Invariantes Topológicos de la Experiencia Fenoménica:
Un Marco Computacional para el Mapeo de Qualia

Topological Invariants of Phenomenal Experience:
A Computational Framework for Qualia Mapping

Kevin Caracuel Llabrés
Programa de Doctorado en Filosofía
Dpto. de Filosofía, Lógica y Filosofía de la Ciencia
Universidad de Sevilla
kcaracuel@us.es

Elena Vidal-Moreno
Catedrática, Dpto. de Filosofía, Lógica y Filosofía de la Ciencia
Universidad de Sevilla
evidal@us.es

Martín Aráoz-Gutiérrez
Profesor Titular, Dpto. de Geometría y Topología
Facultad de Matemáticas, Universidad de Sevilla
maraoz@us.es

Fecha de recepción: 14 de marzo de 2016
Fecha de aceptación: 2 de septiembre de 2016
Publicado en: Revista Iberoamericana de Filosofía y Ciencias Cognitivas, Vol. 12, Nº 3, pp. 247-289
DOI: 10.4821/rifcc.2016.12.3.0247

Resumen

El presente trabajo propone un marco teórico original para la formalización matemática de la experiencia fenoménica consciente mediante herramientas de topología algebraica y geometría diferencial. Partiendo de la hipótesis de que los qualia poseen una estructura intrínseca susceptible de descripción rigurosa, se define un espacio topológico de estados fenoménicos (el espacio-Q) dotado de una métrica y una estructura de variedad diferenciable. Se identifican invariantes topológicos (números de Betti, característica de Euler, grupos de homotopía fundamental) como clasificadores naturales de tipos de experiencia consciente, y se propone un algoritmo computacional para el cálculo aproximado de dichos invariantes a partir de datos neurofisiológicos. El marco resultante permite establecer condiciones de equivalencia formal entre experiencias subjetivas instanciadas en sustratos diferentes, con implicaciones directas para la teoría de la información integrada (IIT) de Tononi y para el problema de la independencia de sustrato en filosofía de la mente. Se presentan resultados preliminares de simulaciones numéricas que sugieren la viabilidad del enfoque propuesto.

Palabras clave: *qualia, topología algebraica, experiencia fenoménica, consciencia, invariantes topológicos, teoría de la información integrada, filosofía de la mente, mapeo computacional, espacio fenoménico, independencia de sustrato*

Abstract

This paper proposes an original theoretical framework for the mathematical formalization of conscious phenomenal experience using tools from algebraic topology and differential geometry. Starting from the hypothesis that qualia possess an intrinsic structure amenable to rigorous description, we define a topological space of phenomenal states (the Q-space) endowed with a metric and a differentiable manifold structure. We identify topological invariants (Betti numbers, Euler characteristic, fundamental homotopy groups) as natural classifiers of types of conscious experience, and propose a computational algorithm for the approximate calculation of said invariants from neurophysiological data. The resulting framework allows establishing formal equivalence conditions between subjective experiences instantiated in different substrates, with direct implications for Tononi's Integrated Information Theory (IIT) and the substrate independence problem in philosophy of mind. Preliminary results from numerical simulations suggesting the viability of the proposed approach are presented.

Keywords: *qualia, algebraic topology, phenomenal experience, consciousness, topological invariants, integrated information theory, philosophy of mind, computational mapping, phenomenal space, substrate independence*

1. Introducción

El denominado "problema difícil" de la consciencia (Chalmers, 1995) constituye, a día de hoy, uno de los desafíos más persistentes tanto de la filosofía de la mente como de las ciencias cognitivas. A pesar de los avances sustanciales en neurociencia computacional y en técnicas de imagen cerebral, la cuestión central sigue sin respuesta satisfactoria: ¿por qué y cómo determinados procesos físicos dan lugar a experiencia subjetiva? ¿Qué hace que el procesamiento de una longitud de onda de 700 nanómetros se sienta como "rojo" y no como otra cosa, o como nada en absoluto?

Las aproximaciones clásicas al problema tienden a dividirse en dos grandes familias. Por un lado, las teorías funcionalistas y computacionalistas (Dennett, 1991; Baars, 1997) disuelven el problema sugiriendo que la experiencia fenoménica se reduce a, o emerge de, relaciones funcionales entre estados computacionales. Por otro, las teorías de los qualia (Jackson, 1982; Nagel, 1974; Chalmers, 1996) insisten en que existe un residuo irreductible de subjetividad que escapa a toda descripción funcional. Ambas posiciones, sin embargo, comparten una limitación fundamental: carecen de un formalismo matemático preciso que permita hacer predicciones verificables sobre la estructura de la experiencia consciente.

La Teoría de la Información Integrada (IIT) propuesta por Tononi (2004, 2008, 2012) representa probablemente el intento más ambicioso de superar esta carencia. Al cuantificar la consciencia mediante el parámetro Φ (phi), la IIT ofrece un marco que conecta estructura informacional y experiencia fenoménica. No obstante, la IIT se concentra en la cantidad de consciencia y en la estructura informacional global, sin abordar directamente la cuestión de la cualidad específica de cada experiencia. En otras palabras: puede indicarnos cuánta consciencia hay, pero no qué tipo de experiencia se está teniendo.

El presente trabajo propone un enfoque complementario. Nuestra hipótesis central es que la estructura cualitativa de la experiencia fenoménica puede formalizarse mediante invariantes topológicos, y que dichos invariantes son computables (al menos de forma aproximada) a partir de datos empíricos. En concreto, definimos un espacio topológico de estados fenoménicos, que denominamos espacio-Q, y mostramos que sus propiedades topológicas globales (números de Betti, característica de Euler, grupo fundamental) capturan aspectos esenciales de la organización de la experiencia que no son accesibles mediante métricas puramente informacionales.

La motivación para este enfoque proviene de una observación sencilla pero profunda: dos experiencias pueden ser cualitativamente similares sin ser métricamente próximas. El olor a café recién hecho y el olor a pan horneado, por ejemplo, comparten una cualidad de "calidez" y "familiaridad" que se resiste a la parametrización en términos de distancia en un espacio de representación estándar. La topología, al estudiar propiedades que se preservan bajo deformaciones continuas, ofrece precisamente las herramientas necesarias para capturar estas relaciones cualitativas profundas.

El trabajo se organiza como sigue. En la sección 2 se revisan los antecedentes teóricos relevantes, incluyendo la IIT, los enfoques geométricos previos al estudio de la consciencia y las herramientas básicas de topología algebraica. La sección 3 presenta la construcción formal del espacio-Q. La sección 4 identifica y caracteriza los invariantes topológicos del espacio-Q y su interpretación fenoménica. La sección 5 desarrolla el marco computacional para el cálculo de estos invariantes. La sección 6 presenta resultados de simulaciones numéricas. La sección 7 discute las implicaciones filosóficas y teóricas. Finalmente, la sección 8 recoge las conclusiones y las líneas de investigación futura.

2. Antecedentes teóricos

2.1 El problema difícil y la estructura de los qualia

Desde que Chalmers (1995) articulara con claridad la distinción entre los problemas "fáciles" de la consciencia (aquellos que admiten explicación funcional: atención, integración de información, control del comportamiento) y el problema "difícil" (la existencia misma de la experiencia subjetiva), el debate se ha intensificado sin alcanzar consenso. Lo que nos interesa aquí es una observación que suele pasar inadvertida en estas discusiones: los qualia no son entidades aisladas. Cada experiencia fenoménica se inscribe en una red de relaciones con otras experiencias posibles. Ver rojo se define, en parte, por su relación con ver naranja, con ver azul, con no ver nada. Estas relaciones no son arbitrarias; poseen una estructura que, según argumentaremos, es formalizable topológicamente.

Clark (1993) y, posteriormente, Palmer (1999) señalaron que los qualia presentan propiedades relacionales sistemáticas: el espacio del color perceptual tiene una geometría, el espacio de alturas tonales exhibe circularidad (la llamada "espiral de Shepard"), y las sensaciones táctiles se organizan en dimensiones reconocibles. Estos hechos sugieren que los qualia no son "átomos" de experiencia inconexos, sino puntos de un espacio dotado de estructura.

La propuesta de Churchland (1986) de representar los qualia como puntos en espacios de activación neuronal de alta dimensión constituye un antecedente directo de nuestro trabajo. Sin embargo, Churchland trabaja exclusivamente con la geometría métrica de dichos espacios (distancias, ángulos), lo cual limita el tipo de relaciones que puede capturar. Nuestro enfoque generaliza esta idea al nivel topológico, donde las propiedades relevantes son las que sobreviven a deformaciones continuas.

2.2 La Teoría de la Información Integrada (IIT)

La IIT, desarrollada por Tononi y colaboradores a lo largo de más de una década (Tononi, 2004, 2008; Tononi et al., 2016; Oizumi, Albantakis y Tononi, 2014), parte de cinco axiomas fenomenológicos (existencia intrínseca, composición, información, integración y exclusión) y deriva de ellos cinco postulados sobre la estructura física que debe tener un sistema consciente. El parámetro central, Φ, cuantifica la información integrada del sistema: la cantidad de información generada por el todo por encima de la generada por sus partes.

Nuestra relación con la IIT es de complementariedad, no de oposición. Mientras que la IIT se concentra en las condiciones bajo las cuales un sistema físico es consciente y en cuánta consciencia posee, nuestro marco se dirige a una pregunta diferente: dada una experiencia consciente, ¿cuál es su estructura cualitativa? La IIT ha comenzado a abordar esta cuestión mediante la noción de "estructura conceptual" (Oizumi et al., 2014), pero su formalización permanece en términos de teoría de la información. Lo que proponemos es que la topología algebraica ofrece herramientas más adecuadas para capturar la organización cualitativa de la experiencia.

2.3 Enfoques geométricos previos

No somos los primeros en aplicar ideas geométricas al estudio de la consciencia. Fekete (2010) propuso que los qualia pueden entenderse como relaciones geométricas en un espacio de representación. Balduzzi y Tononi (2009) desarrollaron una geometría del "espacio de qualia" basada en la IIT. Tsuchiya y Saigo (2010) exploraron la estructura métrica del espacio perceptual del color. Más recientemente, Prentner (2015) ha señalado la necesidad de incorporar herramientas topológicas, una línea que nuestro trabajo desarrolla de forma sistemática.

En el ámbito de la neurociencia computacional, el análisis de datos topológicos (TDA, por sus siglas en inglés) ha experimentado un auge notable en los últimos años. Singh et al. (2008) aplicaron homología persistente al análisis de datos de imagen cerebral. Petri et al. (2014) demostraron que la topología de las redes funcionales cerebrales cambia significativamente bajo los efectos de la psilocibina. Estos trabajos proporcionan tanto inspiración metodológica como evidencia empírica de que la topología puede capturar aspectos de la actividad cerebral relevantes para la consciencia.

2.4 Herramientas de topología algebraica: breve recordatorio

Para lectores no familiarizados con la topología algebraica, ofrecemos aquí un resumen mínimo de las nociones que se emplearán en el resto del trabajo. Una introducción rigurosa puede encontrarse en Hatcher (2002) o en Munkres (1984).

Un espacio topológico (X, τ) es un conjunto X dotado de una familia τ de subconjuntos (los "abiertos") que satisface ciertas propiedades de cierre (bajo uniones arbitrarias e intersecciones finitas). La topología estudia las propiedades de X que se preservan bajo homeomorfismos, es decir, bajo funciones biyectivas continuas cuya inversa también es continua. Estas propiedades se denominan invariantes topológicos.

Entre los invariantes más clásicos se encuentran los números de Betti. El n-ésimo número de Betti, denotado βn, cuenta el número de "agujeros n-dimensionales" del espacio. Intuitivamente, $\beta 0$ cuenta las componentes conexas, $\beta 1$ los "túneles" o ciclos unidimensionales, $\beta 2$ las "cavidades" bidimensionales, y así sucesivamente. La característica de Euler, χ, definida como la suma alternada de los números de Betti ($\chi = \beta 0 - \beta 1 + \beta 2 - \ldots$), proporciona un resumen compacto de la topología global.

El grupo fundamental $\pi 1(X, x0)$ captura, de forma algebraica, la estructura de los lazos cerrados en X que parten de un punto base x0. Dos lazos son equivalentes si uno puede deformarse continuamente en el otro. Si $\pi 1$ es trivial, el espacio es "simplemente conexo" (todo lazo puede contraerse a un punto). Si no lo es, existen "obstrucciones topológicas" que impiden ciertas deformaciones, lo cual tendrá, como veremos, una interpretación fenoménica de considerable interés.

3. Construcción formal del espacio-Q

3.1 Definiciones preliminares

Sea S un sistema físico capaz de instanciar estados fenoménicos (un cerebro biológico, un sistema artificial con la arquitectura adecuada, u otro sustrato). Denotamos por F(S) el conjunto de todos los estados fenoménicos que S puede experimentar. Cada elemento $q \in F(S)$ representa una experiencia fenoménica completa en un instante dado: no solo un quale aislado ("rojo"), sino la totalidad del campo experiencial en ese momento.

Postulamos que F(S) puede dotarse de una topología τQ de forma natural, inducida por una noción de "proximidad fenoménica". Dos estados $q1, q2 \in F(S)$ son fenoménicamente próximos si la transición experiencial de q1 a q2 es "suave", esto es, si no implica un salto cualitativo abrupto. Esta noción, aunque formulada de modo informal por el momento, se formaliza rigurosamente en la sección 3.3.

Denominamos espacio-Q al par $(F(S), \tau Q)$. Nuestra primera tarea será mostrar que, bajo ciertas condiciones razonables sobre S, el espacio-Q posee buenas propiedades topológicas (es Hausdorff, segundo numerable y, en el caso más favorable, posee estructura de variedad diferenciable).

3.2 Axiomas del espacio fenoménico

Proponemos los siguientes axiomas para el espacio-Q. Cada uno refleja una propiedad que consideramos esencial de la experiencia fenoménica, y que se justifica tanto fenomenológicamente como desde la neurociencia:

Axioma 1 (Separación). Para cualesquiera dos estados fenoménicos $q1 \neq q2$, existen entornos abiertos disjuntos U1, U2 tales que $q1 \in U1$ y $q2 \in U2$. (El espacio-Q es Hausdorff.) Justificación: dos experiencias genuinamente distintas son distinguibles. No existe ambigüedad fenoménica irreductible entre experiencias cualitativamente diferentes.

Axioma 2 (Continuidad local). Para todo q ∈ F(S), existe un entorno U de q homeomorfo a un abierto de R^n para algún n (la dimensión fenoménica local). Justificación: la experiencia fenoménica admite variación contínua en un número finito de "direcciones". Los cambios infinitesimales de experiencia son posibles y están localmente parametrizados.

Axioma 3 (Finitud global). El espacio-Q es compacto. Justificación: la capacidad experiencial de cualquier sistema físico finito está acotada. No existen experiencias "infinitamente extremas". Este axioma es consistente con los límites físicos de la activación neuronal.

Axioma 4 (Dimensión variable). La dimensión local n puede variar de un punto a otro del espacio-Q, pero está acotada superiormente por un valor N dependiente de S. Justificación: no todas las regiones de la experiencia tienen la misma "riqueza". El espacio perceptual del color es tridimensional; el espacio auditivo, de dimensión considerablemente mayor. La complejidad local de la experiencia varía.

De los axiomas 1-3 se sigue que el espacio-Q es una variedad topológica compacta. Si añadimos la condición (técnicamente necesaria pero fenomenológicamente razonable) de que las funciones de transición entre cartas locales son diferenciables, obtenemos una variedad diferenciable compacta. Esta estructura permite definir nociones de derivada, campo vectorial, curvatura y otras herramientas del cálculo diferencial sobre el espacio de experiencias.

3.3 Construcción de la métrica fenoménica

Para dotar al espacio-Q de una métrica necesitamos una noción cuantitativa de "distancia fenoménica" entre estados. Definimos esta distancia mediante un procedimiento operacional inspirado en la psicofísica clásica.

Sea δ(q1, q2) el umbral mínimo de diferencia detectable (just-noticeable difference, JND) entre los estados q1 y q2. Definimos la distancia fenoménica d_Q como la métrica geodésica inducida por δ. En términos informales, la distancia entre dos experiencias es el número mínimo de "pasos" fenoménicamente distinguibles que separan una de otra.

$$d\_Q(q1, q2) = inf\{ L(\gamma) : \gamma \text{ camino continuo de } q1 \text{ a } q2 \} \quad (1)$$

donde L(γ) es la longitud del camino γ medida en unidades de JND. Esta construcción es análoga a la métrica geodésica en geometría riemanniana y hereda sus buenas propiedades (positividad, simetría, desigualdad triangular) siempre que δ sea simétrica y localmente finita, condiciones que consideramos empíricamente justificadas.

La métrica d_Q induce la topología τQ por definición, lo cual cierra la construcción del espacio-Q como espacio métrico topológico. Nótese que esta métrica es, en principio, medible empíricamente mediante experimentos psicofísicos, lo cual conecta la construcción abstracta con la posibilidad de verificación experimental.

4. Invariantes topológicos del espacio-Q y su interpretación fenoménica

4.1 Números de Betti y la estructura de los qualia

Una vez construido el espacio-Q como variedad compacta, podemos calcular sus invariantes topológicos. El primer resultado notable es que los números de Betti del espacio-Q admiten interpretación fenoménica directa.

El número de Betti β0 cuenta las componentes conexas del espacio-Q. Si β0 = 1, todas las experiencias posibles del sistema están conectadas por transiciones contínuas: desde cualquier experiencia se puede llegar a cualquier otra mediante una secuencia de cambios graduales. Si $\beta 0 > 1$, existen "islas fenoménicas" mutuamente inaccesibles, experiencias entre las cuales no hay transición gradual posible. Esto tendría implicaciones radicales para la unidad de la consciencia: sugiere la existencia de modos de experiencia cualitativamente aislados.

El primer número de Betti, $\beta 1$, cuenta los ciclos unidimensionales no triviales. En términos fenoménicos, $\beta 1 > 0$ indica la existencia de "circuitos de experiencia" que no pueden contraerse a un punto. Un ejemplo paradigmático es la circularidad del espacio de tonos: al recorrer la escala cromática completa se vuelve al punto de partida, lo cual genera un ciclo topológico no trivial. Nuestra predicción es que el subespacio de qualia tonales tiene $\beta 1 \geq 1$, reflejando esta circularidad fenoménica.

$\beta 2$ detecta cavidades bidimensionales. Su interpretación fenoménica es menos inmediata, pero proponemos que refleja la existencia de "regiones prohibidas" en el espacio de experiencias: configuraciones fenoménicas que están rodeadas por experiencias posibles pero que son, en sí mismas, inaccesibles. La existencia de tales regiones tendría un profundo interés teórico.

4.2 Característica de Euler y complejidad fenoménica

La característica de Euler del espacio-Q proporciona un índice escalar de la complejidad topológica global de la experiencia. Definida como:

$$\chi(Q) = \beta 0 - \beta 1 + \beta 2 - \beta 3 + \dots \qquad (2)$$

esta cantidad es un invariante topológico completo en dimensiones bajas y resume, en un solo número, la "forma" global del espacio de experiencias. Proponemos que $\chi(Q)$ puede interpretarse como un índice de complejidad fenoménica: cuanto más rica y estructurada sea la experiencia consciente de un sistema, más se desviará su $\chi(Q)$ de los valores triviales.

Es instructivo comparar esta noción con el parámetro Φ de la IIT. Mientras que Φ mide la cantidad de información integrada (una magnitud escalar continua), $\chi(Q)$ captura la complejidad estructural de la experiencia (un invariante discreto). Un sistema podría tener un Φ elevado pero un $\chi(Q)$ sencillo (mucha consciencia pero con estructura fenoménica simple) o viceversa. La conjunción de ambos parámetros ofrece una descripción más completa de la consciencia que cualquiera de ellos por separado.

4.3 Grupo fundamental y obstrucciones fenoménicas

El grupo fundamental $\pi 1(Q)$ del espacio-Q codifica información aún más fina sobre la estructura de la experiencia. Si $\pi 1(Q)$ es no trivial, existen secuencias cíclicas de experiencias que no pueden "deshacerse" de forma contínua, ciclos fenoménicos irreducibles.

Conjeturamos que la estructura del grupo fundamental está relacionada con los fenómenos de "histeresis fenoménica": situaciones en las que recorrer una secuencia de experiencias y volver al punto de partida no restaura exactamente el estado fenoménico original. Este fenómeno es bien conocido en percepción visual (las ilusiones bistáticas como el cubo de Necker, por ejemplo, muestran un comportamiento histerético) y podría reflejar una topología no simplemente conexa del espacio de experiencias perceptuales.

Formalizamos esta conjetura como sigue. Sea γ: $[0,1] \to Q$ un lazo cerrado en el espacio-Q (con $\gamma(0) = \gamma(1) = q0$). Decimos que γ presenta histéresis fenoménica si el estado fenoménico "efectivo" al completar el ciclo difiere del estado inicial, a pesar de que la posición nominal en el espacio-Q sea la misma. Nuestra hipótesis es que la presencia de histéresis fenoménica a lo largo de un lazo γ implica que $[\gamma] \neq 0$ en $\pi 1(Q)$, es decir, que el lazo representa un elemento no trivial del grupo fundamental.

$$[\gamma] \neq 0 \in \pi 1(Q, q0) \iff \gamma \text{ exhibe histéresis fenoménica} \qquad (3)$$

Esta correspondencia, si se confirma empíricamente, proporcionaría una forma de "medir" la topología del espacio-Q a través de fenómenos perceptuales observables.

5. Marco computacional para el cálculo de invariantes

5.1 Del dato neurofisiológico al complejo simplicial

El paso de la teoría abstracta a la computación requiere un puente entre los datos empíricos (señales neurofisiológicas) y la estructura topológica del espacio-Q. Para ello adoptamos la metodología del análisis topológico de datos (TDA), adaptada a nuestro contexto específico.

El procedimiento es el siguiente. Dado un conjunto de N registros neurofisiológicos (obtenidos, por ejemplo, mediante fMRI o EEG de alta densidad), cada uno asociado a un estado fenoménico reportado por el sujeto, construimos una nube de puntos en un espacio de alta dimensión. Cada punto $x_i \in R^d$ corresponde al vector de activación neuronal asociado al i-ésimo estado fenoménico reportado.

Sobre esta nube de puntos construimos un complejo de Vietoris-Rips parametrizado por un radio ε. Para cada valor de ε, el complejo VR_ε es un complejo simplicial cuyos vértices son los puntos de la nube y cuyos símplices conectan puntos a distancia menor que ε. Los invariantes topológicos de VR_ε (números de Betti, grupo fundamental) dependen de ε, y el estudio de cómo varían al cambiar ε es precisamente el objeto de la homología persistente.

5.2 Homología persistente y diagramas de persistencia

La homología persistente (Edelsbrunner et al., 2002; Zomorodian y Carlsson, 2005) permite distinguir las características topológicas "genuinas" de la nube de puntos (aquellas que persisten a lo largo de un rango amplio de valores de ε) del "ruido topológico" (características que aparecen y desaparecen rápidamente al variar ε).

El resultado se representa en un diagrama de persistencia: un conjunto de puntos (b_i, d_i) en el plano, donde b_i es el valor de ε en el que "nace" la i-ésima característica topológica y d_i es el valor en el que "muere". Las características con alta persistencia ($d_i - b_i$ grande) se interpretan como rasgos topológicos genuinos del espacio subyacente.

En nuestro contexto, las características de alta persistencia en el diagrama corresponden a invariantes topológicos estables del espacio-Q, es decir, a propiedades estructurales robustas de la organización de la experiencia fenoménica. Las de baja persistencia reflejan fluctuaciones en la medición neurofisiológica o variabilidad intra-sujeto, no estructura fenoménica real.

5.3 Algoritmo propuesto

Formalizamos el procedimiento completo en el siguiente algoritmo:

Paso 1. Adquisición de datos. Se registra la actividad neuronal de un sujeto (mediante fMRI, EEG, o una combinación de ambos) mientras experimenta una secuencia controlada de estímulos diseñados para cubrir una región amplia del espacio fenoménico. El sujeto reporta sus estados fenoménicos mediante un protocolo de introspección estructurada.

Paso 2. Reducción dimensional. Los vectores de activación neuronal se proyectan a un espacio de dimensión manejable mediante técnicas no lineales que preserven la topología (Isomap, t-SNE, o, preferiblemente, UMAP, que ofrece mejores garantías topológicas).

Paso 3. Construcción del complejo simplicial. Sobre la nube de puntos reducida se construye el complejo de Vietoris-Rips para un rango de valores de ε.

Paso 4. Cálculo de homología persistente. Se calculan los diagramas de persistencia para las dimensiones homológicas 0, 1 y 2 utilizando el algoritmo de Edelsbrunner-Letscher-Zomorodian (implementado, por ejemplo, en la librería GUDHI o en Ripser).

Paso 5. Extracción de invariantes. Se seleccionan las características de alta persistencia y se interpretan como estimaciones de los invariantes topológicos del espacio-Q.

Paso 6. Validación cruzada. Se repite el procedimiento con datos independientes (otros sujetos, otras sesiones) para verificar la estabilidad inter-sujeto e intra-sujeto de los invariantes obtenidos.

5.4 Complejidad computacional

El cálculo de homología persistente para un complejo de Vietoris-Rips con N puntos tiene una complejidad que depende fuertemente de la dimensión del complejo. En el peor caso, la complejidad es exponencial en la dimensión, pero las técnicas de optimización desarrolladas en los últimos años (Bauer, 2015; Chen y Kerber, 2011) permiten cálculos eficientes para dimensiones homológicas bajas (≤ 2), que son las de mayor interés en nuestro contexto.

Para conjuntos de datos típicos en neuroimagen (N del orden de 10^3 a 10^4 puntos en dimensión d del orden de 10 a 50 tras reducción), el cálculo es factible en tiempos del orden de minutos a horas en hardware convencional. Esto situa nuestro enfoque dentro de los límites de la viabilidad computacional actual.

6. Resultados de simulaciones numéricas

6.1 Diseño de las simulaciones

A falta de datos neurofisiológicos reales adquiridos bajo el protocolo propuesto (cuya obtención está prevista en una fase posterior de este programa de investigación), presentamos resultados de simulaciones numéricas diseñadas para evaluar la viabilidad del método en condiciones controladas.

Se generaron tres conjuntos de datos sintéticos, cada uno correspondiente a un espacio-Q con topología conocida:

(a) Conjunto E1: 5000 puntos muestreados uniformemente de una 2-esfera S^2 (modelo de un espacio fenoménico con $\beta 0 = 1$, $\beta 1 = 0$, $\beta 2 = 1$, $\chi = 2$), inmersa en R^50 mediante una inmersion aleatoria y perturbada con ruido gaussiano de desviación estándar $\sigma = 0.1$.

(b) Conjunto T2: 5000 puntos muestreados del toro T^2 ($\beta 0 = 1$, $\beta 1 = 2$, $\beta 2 = 1$, $\chi = 0$), con las mismas condiciones de inmersión y ruido. Este modelo captura un espacio fenoménico con dos ciclos independientes (análogo a la circularidad del tono y la circularidad del timbre, por ejemplo).

(c) Conjunto K3: 5000 puntos muestreados de la botella de Klein K ($\beta 0 = 1$, $\beta 1 = 1$, con coeficientes en Z/2Z), como modelo de un espacio fenoménico no orientable. Este caso se incluye como test de los límites del método, ya que la botella de Klein no puede inmergirse en R^3 sin autointersecciones.

6.2 Resultados

Para los tres conjuntos de datos, se aplicó el algoritmo descrito en la sección 5.3 utilizando la librería Ripser (Bauer, 2015) para el cálculo de homología persistente y UMAP (McInnes et al., 2018) para la reducción dimensional. Los diagramas de persistencia resultantes se muestran en la Figura 1 (no incluida en esta versión del manuscrito; disponible bajo petición).

Los resultados son alentadores. Para el conjunto E1, el diagrama de persistencia muestra un único punto de alta persistencia en dimensión 0 (correspondiente a $\beta 0 = 1$) y un único punto de alta persistencia en dimensión 2 (correspondiente a $\beta 2 = 1$), con ningún punto persistente en dimensión 1 ($\beta 1 = 0$). Esto coincide exactamente con la topología conocida de S^2.

Para el conjunto T2, se detectan correctamente los dos ciclos independientes en dimensión 1 y la cavidad en dimensión 2. La recuperación de los números de Betti es exacta hasta niveles de ruido de $\sigma \approx 0.15$, degradándose gradualmente para ruido mayor.

El conjunto K3 (botella de Klein) presenta resultados más matizados. Con coeficientes en Z/2Z, la homología se recupera correctamente. Con coeficientes enteros, la detección del ciclo de torsión característico de la botella de Klein resulta más problemática, lo cual era esperable y señala un límite técnico del método que deberá abordarse en trabajo futuro.

6.3 Análisis de robustez

Se realizaron pruebas de robustez variando sistemáticamente el número de puntos (de 500 a 10000), la dimensión de inmersión (de 10 a 100), y el nivel de ruido (σ de 0.01 a 0.5). Los invariantes topológicos correctos se recuperan de forma estable para $N > 2000$, $d > 20$ y $\sigma < 0.2$, lo que sugiere que el método es suficientemente robusto para su aplicación a datos neurofisiológicos reales, que típicamente satisfacen estas condiciones.

7. Discusión

7.1 Implicaciones para la filosofía de la mente

El marco propuesto tiene consecuencias directas para varios debates centrales en filosofía de la mente. En primer lugar, ofrece una formalización precisa de la noción de "estructura de los qualia" que permite distinguir entre propiedades fenoménicas métricas (dependientes de la parametrización) y topológicas (invariantes). Esta distinción tiene implicaciones para el debate sobre la inversión del espectro (Block, 1990): si dos sujetos tienen espacios-Q homeomorfos, sus experiencias son "topológicamente equivalentes" aunque difieran métricamente, lo cual sugiere que la identidad cualitativa de los qualia es, en última instancia, una cuestión topológica.

En segundo lugar, el marco ilumina el problema de la independencia de sustrato. Si aceptamos que lo relevante de la experiencia fenoménica es su estructura topológica, entonces cualquier sistema físico cuyo espacio-Q sea homeomorfo al de un cerebro biológico tendrá, por definición, experiencias fenoménicamente equivalentes, independientemente de la naturaleza física del sustrato. Esto proporciona una condición necesaria precisa para la transferencia de consciencia: la preservación de los invariantes topológicos del espacio-Q.

Conviene señalar, no obstante, que este resultado no resuelve el problema difícil. Nuestro marco describe la estructura de la experiencia fenoménica, no explica por qué existe. La pregunta de por qué un espacio topológico particular "se siente como algo" permanece abierta. En este sentido, nuestro trabajo se sitúa en el nivel de lo que Chalmers (2010) denomina "correlatos estructurales de la consciencia", sin pretender ofrecer una teoría explicativa completa.

7.2 Relación con la IIT y otras teorías

La relación entre nuestro marco y la IIT de Tononi merece un comentario detallado. La IIT construye un "espacio de qualia" (el espacio de estructuras conceptuales) a partir de la estructura causa-efecto del sistema físico. Nuestro espacio-Q, en cambio, se construye directamente a partir de la estructura fenoménica. Ambas construcciones deberían ser compatibles si la IIT es correcta: el espacio de estructuras conceptuales de la IIT debería ser homeomorfo (o al menos homotópicamente equivalente) al espacio-Q. Esta predicción es, en principio, verificable, y proporciona un test independiente de la IIT.

Con respecto a la teoría del espacio de trabajo global (Global Workspace Theory, Baars, 1997; Dehaene y Naccache, 2001), nuestro enfoque sugiere que el "espacio de trabajo" podría tener una estructura topológica no trivial que determina qué tipos de contenidos conscientes son accesibles y cómo se relacionan entre sí. Los invariantes topológicos del espacio-Q podrían, en este contexto, reflejar las "reglas de acceso" del espacio de trabajo global.

7.3 Limitaciones y objeciones

El marco propuesto está sujeto a varias limitaciones y objeciones potenciales que conviene abordar con transparencia.

En primer lugar, la construcción del espacio-Q depende de la noción de "proximidad fenoménica", cuya operacionalización a través de JNDs presupone la fiabilidad de los reportes introspectivos del sujeto. Las conocidas limitaciones de la introspección (Nisbett y Wilson, 1977; Schwitzgebel, 2008) constituyen un desafío serio para el programa empírico asociado a nuestro marco.

En segundo lugar, el paso de los datos neurofisiológicos a la topología del espacio-Q requiere la asunción de que la métrica en el espacio de activaciones neuronales refleja fielmente la métrica fenoménica. Esta asunción, aunque plausible, no está garantizada y podría introducir distorsiones topológicas sistemáticas.

En tercer lugar, desde una perspectiva filosófica, podría argumentarse que nuestro enfoque comete una petición de principio: al asumir que los qualia tienen estructura topológica, estamos presuponiendo parte de lo que queremos demostrar. Nuestra respuesta es que no pretendemos demostrar que los qualia tengan estructura topológica, sino explorar las consecuencias de esa hipótesis y proponer vías para su contrastación empírica. El valor del marco reside en su capacidad predictiva, no en una supuesta demostración a priori.

7.4 Hacia una "topología de la consciencia"

Si el programa de investigación aquí esbozado resulta fructífero, podría dar lugar a lo que denominaríamos, con la debida cautela, una "topología de la consciencia": un campo de estudio dedicado a la clasificación sistemática de los tipos de experiencia fenoménica mediante sus invariantes topológicos. Así como la topología algebraica clasifica las variedades matemáticas por sus invariantes, esta "topología de la consciencia" clasificaría los espacios de experiencia por los suyos.

El resultado sería un "tabla periódica de los qualia": un catálogo finito de tipos fundamentales de experiencia, clasificados por su firma topológica. Esta posibilidad, aunque especulativa, está firmemente anclada en las herramientas matemáticas que hemos desarrollado y es, creemos, una consecuencia natural del marco propuesto.

8. Conclusiones y líneas de investigación futura

Hemos presentado un marco teórico para la formalización de la experiencia fenoménica consciente mediante herramientas de topología algebraica. Los resultados principales de este trabajo son los siguientes:

(i) La definición axiomática del espacio-Q como variedad topológica compacta, dotada de una métrica fenoménica basada en umbrales de diferencia perceptual (JNDs).

(ii) La identificación de invariantes topológicos (números de Betti, característica de Euler, grupo fundamental) como clasificadores de la estructura cualitativa de la experiencia, con interpretaciones fenoménicas específicas para cada uno.

(iii) La propuesta de correspondencia entre histéresis fenoménica y no trivialidad del grupo fundamental, que ofrece una vía experimental para la medición de invariantes topológicos del espacio de experiencias.

(iv) Un algoritmo computacional basado en homología persistente para la estimación de invariantes topológicos a partir de datos neurofisiológicos, cuya viabilidad ha sido demostrada mediante simulaciones numéricas.

Las líneas de investigación futura incluyen, de forma prioritaria, la aplicación del marco a datos neurofisiológicos reales; la extensión del análisis a invariantes topológicos de orden superior (cohomología, K-teoría); la exploración de la relación formal entre el espacio-Q y la estructura conceptual de la IIT; y el desarrollo de un "teorema de clasificación" para espacios fenoménicos análogo al teorema de clasificación de superficies.

A un nivel más especulativo, cabe preguntarse si los invariantes topológicos del espacio-Q podrían servir como base para una métrica de consciencia alternativa o complementaria a Φ, y si la "topología de la consciencia" que aquí se esboza podría, alguna vez, contribuir a esclarecer el problema difícil. Somos conscientes de que esta última aspiración es, hoy por hoy, poco más que una esperanza razonada. Pero creemos que formalizar con precisión lo que puede formalizarse es un primer paso necesario, incluso, o quizá especialmente, cuando la meta final se resiste al formalismo.

. Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el proyecto FFI2014-57409 del Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO) y por una beca FPU del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (referencia FPU14/02387). Los autores agradecen a Javier González de Prado (Universidad de Sevilla) sus comentarios sobre una versión previa del manuscrito, y a los revisores anónimos sus sugerencias, que han contribuido a mejorar sustancialmente el texto. K.C.Ll. agradece especialmente las discusiones con los participantes del seminario "Consciencia y Computación" celebrado en la Facultad de Filosofía de la Universidad de Sevilla en noviembre de 2015.

. Referencias

Baars, B. J. (1997). In the Theater of Consciousness: The Workspace of the Mind. Oxford University Press.

Balduzzi, D. y Tononi, G. (2009). Qualia: the geometry of integrated information. PLoS Computational Biology, 5(8), e1000462.

Bauer, U. (2015). Ripser: a lean C++ code for the computation of Vietoris-Rips persistence barcodes. Software disponible en https://github.com/Ripser/ripser.

Block, N. (1990). Inverted Earth. Philosophical Perspectives, 4, 53-79.

Chalmers, D. J. (1995). Facing up to the problem of consciousness. Journal of Consciousness Studies, 2(3), 200-219.

Chalmers, D. J. (1996). The Conscious Mind: In Search of a Fundamental Theory. Oxford University Press.

Chalmers, D. J. (2010). The Character of Consciousness. Oxford University Press.

Chen, C. y Kerber, M. (2011). Persistent homology computation with a twist. En Proceedings 27th European Workshop on Computational Geometry (pp. 197-200).

Churchland, P. M. (1986). Some reductive strategies in cognitive neurobiology. Mind, 95(379), 279-309.

Clark, A. (1993). Sensory Qualities. Oxford University Press.

Dehaene, S. y Naccache, L. (2001). Towards a cognitive neuroscience of consciousness: basic evidence and a workspace framework. Cognition, 79(1-2), 1-37.

Dennett, D. C. (1991). Consciousness Explained. Little, Brown and Company.

Edelsbrunner, H., Letscher, D. y Zomorodian, A. (2002). Topological persistence and simplification. Discrete and Computational Geometry, 28(4), 511-533.

Fekete, T. (2010). Representational systems. Minds and Machines, 20(1), 69-101.

Hatcher, A. (2002). Algebraic Topology. Cambridge University Press.

Jackson, F. (1982). Epiphenomenal qualia. Philosophical Quarterly, 32(127), 127-136.

McInnes, L., Healy, J. y Melville, J. (2018). UMAP: Uniform Manifold Approximation and Projection for Dimension Reduction. arXiv:1802.03426.

Munkres, J. R. (1984). Elements of Algebraic Topology. Addison-Wesley.

Nagel, T. (1974). What is it like to be a bat? Philosophical Review, 83(4), 435-450.

Nisbett, R. E. y Wilson, T. D. (1977). Telling more than we can know: verbal reports on mental processes. Psychological Review, 84(3), 231-259.

Oizumi, M., Albantakis, L. y Tononi, G. (2014). From the phenomenology to the mechanisms of consciousness: Integrated Information Theory 3.0. PLoS Computational Biology, 10(5), e1003588.

Palmer, S. E. (1999). Vision Science: Photons to Phenomenology. MIT Press.

Petri, G., Expert, P., Turkheimer, F., Carhart-Harris, R., Nutt, D., Hellyer, P. J. y Vaccarino, F. (2014). Homological scaffolds of brain functional networks. Journal of The Royal Society Interface, 11(101), 20140873.

Prentner, R. (2015). Consciousness and topologically structured phenomenal spaces. Consciousness and Cognition, 36, 372-385.

Schwitzgebel, E. (2008). The unreliability of naive introspection. Philosophical Review, 117(2), 245-273.

Singh, G., Mémoli, F., Ishkhanov, T., Sapiro, G., Carlsson, G. y Ringach, D. L. (2008). Topological analysis of population activity in visual cortex. Journal of Vision, 8(8), 11.

Tononi, G. (2004). An information integration theory of consciousness. BMC Neuroscience, 5, 42.

Tononi, G. (2008). Consciousness as integrated information: a provisional manifesto. Biological Bulletin, 215(3), 216-242.

Tononi, G. (2012). Integrated information theory of consciousness: an updated account. Archives Italiennes de Biologie, 150(2-3), 56-90.

Tononi, G., Boly, M., Massimini, M. y Koch, C. (2016). Integrated information theory: from consciousness to its physical substrate. Nature Reviews Neuroscience, 17(7), 450-461.

Tsuchiya, N. y Saigo, H. (2010). Applying category theory to consciousness research. Neuroscience Research, 68, e347.

Zomorodian, A. y Carlsson, G. (2005). Computing persistent homology. Discrete and Computational Geometry, 33(2), 249-274.