**HW3**

**題一 :**

**上圖為一個單位圓 (用函數表示就是 x 2 + y 2 = 1)，以及在 x, y 平面上的點**

**(3, 1) 的示意圖。現在， 我們想知道在這個單位圓上，哪一個點與點 (3, 1)**

**有最短的距離？**

1. **寫出目標函數 (objective function, f(x, y)) 與限制函數 (constraint, g(x, y))**

目標式: (x − 3)^2 + (y − 1)^2

限制式: x^2+y^2-1

1. **寫出 L(x, y, ...., λ) =？**

L(x, y, ...., λ) = (x − 3)^2 + (y − 1)^2 + λ\*( x^2+y^2-1)

1. **寫出 L 對 x, y 的偏導數**

2\*(x-3) + 2\*x\*λ

2\*(y-1) + 2\*y\*λ

1. **設 L 對 x, y 的偏導數為 0，並將其與 g(x, y) = 0 列出成為三元一次聯立方程式**

2\*(x-3) + 2\*x\*λ = 0

2\*(y-1) + 2\*y\*λ = 0

x^2+y^2-1 = 0

1. **用 Matlab 求解，請交 Matlab 程式碼（即一開始定義的 function F），以及兩題的解**

function F=hw1fun(x)

F = [ 2\*(x(1)-3)+2\*x(1)\*x(3);

2\*(x(2)-1)+2\*x(2)\*x(3);

x(1)^2+x(2)^2-1];

end

x0=[1 0 0]';

options = optimset('Algorithm','trust-region-dogleg','Display','iter');

x,fval] = fsolve(@hw1fun,x0,options)

Ans:

x =

0.9487

0.3162

2.1623

fval =

1.0e-11 \*

-0.8941

0.8274

0.2313

**在這個單位圓上，點(0.9487, 0.3162) 與點(3, 1)有最短的距離。**

**題二 :**

**假設有一小作坊 F，其每月收益 (R) 被每月投入的人力資本 (h) 以及材料 (m) 所決定，為 R(h, m) = 200m 2 3 h 1 3。而對於每個勞動力來說，每小時的工資是 170 元，而每一公斤的材料費是 20 元，該作坊的投資者每個月只能拿出 20000 元進行投資，則請問，該作坊每個月能得到的最大收 益是多少？**

1. **寫出目標函數 (objective function, f(x, y)) 與限制函數 (constraint, g(x, y))**

目標式: 200\*x^(2/3)\*y^(1/3)

限制式: 20000 = 170y + 20x

1. **寫出 L(x, y, ...., λ) =？**

L(x, y, ...., λ) = 200\*x^(2/3)\*y^(1/3) + λ\*(170y + 20x-20000)

1. **寫出 L 對 x, y 的偏導數**

(2/3)\*200\*x^(-1/3)\*y(1/3) + 20\*λ

(1/3)\*200\*x^(2/3)\*y^(-2/3) + 170\*λ

1. **設 L 對 x, y 的偏導數為 0，並將其與 g(x, y) = 0 列出成為三元一次聯立方程式**

(2/3)\*200\*x^(-1/3)\*y(1/3) + 20\*λ = 0

(1/3)\*200\*x^(2/3)\*y^(-2/3) + 170\*λ = 0

20\*x + 170\*y - 20000= 0

1. **用 Matlab 求解，請交 Matlab 程式碼（即一開始定義的 function F），以及兩題的解**

function F = hw2fun(x)

F =[(2/3)\*200\*(x(1)^(-1/3))\*(x(2)^(1/3)) + 20\*x(3);

(1/3)\*200\*(x(1)^(2/3))\*(x(2)^(-2/3)) + 170\*x(3);

20\*x(1) + 170\*x(2) - 20000];

end

x0=[1 1 0]';

options = optimset('Algorithm','trust-region-dogleg','Display','iter');

x,fval] = fsolve(@hw2fun,x0,options)

Ans:

x =

666.6667

39.2157

-2.5927

fval =

1.0e-14 \*

0.7105

0

0

H = 39.2157

M = 666.6667

**最大收益: 51855**