

期末考說明

- 繳交時間：1/17 日 (週三) 晚上 12:00 前
- 本次期末考為期一週，從 1/10 中午-1/17 午夜，以 Take-home Final 形式進行，共有兩大題，每題 50 分，總分 100 分
- 本文中所提到的程式碼，都是 Matlab code，請大家在 Matlab 中執行
- 只要在題目中看到數字和字母標記，如”1.”, ”(a)”，都是請大家要完成的題目，請盡量完成，並清楚表示
- 最後請將所有答案存成「單一一個 pdf 檔」，並在檔名註記學號姓名 (舉例來說，存成 b95403055_ 黃忠偉.pdf)，以電子格式回傳，mail 是： osbern@gmail.com
- 收到檔案助教一定會在一天內回覆，若沒有回覆，請再寄一次
- 有任何操作上的問題，請務必回信給助教

1 Hanging Chain Problem

懸鏈線問題：

以五條長度分別為 $[5, 3, 5, 3, 5]$ 公尺的鐵條，起始點為 $(0, 0)$ ，終點為 $(11, -3)$ ，設立一地板為 $y = -0.5x - 4$ ，請問中間的四個接點座標。

1. 首先，請寫出：

- (a) 最小化目標式 ($E(\gamma)$)
- (b) 等式與不等式限制式 ($C_I(\gamma)$)
- (c) 真正要求的“ γ ”為？(舉例來說，是 $[x_1, y_1, \dots]$)

2. 其次，爲了要進行 sequential quadratic programming，我們需要先求出（列出結果）：

- (a) $\nabla E(\gamma) = \frac{\partial E(\gamma)}{\partial \gamma}$
- (b) $A_I(\gamma) = \frac{\partial C_I(\gamma)}{\partial \gamma}$
- (c) $L = \frac{\partial^2 l(\gamma)}{\partial \gamma \partial \gamma^T}$

3. 其次，我們需要將上面的資訊寫進程式中，請利用我們星期二寄發給大家的範例爲基礎，求得參數解。

- (a) 請附上使用的程式碼，規則如之前的習題
- (b) 列出四個接點座標
- (c) 既然有地板條件，請列出落在地板上的接點是哪幾個？有沒有哪一條鐵條「躺」在地板上？(要想像這個情況，我們可以從地板的函數圖形開始想像...)

2 線性迴歸與 TRMCO Model

附檔final.mat 中有 114 個國家資訊。其中，資料的第一行為”Freedom House Score”，用來評估一個國家的自由程度，最低為 1(最自由)，最高為 7 (最不自由)。第二行為 1，第三行為「人均國民收入」(購買力平價)，用來評估一國的經濟發展程度，第四行為”Gini Coefficient”，用來評估一國的不平等程度 (最平等為 0，最不平為 1)(超連結均為資料來源)。

在比較政治探討一個國家是否會民主化的研究中，其中一個重要的理論為「現代化理論」，簡單的說，就是「經濟和社會的發展會帶來政治的開放和民主化」，另外，一國之內不平等的程度與重分配的需求，也是解釋民主化的重要因素，不過兩者之間的關係，學界的看法不一。為了驗證這兩個因素對於民主程度的影響，請將”Freedom House Score” 當做依變數 (y_1)，將”GNI per capita”、”Gini Coefficient” 當做自變數 (x_1, x_2)， $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ 為迴歸係數¹：

1. 線性迴歸模型：

- (a) 線性迴歸模型的數學設定 (請將變數 x_1^* 先取對數 (\log) 再進行中心化, x_2^* 以中心化操作, 即 $x_1^* = \log(x_1) - \overline{\log(x_1)}$)
- (b) 各迴歸係數的意義
- (c) 採用最小平方方法 (最大概似法亦同) 的迴歸係數解為 $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$ ，請求出其解 (β_1, β_2)，並且解釋其結果。
- (d) 我們知道可由模型推出 ($\hat{Y} = X\hat{\beta}$)，請算出各國的民主之家分數的估計值，並檢驗是否有不合理的情況 (最小值是 1，最大值為 7)。
- (e) 倘若我們知道經驗上的 x_1^*, x_2^* 各有其最大最小值，請利用 114 個國家在兩自變量所出現的數值中，所能組合出的一組最小值與一組最大值，來評估民主之家分數估計值的最大最小值，並討論所解出的最小平方解是否滿足依變項的值域限制。

2. 請運用習題七附件中所準備的 Matlab 制限最佳化程式

- (a) 評估滿足依變項界域情況下，算出的迴歸係數解為何？
- (b) 算出各國的民主之家分數估計值，檢驗是否有不合理的情況

¹當然，在這裡我們只是簡單的進行分析，事實上我們其實還要考慮時序性和諸多控制的變數，不過這是一個有趣的練習。

- (c) 考量自變量在經驗上所能組合出的最小值與最大值，評估民主之家分數估計值的最大最小值
3. 假設有一國之 GNI per capita 從 990 成長到 15,500，Gini coefficient 從 60 變為 35，請根據第六題的迴歸係數結果，計算該國的自由之家指數會從多少改變至多少？若在分類上，我們可藉由該指數將國家區分為「自由」(1.0-2.5)，「半自由」(3.0-5.0)，「不自由」(5.5-7.0)，則該國在分類上又會有什麼改變？具體的意義又為何？
4. 最後，請各位根據自己的學科，思考一個可以使用迴歸分析的具體研究問題，列出依變項與可能的自變項，並簡單評估可能會遇到的依變項值域限制問題。