TRABAJO FINAL

Kevin Steven García[a], Jose Alejandro Vargas[b]

1. Problema 1

1.

a.

El propósito es evaluar el efecto de diferentes dosis de fertilizante nitrogenado y ver el efecto que tiene en variables biofísicas del cultivo y otras fotoquímicas, además de otras propiedades que tienen que ver con técnicas de espectroscopia óptica para evaluar qué respuesta tiene el cultivo a las diferentes dosis.

Para establecer el experimento primero se hizo un muestreo inicial del suelo para conocer qué le esta proporcionando el suelo a la planta de forma natural. Se hizo un muestreo de suelos en 0.1 hectáreas, así se logra conocer la variabilidad espacial de diferentes características del suelo, como el contenido de nitrógeno, de fósforo, de potasio, de materia orgánica (uno de los más importante ya que es la que se mineraliza y se convierte en nitrógeno), entre otros. No es tan importante la cantidad de nitrógeno en el suelo ya que es muy variable esto es que la dinámica depende de la actividad microbiana, se toma la materia orgánica porque es más estable y aporta nitrógeno a través del tiempo.

Luego de realizar el análisis del suelo se identificó una variabilidad espacial, particularmente en cuanto al contenido de materia orgánica, en cuanto a esto se establecieron las unidades experimentales(parcelas). Se tuvo un factor de tratamiento, llamado factor fertilización (fertilización nitrogenada) con cuatro niveles (tratamientos) los cuales son: 0 nitrógeno, 80 unidades de nitrógeno / Hectárea, 160 U/Hectárea y 240 U/Hectárea. ¿Cómo se definen esos niveles? Se parte de la dosis comercial en el Valle del Cauca la cual es alrededor de 160 unidades de nitrógeno por hectárea, se escogió un valor por encima, uno por debajo y el cero, para así tener un rango de evaluación y poder apreciar el efecto. Por cada dosis se tienen 5 unidades experimentales (réplicas), como son 4 niveles y se tienen 5 réplicas en total tenemos 20 parcelas distribuidas en las 0.1 hectáreas las cuales se distribuyeron según la variabilidad espacial del contenido de materia orgánica.

Como variables de respuesta se tienen tres grupos.

BIOFISICAS: altura de tallos, número de tallos, hojas verdes completamente expandidas, área foliar. Estas variables son medidas in situ (en campo).

FOTOQUIMICAS: se toman muestras de una hoja determinado, se conoce de ante mano que hojas manifiestan deficiencias, estas son las que se van a analizar midiendo nitrógeno foliar, clorofila A y B y clorofila total midiendo en campo con un clorofilometro. Con esto se logra evaluar si un cultivo tiene estrés nutricional por nitrógeno.

ESPETROSCOPIA OPTICA: son datos espectrales o huellas espectrales, esta información es tomada con sensores en satélites. Esta información se obtiene tanto a nivel de hojas como a nivel de dosel (ramas, hojas, etc.). La hipótesis es que con esta información se pueda identificar rápidamente si el cultivo tiene exceso o deficiencia de nitrógeno, lo cual puede llegar a ahorrar tiempo y dinero.

El tiempo de monitoreo es alrededor de 7 meses (duración del experimento), se evalúa la fase del ciclo vegetativo de la caña, el cual es la etapa de rápido crecimiento, en este tiempo

[a]Código: 1533173. E-mail: kevin.chica@correounivalle.edu.co
[b]Código: 1525953. E-mail: jose.alejandro.vargas@correounivalle.edu.co

la planta tiene mayor consumo de nitrógeno el cual es mas o menos del mes 2 al mes 6, se realizan campañas de muestreo cada 30 días, es decir cada 30 días se toman todas las variables anteriores en cada una de las unidades experimentales. Se definieron números de muestras para cada unidad experimental ya que es complicado medir todas las réplicas, algunas tienen mayor número de muestras. Se definieron las campañas de muestreo cada 30 días por tema de costos y se basaron en la curva de absorción de nitrógeno la cual mes a mes arroja la cantidad de nitrógeno necesaria por cada parcela.

Este experimento fue realizado a nivel de soca, es decir, se hizo sobre cultivos de caña que ya habían sido cosechadas por primera vez y brotaron de los mismos tallos que quedaron del primer corte. Esto es importante mencionarlo ya que el comportamiento de la caña de azúcar sobre todas las variables medidas es diferente cuando es sembrada por primera vez con plantillas o cuando ya ha sido cosechado y se convierten en socas.

Las unidades experimentales son parcelas definidas a partir de estacas con distintos colores, estas se componen de 4 surcos y cada surco es de 5 metros de longitud espaciados a 1,65 metros. Los colores en las estacas sirven para saber qué parcelas pertenecen a qué nivel (las verdes son las de 0 nitrógeno). Para definir como montar el experimento, se definió de acuerdo al área total que se tenia el tamaño de las unidades experimentales o de las parcelas, el cual fue de 4 surcos especificados anteriormente, se ubica el centroide de cada parcela y de ese centroide se tomaban muestras en los 4 puntos cardinales de ese centroide y así para todas las parcelas, de esta manera se conoció la cantidad de materia orgánica en cada parcela.

b.

Se tuvo que realizar un trabajo de adecuación del terreno para así llegar a cada parcela con la dosis de nitrógeno que se requería, usualmente las practicas utilizadas son las de fertilización y riego las cuales pueden hacerse al tiempo, es decir cuando se riega la planta se hace la fertilización, esto es posible debido a una sistema de riego llamado "sistema de riego localizado de alta frecuencia", realizaron las mezclas de nitrógeno con agua (entre otros nutrientes) y por medio de unas bombas y mangueras se le aplican a cada parcela o unidad experimental de acuerdo a la cantidad que requieran, es decir cuando se van a regar por ejemplo las parcelas correspondientes a 80 unidades de nitrógeno, solo se riegan esas. Solo varia la cantidad de nitrógeno, el resto de nutrientes como potasio, fósforo,entre otros, se aplican por igual a todo el cultivo.

Para asegurar la independencia se dejaron unos surcos de borde entre parcelas el cual es más delgado que el resto, con el fin de que los tratamientos en una parcela no vayan a afectar la parcela vecina.

La interpretación de la cantidad de materia orgánica se hace en función del piso térmico en el cual se encuentra. La materia orgánica se da en términos de porcentaje, se encontraron valores entre 2.9 y 3.3, aunque no fueron tan altos se tuvieron en cuenta para la distribución de las parcelas, de acuerdo con esa variación encontrada cambia la interpretación en cuanto a la fertilidad del suelo.

Las plantas de borde no están incluidas en los muestreos, son simplemente para ejercer el control local y ayudar a asegurar la independencia.

En el Valle del Cauca existen 2 periodos secos y 2 periodos de lluvia, en los periodos secos los riegos aumentan, la solución de fertilizante con agua es lo que se le da a la planta, ósea que si no se riega, la planta no recibe nutrientes.

Los tratamientos se asignaron de forma aleatoria y también la variabilidad espacial.

Para que a cada planta le llegue el riego sin que se rompan las mangueras se utilizan válvulas de presión y un filtro que limpia las impurezas del agua, el sistema se puede automatizar por tiempo de riego donde se paga al termino de un cierto tiempo y si el nivel de humedad no es suficiente se enciende de nuevo.

Hay riegos control, el cual es agua sin fertilizante, en estos casos se riega por igual todo el cultivo, cuando se va a regar con el fertilizante se tiene que hacer dependiendo del tratamiento a aplicar, esto es posible con unas válvulas las cuales se cierran cuando se va a aplicar el fertilizante de cierta parcela, ejemplo si vamos a regar la parcela de 80 unidades de nitrógeno se cierran el resto y esta se deja abierta.

c.

Hay un área efectiva para tomar las mediciones, esto quiere decir que las plantas por fuera de esta área no se tienen en cuenta, el área efectiva fue marcada con estacas con anterioridad. Para las variables biofísicas por surco se seleccionaron 5 plantas y a estas mismas cada mes se le miden las variables número de tallos, altura de tallos, área foliar y hojas verdes completamente expandidas. Para las variables fotoquímicas se seleccionó 1 planta por surco aleatoriamente y esa misma es llevada al laboratorio y medida cada mes, como una planta esta compuesta por muchos tallos, así pues, para cada tallo dentro de cada planta se miden todas estas variables biofísicas. Para las variables bioquímicas se toma la hoja indicadora de la deficiencia de la caña, esta hoja es la que de arriba hacia abajo tenga la lígula completamente visible y se analiza solamente el tercio medio de la hoja. Para el análisis espectral se hace en la misma hoja igualmente en el tercio medio y los sensores miden sobre la hoja, también a nivel de dosel se mide sobre el cultivo con los mismos sensores.

2.

a.

b. En este caso, se deben plantear tres modelos, uno para cada variable de respuesta (tallos, altura y hojas verdes), las variables independiente del modelo son las mismas para las tres variables de respuesta. Por ello se plantea el siguiente modelo:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \rho_j + (\tau\rho)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$
$$i = 1, 2, 3, 4 \quad j = 1, 2, 3, 4, 5 \quad k = 1, 2, 3, \cdots, 20$$

Donde:
y_{ijk} es el número de tallos bajo la fertilización i, en el bloque j y de una planta en la k-ésima parcela.
μ es la media general del número de tallos sin tener en cuenta la fertilización ni el bloque.
τ_i es el efecto de la i-ésima fertilización sobre el número de tallos.
ρ_j es el efecto del bloque j-ésimo sobre el el número de tallos.
$(\tau\rho)_{ij}$ es el efecto de la interacción entre la i-ésima fertilización y el j-ésimo bloque sobre el número de tallos.
$\varepsilon_{(ijk)l}$ es el error aleatorio debido a la i-ésima fertilizacón, al j-ésimo bloque y a una planta en la k-ésima parcela.

Los otros dos modelos son exactamente iguales, modificando la variable de respuesta, para el modelo 2 y 3, se tiene que:

y_{ijk} es la altura bajo la fertilización i, en el bloque j y de una planta en la k-ésima parcela.

y

y_{ijk} es el número de hojas completamente expandidas bajo la fertilización i, en el bloque j y de una planta en la k-ésima parcela.

c. Las hipótesis a evaluar para los 3 modelos son:

1).

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau$$
$$H_a : \textit{Al menos una de estas igualdades no se cumple}$$

2).

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \rho_5 = \rho$$

$$H_a : \textit{Al menos una de estas igualdades no se cumple}$$

3).

$$H_0 : (\tau\rho)_{ij} = 0$$

$$H_a : (\tau\rho)_{ij} \neq 0$$

d. Para este punto se realiza la tabla de análisis de varianza ANOVA correspondiente a cada uno de los modelos planteados anteriormente.

1). Tallos

Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrados Medios	F	Pr>F	ECM
τ	3	3.025	1.0085	1.2745	0.2827981	$\sigma^2 + 9\sum_{i=1}^{3}\tau_i^2 + 3\sigma^2_{\tau\gamma}$
ρ	4	15.449	3.8622	4.8809	0.0007551	$\sigma^2 + 27\sum_{j=1}^{2}\alpha_j^2 + 9\sigma^2_{\gamma}$
$\tau\rho$	12	24.280	2.0234	2.557	0.0028975	$\sigma^2 + \frac{9}{2}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2}(\tau\alpha)_{ij} + 3\sigma^2_{\tau\gamma}$
Error	380	300.689	0.7913			σ^2
Total	399					

A un nivel de significancia $\alpha = 0.05$ se rechaza H_0 en las hipótesis (2) y (3) del literal anterior.

2). Altura

Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrados Medios	F	Pr>F	ECM
τ	3	470.8	156.926	3.2011	0.0233706	$\sigma^2 + 9\sum_{i=1}^{3}\tau_i^2 + 3\sigma^2_{\tau\gamma}$
ρ	4	191.0	47.738	0.9738	0.4217238	$\sigma^2 + 27\sum_{j=1}^{2}\alpha_j^2 + 9\sigma^2_{\gamma}$
$\tau\rho$	12	1846.3	153.857	3.1385	0.0002817	$\sigma^2 + \frac{9}{2}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2}(\tau\alpha)_{ij} + 3\sigma^2_{\tau\gamma}$
Error	380	18628.8	49.023			σ^2
Total	399					

A un nivel de significancia $\alpha = 0.05$ se rechaza H_0 en las hipótesis (1) y (3) del literal anterior.

3). Hojas verdes

Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrados Medios	F	Pr>F	ECM
τ	3	642	213.92	1.2304	0.2983675	$\sigma^2 + 9\sum_{i=1}^{3}\tau_i^2 + 3\sigma^2_{\tau\gamma}$
ρ	4	3250	812.38	4.6727	0.0010813	$\sigma^2 + 27\sum_{j=1}^{2}\alpha_j^2 + 9\sigma^2_{\gamma}$
$\tau\rho$	12	6849	570.74	3.2828	0.0001553	$\sigma^2 + \frac{9}{2}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2}(\tau\alpha)_{ij} + 3\sigma^2_{\tau\gamma}$
Error	380	66065	173.86			σ^2
Total	399					

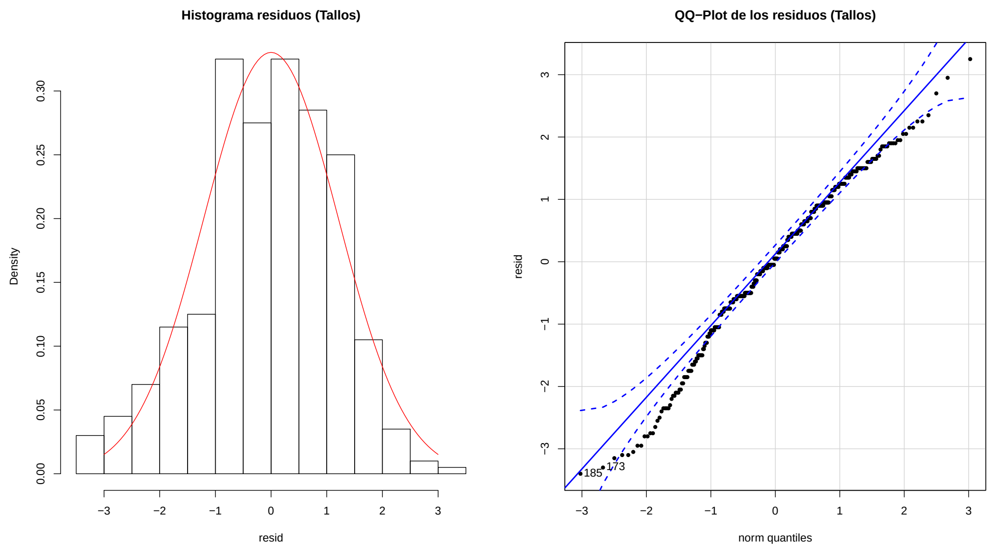
A un nivel de significancia $\alpha = 0.05$ se rechaza H_0 en las hipótesis (2) y (3) del literal anterior.

Podemos observar que en todos los casos existe diferencias significativas entre la interacción de la fertilización y los bloques, ademas que por si solos los bloques no tienen ningún efecto sobre la altura de la planta, pero la cantidad de tallos y el numero de hojas si se ven afectados por este, sin embargo la fertilización por si sola no tiene ningún efecto sobre el numero de tallos y la cantidad de hojas totalmente expandidas.

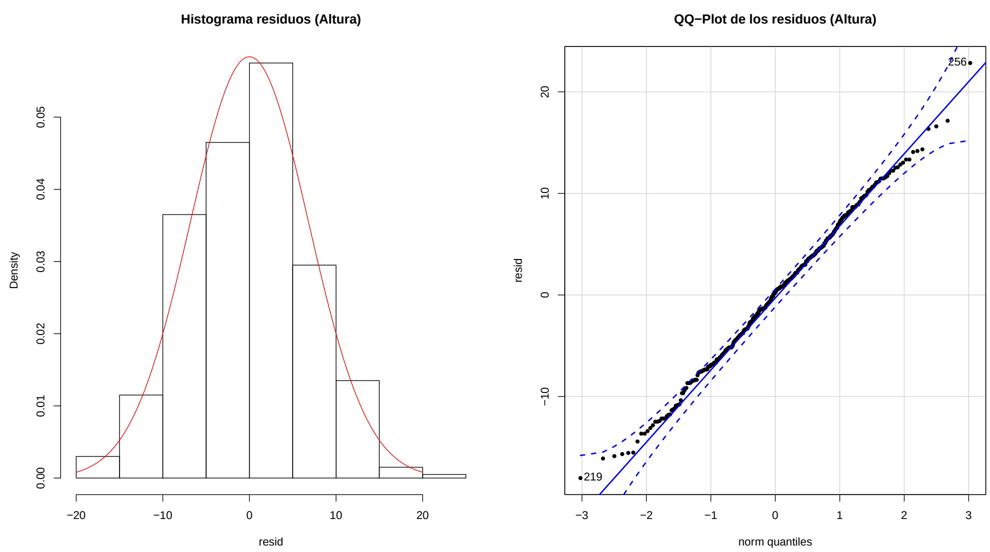
e. Probaremos los supuestos sobre el error para cada uno de los modelos planteados.

Normalidad:

Para verificar el supuesto de normalidad en los errores, se hicieron pruebas gráficas para cada uno de los modelos(histograma y Q-Q plot) y se realizó la prueba de normalidad Anderson-Darling por ser más potente, ya que se tiene una cantidad de datos superior a 30.



Según se observa en el gráfico QQ-plot los datos siguen una distribucion de colas pesadas, lo que indicaria que el supuesto de normalidad parece no cumplirse.



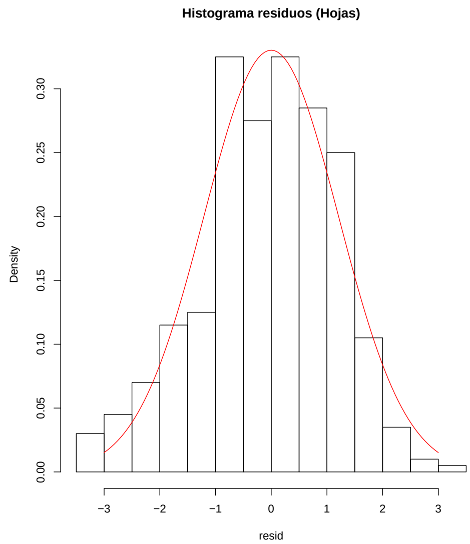
En el caso del modelo para la variable de respuesta altura tanto el histograma como el QQ-plot parece indicar que los datos siguen una distribución normal.

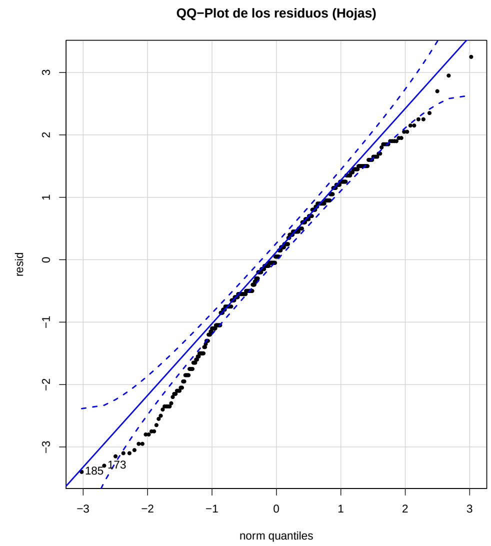
Los residuales correspondientes al modelo de la variable Hojas parece (al igual que el primero) tener colas pesadas lo que indicaría que el supuesto posiblemente no se cumpla.

Los resultados para las pruebas estadísticas realizadas fueron:

$$H_0 : Los\ residuales\ provienen\ de\ una\ distribucion\ normal$$

$$H_0 : Los\ residuales\ no\ provienen\ de\ una\ distribucion\ normal$$





Tallos

$$A = 1.5677, p - value = 0.0004871$$

Altura

$$A = 0.2092, p - value = 0.862$$

Hojas verdes

$$A = 1.6556, p - value = 0.000296$$

Con las pruebas estadísticas comprobamos nuestras sospechas, observamos que el supuesto de normalidad se incumple para 2 de los modelos, los cuales son los correspondientes a la variables Tallos y Hojas verdes, esto nos indica a priori que se debe realizar una transformación a los datos para lograr realizar el análisis de varianza.

Homocedasticidad:

Para analizar este supuesto se realizó el test de Bartlett, ya que bajo el cumplimiento de la normalidad este es más potente, para los modelos en los cuales se incumplía el supuesto de normalidad realizamos el test de Levene.
Los resultados para las pruebas realizadas fueron:

$$H_0 : La\ varianza\ de\ los\ grupos\ no\ son\ diferentes\ (iguales)$$

$$H_a : La\ varianza\ de\ los\ grupos\ son\ diferentes$$

Tallos

$$F\ \ Value = 1.1381, df = 19, p - value = 0.31$$

Altura

$$Bartlett's\ \ K - squared = 18.916, df = 19, p - value = 0.4623$$

Hojas verdes

$$F\ \ Value = 0.8569, df = 19, p - value = 0.6375$$

En este caso para los 3 modelos se cumple el supuesto de homogeneidad de varianzas.

Independencia:

Para analizar el supuesto de independencia se realizó el test de Rachas, ya que este no se puede evaluar con un test Durbin- Watson o un correlograma porque estos requieren conocer el orden en el cuál fueron obtenidos los datos y esa información no se tiene.
Los resultados de las pruebas realizadas fueron:

$$H_0 : La\ muestra\ es\ aleatoria\ (los\ residuales\ son\ independientes)$$

$$H_a : La\ muestra\ no\ es\ aleatoria\ (los\ residuales\ no\ son\ independientes)$$

Tallos

$$Standard\ Normal = 0.90584, p - value = 0.365$$

Altura

$$Standard\ Normal = 1.4152, p - value = 0.157$$

Hojas verdes

$$Standard\ Normal = 1.4152, p - value = 0.06685$$

El supuesto de independencia se cumple de igual forma para todos los modelos.

Como el supuesto de normalidad no se cumplió hay que realizar una trasformación a los datos para que estos sean normales, para esto haremos uso de dos trasformaciones, la transformación de box-cox y la trasformación de johnson.
Luego de realizar las trasformaciones a los datos los supuestos sobre el error arrojaron los siguientes resultados.

Normalidad:

$$H_0 : Los\ residuales\ provienen\ de\ una\ distribucion\ normal$$

$$H_0 : Los\ residuales\ no\ provienen\ de\ una\ distribucion\ normal$$

Tallos

$$A = 0.84802, p - value = 0.02892$$

Hojas verdes

$$A = 0.5612, p - value = 0.146$$

Para la variable Hojas verdes se utilizo la trasformación de box y cox, la cual consiste en buscar un landa máximo, en este caso el valor de dicho landa fue de aproximadamente 2 por lo que la mejor trasformación según box y cox fue el cuadrado de los datos, esto dio como resultado que los residuales de dicho modelo cumplieran con el supuesto de normalidad.
Para la variable Tallos utilizamos también box-cox sin embargo este no dio resultados muy favorables, así que optamos por utilizar la alternativa que propone Johnson, esta resulto ser mas efectiva, aunque los residuales a un nivel de 0.05 no son normales, resultan serlo a un nivel de 0.1 por lo que realizar una tabla ANOVA es mas viable ahora.

Homocedasticidad:

$$H_0 : La\ varianza\ de\ los\ grupos\ no\ son\ diferentes\ (iguales)$$

$$H_a : La\ varianza\ de\ los\ grupos\ son\ diferentes$$

Tallos

$$Bartlett's\ \ K - squared = 15.815, df = 19, p - value = 0.6696$$

Hojas verdes

$$Bartlett's\ \ K-squared = 17.702, df = 19, p-value = 0.5424$$

Ahora que se cumple el supuesto de normalidad utilizamos la prueba de Bartlett y comprobamos que se sigue cumpliendo el supuesto de Homocedasticidad.

Independencia:

$$H_0 : La\ muestra\ es\ aleatoria\ (los\ residuales\ son\ independientes)$$

$$H_a : La\ muestra\ no\ es\ aleatoria\ (los\ residuales\ no\ son\ independientes)$$

Tallos

$$Standard\ Normal = 1.8044, p-value = 0.07116$$

Hojas verdes

$$Standard\ Normal = 1.4152, p-value = 0.06685$$

El supuesto de independencia aun se cumple, ahora podemos interpretar los resultados de la tabla ANOVA.

f.

g. Para evaluar el control local del experimento nos centramos en la varianza estimada y en el coeficiente de variación

Tallos

$$\sigma^2 = 2.5571 \quad \bar{y}_{....} = 3.5425 \quad \longrightarrow CV = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{\bar{y}_{....}} = 0.4514025 \cdot 100\,\% \simeq 45.14025\,\%$$

Altura

$$\sigma^2 = 3.1385 \quad \bar{y}_{....} = 24.96975 \quad \longrightarrow CV = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{\bar{y}_{....}} = 0.0709491 \cdot 100\,\% \simeq 7.09491\,\%$$

Hojas verdes

$$\sigma^2 = 3.2828 \quad \bar{y}_{....} = 5.5575 \quad \longrightarrow CV = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{\bar{y}_{....}} = 0.3260189 \cdot 100\,\% \simeq 32.60189\,\%$$

Podemos ver que existe mayor variabilidad en las variables Tallos y Hojas, para la variable Altura tenemos un coeficiente de variación relativamente bajo, así pues podemos decir que se ejerció un buen control local sin embargo el numero de tallos y la cantidad de hojas verdes totalmente expandidas resultan tener mayor variabilidad.

h.

Dado que en la anova realizada para cada modelo se obtuvo que la interacción bloque-tratamiento resultó ser significativa, no es adecuado usar contrastes por factor individual, por lo que se van a realizar contrastes para las interacciones por cada modelo. Para realizar dichos contrastes, nos basamos en los gráficos de cajas realizados para las interacciones en cada uno de los modelos, observando en ellos posibles diferencias entre los distintos tratamientos. La metodología que se llevara a cabo es hacer contrastes entre tratamientos por cada bloque y finalmente se hará un contraste entre los mejores tratamientos de cada bloque, para así lograr saber qué interacción fue la que generó mejores resultados para cada una de las variables de respuesta, teniendo en cuenta lo anterior, se realizarán 6 contrastes(uno de cada uno de los cinco bloques y un contraste final entre los mejores de cada bloque) para cada uno de los modelos planteados.

1). Tallos

Con respecto al bloque 1, se pudo notar que al parecer el tratamiento 4 genera en promedio mayor número de tallos que los demás, para ello se plantea el siguiente contraste:

$$H_0 : 3(\tau\rho)_{41} - (\tau\rho)_{11} - (\tau\rho)_{21} - (\tau\rho)_{31} = 0$$

Bajo la hipótesis nula, tenemos que el estadístico de prueba es:

$$F = \frac{(\sum_{i=1}^{t} a_i \bar{y_{i.}})^2}{\hat{\sigma^2} \sum_{i=1}^{t} \frac{a_i{}^2}{r_i}}$$

$$\rightarrow F = \frac{(1.15)^2}{0.7913 \cdot \frac{12}{20}} = 2.7855$$

Como $F_{0.95(1,380)} = 3.866 > F_{cal} = 2.7855$, no se rechaza H_0 y concluimos que no hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto del tratamiento 4 y los tratamientos 1,2 y 3 en el bloque 1 sobre el número de tallos de las plantas, es decir, se podría considerar que todos los tratamientos presentan el mismo efecto en este bloque.

Con respecto al bloque 2, se pudo notar que al parecer el tratamiento 1 genera en promedio mayor número de tallos que los demás, para ello se plantea el siguiente contraste:

$$H_0 : 3(\tau\rho)_{12} - (\tau\rho)_{22} - (\tau\rho)_{32} - (\tau\rho)_{42} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(3.2)^2}{0.7913 \cdot \frac{12}{20}} = 21.5678$$

Como $F_{0.95(1,380)} = 3.866 < F_{cal} = 21.5678$, se rechaza H_0 y concluimos que hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto del tratamiento 1 y los tratamientos 2,3 y 4 en el bloque 2 sobre el número de tallos de las plantas.

Con respecto al bloque 3, se pudo notar que al parecer el tratamiento 4 genera en promedio mayor número de tallos que los demás, para ello se plantea el siguiente contraste:

$$H_0 : 3(\tau\rho)_{43} - (\tau\rho)_{13} - (\tau\rho)_{23} - (\tau\rho)_{33} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(5)^2}{0.7913 \cdot \frac{12}{20}} = 52.656$$

Como $F_{0.95(1,380)} = 3.866 < F_{cal} = 52.656$, se rechaza H_0 y concluimos que hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto del tratamiento 4 y los tratamientos 1,2 y 3 en el bloque 3 sobre el número de tallos de las plantas.

Con respecto al bloque 4, se pudo notar que al parecer el tratamiento 1 genera en promedio mayor número de tallos que los demás, para ello se plantea el siguiente contraste:

$$H_0 : 3(\tau\rho)_{14} - (\tau\rho)_{24} - (\tau\rho)_{34} - (\tau\rho)_{44} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(1.6)^2}{0.7913 \cdot \frac{12}{20}} = 5.3919$$

Como $F_{0.95(1,380)} = 3.866 < F_{cal} = 5.3919$, se rechaza H_0 y concluimos que hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto del tratamiento 1 y los tratamientos 2,3 y 4 en el bloque 4 sobre el número de tallos de las plantas.

Con respecto al bloque 5, se pudo notar que al parecer el tratamiento 1 genera en promedio mayor número de tallos que los demás, para ello se plantea el siguiente contraste:

$$H_0 : 3(\tau\rho)_{15} - (\tau\rho)_{25} - (\tau\rho)_{35} - (\tau\rho)_{45} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(1.6)^2}{0.7913 \cdot \frac{12}{20}} = 5.3919$$

Como $F_{0.95(1,380)} = 3.866 < F_{cal} = 5.3919$, se rechaza H_0 y concluimos que hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto del tratamiento 1 y los tratamientos 2,3 y 4 en el bloque 5 sobre el número de tallos de las plantas.

Finalmente, como se tuvo que los mejores tratamientos en cada uno de los bloques(eliminando el bloque 1 para el cual no se detectaron diferencias entre los diferentes tratamientos) son respectivamente el 1,4,1 y 1, se hará un contraste para darnos cuenta qué interacción generó mejores resultados en el número de tallos de las plantas. Observando los promedios de estas interacciones, se puede notar que aparentemente las interacciones que generaron un mayor promedio en cuanto a número de tallos fue la del bloque 2 - tratamiento 1, bloque 3 - tratamiento 4 y bloque 5 - tratamiento 1, las cuales tienen un promedio muy parecido (4.3, 4.35 y 4.35 respectivamente). Dicho lo anterior se planteó el siguiente contraste:

$$(\tau\rho)_{12} + (\tau\rho)_{43} + (\tau\rho)_{15} - 3(\tau\rho)_{14} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(2.5)^2}{0.7913 \cdot \frac{12}{20}} = 13.164$$

Como $F_{0.95(1,380)} = 3.866 < F_{cal} = 13.164$, se rechaza H_0 y concluimos que hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto de las interacciones bloque 2 - tratamiento 1, bloque 3 - tratamiento 4 y bloque 5 - tratamiento 1 contra la interacción bloque 4 - tratamiento 1 sobre el número de tallos de las plantas.
Teniendo en cuenta esto, se puede concluir que las interacciones que generaron mejores efectos sobre la altura de las plantas fueron el tratamiento 1 en los bloques 2 y 5 y el tratamiento 4 en el bloque 3.

2). Altura

Con respecto al bloque 1, se pudo notar que al parecer el tratamiento 4 genera mayores alturas que los demás, para ello se plantea el siguiente contraste:

$$H_0 : 3(\tau\rho)_{41} - (\tau\rho)_{11} - (\tau\rho)_{21} - (\tau\rho)_{31} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(13.99)^2}{49.023 \cdot \frac{12}{20}} = 6.654$$

Como $F_{0.95(1,380)} = 3.866 < F_{cal} = 6.654$, se rechaza H_0 y concluimos que hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto del tratamiento 4 y los tratamientos 1,2 y 3 en el bloque 1 sobre la altura de las plantas.

Con respecto al bloque 2, se pudo notar que al parecer el tratamiento 1 genera mayores alturas que los demás, para ello se plantea el siguiente contraste:

$$H_0 : 3(\tau\rho)_{12} - (\tau\rho)_{22} - (\tau\rho)_{32} - (\tau\rho)_{42} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(21.34)^2}{49.023 \cdot \frac{12}{20}} = 15.48$$

Como $F_{0.95(1,380)} = 3.866 < F_{cal} = 15.48$, se rechaza H_0 y concluimos que hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto del tratamiento 1 y los tratamientos 2,3 y 4 en el bloque 2 sobre la altura de las plantas.

Con respecto al bloque 3, se pudo notar que al parecer el tratamiento 4 genera mayores alturas que los demás, para ello se plantea el siguiente contraste:

$$H_0 : 3(\tau\rho)_{43} - (\tau\rho)_{13} - (\tau\rho)_{23} - (\tau\rho)_{33} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(10.77)^2}{49.023 \cdot \frac{12}{20}} = 3.9435$$

Como $F_{0.95(1,380)} = 3.866 < F_{cal} = 3.9435$, se rechaza H_0 y concluimos que hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto del tratamiento 4 y los tratamientos 1,2,y 3 en el bloque 3 sobre la altura de las plantas.

Con respecto al bloque 4, se pudo notar en las descriptivas que al parecer el tratamiento 4 genera un mayor promedio en las alturas que los demás, para ello se plantea el siguiente contraste:

$$H_0 : 3(\tau\rho)_{44} - (\tau\rho)_{14} - (\tau\rho)_{24} - (\tau\rho)_{34} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(7.7)^2}{49.023 \cdot \frac{12}{20}} = 2.0157$$

Como $F_{0.95(1,380)} = 3.866 > F_{cal} = 2.0157$, no se rechaza H_0 y concluimos que no hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto del tratamiento 4 y los tratamientos 1,2,y 3 en el bloque 4 sobre la altura de las plantas, en otras palabras, se puede decir que el efecto de todos los tratamientos en este bloque sobre la altura de las plantas fue el mismo.

Con respecto al bloque 5, se pudo notar en las descriptivas que al parecer el tratamiento 1 genera un mayor promedio en las alturas que los demás, para ello se plantea el siguiente contraste:

$$H_0 : 3(\tau\rho)_{15} - (\tau\rho)_{25} - (\tau\rho)_{35} - (\tau\rho)_{45} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(6.72)^2}{49.023 \cdot \frac{12}{20}} = 1.5352$$

Como $F_{0.95(1,380)} = 3.866 > F_{cal} = 1.5352$, no se rechaza H_0 y concluimos que no hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto del tratamiento 1 y los tratamientos 2,3 y 4 en el bloque 5 sobre la altura de las plantas, es decir, el efecto de los 4 tratamientos sobre la altura de las plantas fue el mismo en este bloque.

Finalmente, como se tuvo que los mejores tratamientos en cada uno de los bloques(eliminando los bloques 4 y 5 donde no se detectaron diferencias) son respectivamente el 4,1 y 4. Se realizará un contraste para darnos cuenta qué interacción generó mejores resultados en la altura de las plantas. Observando los promedios de estas interacciones, se puede notar que aparentemente las interacciones que generaron un mayor promedio fue la del bloque 1 - tratamiento 4 y bloque 2 - tratamiento 1, las cuales tienen un promedio muy parecido (29.36 y 29.41 respectivamente). Dicho lo anterior se planteó el siguiente contraste:

$$2(\tau\rho)_{41} + (\tau\rho)_{12} - 2(\tau\rho)_{43} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(3.73)^2}{49.023 \cdot \frac{6}{20}} = 0.9460$$

Como $F_{0.95(1,380)} = 3.866 > F_{cal} = 0.9460$, no se rechaza H_0 y concluimos que no hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto de las interacciones bloque 1 - tratamiento 4 y bloque 2 - tratamiento 1 contra la interacción bloque 3 -

tratamiento 4 sobre la altura de las plantas.
Teniendo en cuenta esto, se puede concluir que las interacciones que generaron mejores efectos sobre la altura de las plantas fueron el tratamiento 4 en el bloque 1 y 3 y el tratamiento 1 en el bloque 2.

3). Hojas Verdes
Con respecto al bloque 1, se pudo notar que al parecer el tratamiento 4 genera en promedio mayor número de hojas verdes que los demás, para ello se plantea el siguiente contraste:

$$H_0 : 3(\tau\rho)_{41} - (\tau\rho)_{11} - (\tau\rho)_{21} - (\tau\rho)_{31} = 0$$

$$\to F = \frac{(1)^2}{173.86 \cdot \frac{12}{20}} = 0.00958$$

Como $F_{0.95(1,380)} = 3.866 > F_{cal} = 0.00958$, no se rechaza H_0 y concluimos que no hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto del tratamiento 4 y los tratamientos 1,2 y 3 en el bloque 1 sobre el número de hojas verdes completamente expandidas de las plantas, es decir, se podría considerar que todos los tratamientos presentan el mismo efecto en este bloque.
Con respecto al bloque 2, se pudo notar que al parecer el tratamiento 1 genera en promedio mayor número de hojas verdes que los demás, para ello se plantea el siguiente contraste:

$$H_0 : 3(\tau\rho)_{12} - (\tau\rho)_{22} - (\tau\rho)_{32} - (\tau\rho)_{42} = 0$$

$$\to F = \frac{(4.45)^2}{173.86 \cdot \frac{12}{20}} = 0.1898$$

Como $F_{0.95(1,380)} = 3.866 > F_{cal} = 0.1898$, no se rechaza H_0 y concluimos que no hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto del tratamiento 4 y los tratamientos 1,2 y 3 en el bloque 1 sobre el número de hojas verdes completamente expandidas de las plantas, es decir, se podría considerar que todos los tratamientos presentan el mismo efecto en este bloque.

i.
Para la primera hipótesis de la variable Tallos:
Las diferencias en valor absoluto entre los promedios de numero de tallos:

$$\tau_1 - \tau_2 = 41.06 - 45.12 = 4.06$$

$$\tau_1 - \tau_3 = 41.06 - 54.73 = 13.67$$

$$\tau_2 - \tau_3 = 45.12 - 54.73 = 9.61$$

Observando las diferencias y teniendo en cuenta los contrastes, donde nos decían que los efectos sobre el rendimiento del almidón de yuca de los 3 métodos de secado eran diferentes, nos parece razonable asumir una diferencia mínima de 4 kg para decir que existen diferencias entre los tratamientos, entonces, se tienen dos formulas esenciales para calcular la potencia del experimento:

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{t}(\tau_i - \bar{\tau})^2 r}{2\hat{\sigma^2}} \quad , \quad \hat{\Phi} = \sqrt{\frac{2\hat{\lambda}}{t}}$$

$$\to \hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{3}(4)^2 18}{2 \cdot 4.9} = \frac{3 \cdot 16 \cdot 18}{2(4.9)} = 88.1632$$

$$\rightarrow \hat{\Phi} = \sqrt{\frac{2(88.1632)}{3}} = \sqrt{58.7754} = 7.66$$

Utilizando la tabla de la beta no central con $f_1 = 2$ grados de libertad en el numerador y $f_2 = 51$ grados de libertad en el denominador, se obtiene:

$$P(Error\ \ II) = 0 \qquad \rightarrow \qquad \beta = Potencia = 1 - P(Error\ \ II) = 1$$

Para la segunda hipótesis del literal g:
Las diferencias en valor absoluto entre los promedios de rendimiento(en Kg) del almidón de yuca de las 2 rallanderias son:

$$\alpha_1 - \alpha_2 = 48.38 - 45.57 = 2.81$$

Observando las diferencias y teniendo en cuenta los contrastes, donde nos decían que no había diferencias en los efectos de las dos rallanderias sobre el rendimiento del almidón de yuca, nos parece razonable asumir una diferencia mínima de 3 kg para decir que existen diferencias entre los tratamientos, entonces:

$$\rightarrow \hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{2}(3)^2 27}{2 \cdot 4.9} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 27}{2(4.9)} = 49.5918$$

$$\rightarrow \hat{\Phi} = \sqrt{\frac{2(49.5918)}{2}} = \sqrt{49.5918} = 7.04$$

Utilizando la tabla de la beta no central con $f_1 = 1$ grados de libertad en el numerador y $f_2 = 52$ grados de libertad en el denominador, se obtiene:

$$P(Error\ \ II) = 0 \qquad \rightarrow \qquad \beta = Potencia = 1 - P(Error\ \ II) = 1$$

Para la tercera hipótesis del literal g:
Las diferencias en valor absoluto entre los promedios de rendimiento(en Kg) del almidón agrio de yuca de los 3 trabajadores dentro de cada una de las 2 rallanderias son:

$$\gamma_{1(1)} - \gamma_{2(1)} = 46.06 - 53.68 = 7.62 \qquad \gamma_{1(2)} - \gamma_{2(2)} = 43.38 - 50.88 = 7.5$$

$$\gamma_{1(1)} - \gamma_{3(1)} = 46.06 - 45.4 = 0.66 \qquad \gamma_{1(2)} - \gamma_{3(2)} = 43.38 - 42.44 = 0.94$$

$$\gamma_{2(1)} - \gamma_{3(1)} = 53.68 - 45.4 = 8.28 \qquad \gamma_{2(2)} - \gamma_{3(2)} = 50.88 - 42.44 = 8.44$$

Observando las diferencias y teniendo en cuenta los contrastes, donde nos decían que no había diferencias en los efectos de los trabajadores 1 y 3 en cada rallanderia sobre el rendimiento del almidón de yuca, nos parece razonable asumir una diferencia mínima de 7 kg para decir que existen diferencias entre los efectos de los trabajadores, entonces, para los trabajadores de la **rallanderia 1**, se tiene:

$$\rightarrow \hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{3}(7)^2 9}{2 \cdot 4.9} = \frac{3 \cdot 49 \cdot 9}{2(4.9)} = 135$$

$$\rightarrow \hat{\Phi} = \sqrt{\frac{2(135)}{3}} = \sqrt{90} = 9.48$$

Utilizando la tabla de la beta no central con $f_1 = 2$ grados de libertad en el numerador y $f_2 = 51$ grados de libertad en el denominador, se obtiene:

$$P(Error \;\; II) = 0 \qquad \rightarrow \qquad \beta = Potencia = 1 - P(Error \;\; II) = 1$$

Para los trabajadores de la **rallanderia 2**, como se asume la misma diferencia mínima de 7 kg, se obtienen los mismos resultados:

$$P(Error \;\; II) = 0 \qquad \rightarrow \qquad \beta = Potencia = 1 - P(Error \;\; II) = 1$$

Por lo tanto, como la potencia de las hipótesis para los trabajadores en las dos rallanderias es 1, podemos cocnluir que la **potencia global para la hipótesis 3 del literal g es de 1**.

Para la cuarta hipótesis del literal g:
En este caso no se mostrarán las diferencias entre los promedios de rendimiento(en Kg) del almidón agrio de yuca de la interacción entre método de secado y rallanderia, ya que se tienen un total de $\binom{6}{2} = 15$ combinaciones entre pares de tratamientos, lo cual hace bastante extenso poner todas las diferencias.

Realizando todas las diferencias y teniendo en cuenta los resultados de la anova, donde se obtuvo que el efecto de la interacción método de secado-rallanderia no era significativo sobre el rendimiento del almidón de yuca, nos parece razonable asumir una diferencia mínima de 4 kg para decir que existen diferencias entre los efectos de las interacciones, entonces:

$$\rightarrow \hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{6} (4)^2 9}{2 \cdot 4.9} = \frac{6 \cdot 16 \cdot 9}{2(4.9)} = 88.1632$$

$$\rightarrow \hat{\Phi} = \sqrt{\frac{2(88.1632)}{6}} = \sqrt{29.38} = 5.4210$$

Utilizando la tabla de la beta no central con $f_1 = 5$ grados de libertad en el numerador y $f_2 = 49$ grados de libertad en el denominador, se obtiene:

$$P(Error \;\; II) = 0 \qquad \rightarrow \qquad \beta = Potencia = 1 - P(Error \;\; II) = 1$$

Para la quinta hipótesis del literal g:
En este caso al igual que en el anterior, no se mostrarán las diferencias entre los promedios de rendimiento(en Kg) del almidón agrio de yuca de la interacción entre método de secado y el trabajador dentro de cada rallanderia, ya que se tienen muchas combinaciones entre pares de tratamientos, lo cual hace bastante extenso poner todas las diferencias.

Realizando todas las diferencias y teniendo en cuenta los resultados de la anova, donde se obtuvo que el efecto de la interacción método de secado-trabajador era significativo sobre el rendimiento del almidón de yuca, nos parece razonable asumir una diferencia mínima de 6 kg para decir que existen diferencias entre los efectos de las interacciones, entonces:

$$\rightarrow \hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{9} (6)^2 9}{2 \cdot 4.9} = \frac{9 \cdot 36 \cdot 9}{2(4.9)} = 297.5510$$

$$\rightarrow \hat{\Phi} = \sqrt{\frac{2(297.5510)}{9}} = \sqrt{66.12} = 8.1315$$

Utilizando la tabla de la beta no central con $f_1 = 8$ grados de libertad en el numerador y $f_2 = 45$ grados de libertad en el denominador, se obtiene:

$$P(Error\ \ II) = 0 \qquad \rightarrow \qquad \beta = Potencia = 1 - P(Error\ \ II) = 1$$

j.

2. Problema 2

Un ingeniero de alimentos evalúa el rendimiento del almidón agrio de yuca (en kg), el cual ha sido sometido a tres métodos de secado: 1) al sol, 2) con aire caliente, 3) 50 % al sol y 50 % aire caliente. El experimento se lleva a cabo en dos rallanderias diferentes, utilizando el mismo lote de almidón agrio (obtenido en Julio de 2008) y por cada rallanderia tres trabajadores llevan a cabo la experimentación. Los resultados se muestran a continuación:

Método de Secado	Rallanderia I			Rallanderia II		
	Trabajador			*Trabajador*		
	1	*2*	*3*	*1*	*2*	*3*
1	34.5	48.0	40.8	33.6	44.0	36.5
	40.7	45.2	43.0	35.2	44.4	40.4
	42.0	49.6	41.7	36.8	43.9	38.8
2	41.4	52.2	39.4	41.9	47.0	40.8
	43.8	51.5	45.3	42.6	46.5	40.9
	42.6	51.7	48.6	43.7	47.5	44.8
3	58.0	62.1	51.4	52.3	58.8	44.9
	54.8	62.5	49.9	48.5	62.0	45.9
	56.7	60.3	48.5	55.8	63.8	49.0

a. El objetivo del estudio es evaluar el rendimiento del almidón agrio de yuca (en Kg) con respecto a tres métodos de secado diferentes, dos rallanderias y tres trabajadores dentro de cada rallanderia, el objetivo final sería obtener una conclusión acerca de qué método de secado, qué rallanderia y cuáles trabajadores están generando un mayor rendimiento del almidón, lo cual es lo que interesa finalmente.

b.

- Factores:
  - ◇ Factor 1: Método de secado.
  - ◇ Factor 2: Rallanderia.
  - ◇ Factor anidado: Trabajador.
- Niveles:
  - ◇ Factor 1: Sol(S), aire caliente(A) y 50 % al sol y 50 % aire caliente(SA).
  - ◇ Factor 2: Rallanderia 1(R1) y Rallanderia 2(R2).
  - ◇ Factor anidado: Trabajador 1(T1), trabajador 2(T2) y trabajador 3(T3).
- Tratamientos: Son 18 tratamientos en total. S-R1-T1, S-R1-T2, S-R1-T3, S-R2-T1, S-R2-T2, S-R2-T3, A-R1-T1, A-R1-T2, A-R1-T3, A-R2-T1, A-R2-T2, A-R2-T3, SA-R1-T1, SA-R1-T2, SA-R1-T3, SA-R2-T1, SA-R2-T2, SA-R2-T3.

c. La unidad experimental es el almidón agrio de yuca.

d. Dado que el almidón agrio utilizado para todo el experimento fue del mismo lote, simplemente se debe asignar al azar una parte de este a cada método de secado, a cada lavandería y a cada trabajador, es decir, se debe dividir el lote de almidón agrio de yuca en 18 partes, enumerar cada uno y seleccionar de forma aleatoria un numero entre 1 y 18, asignándole a cada tratamiento el lote de almidón que le corresponda.

e. Para el análisis exploratorio de datos, dado que nos interesa encontrar diferencias entre método de secado, entre rallanderias y entre trabajadores dentro de las rallanderias, se obtendrán descriptivas para los factores principales y para el factor anidado, además, también se quiere evaluar si existen diferencias entre el efecto de la interacción método de secado y rallanderia y de la interacción método de secado y trabajador dentro de cada rallanderia, por ello también se sacaran estadísticas descriptivas para estos cruces.

Método de secado:

Método de secado	$\bar{X}$	S	$CV(\%)$	Min	Max
Sol	41.06	4.530049	11.03	33.6	49.6
Aire caliente	45.12	3.965521	8.78	39.4	52.2
Sol y Aire caliente	54.73	6.128525	11.19	44.9	63.8

En esta tabla se puede ver que en general, el método de secado 50 % al sol y 50 % aire caliente presenta el mayor promedio de rendimiento en Kg del almidón agrio de yuca, seguido del método aire caliente y el que menor promedio presenta es el método de secado al sol. En cuanto a la variabilidad, se tuvieron coeficientes de variación relativamente bajos y bastante parecidos, el menor fue el del método de secado al aire caliente.

Rallanderia:

Rallanderia	$\bar{X}$	S	$CV(\%)$	Min	Max
Rallanderia 1	48.38	7.358581	15.21	34.5	62.5
Rallanderia 2	45.57	7.633227	16.75	33.6	63.8

Con respecto a esta tabla, se pude notar que la rallanderia 1 está produciendo un rendimiento mayor(2.81 kg más que la rallanderia 2) del almidón agrio de yuca y en cuanto a la variabilidad, ambas rallanderias presentan desviaciones estándar y coeficientes de variación relativamente bajos y bastante parecidos.

Trabajador:

Trabajador	$\bar{X}$	S	$CV(\%)$	Min	Max
Rallanderia 1					
Trabajador 1	46.06	8.290071	18	34.5	58
Trabajador 2	53.68	6.365881	11.86	45.2	62.5
Trabajador 3	45.4	4.36921	9.62	39.4	51.4
Rallanderia 2					
Trabajador 1	43.38	7.655027	17.64	33.6	55.8
Trabajador 2	50.88	8.193103	16.10	43.9	63.8
Trabajador 3	42.44	3.943067	9.29	36.5	49

En esta tabla se puede notar que en ambas rallanderias, teniendo en cuenta que son trabajadores distintos, el trabajador 2 de cada una de ellas, fue el que produjo mayor rendimiento del almidón agrio de yuca, en ambas rallanderias el trabajor 2 presentó una diferencia de cerca de 7 kg con respecto a los otros dos trabajadores, los cuales presentaron casi el mismo rendimiento. Con respecto a la variabilidad, en ambas rallanderias se tuvo que los trabajadores 1 y 2 presentaron una desviación estándar y un coeficiente de variación mayor a la de los trabajadores 3.

Interacción método de secado - rallanderia:

Método de secado - rallanderia	$\bar{X}$	S	$CV(\%)$	Min	Max
Sol					
Rallanderia 1	42.83	4.44719	10.38	34.5	49.6
Rallanderia 2	39.29	4.094339	10.42	33.6	44.4
Aire caliente					
Rallanderia 1	46.28	4.858698	10.5	39.4	52.2
Rallanderia 2	43.97	2.608639	5.93	40.8	47.5
Sol y Aire caliente					
Rallanderia 1	56.02	5.226083	9.32	48.5	62.5
Rallanderia 2	53.44	6.983035	13.06	44.9	63.8

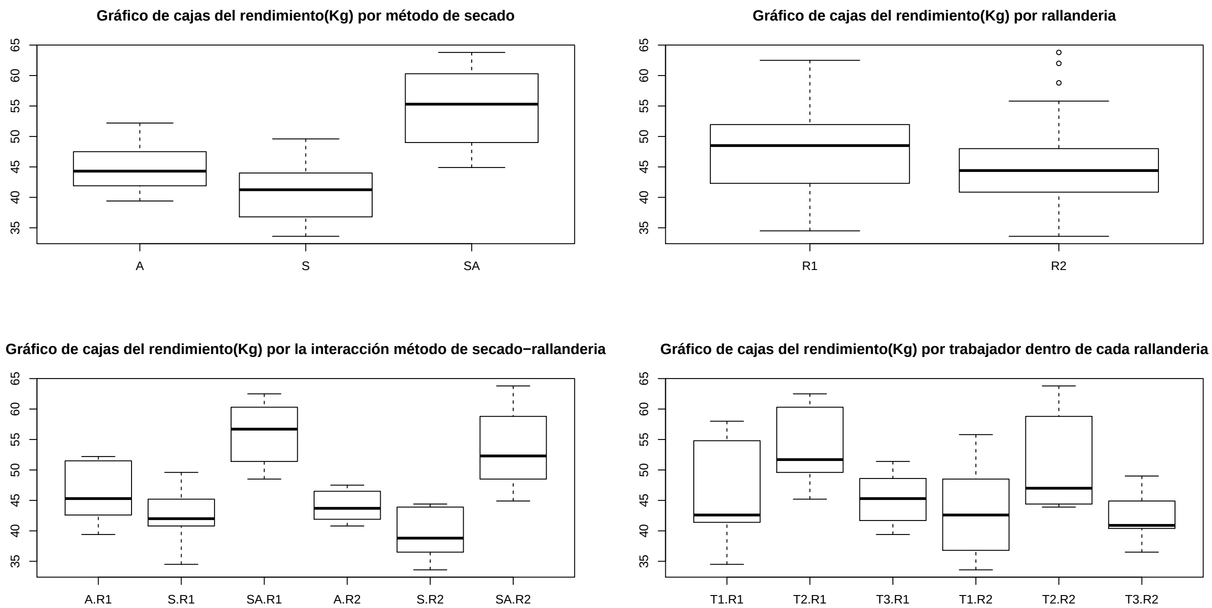
De esta tabla se puede decir que en general, teniendo en cuenta los 3 métodos de secado, se tuvo que la diferencia entre el rendimiento producido por las dos rallanderias no es muy grande, cerca de 3 kgs en los tres métodos. La desviación estándar y los coeficientes de variación son considerablemente bajos, teniendo en cuenta el contexto del problema. Dado que las diferencias en el rendimiento del almidón agrio de yuca de las rallanderias no son muy grandes para ninguno de los 3 métodos de secado, se pensaría que la interacción método de secado - rallanderia pueda no ser significativa, esto se corroborará posteriormente en la tabla de análisis de varianza.

Interacción método de secado - trabajador(rallanderia):

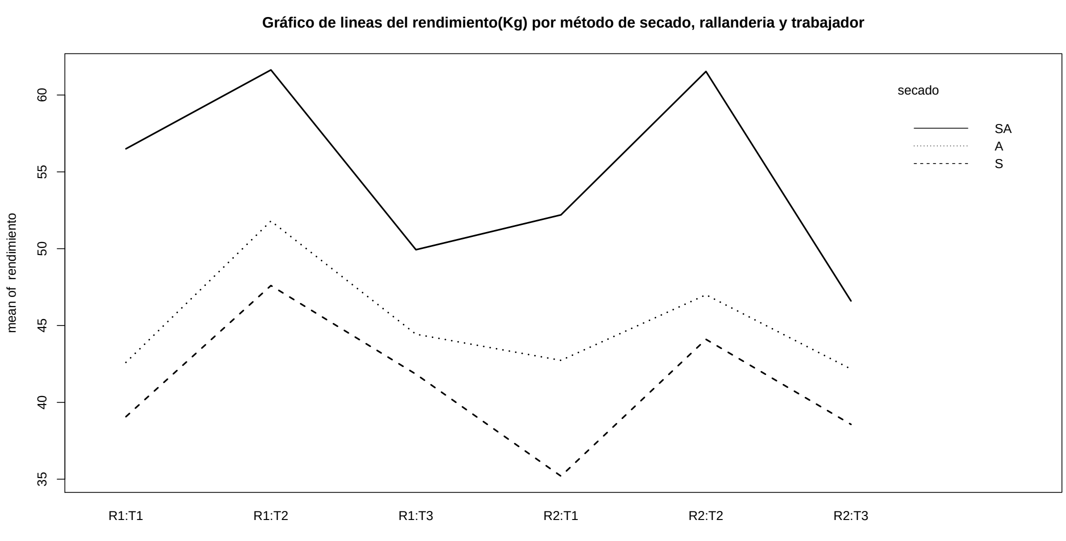
Método de secado - trabajador(rallanderia)	$\bar{X}$	S	$CV(\%)$	Min	Max
Sol					
Rallanderia 1					
Trabajador 1	39.07	4	10.24	34.5	42
Trabajador 2	47.6	2.227106	4.68	45.2	49.6
Trabajador 3	41.83	1.106044	2.64	40.8	43
Rallanderia 2					
Trabajador 1	35.2	1.6	4.54	33.6	36.8
Trabajador 2	44.1	0.2645751	0.6	43.9	44.4
Trabajador 3	38.57	1.960442	5.1	36.5	40.4
Aire caliente					
Rallanderia 1					
Trabajador 1	42.6	1.2	2.81	41.4	43.8
Trabajador 2	51.8	0.3605551	0.7	51.5	52.2
Trabajador 3	44.43	4.66083	10.5	39.4	48.6
Rallanderia 2					
Trabajador 1	42.73	0.907377	2.12	41.9	43.7
Trabajador 2	47	0.5	1.06	46.5	47.5
Trabajador 3	42.17	2.281082	5.41	40.8	44.8
Sol y Aire caliente					
Rallanderia 1					
Trabajador 1	56.5	1.609348	2.84	54.8	58
Trabajador 2	61.63	1.171893	1.9	60.3	62.5
Trabajador 3	49.93	1.450287	2.9	48.5	51.4
Rallanderia 2					
Trabajador 1	52.2	3.651027	7	48.5	55.8
Trabajador 2	61.53	2.532456	4.11	58.8	63.8
Trabajador 3	46.6	2.137756	4.58	44.9	49

Para dar una interpretación general de esta tabla, lo más relevante es que el trabajador 2 en ambas rallanderias y con todos los métodos de secado, es el que en promedio mayor rendimiento del almidón agrio de yuca genera, los coeficientes de variación en general son inferiores del 11 % por lo que se podría decir que se tuvo una variabilidad relativamente baja teniendo en cuenta el contexto del problema.

Para ver de forma gráfica posibles diferencias entre los niveles de los factores principales(método de secado y rallanderia) y entre los niveles del factor anidado(trabajador), se realizaron los siguientes gráficos de cajas. No se hizo el de la interacción triple, porque se perdía claridad en la interpretación, para esta interacción se tiene un gráfico de lineas posterior.



En estos diagramas de cajas se puede evidenciar de forma gráfica lo que se mencionaba en las tablas de estadísticas descriptivas anteriores, en la primera se puede ver que el método de secado que mayores rendimiento del almidón agrio de yuca generan es el de 50 % al sol y 50 % aire caliente. En la segunda gráfica se logra apreciar que la rallanderia 1 genera un rendimiento un poco mayor que la rallanderia 2. En la tercera se observa que en ambas rallanderias se presenta el mismo comportamiento con respecto a los rendimientos por método de secado, el método de secado 50 % al sol y 50 % aire caliente genera mayores rendimientos. En la última gráfica se logra apreciar que los trabajadores 2 en ambas rallanderias generan un mejor rendimiento del almidón agrio de yuca y que los trabajadores 1 y 3 generan rendimientos semejantes.



Este gráfico es muy interesante, ya que muestra el comportamiento en general de los tres métodos de secado, en cada rallanderia y bajo cada trabajador. Se logra apreciar que el método de secado 50 % al sol y 50 % aire caliente es el que mayor rendimiento del almidon agrio de yuca genera sin importar la rallanderia ni el trabajador. A este método le sigue el de aire caliente y finalmente el de sol. También se aprecia que los picos altos corresponden al trabajador 2 en cada rallanderia, confirmando esto lo dicho anteriormente.

f.
El modelo estadístico es:

$$y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \gamma_{k(j)} + (\tau\alpha)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik(j)} + \varepsilon_{(ijk)l}$$

$$i = 1,2,3 \quad j = 1,2 \quad k = 1,2,3 \quad l = 1,2,3$$

Supuestos:

$$\varepsilon_{ijkl} \simeq N(0, \sigma^2)$$

$$E[\varepsilon_{ijkl}] = 0 \ \ \forall_{ijkl}$$

$$V[\varepsilon_{ijkl}] = \sigma^2 \ \ \forall_{ijkl}$$

$$Cov[\varepsilon_{ijkl}, \varepsilon_{i'j'k'l'}] = 0 \ \ \forall_{i \neq i' \ \ \wedge \ \ j \neq j' \wedge \ \ k \neq k' \wedge \ \ l \neq l'}$$

Donde:
y_{ijkl} es el rendimiento del almidón agrio de yuca en Kg bajo el método de secado i, en la rallanderia j y bajo el trabajador k en la l-ésima réplica.
μ es la media general del rendimiento del almidón agrio de yuca en Kg sin tener en cuenta el método de secado, la rallanderia ni el trabajador.
τ_i es el efecto del i-ésimo método de secado sobre el rendimiento del almidón agrio de yuca en Kg.
α_j es el efecto de la j-ésima rallanderia sobre el rendimiento del almidón agrio de yuca en Kg.
$\gamma_{k(j)}$ es el efecto del k-ésimo trabajador anidado a la j-ésima rallanderia sobre el rendimiento del almidón agrio de yuca en Kg.
$(\tau\alpha)_{ij}$ es el efecto de la interacción entre el método de secado i-ésimo y la rallanderia j-ésima sobre el rendimiento del almidón agrio de yuca en Kg.
$(\tau\gamma)_{ik(j)}$ es el efecto de la interacción entre el método de secado i-ésimo y el trabajador k-ésimo anidado a la j-ésima rallanderia sobre el rendimiento del almidón agrio de yuca en Kg.
$\varepsilon_{(ijk)l}$ es el error aleatorio debido al i-ésimo método de secado, a la j-ésima rallanderia, al k-ésimo trabajador anidado a la j-ésima rallanderia y a la l-ésima réplica.

g. Las hipótesis a evaluar son:

1).

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau$$

$$H_a : \textit{Al menos una de estas igualdades no se cumple}$$

2).

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$$

$$H_a : \textit{Al menos una de estas igualdades no se cumple}$$

3).

$$H_0 : \gamma_{1(1)} = \gamma_{2(1)} = \gamma_{3(1)} = \gamma_1 \quad \wedge \quad \gamma_{1(2)} = \gamma_{2(2)} = \gamma_{3(2)} = \gamma_2$$

$$H_a : \textit{Al menos una de estas igualdades no se cumple}$$

4).

$$H_0 : (\tau\alpha)_{ij} = 0$$

$$H_a : (\tau\alpha)_{ij} \neq 0$$

5).

$$H_0 : (\tau\gamma)_{ik(j)} = 0$$

$$H_a : (\tau\gamma)_{ik(j)} \neq 0$$

h.

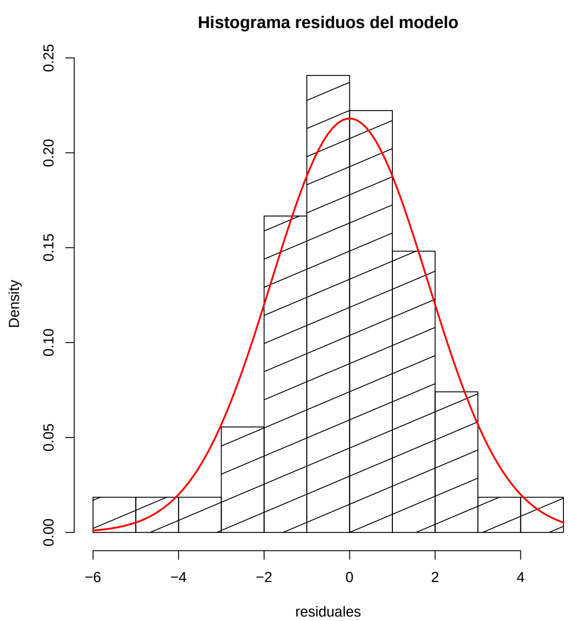
Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrados Medios	F	Pr>F	ECM
τ	2	1774.8	887.4	180.140	0	$\sigma^2 + 9\sum_{i=1}^{3}\tau_i^2 + 3\sigma^2_{\tau\gamma}$
α	1	106.7	106.7	21.656	0.0000431	$\sigma^2 + 27\sum_{j=1}^{2}\alpha_j^2 + 9\sigma^2_{\gamma}$
$\tau\alpha$	2	3.8	1.9	0.385	0.683429	$\sigma^2 + \frac{9}{2}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2}(\tau\alpha)_{ij} + 3\sigma^2_{\tau\gamma}$
$\gamma_{(j)}$	4	765.9	191.5	38.868	0	$\sigma^2 + 9\sigma^2_{\gamma}$
$\tau\gamma_{(j)}$	8	201	25.1	5.101	0.000274	$\sigma^2 + 3\sigma^2_{\tau\gamma}$
Error	36	177.3	4.9			σ^2
Total	53	3029.5				

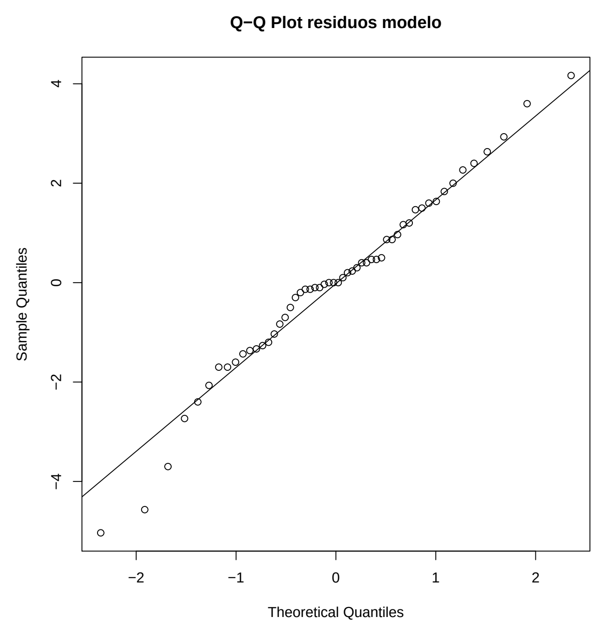
A un nivel de significancia $\alpha = 0.05$ se rechaza H_0 en las hipótesis (1),(2),(3) y (5) del literal anterior. Las interpretaciones contextuales se darán en el literal j.

i.

Normalidad:

Para verificar el supuesto de normalidad en los errores, se hicieron pruebas gráficas(histograma y Q-Q plot) y se realizó la prueba de normalidad Anderson-Darling por ser más potente, ya que se tiene una cantidad de datos superior a 30.





En las gráficas no se observa un posible incumplimiento de la normalidad, se puede ver que las barras del histograma se ajustan muy bien a la curva teórica de la normal, y en el QQ-plot se observa que la gran mayoría de los puntos están sobre la recta de los cuantiles teóricos, cabe aclarar que la prueba gráfica no es muy confiable porque depende de la experiencia del investigador, por ello nos vamos a centrar en los resultados de la prueba estadística, ya que estas son más objetivas.

Los resultados para la prueba estadística realizada fueron:

$$H_0 : \textit{Los residuales provienen de una distribucion normal}$$

$$H_0 : \textit{Los residuales no provienen de una distribucion normal}$$

$$A = 0.43888, p - value = 0.2832$$

Como el p-valor=0.2832 es superior a nuestro nivel de significancia $\alpha = 0.05$, no se rechaza la hipótesis nula, y concluimos que no hay evidencia suficiente para decir que los residuales no provienen de una distribución normal. Lo cual nos indica que este supuesto de normalidad en los errores parece cumplirse.

Homocedasticidad:

Para analizar este supuesto se realizó el test de Bartlett, ya que bajo el cumplimiento de la normalidad este es más potente.
Los resultados la prueba realizada fueron:

$$H_0 : La\ varianza\ de\ los\ grupos\ no\ son\ diferentes\ (iguales)$$

$$H_a : La\ varianza\ de\ los\ grupos\ son\ diferentes$$

$$Bartlett's\ \ K - squared = 25.586, df = 17, p - value = 0.08234$$

Como el p valor=0.08234 es superior a nuestro nivel de significancia establecido $\alpha = 0.05$ no se rechaza la hipótesis nula, y concluimos que no hay evidencia suficiente para decir que la varianza de los grupos(18 grupos en este caso) son diferentes, por lo tanto, el supuesto de homocedasticidad en los errores parece cumplirse.

Independencia:

Para analizar el supuesto de independencia se realizó el test de Rachas, ya que este no se puede evaluar con un test Durbin- Watson o un correlograma porque estos requieren conocer el orden en el cuál fueron obtenidos los datos y esa información no se tiene.
Los resultados la prueba realizada fueron:

$$H_0 : La\ muestra\ es\ aleatoria\ (los\ residuales\ son\ independientes)$$

$$H_a : La\ muestra\ no\ es\ aleatoria\ (los\ residuales\ no\ son\ independientes)$$

$$Standard\ Normal = 1.8326, p - value = 0.06685$$

Como el p valor=0.06685 es mayor que nuestro nivel de significancia $\alpha = 0.05$, no rechazamos la hipótesis nula y concluimos que no hay evidencia suficiente para decir que los residuales no están distribuidos de manera aleatoria, en otras palabras, no podemos decir que no son independientes. Teniendo en cuenta esto, se puede concluir que este supuesto de independencia en los errores parece cumplirse.

j. El primer aspecto importante a mencionar es que ningún supuesto sobre el error se incumplió, por lo que se puede confiar en los resultados arrojados en el análisis de varianza, de lo contrario, los resultados obtenidos en la anova del literal h no serían validos y no tendría sentido realizar la interpretación de ello. Dicho lo anterior, en la anova se pudo ver que el efecto de la interacción entre el método de secado i-ésimo y la rallanderia j-ésima sobre el rendimiento del almidón agrio de yuca en Kg no es significativa, es decir, el efecto del método de secado no cambia a través de la rallanderia, por lo que se puede analizar los factores individualmente. Se observó que en cuando al método de secado, hay diferencias significativas entre los efectos de los diferentes métodos sobre el rendimiento del almidón agrio de yuca, aparentemente el método de secado 50 % sol y 50 % aire caliente es el que mejor rendimiento produce, esto se corroborará en los contrastes posteriormente. En cuanto a la rallanderia, también hay diferencias significativas entre los efectos de las dos rallanderias. Finalmente, se observó que la interacción método de secado - trabajador también resultó ser significativa, es decir, el efecto que tienen los diferentes trabajadores sobre el rendimiento del almidón agrio de yuca cambia dependiendo del método de secado que se utilice, por ejemplo, se vio en las descriptivas y en las gráficas que cuando se aplicaba el método de secado 50 % al sol y 50 % al aire caliente los trabajadores generaban un mayor rendimiento en general que cuando se usaba alguno de los otros dos métodos de secado. En cuanto a los trabajadores también se vio en la anova que hubo diferencias significativas en los efectos de estos sobre el rendimiento del almidón, se observó que el trabajador 2 de cada rallanderia aparentemente estaba generando un mayor rendimiento.

k. Para evaluar el control local del experimento nos centramos en la varianza estimada y en el coeficiente de variación

$$\sigma^2 = 4.9 \quad \bar{y}_{....} = 46.97222 \quad \longrightarrow CV = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{\bar{y}_{....}} = 0.047125 \cdot 100\,\% \simeq 4.7125\,\%$$

Dado que la desviación estándar $\sigma = 2.2136$ es pequeña teniendo en cuenta el contexto del problema, y el coeficiente de variación también lo es, concluimos que hubo un buen control local en el experimento.

l.
Dado que en la anova se obtuvo que la interacción método de secado-rallanderia no es significativa, se puede proceder a evaluar los factores individualmente, es decir, realizaremos contrastes para ver cuál o cuáles niveles del factor método de secado difieren en su efecto en el rendimiento del almidón agrio de yuca, también sería interesante saber qué trabajador difiere en cuanto a su efecto en el rendimiento del almidón. No se realizarán contrastes para el factor rallanderia, ya que solo tiene dos niveles, y dado que en la anova ya se obtuvo que existen diferencias, resultaría redundante realizar contrastes para este factor.

Método de secado: En las estadísticas descriptivas y en el gráfico de cajas se vio que aparentemente, el método de secado Sol y aire caliente son parecidos, pero estos a su vez difieren del método 50 % sol y 50 % aire caliente. Esto se verificará teóricamente con los siguientes contrastes.

$$H_0 : \tau_1 - \tau_2 = 0$$

Bajo la hipótesis nula, tenemos que el estadístico de prueba es:

$$F = \frac{(\sum_{i=1}^{t} a_i \bar{y_{i.}})^2}{\hat{\sigma^2} \sum_{i=1}^{t} \frac{a_i{}^2}{r_i}}$$

$$\rightarrow F = \frac{(-4.06)^2}{4.9 \cdot \frac{1}{9}} = 30.276$$

Como $F_{0.95(1,51)} = 4.030393 < F_{cal} = 30.276$, se rechaza H_0 y concluimos que hay evidencia estadística para decir que existen diferencias entre el efecto del método de secado al sol y el método de secado a aire caliente sobre el rendimiento (en Kg) del almidón agrio de yuca.
Ahora se verificará si el método de secado 50 % sol y 50 % aire caliente difiere de los otros dos métodos de secado (sol y aire caliente).

$$H_0 : \tau_1 + \tau_2 - \tau_3 = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(-23.28)^2}{4.9 \cdot \frac{1}{3}} = 331.81$$

Como $F_{0.95(1,51)} = 4.030393 < F_{cal} = 331.81$, se rechaza H_0 y concluimos que si hay diferencias significativas entre los efectos de los métodos de secado sol y aire caliente con el método de secado 50 % sol y 50 % aire caliente sobre el rendimiento del almidón agrio de yuca.

Con los resultados de las dos hipótesis anteriores, se puede concluir que los efectos de los 3 métodos de secado son distintos, complementando esto con las estadisticas descriptivas obtenidas, se podría decir que en general, el método de secado que mayor rendimiento(en Kg) produce sobre el almidón agrio de yuca es el de 50 % sol y 50 % aire caliente seguido por el método de secado aire caliente y finalmente, el método que aparentemente menor rendimiento produce es el de secado al sol.

Trabajador: Con respecto a la **rallanderia 1**, se vio en las estadísticas descriptivas y en el gráfico de cajas que los trabajadores 1 y 3 parecen generar el mismo rendimiento del almidón agrio de yuca, y estos dos a su vez difieren del rendimiento del trabajador 2. Esto se verificará con los siguientes contrastes.

$$H_0 : \gamma_{1(1)} - \gamma_{3(1)} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(0.66)^2}{4.9 \cdot \frac{2}{9}} = 0.4$$

Como $F_{0.95(1,51)} = 4.030393 > F_{cal} = 0.4$, no se rechaza H_0 y concluimos que no hay diferencias significativas entre los efectos del trabajador 1 y el trabajador 3 de la rallanderia 1 sobre el rendimiento del almidón agrio de yuca.

$$H_0 : \gamma_{1(1)} + \gamma_{3(1)} - 2\gamma_{2(1)} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(-15.9)^2}{4.9 \cdot \frac{2}{3}} = 77.39$$

Como $F_{0.95(1,51)} = 4.030393 < F_{cal} = 77.39$, se rechaza H_0 y concluimos que hay diferencias significativas entre los efectos del trabajador 1 y 3 y el trabajador 2 de la rallanderia 1 sobre el rendimiento del almidón agrio de yuca.

Con estos resultados se puede concluir que el trabajador 2 genera mayor rendimiento del almidón de yuca en la rallanderia 1 sin importar el método de secado.

Con respecto a la **rallanderia 2**, en las estadísticas descriptivas y en el gráfico de cajas se observó lo mismo que en la rallanderia 1, que los trabajadores 1 y 3 parecen generar el mismo rendimiento del almidón agrio de yuca, y estos dos a su vez difieren del rendimiento del trabajador 2. Esto se verificará con los siguientes contrastes.

$$H_0 : \gamma_{1(2)} - \gamma_{3(2)} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(0.94)^2}{4.9 \cdot \frac{2}{9}} = 0.8114$$

Como $F_{0.95(1,51)} = 4.030393 > F_{cal} = 0.8114$, no se rechaza H_0 y concluimos que no hay diferencias significativas entre los efectos del trabajador 1 y el trabajador 3 de la rallanderia 2 sobre el rendimiento del almidón agrio de yuca.

$$H_0 : \gamma_{1(2)} + \gamma_{3(2)} - 2\gamma_{2(2)} = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{(-15.94)^2}{4.9 \cdot \frac{2}{3}} = 77.78$$

Como $F_{0.95(1,51)} = 4.030393 < F_{cal} = 77.78$, se rechaza H_0 y concluimos que hay diferencias significativas entre los efectos del trabajador 1 y 3 y el trabajador 2 de la rallanderia 2 sobre el rendimiento del almidón agrio de yuca.

Con estos resultados se puede concluir que el trabajador 2 genera mayor rendimiento del almidón de yuca en la rallanderia 2 sin importar el método de secado.

Para la interacción método de secado - trabajador, no se exponen los contrastes realizados, ya que se presentó la misma situación, los mejores rendimiento fueron los generados por el método de secado 50 % al sol y 50 % aire caliente y por el trabajador 2 de cada una de las rallanderias.

m.

Para la primera hipótesis del literal g:
Las diferencias en valor absoluto entre los promedios de rendimiento(en Kg) del almidón de yuca de los 3 métodos de secado son:

$$\tau_1 - \tau_2 = 41.06 - 45.12 = 4.06$$

$$\tau_1 - \tau_3 = 41.06 - 54.73 = 13.67$$

$$\tau_2 - \tau_3 = 45.12 - 54.73 = 9.61$$

Observando las diferencias y teniendo en cuenta los contrastes, donde nos decían que los efectos sobre el rendimiento del almidón de yuca de los 3 métodos de secado eran diferentes, nos parece razonable asumir una diferencia mínima de 4 kg para decir que existen diferencias entre los tratamientos, entonces, se tienen dos formulas esenciales para calcular la potencia del experimento:

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{t} (\tau_i - \bar{\tau})^2 r}{2\hat{\sigma^2}} \quad , \quad \hat{\Phi} = \sqrt{\frac{2\hat{\lambda}}{t}}$$

$$\rightarrow \hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{3}(4)^2 18}{2 \cdot 4.9} = \frac{3 \cdot 16 \cdot 18}{2(4.9)} = 88.1632$$

$$\rightarrow \hat{\Phi} = \sqrt{\frac{2(88.1632)}{3}} = \sqrt{58.7754} = 7.66$$

Utilizando la tabla de la beta no central con $f_1 = 2$ grados de libertad en el numerador y $f_2 = 51$ grados de libertad en el denominador, se obtiene:

$$P(Error\ \ II) = 0 \quad \rightarrow \quad \beta = Potencia = 1 - P(Error\ \ II) = 1$$

Para la segunda hipótesis del literal g:
Las diferencias en valor absoluto entre los promedios de rendimiento(en Kg) del almidón de yuca de las 2 rallanderias son:

$$\alpha_1 - \alpha_2 = 48.38 - 45.57 = 2.81$$

Observando las diferencias y teniendo en cuenta los contrastes, donde nos decían que no había diferencias en los efectos de las dos rallanderias sobre el rendimiento del almidón de yuca, nos parece razonable asumir una diferencia mínima de 3 kg para decir que existen diferencias entre los tratamientos, entonces:

$$\rightarrow \hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{2}(3)^2 27}{2 \cdot 4.9} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 27}{2(4.9)} = 49.5918$$

$$\rightarrow \hat{\Phi} = \sqrt{\frac{2(49.5918)}{2}} = \sqrt{49.5918} = 7.04$$

Utilizando la tabla de la beta no central con $f_1 = 1$ grados de libertad en el numerador y $f_2 = 52$ grados de libertad en el denominador, se obtiene:

$$P(Error\ \ II) = 0 \quad \rightarrow \quad \beta = Potencia = 1 - P(Error\ \ II) = 1$$

Para la tercera hipótesis del literal g:
Las diferencias en valor absoluto entre los promedios de rendimiento(en Kg) del almidón agrio de yuca de los 3 trabajadores dentro de cada una de las 2 rallanderias son:

$$\gamma_{1(1)} - \gamma_{2(1)} = 46.06 - 53.68 = 7.62 \qquad \gamma_{1(2)} - \gamma_{2(2)} = 43.38 - 50.88 = 7.5$$

$$\gamma_{1(1)} - \gamma_{3(1)} = 46.06 - 45.4 = 0.66 \qquad \gamma_{1(2)} - \gamma_{3(2)} = 43.38 - 42.44 = 0.94$$

$$\gamma_{2(1)} - \gamma_{3(1)} = 53.68 - 45.4 = 8.28 \qquad \gamma_{2(2)} - \gamma_{3(2)} = 50.88 - 42.44 = 8.44$$

Observando las diferencias y teniendo en cuenta los contrastes, donde nos decían que no había diferencias en los efectos de los trabajadores 1 y 3 en cada rallanderia sobre el rendimiento del almidón de yuca, nos parece razonable asumir una diferencia mínima de 7 kg para decir que existen diferencias entre los efectos de los trabajadores, entonces, para los trabajadores de la **rallanderia 1**, se tiene:

$$\rightarrow \hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{3}(7)^2 9}{2 \cdot 4.9} = \frac{3 \cdot 49 \cdot 9}{2(4.9)} = 135$$

$$\rightarrow \hat{\Phi} = \sqrt{\frac{2(135)}{3}} = \sqrt{90} = 9.48$$

Utilizando la tabla de la beta no central con $f_1 = 2$ grados de libertad en el numerador y $f_2 = 51$ grados de libertad en el denominador, se obtiene:

$$P(Error\ \ II) = 0 \quad \rightarrow \quad \beta = Potencia = 1 - P(Error\ \ II) = 1$$

Para los trabajadores de la **rallanderia 2**, como se asume la misma diferencia mínima de 7 kg, se obtienen los mismos resultados:

$$P(Error\ \ II) = 0 \qquad \rightarrow \qquad \beta = Potencia = 1 - P(Error\ \ II) = 1$$

Por lo tanto, como la potencia de las hipótesis para los trabajadores en las dos rallanderias es 1, podemos cocnluir que la **potencia global para la hipótesis 3 del literal g es de 1**.

Para la cuarta hipótesis del literal g:
En este caso no se mostrarán las diferencias entre los promedios de rendimiento(en Kg) del almidón agrio de yuca de la interacción entre método de secado y rallanderia, ya que se tienen un total de $\binom{6}{2} = 15$ combinaciones entre pares de tratamientos, lo cual hace bastante extenso poner todas las diferencias.

Realizando todas las diferencias y teniendo en cuenta los resultados de la anova, donde se obtuvo que el efecto de la interacción método de secado-rallanderia no era significativo sobre el rendimiento del almidón de yuca, nos parece razonable asumir una diferencia mínima de 4 kg para decir que existen diferencias entre los efectos de las interacciones, entonces:

$$\rightarrow \hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{6}(4)^2 9}{2 \cdot 4.9} = \frac{6 \cdot 16 \cdot 9}{2(4.9)} = 88.1632$$

$$\rightarrow \hat{\Phi} = \sqrt{\frac{2(88.1632)}{6}} = \sqrt{29.38} = 5.4210$$

Utilizando la tabla de la beta no central con $f_1 = 5$ grados de libertad en el numerador y $f_2 = 49$ grados de libertad en el denominador, se obtiene:

$$P(Error\ \ II) = 0 \qquad \rightarrow \qquad \beta = Potencia = 1 - P(Error\ \ II) = 1$$

Para la quinta hipótesis del literal g:
En este caso al igual que en el anterior, no se mostrarán las diferencias entre los promedios de rendimiento(en Kg) del almidón agrio de yuca de la interacción entre método de secado y el trabajador dentro de cada rallanderia, ya que se tienen muchas combinaciones entre pares de tratamientos, lo cual hace bastante extenso poner todas las diferencias.

Realizando todas las diferencias y teniendo en cuenta los resultados de la anova, donde se obtuvo que el efecto de la interacción método de secado-trabajador era significativo sobre el rendimiento del almidón de yuca, nos parece razonable asumir una diferencia mínima de 6 kg para decir que existen diferencias entre los efectos de las interacciones, entonces:

$$\rightarrow \hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{9}(6)^2 9}{2 \cdot 4.9} = \frac{9 \cdot 36 \cdot 9}{2(4.9)} = 297.5510$$

$$\rightarrow \hat{\Phi} = \sqrt{\frac{2(297.5510)}{9}} = \sqrt{66.12} = 8.1315$$

Utilizando la tabla de la beta no central con $f_1 = 8$ grados de libertad en el numerador y $f_2 = 45$ grados de libertad en el denominador, se obtiene:

$$P(Error\ \ II) = 0 \qquad \rightarrow \qquad \beta = Potencia = 1 - P(Error\ \ II) = 1$$

n. Se debe mencionar que el experimento en general fue muy bien diseñado, ya que se tuvo un buen control local y todas las hipótesis planteadas presentaron una potencia de 1, es decir que se tiene una probabilidad máxima de rechazar la hipótesis nula cuando esta es falsa, en otras palabras, el 100 % de las veces que realicemos el experimento bajo las mismas condiciones, detectaríamos diferencias entre los tratamientos si de verdad las hubiera.

Además, se observó que el efecto del trabajador de cada una de las rallanderias sobre el rendimiento del almidón agrio de yuca depende del método de secado que se utilice, ya que la interacción método de secado - trabajador resulto ser significativa, acompañando este resultado con las descriptivas obtenidas, se logra observar que en ambas rallanderias, el método de secado y trabajador que genera mayor rendimiento del almidón es el 50 % al sol y 50 % aire caliente y los trabajadores 2 respectivamente. Otro aspecto importante es que la interacción método de secado - rallanderia no fue significativa, por lo que se puede decir que el efecto de la rallanderia sobre el rendimiento del almidón no cambia dependiendo del método de secado que se utilice, y al revés, el efecto del método de secado utilizado sobre el rendimiento del almidón no varía dependiendo de la rallanderia. Teniendo en cuenta esto, se procedió a evaluar la rallanderia de manera individual, y se vio que la rallanderia 1 produce un mayor rendimiento en el almidón agrio de yuca.

Resumiendo lo dicho anteriormente y todo el análisis realizado, podemos decir que el método de secado 50 % sol y 50 % aire caliente y el trabajador 2 de cada rallanderia son las combinaciones de factores que mayor rendimiento generan en Kgs del almidón agrio de yuca.