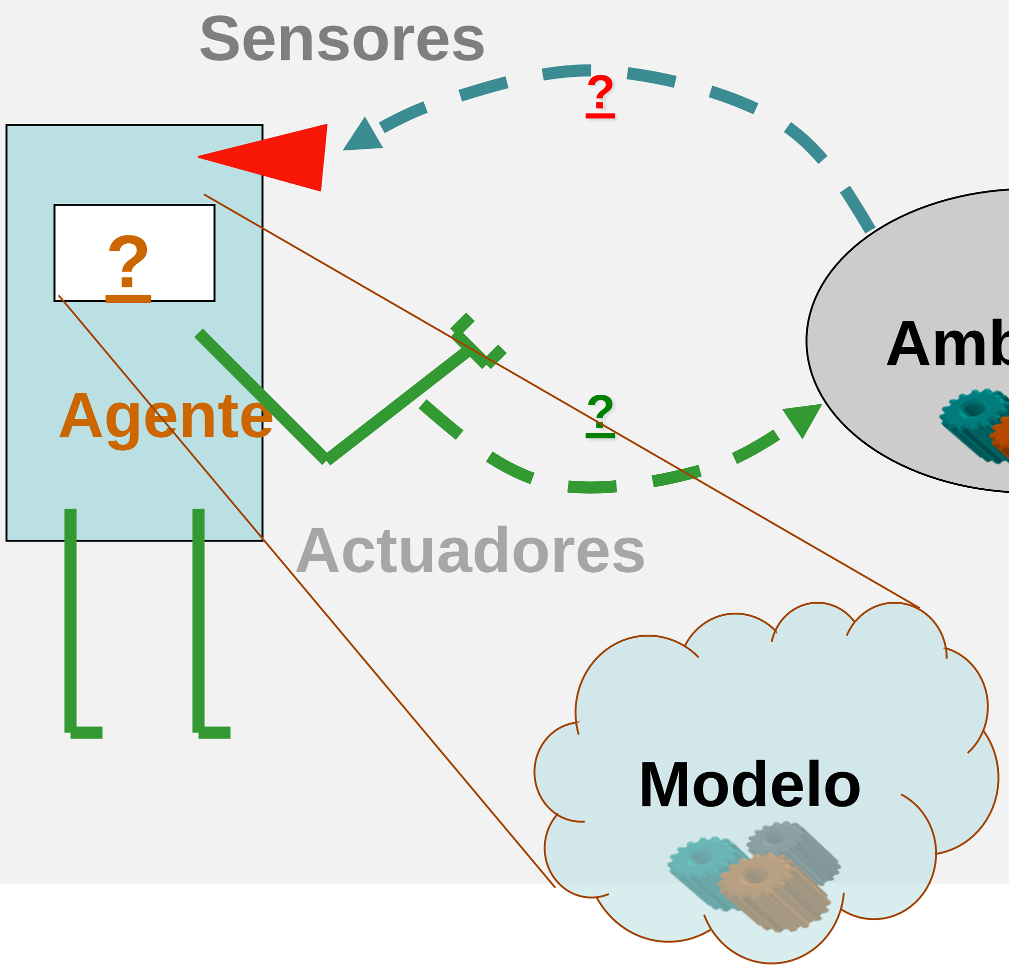
Incerteza

Sumário

- Agentes que têm que agir com incerteza
- Probabilidades
- Inferência usando distribuições disjuntas
- Independência
- Regra de Bayes

Um agente com incerteza



TÉCNICO LISBOA

Um problema muito antigo…

Tipos de Incerteza

- Incerteza no conhecimento prévio
  E.g., no diagnóstico de uma avaria de um carro, há conhecimento que nós não sabemos;
- Ou por exemplo, no diagnóstico médico há causas de doenças que não são conhecidas (não fazem parte do conhecimento prévio do agente)

Tipos de Incerteza

- Incerteza nas acções
  E.g., as acções são apresentadas através de um conjunto pequeno de pre-condições. Embora na realidade a lista pode ser bastante … maior…….

Exemplo:

Plano para dar hoje a aula....

- Acordar.. vestir-me.
- Tomar pequeno almoço...
- Arrumar o computador..
- Pegar no carro..
- Vir para a aula.

Tipos de Incerteza

No entanto….

- O carro poderia ter sigo roubado durante a noite
- O carro podia ter os pneus furados
- Podia ter ficado sem gásoleo
- O carro poderia ter ficado sem batreria
- A porta da garagem poderia ter-se avariado
- As chaves do carro poderia ter desaparecido (por exemplo, porque o cão as comeu…)
- A minha rua estava cortada ao trânsito por causa de um contentor
- Ao descer as escadas parti uma perna…
- O computador avariou quando o liguei…

Tipos de Incerteza

No entanto….

- O carro poderia ter sigo roubado durante a noite
- O carro podia ter os pneus furados
- Podia ter ficado sem gasóleo
- O carro poderia ter ficado sem bateria
- A porta da garagem poderia ter-se avariado
- As chaves do carro poderia ter desaparecido (por exemplo, porque o cão as comeu…)
- A minha rua estava cortada ao trânsito por causa de um contentor
- Ao descer as escadas parti uma perna…
- O computador avariou quando o liguei…

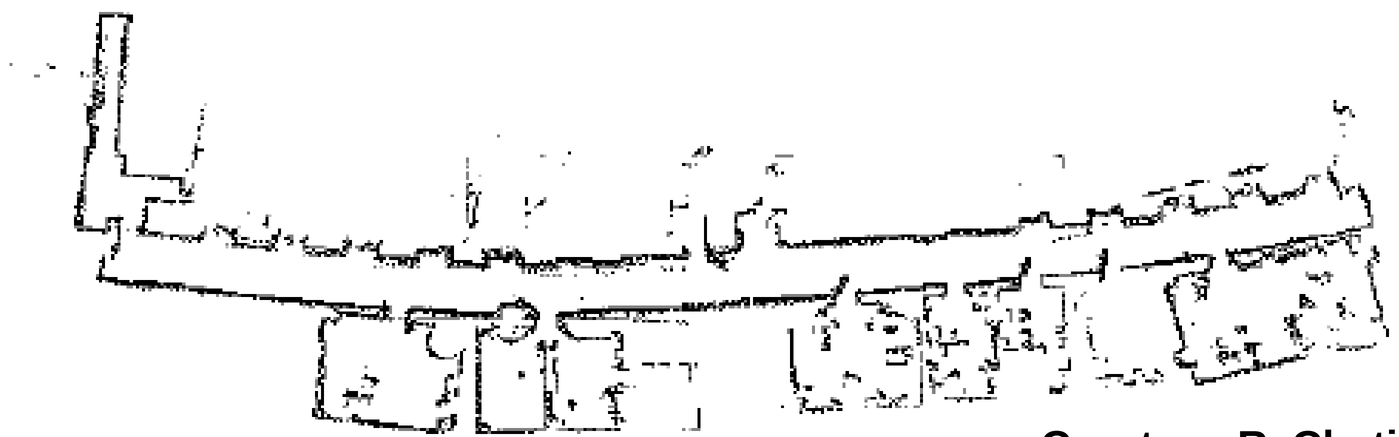
Listar todas as possibilidades não é possível … nem eficiente…

Tipos de Incerteza

- Incerteza nas percepções
  E.g., os meus sensores não me dão informação completa sobre o mundo; por exemplo, o agente/robô não sabe com exactidão em que posição se encontra

Tipos de Incerteza

- Incerteza nas percepções
  E.g., os meus sensores não me dão informação completa sobre o mundo; por exemplo, o
  ag
  po



Courtesy R. Chatila

Tipos de Incerteza

- Incerteza no conhecimento prévio
  E.g., no diagnóstico de uma avaria de um carro, há conhecimento que nós não sabemos;
- Incerteza nas acções
  E.g., as acções são representadas através de um conjunto pequeno de precondições. Embora na realidade a lista possa ser bastante grande …
- Incerteza nas percepções
  E.g., os meus sensores não me dão informação completa sobre o mundo; por exemplo, o agente/robô não sabe com exactidão em que posição se encontra

Tipos de Incerteza

- Incerteza no conhecimento prévio
  E.g., no diagnóstico de uma avaria de um carro, há conhecimento que nós não sabemos;

O que nós chamamos incerteza é um sumário de tudo o que não pode ser explicitamente tomado em conta na base de conhecimentos do agente.

completa sobre o mundo; por exemplo, o agente/robô não sabe com exactidão em que posição se encontra

Exemplo

relação entre dorDeDentes e carieNoDente

Exemplo

$$\mathtt{DorDeDentes} \Rightarrow \mathtt{CarieNoDente}$$

$$\mathtt{DorDeDentes} \Rightarrow \mathtt{CarieNoDente} \lor \mathtt{Gengivite} \lor \mathtt{Abcesso} \lor \ldots$$

$$\mathtt{CarieNoDente} \Rightarrow \mathtt{DorDeDentes}$$

Tipos de Incerteza

<u>Origens da Incerteza:</u>

1. **Ignorância: (prática) nós não sabemos todas as regras, e podemos não ter a certeza acerca de um caso por não termos feito todos os testes; (teórica) a medicina ainda tem conhecimento completo sobre o domínio,**

2. **Preguiça: não queremos enumerar todas as possibilidades**

Questões

- Como representar incerteza no conhecimento do agente?
- Como fazer inferência com conhecimento incerto?
- Que acções escolher tendo em conta incerteza?

Como lidar com incerteza

- De uma forma implícita:
  - Ignorando tudo o que não temos certeza sempre que possível
  - Construindo procedimentos que são robustos na forma como lidam com a incerteza

- De forma explicita:
  - Construir um modelo do mundo que captura a incerteza do seu estado, a sua dinâmica e como se liga com as observações efectuadas
  - Raciocinar acerca do efeito que as acções têm nesse modelo.

Como lidar com incerteza?

Aproximações:

1. Raciocínio por Omissão
2. Raciocínio Probabilístico

Raciocínio por Omissão

- Ideia: o mundo é em geral “normal” e as anormalidades são usualmente raras.
- Ou seja, o agente assume a normalidade em geral até que haja evidência de contrário.
- E.g., Se um agente vê um pássaro x, assume que x pode voar,
  - a não ser que haja evidência de que x é um pinguim, ou uma avestruz, ou um pássaro morto, ou um pássaro com as asas cortadas,…

TÉCNICO LISBOA

Representação em Lógica

- BIRD(x) $\wedge \neg AB_F(x) \Rightarrow$ FLIES(x)
- PE
- BR
- BIR
- …

Muito activo nos anos 80

→Lógicas não monótonas, etc.

→Será dado na cadeira de Representação de conhecimento e Raciocínio

→Aplicações a bases de dados

Regra de omissão: A não ser que AB_F(Tweety) seja provado ser Verdade, vai-se assumir que é falso

Mas e se há regras com aspectos contraditórios? Quais manter? Quais rejeitar?

Usar Raciocínio Probabilístico

- Expressar o “grau de crença” de um agente através de teoria de probabilidade (Probability Theory)
- A Probability Theory atribui a cada frase um valor numérico entre 0 e 1

As probabilidades permitem sumarizar a incerteza que resulta não só da nossa ignorância mas também da nossa preguiça.

Voltando ao Exemplo

Podemos dizer que há uma probabilidade de 80% do paciente ter uma cárie no dente, dado que ele apresenta uma dor de dentes.

”O paciente tem uma cárie”- verdade ou falso dependendo da interpretação do mundo

“A probabilidade do paciente ter uma cárie é 0.8” - tem a ver com as crenças do agente, que dependem das suas percepções e que constituem a “evidência” sobre a qual a probabilidade se baseia.

Como decidir o que fazer com incerteza?

Decisão Racional: Teoria da Utilidade

- A decisão de uma agente é guiada por "preferências" entre possíveis resultados (outcomes).
- A forma de decidir em agentes racionais baseia-se na noção de "utilidade"
- Os agentes dão preferência a estados com "maior utilidade"!

Decision Theory = probability theory + utility theory

Incerteza e Decisão Racional

Função AgenteDT (*percepcao)* **devolve** *accao*

input: *percepcao*

estatico: *estado_crenças,* crenças probabilisticas acerca do estado actual do mundo

accao, acção do agente

actualiza *estado_crenças* em função de *accao e percepcao*

calcular probabilidades de resultado das acções, dado as descrições das acções e o *estado_crença*

selecionar *accao* com maior utilidade esperada dadas as probabilidades dos resultados e a informação de utilidade

devolve *accao*

Probabilidades

- É um framework conhecido (tem uma semântica clara)
- Dá respostas a:
  - Combinação de evidências
  - Raciocínio Preditivo e de Diagnóstico
  - Lida com a incorporação de novas evidências
- É intuitivo (pelo menos para algumas pessoas!)
- Pode ser aprendido (usado em aprendizagem automática)

Noção de Probabilidade

Está relacionado com as minhas CRENÇAS

De manhã, na vinda para o Tagus, eu passo junto à A5, e verifiquei que 70% das vezes o trânsito está parado,

Num dia com muita pressa para vir dar aulas, eu decido ir dar a volta por Sassoeiros, porque acredito que “o trânsito está parado na A5” com uma probabilidade de 0.7.

Interpretação associada a Frequência

- Tiro uma bola de uma saco que contém n bolas, do mesmo tamanho contendo r bolas vermelhas e s bolas amarelas.
- A probabilidade de que a proposição A= “a bola é vermelha” é verdade corresponde à frequência relativa com a qual esperamos tirar uma bola vermelha → P(A) = r/n

Interpretação Subjectiva

Há muitas situações em que não há uma interpretação objectiva da frequência

- Num dia com vento, antes de me aventurar a fazer “paragliding”, eu penso “há uma probabilidade de 0.05 de eu cair e morrer”
- Ou… “tenho estudado tanto na cadeira de IA que a probabilidade de conseguir uma nota acima de 18 é de 0.8”.

Noção de Probabilidade

$P(H) = 0.5$

$P(T) = 0.5$

Noção de Probabilidade

P(H) = 0.5

P(T) = 0.5

P(H,H,H) = ???

Noção de Probabilidade

P(H) = 0.5

P(T) = 0.5

P(H,H,H) = 0.5*0.5*0.5= 0.125

Noção de Probabilidade

$P(H) = 0.5$

$P(T) = 0.5$

Lançar a moeda 4 vezes

Xi – Resultado de lançar a moeda na vez i

Xi = {H,T}

$P(X1=X2=X3=X4) = ????$

TÉCNICO LISBOA

Noção de Probabilidade

P(H) = 0.5

P(T) = 0.5

Lançar a moeda 4 vezes

Xi – Resultado de lançar a moeda na vez i

Xi = {H,T}

P(X1=X2=X3=X4) = P(H,H,H,H) + P(T,T,T,T)= 0.125

Noção de Probabilidade

P(H) = 0.5

P(T) = 0.5

Lançar a moeda 4 vezes

Xi – Resultado de lançar a moeda na vez i

Xi = {H,T}

P({X1,X2,X3,X4} contém 3 ou mais H)=????

Noção de Probabilidade

P(H) = 0.5

P(T) = 0.5

Lançar a moeda 4 vezes

Xi – Resultado de lançar a moeda na vez i

Xi = {H,T}

P({X1,X2,X3,X4} contém 3 ou mais H)=P(H,H,H,H)+ P(H,H,H,T)+ P(H,H,T,H)+P(H,T,H,H)+P(T,H,H,H)= 5/16= 0.3125

Noção de Variável Aleatória

O elemento básico da linguagem é a "**Variável aleatória**", que pode ser vista como a parte do mundo cujo estado é inicialmente desconhecido.

Cada variável aleatória tem um domínio de valores que pode tomar.

Por exemplo:

- podemos ter uma variável aleatória "CárieNoDente" que pode ser <*true,false*>
- A variável aleatória X (quando lanço uma moeda) pode ser <*Head,Tail*>
- A variável aleatória *Weather* (que designa o tempo que vai estar) pode ter por exemplo <*sunny, rainy, clowdy, snowy*> como domínio

Tipos de Variáveis Aleatórias

- Variáveis Aleatórias Booleanas (Boolean Random Variables), como `CarieNoDente`
- Variáveis Aleatórias Discretas (Discrete random variables). Por exemplo no caso do "tempo" (`Weather`).
- Variáveis aleatórias contínuas, que tomam valores nos números reais (exemplo: a `temperatura`).

Variáveis Aleatórias

- Uma proposição que é verdade com uma probabilidade p e falsa com uma probabilidade 1-p, é uma variável aleatória com uma distribuição (p,1-p)

- Se um saco contém bolas com 3 cores possíveis – vermelho, amarelo e azul- a cor da bola que escolhermos aleatóriamente é uma variável aleatória com 3 valores possíveis.

- A distribuição de probabilidades (probability distribution) de uma variável aleatória X com n valores $x_1, x_2, \ldots, x_n$ é:

$$(p_1, p_2, \ldots, p_n)$$

with $P(X=x_i) = p_i$ and $\sum_{i=1,\ldots,n} p_i = 1$

Proposições

- Podemos ver símbolos proposicionais como variáveis aleatórias, se assumirmos que estas têm o domínio <true,false> (variáveis aleatórias boleanas).

Exemplo

- *P(carieNoDente)* representa *P(carieNoDente=true)*
- Do mesmo modo *P(¬ carieNoDente)* é uma forma de dizer *P(carieNoDente=false)*

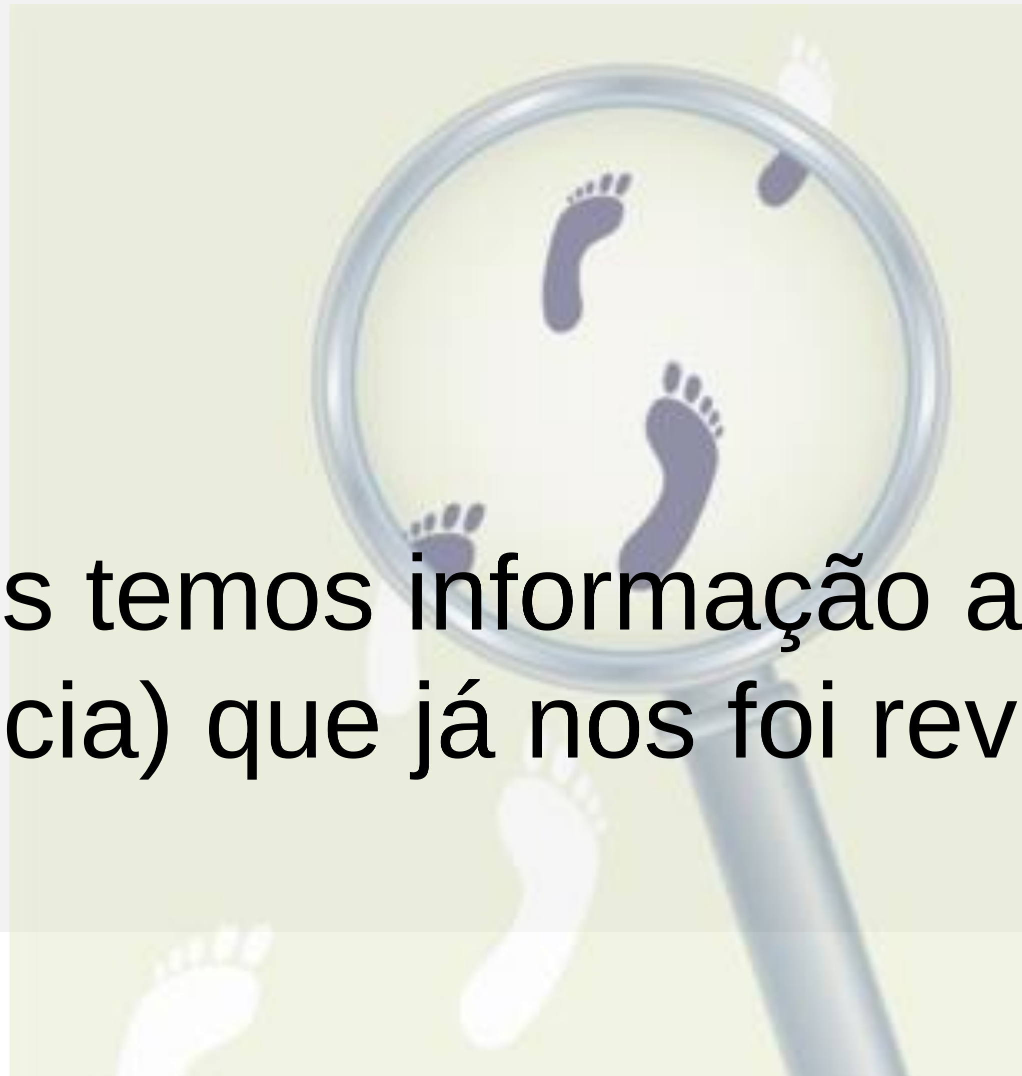
Variáveis não condicionadas

- Usa-se a notação *P(carieNoDente)* para designar uma probabilidade não condicionada (unconditional ou prior probability) para uma dada proposição

- *Ex: P(carieNoDente) =0.2*

*Quer dizer que, **na ausência de qualquer outra informação**, o agente considera que a probabilidade de um paciente ter uma cavidade no dente é de 0.2 (20%)*

Probabilidade Condicional



Por vezes temos informação anterior (evidência) que já nos foi revelada.

Probabilidade Condicional

- *P(Doubles) ou P(Total = 11)* probabilidade não condicionada

Mas se o primeiro dado saíu 5

- *X1 – valor do dado 1*
- *X2 – Valor do dado 2*

Probabilidade condicional

P(Doubles|X1=5)

Voltando ao exemplo

- *P(carieNoDente) =0.2*

Mas….

P(carieNoDente | dorDeDentes) =0.6

Probabilidade Condicional

Definição:

$P(A|B) = P(A \wedge B) / P(B)$

- Lê-se $P(A|B)$: probabilidade de A dado B

Podemos também escrever:

$P(A \wedge B) = P(A|B)\, P(B)$

Chamada : “**Product rule**”

Axiomas

1. Todas as probabilidades estão entre 0 e 1

   0 <= P(A) <= 1

2. Proposições necessariamente verdade têm probabilidade 1, e necessariamente falsas tem probabilidade 0

   P(true) = 1 e P(false) = 0

3. A probabilidade da disjunção é:

   $P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$

Exemplo

- P(D1=sunny)=0.9
- P(D2=sunny|D1=sunny) = 0.8
- P(D2=rainy|D1=sunny) = **???**

Exemplo

- P(D1=sunny)=0.9
- P(D2=sunny|D1=sunny) = 0.8
- P(D2=rainy|D1=sunny) = **0.2**

TÉCNICO LISBOA

Exemplo

- P(D1=sunny)=0.9
- P(D2=sunny|D1=sunny) = 0.8
- P(D2=rainy|D1=sunny) = 0.2
- P(D2=sunny|D1=rainy) = 0.6
- P(D2=rainy|D1=rainy) = **???**

Exemplo

- P(D1=sunny)=0.9
- P(D2=sunny|D1=sunny) = 0.8
- P(D2=rainy|D1=sunny) = 0.2
- P(D2=sunny|D1=rainy) = 0.6
- P(D2=rainy|D1=rainy) = **0.4**

Exemplo

- P(D1=sunny)=0.9
- P(D2=sunny|D1=sunny) = 0.8
- P(D2=rainy |D1=sunny) = 0.2
- P(D2=sunny|D1=rainy) = 0.6
- P(D2=rainy |D1=rainy) = 0.4

- P(D2=sunny) = **?????**

Exemplo

- P(D1=sunny)=0.9
- P(D2=sunny|D1=sunny) = 0.8
- P(D2=rainy |D1=sunny) = 0.2
- P(D2=sunny|D1=rainy) = 0.6
- P(D2=rainy |D1=rainy) = 0.4

- P(D2=sunny) = **0.9*0.8 + 0.1*0.6 = 0.78**

Exemplo

- P(Weather=sunny)=0.6
- P(Weather=rainy)=0.1
- P(Weather=cloudy)=0.299
- P(Weather=snowy)=0.001

P(Weather) =<0.6,0.1,0.299,0.001>

TÉCNICO LISBOA

Exemplo

- P(Weather=sunny)=0.6
- P(Weather=rainy)=0.1
- P(Weather=cloudy)=
- P(Weather=snowy

Distribuição de Probabilidades da variável *Weather*

P(Weather) =<0.6,0.1,0.299,0.001>

Distribuição de Probabilidades

- Para variáveis contínuas não é possível escrever a distribuição inteira como um vector, pelo que se uma uma função de densidade de probabilidade

E quando temos várias variáveis?

P(Weather, carieNoDente)

Distribuição de Probabilidades Conjunta (Joint Probabilities Distribution)

Denota as probabilidades de todas as combinações de valores da variável *Weather* e da variável *carieNoDente*

Distribuição de Probabilidade Conjunta (Joint Probability Distribution)

$$P(clowdy, carieNoDente)$$

$$= P(clowdy | carieNoDente)\ P(carieNoDente)$$

Distribuição de Probabilidade Conjunta (Joint Probability Distribution)

- A distribuição de probabilidade conjunta (joint probability distribution) pode ser vista através de uma tabela em que cada entrada dá uma combinação de valores de $X_1, \ldots, X_k$
- Exemplo:

	dorDeDentes	¬dorDeDentes
carieNoDente	0.04	0.06
¬carieNoDente	0.01	0.89

P(carieNoDente∧¬dorDeDentes)

P(¬carieNoDente∧dorDeDentes)

Distribuição de Probabilidade Conjunta (Joint Probability Distribution)

	dorDeDentes	¬dorDeDentes
carieNoDente	0.04	0.06
¬carieNoDente	0.01	0.89

- $P(carieNoDente) = P((dorDeDentes \wedge carieNoDente) \vee (\neg dorDeDentes \wedge carieNoDente))$

  $= P(dorDeDentes \wedge carieNoDente) + P(\neg dorDeDentes \wedge carieNoDente)$

  $= 0.04 + 0.06 = 0.1$

"Probabilidade Marginal" de carieNoDente (soma dos valores da linha)

Marginalização

Marginalização- soma das probabilidades para cada um dos valores possíveis das outras variáveis, tirando-as portanto da equação

Regra de Marginalização para qualquer conjunto de variáveis Y e Z

$$\mathbf{P}(\mathbf{Y}) = \Sigma_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}} \mathbf{P}(\mathbf{Y},\mathbf{z})$$

Ou seja, a soma de todas as combinações de valores possíveis para o conjunto de variáveis Z

Distribuição de Probabilidade Conjunta (Joint Probability Distribution)

	dorDeDentes	¬dorDeDentes
carieNoDente	0.04	0.06
¬carieNoDente	0.01	0.89

- $P(dorDeDentes) = P((dorDeDentes \wedge carieNoDente) \vee$
  $(dorDeDentes \wedge \neg carieNoDente))$

  $= P(dorDeDentes \wedge carieNoDente) +$
  $P(dorDeDentes \wedge \neg carieNoDente)$

  $= 0.04 + 0.01 = 0.05$

"Probabilidade Marginal" de dorDeDentes (soma dos valores da coluna)

Distribuição de Probabilidade Conjunta (Joint Probability Distribution)

	dorDeDentes	¬dorDeDentes
carieNoDente	0.04	0.06
¬carieNoDente	0.01	0.89

- $P(dorDeDentes \lor carieNoDente)$
  $= P((dorDeDentes \land carieNoDente) \lor (dorDeDentes \land \neg carieNoDente)$
  $\lor (\neg dorDeDentes \land carieNoDente))$
  $= 0.04 + 0.01 + 0.06 = 0.11$

Condicionalização

Condicionalização (conditioning) - soma das probabilidades para cada um dos valores possíveis das outras variáveis, tirando-as portanto da equação mas envolvendo probabilidades condicionais

Regra de condicionalização para qualquer conjunto de variáveis Y e Z

$$\mathbf{P}(\mathbf{Y}) = \sum_{z \in \mathbf{Z}} \mathbf{P}(\mathbf{Y}|\, z)\, P(z)$$

Distribuição de Probabilidade Conjunta (Joint Probability Distribution)

	dorDeDentes	¬dorDeDentes
carieNoDente	0.04	0.06
¬carieNoDente	0.01	0.89

- $P(carieNoDente \mid DorDeDentes) =$

  $P(carieNoDente \wedge DorDeDentes) / P(DorDeDentes)$
- $P(carieNoDente \wedge DorDeDentes) = ?$
- $P(DorDeDentes) = ?$
- $P(carieNoDente \mid DorDeDentes) = 0.04/0.05 = 0.8$

Distribuição de Probabilidade Conjunta (Joint Probability Distribution)

	dorDeDentes		**¬dorDeDentes**	
	Detecta	¬ Detecta	Detecta	¬ Detecta
carieNoDente	0.108	0.012	0.072	0.008
¬ carieNoDente	0.016	0.064	0.144	0.576

Exemplos

	dorDeDentes		¬dorDeDentes	
	detecta	¬ detecta	detecta	¬ detecta
carieNoDente	0.108	0.012	0.072	0.008
¬ carieNoDente	0.016	0.064	0.144	0.576

P(carieNoDente | dorDeDentes) =????

Exemplos

	dorDeDentes		¬dorDeDentes	
	detecta	¬ detecta	detecta	¬ detecta
carieNoDente	0.108	0.012	0.072	0.008
¬ carieNoDente	0.016	0.064	0.144	0.576

P(carieNoDente | dorDeDentes) =

P(carieNoDente ∧ dorDeDentes) / P(dorDeDentes) =

0.108+0.012/(0.108+0.012+0.016+0.064)= 0.6

Independência

Independência

P(dorDeDentes, detecta, carieNoDente, rainy)=

*P(rainy | dorDeDentes, detecta, carieNoDente) **

P(dorDeDentes, detecta, carieNoDente)

P(rainy | dorDeDentes, detecta, carieNoDente) =

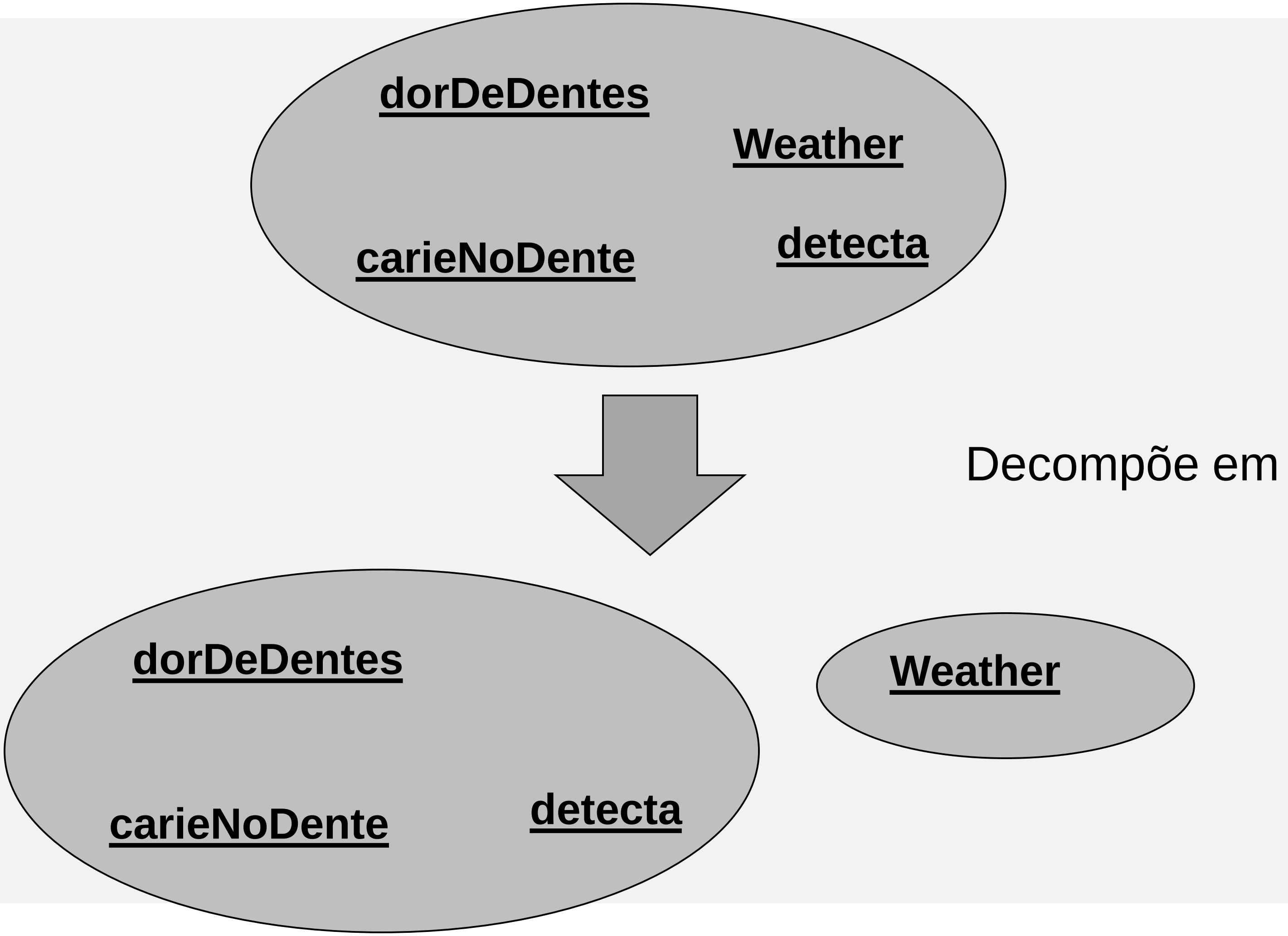
P(rainy)

Ou seja:

P(dorDeDentes, detecta, carieNoDente, rainy)=

*P(rainy) * P(dorDeDentes, detecta, carieNoDente)*

Independência



Independência

A e B são independentes se e só se:

$P(A|B) = P(A)$ *and* $P(B|A) = P(B)$ *and* $P(A, B) = P(A)P(B)$

TÉCNICO LISBOA

Regra de Bayes

- $P(A \wedge B) = P(A|B)\ P(B)$
  $= P(B|A)\ P(A)$

Ou seja:

$$\mathbf{P(A|B) = \frac{P(B|A)\ P(A)}{P(B)}}$$

Thomas Bayes, 1702(?)–1761

Uso da Regra de Bayes: combinar evidências

$$P(causa|efeito) = \frac{P(efeito|causa)\ P(causa)}{P(efeito)}$$

Permite fazer diagnóstico.

O médico sabe *P(sintomas | doença)* e o que queremos fazer é *P(doença | sintomas)*

Uso da Regra de Bayes Exemplo

- Dificuldade de mover o pescoço (pode ser causada por meningite)
- Meningite causa dificuldade de mover o pescoço – 50%
- Sabemos por dados que um paciente tem meningite 1/50.000
- Sabemos que 1/20 pessoas têm problemas de pescoço...

Uso da Regra de Bayes Exemplo

- Meningite causa dificuldade de mover o pescoço – 50%
- Sabemos por dados que um paciente tem meningite 1/50.000
- Sabemos que 1/20 pessoas têm problemas de pescoço...

- P(pp/m) = 0.5
- P(m) = 1/50.000
- P(pp) = 1/20

Como tirar conclusões sobre um paciente que tem dificuldades de mover o pescoço?

Uso da Regra de Bayes Exemplo

- Meningite causa dificuldade de mover o pescoço – 50%
- Sabemos por dados que um paciente tem meningite 1/50.000
- Sabemos que 1/20 pessoas têm problemas de pescoço...

- P(pp/m) = 0.5
- P(m) = 1/50.000
- P(pp) = 1/20

Como tirar conclusões sobre um paciente que tem dificuldades de mover o pescoço?

- P (m/pp) = p(pp|m) p(m) / p(pp) = (0.5*1/50.000)/1/20 = 0.0002

- Ou seja, só um em 5000 dos pacientes com dificuldades de mover o pescoço têm meningite...

Normalização

- $P(A|B) = \dfrac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$
- $P(\neg A|B) = \dfrac{P(B|\neg A)\, P(\neg A)}{P(B)}$

Calcular P(B) é complicado. Podemos chamar:

$P'(A|B) = P(B|A)P(A)$

$P'(\neg A|B) = P(B|\neg A)P(\neg A)$

Ou seja:

$P(A|B) = 1/P(B) * P'(A|B) = \eta\, P'(A|B)$

$P(\neg A|B) = 1/P(B) * P'(\neg A|B) = \eta\, P'(\neg A|B)$

Como $P(A|B) + P(\neg A|B) = 1$

$\eta = 1/(P'(A|B) + * P'(\neg A|B))$

Normalização

- $P(A|B) = \dfrac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|\neg A)\,P(\neg A)}$

- Versão normalizada da Regra de Bayes
  - Sem qualquer referência a P(B)

Sumário

- Agentes que têm que agir com incerteza
- Probabilidades
- Inferência usando distribuições disjuntas
- Independência
- Regra de Bayes