

## Laboratorio 3:Análisis Factorial Múltiple (AFM)

KEVIN STEVEN GARCÍA<sup>a</sup>, ALEJANDRO VARGAS<sup>b</sup>, ALEJANDRO SOTO<sup>c</sup>, NATALIA BUITRON<sup>d</sup>

### 1. Introducción

En el presente informe veremos la aplicación del AFM a la base de datos data(orange) de la librería missMDA, la cual corresponde a la descripción sensorial de 12 jugos de naranja por 8 atributos, esta base presenta cerca del 20 % de datos faltantes, por lo cuál se hará primero un proceso de imputación para posteriormente realizar el método AFM. Se analizará e interpretará el porcentaje de Inercia explicado, la nube de individuos, la nube de variables, la nube de los grupos, los coeficientes Lg y Rv de Escoufier y se realizará el gráfico de representación Superpuesta y de los ejes parciales, todo esto luego de un debido análisis descriptivo de las variables del estudio.

La base de datos es la siguiente:

	Color.intensity	Odor.intensity	Attack.intensity	Sweet	Acid	Bitter	Pulp	Typicity
1	4.791667	5.291667	NA	NA	NA	2.833333	NA	5.208333
2	4.583333	6.041667	4.416667	5.458333	4.125000	3.541667	4.625000	4.458333
3	4.708333	5.333333	NA	NA	4.291667	3.166667	6.250000	5.166667
4	6.583333	6.000000	7.416667	4.166667	6.750000	NA	1.416667	3.416667
5	NA	6.166667	5.333333	4.083333	NA	4.375000	3.416667	4.416667
6	6.333333	5.000000	5.375000	5.000000	5.500000	3.625000	4.208333	4.875000
7	4.291667	4.916667	5.291667	5.541667	5.250000	NA	1.291667	4.333333
8	NA	4.541667	4.833333	NA	4.958333	2.916667	1.541667	3.958333
9	4.416667	NA	5.166667	4.625000	5.041667	3.666667	1.541667	3.958333
10	4.541667	4.291667	NA	5.791667	4.375000	NA	NA	5.000000
11	4.083333	5.125000	3.916667	NA	NA	NA	7.333333	5.250000
12	6.500000	5.875000	6.125000	4.875000	5.291667	4.166667	1.500000	3.500000

### 2. Análisis descriptivo

- Definición de variables:
  - Intensidad del color: Cuantitativa continua. Escala de intervalos.
  - Intensidad del olor: Cuantitativa continua. Escala de intervalos.
  - Intensidad del ataque(sabor inicial del jugo en la boca): Cuantitativa continua. Escala de intervalos.
  - Dulce: Cuantitativa continua. Escala de intervalos.
  - Ácido: Cuantitativa continua. Escala de intervalos.
  - Amargo: Cuantitativa continua. Escala de intervalos.
  - Pulpa: Cuantitativa continua. Escala de intervalos.
  - Tipicidad: Cuantitativa continua. Escala de intervalos.

<sup>a</sup>Código: 1533173. E-mail: kevin.chica@correounivalle.edu.co

<sup>b</sup>Código: 1525953. E-mail: jose.alejandro.vargas@correounivalle.edu.co

<sup>c</sup>Código: 1532457. E-mail: asotomurillo@gmail.com

<sup>d</sup>Código: . E-mail:

- Resumen Estadístico:

	Color.intensity	Odor.intensity	Attack.intensity	Sweet	Acid	Bitter	Pulp	Typicity
Mínimo	4.083	4.292	3.917	4.083	4.125	2.833	1.292	3.417
Cuartil 1	4.448	4.958	4.833	4.510	4.375	3.104	1.510	3.958
Mediana	4.646	5.292	5.292	4.938	5.042	3.583	2.479	4.438
Media	5.083	5.326	5.319	4.943	5.065	3.536	3.312	4.462
Cuartil 3	5.948	5.938	5.375	5.479	5.292	3.792	4.521	5.042
Máximo	6.583	6.167	7.417	5.792	6.750	4.375	7.333	5.250
Des. Estándar	0.9809135	0.630481	1.005842	0.6318818	0.7971605	0.5529671	2.22528	0.6521764
NA's	2	1	3	4	3	4	2	0

### 3. Análisis Factorial Múltiple

Para realizar el AFM, debemos dividir la tabla en subtablas dependiendo de los tipos de variables y su definición. En este caso, dado que todas las variables son cuantitativas continuas, nuestro criterio de división se basó en la definición de las variables. Decidimos dividir la tabla en dos subtablas, la primera consta de las tres primeras variables (columnas), Intensidad del color, intensidad del olor e intensidad del ataque, esta primera tabla fue denominada percepción previa, ya que las tres variables se miden antes de degustar el jugo. La segunda subtabla consta de las cinco últimas variables, dulce, ácido, amargo, pulpa y tipicidad, esta segunda tabla fue denominada percepción posterior, ya que todas estas variables involucradas son medibles solamente después de catar o degustar el jugo.

#### 3.1. Imputación AFM

Dado que la base de datos tiene valores faltantes en una cantidad considerable (20 % de valores faltantes), se realizó una imputación o estimación de estos valores por el método EM.

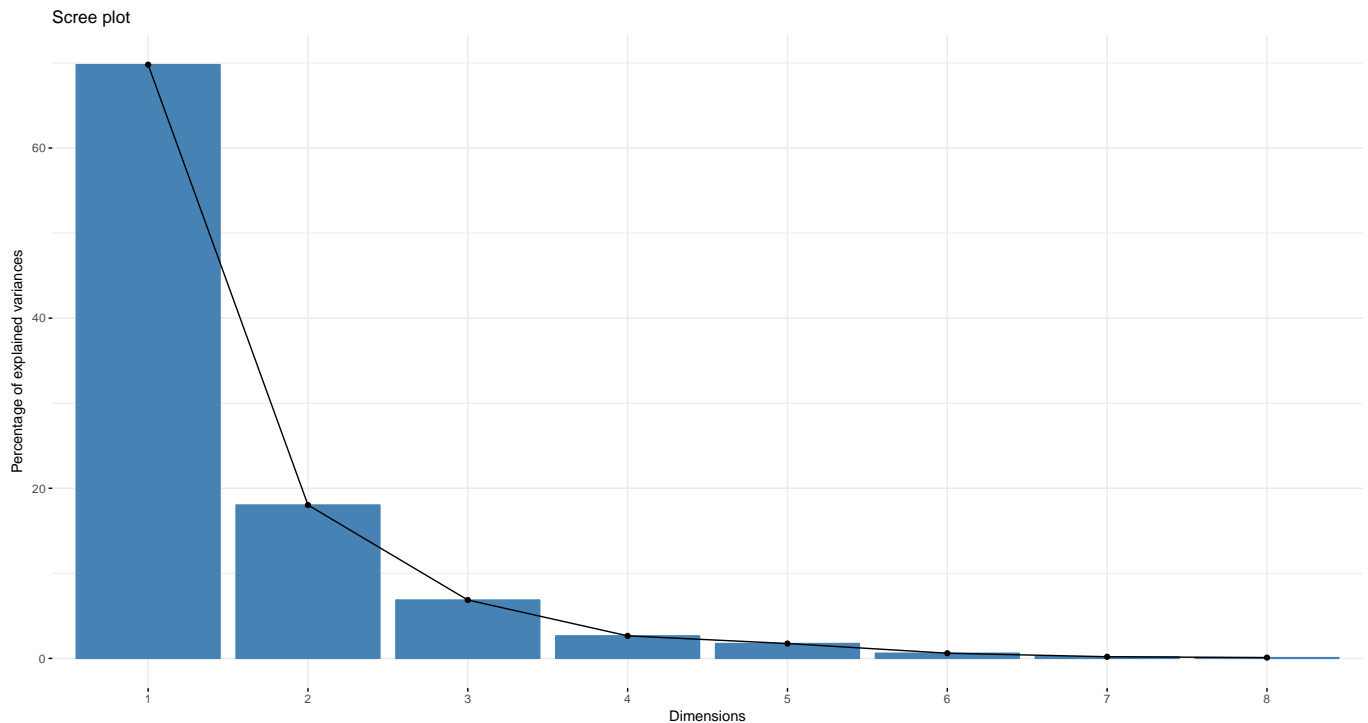
La matriz imputada es:

	Color.intensity	Odor.intensity	Attack.intensity	Sweet	Acid	Bitter	Pulp	Typicity
1	4.791667	5.291667	<b>4.124561</b>	<b>5.501018</b>	<b>4.154464</b>	2.833333	<b>5.574109</b>	5.208333
2	4.583333	6.041667	4.416667	5.458333	4.125000	3.541667	4.625000	4.458333
3	4.708333	5.333333	<b>4.168132</b>	<b>5.449296</b>	4.291667	3.166667	6.250000	5.166667
4	6.583333	6.000000	7.416667	4.166667	6.750000	<b>4.748854</b>	1.416667	3.416667
5	<b>6.169035</b>	6.166667	5.333333	4.083333	<b>5.332292</b>	4.375000	3.416667	4.416667
6	6.333333	5.000000	5.375000	5.000000	5.500000	3.625000	4.208333	4.875000
7	4.291667	4.916667	5.291667	5.541667	5.250000	<b>3.213539</b>	1.291667	4.333333
8	<b>4.536606</b>	4.541667	4.833333	<b>5.430180</b>	4.958333	2.916667	1.541667	3.958333
9	4.416667	<b>4.957997</b>	5.166667	4.625000	5.041667	3.666667	1.541667	3.958333
10	4.541667	4.291667	<b>4.278448</b>	5.791667	4.375000	<b>2.724521</b>	<b>3.593447</b>	5.000000
11	4.083333	5.125000	3.916667	<b>5.712512</b>	<b>3.833623</b>	<b>2.790614</b>	7.333333	5.250000
12	6.500000	5.875000	6.125000	4.875000	5.291667	4.166667	1.500000	3.500000

### 3.2. Porcentaje de inercia explicado

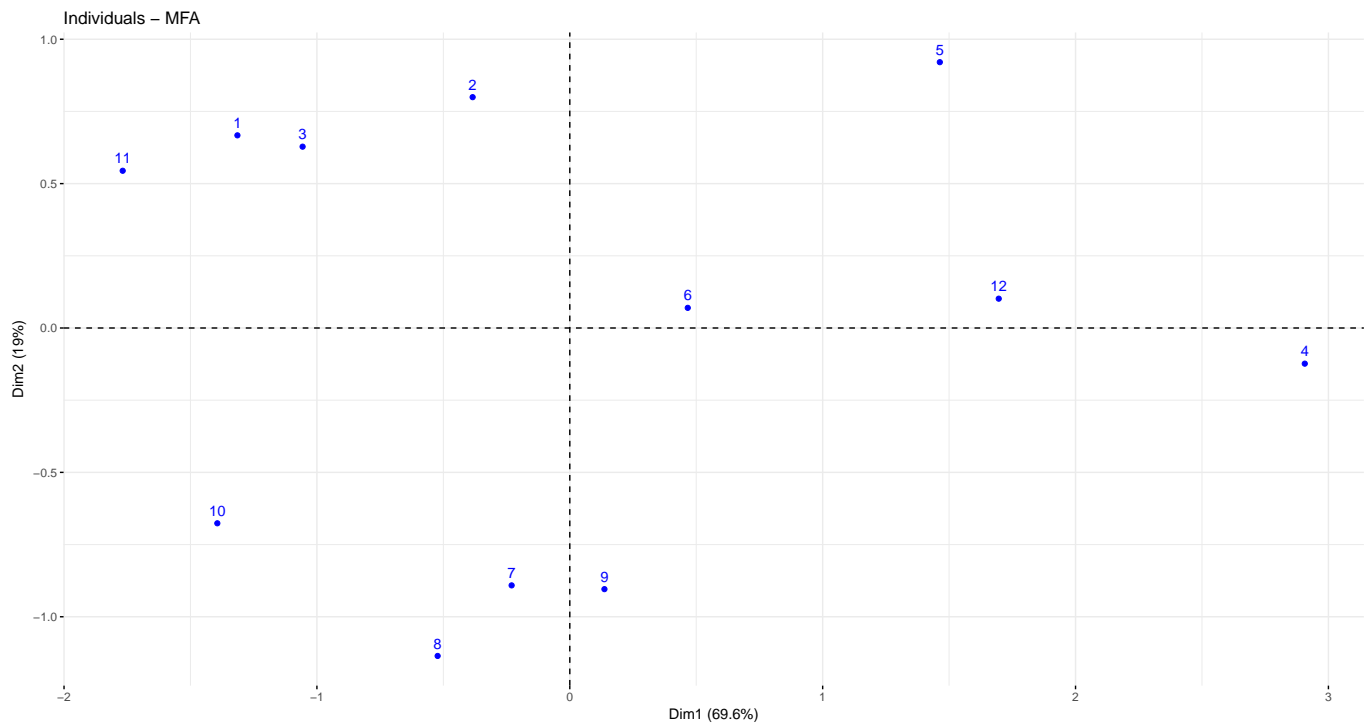
El porcentaje de varianza explicado por cada dimensión se puede ver en la siguiente tabla:

	Valor propio	Porcentaje de Inercia	Porcentaje de Inercia acumulado
Dim.1	1.840695280	69.6179879	69.61799
Dim.2	0.501038381	18.9500589	88.56805
Dim.3	0.169785432	6.4215518	94.98960
Dim.4	0.065450856	2.4754542	97.46505
Dim.5	0.044459815	1.6815401	99.14659
Dim.6	0.016131006	0.6101000	99.75669
Dim.7	0.004671617	0.1766879	99.93338
Dim.8	0.001761408	0.0666192	100.00000



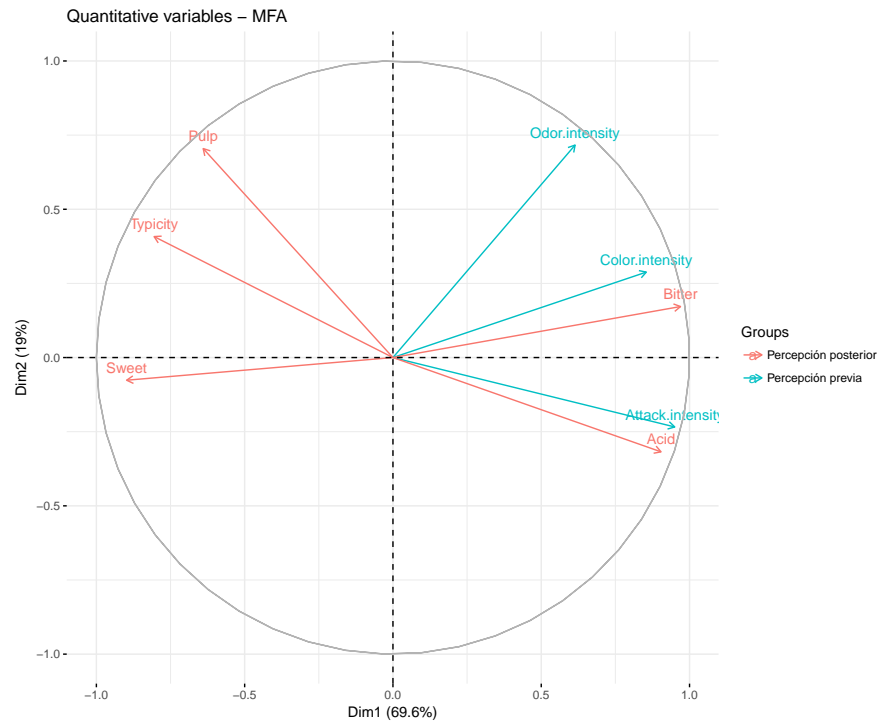
Tanto en la tabla como en la gráfica observamos que las dos primeras componentes son las que más porcentaje de inercia explican, entre las dos explican un porcentaje de inercia acumulado del 88.57%. Teniendo en cuenta lo anterior, seleccionamos los dos primeros ejes para realizar el AFM.

### 3.3. Nube de individuos



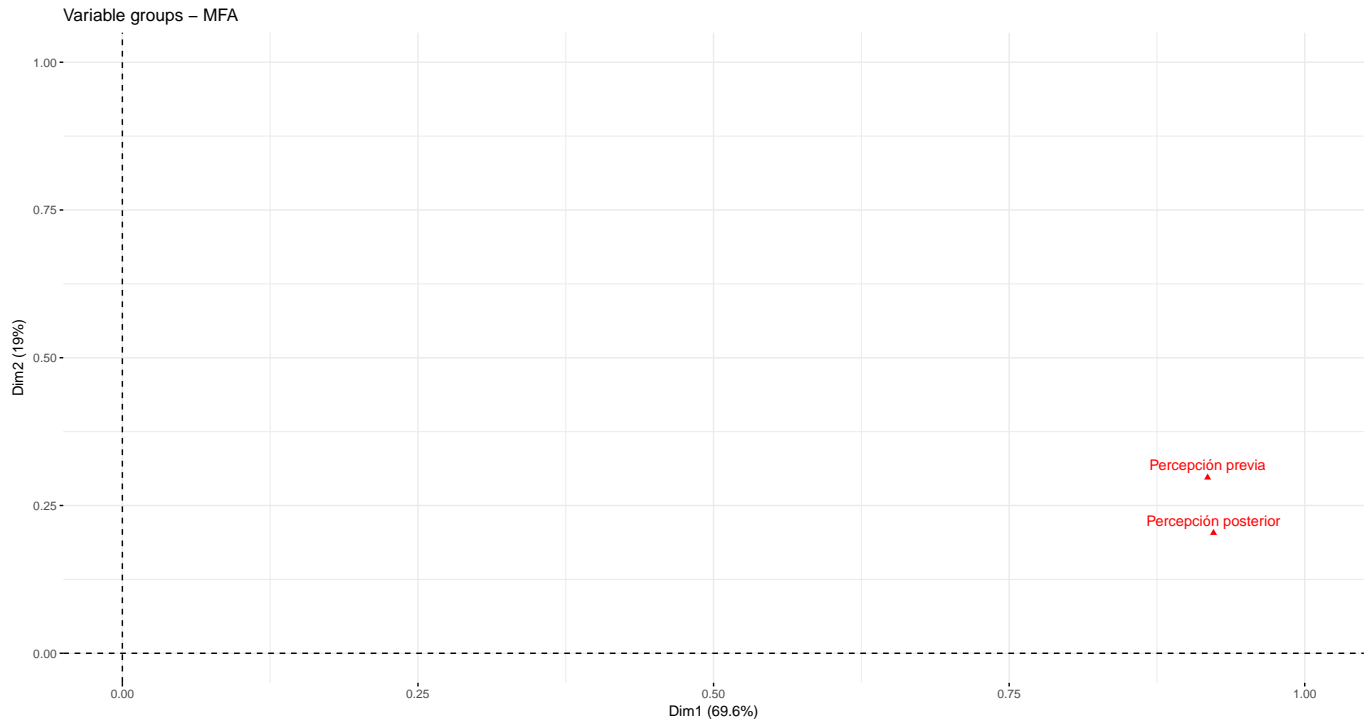
Respecto a la gráfica anterior, se ve que se forman grupos de jugos de naranja que son muy parecidos entre ellos en cuanto a las 8 variables medidas, ya que las distancias son muy pequeñas. Por ejemplo, los jugos 1,2,3 y 11 se podría decir que tienen cualidades muy parecidas en las variables medidas, al igual que los jugos 7,8 y 9 que también se encuentran muy cerca entre ellos.

### 3.4. Nube de variables



En esta gráfica podemos observar que la variable intensidad del color correspondiente al grupo de percepción previa, esta muy correlacionada positivamente con la variable amargo y negativamente con la variable dulce, ambas del grupo percepción posterior. Esto nos indica que mientras mas intenso sea el color del jugo, este será mas amargo y menos dulce. También observamos que la intensidad del ataque (primera sensación del jugo en la boca) corespondiente a la percepción previa, esta correlacionada positivamente con el ácido y negativamente con la tipicidad, ambas correspondientes a la percepción posterior. Con esto, podemos concluir que mientras mayor sea la intensidad del ataque, el jugo será más ácido y tendrá menor tipicidad.

### 3.5. Nube de los grupos



En esta gráfica podemos observar que los dos grupos están relativamente cerca, esto nos indica que la percepción previa de los jugos de naranja coincide con la percepción posterior, es decir, existe una relación fuerte entre el aspecto del jugo en cuanto al olor, al color y a la primera sensación en la boca, y el sabor (acidez, dulce, amargo) que este tendrá cuando se deguste.

### 3.6. Coeficientes Lg y Rv de Escoufier

- Coeficiente Lg: Es un índice de unión general entre grupos de variables, que expresa de una manera “el número de dimensiones comunes (para ambos grupos) de inercia comparable a la inercia axial máxima de un grupo”. En otras palabras este coeficiente es un indicador de la dimensionalidad de la nube, que es igual al número de direcciones ortogonales de inercia no cero, es decir, el número de valores propios no cero. Esta cantidad es 0 cuando todas las variables de un grupo son ortogonales a todas las variables del otro grupo. Es mas alto en cuanto cada una de las variables de un grupo este más relacionada con el conjunto de variables del otro grupo.

Los coeficientes Lg se pueden observar en la siguiente tabla:

	Percepción previa	Percepción posterior	MFA
Percepción previa	1.0839432	0.7761085	1.0105158
Percepción posterior	0.7761085	1.0384112	0.9857795
MFA	1.0105158	0.9857795	1.0845333

Podemos concluir que la dimensionalidad de toda la percepción o degustación (1.0845333) es un poco mayor que la dimensionalidad de las dos percepciones (1.0839432 para la previa y 1.0384112 para la posterior). Además, de acuerdo con los coeficientes Lg podemos observar que tanto la percepción previa como la posterior tienen una estructura común parecida (1.0105158 y 0.9857795) con la totalidad de la degustación.

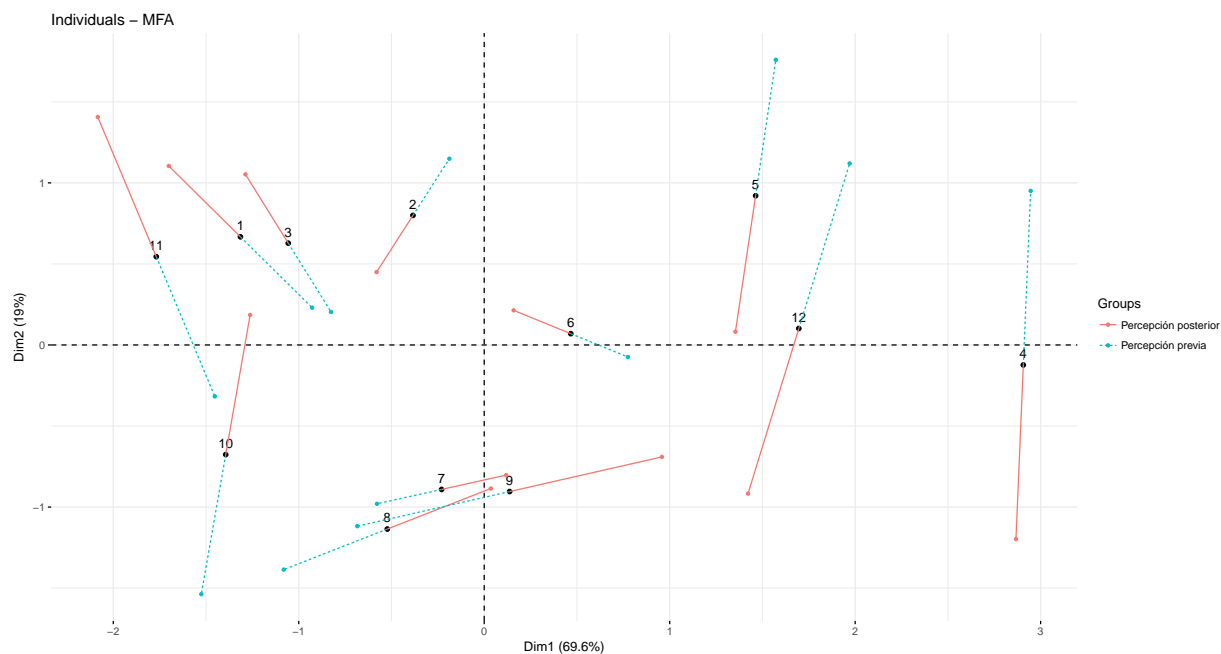
- Coeficiente Rv de Escoufier: Es una generalización multivariada del coeficiente de correlación de Pearson al cuadrado. Este coeficiente mide el vínculo entre dos grupos o dos matrices de variables. Este coeficiente, al igual que el de correlación de Pearson, se encuentra entre 0 (todas las variables del primer grupo o matriz, son ortogonales a todas las variables del segundo grupo o matriz) y 1 (los dos grupos o matrices son homotéticos)

Los coeficientes Rv se pueden observar en la siguiente tabla:

	Percepción previa	Percepción posterior	MFA
Percepción previa	1.0000000	0.7315340	0.9320054
Percepción posterior	0.7315340	1.0000000	0.9289101
MFA	0.9320054	0.9289101	1.0000000

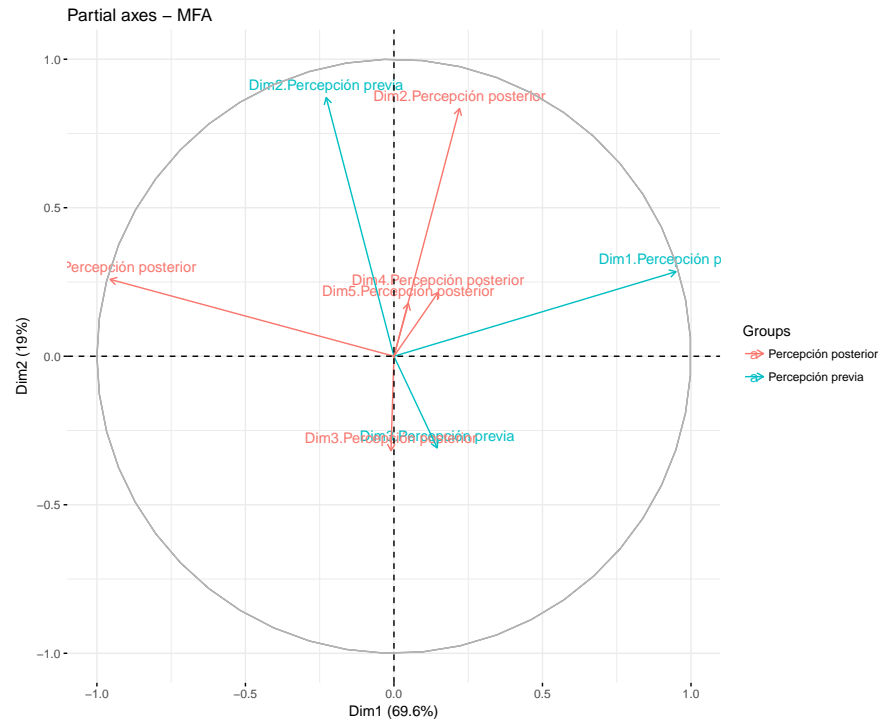
Podemos concluir que de acuerdo con las medidas de RV, ambos grupos (percepción previa y posterior) tienen una estructura cercana a la de toda la degustación. Los valores de los coeficientes son respectivamente de 0.9320054 y 0.9289101. Además entre la percepción previa y posterior el coeficiente Rv es de 0.7315340 lo que nos indica que existe un vínculo considerablemente fuerte entre estos dos grupos.

### 3.7. Representación superpuesta



(INTERPRETAR TENIENDO EN CUENTA LA NUEVA GRÁFICA)

### 3.8. Ejes parciales



Esta gráfica muestra la proyección de los componentes principales normalizados de cada uno de los 2 grupos (percepción previa y percepción posterior) en términos de los dos primeros componentes del AFM. El primer componente del AFM, vemos que esta muy relacionado como era de esperarse, con el primer componente de cada grupo (percepción previa positivamente y percepción posterior negativamente), y el segundo componente del AFM, esta relacionado con el segundo componente de cada grupo, ambos se relacionan positivamente. Se observa que las otras componentes de cada grupo no tienen mucha relación con las dos primeras componentes del AFM.

### 3.9. Construcción índice

Las coordenadas de las variables para las dos primeras dimensiones son:

	Dim.1	Dim.2
Color.intensity	0.8581049	0.2236407
Odor.intensity	0.6316557	0.7028833
Attack.intensity	0.9522195	-0.2260020
Sweet	-0.8881581	-0.1346408
Acid	0.9028145	-0.3139184
Bitter	0.9640321	0.1981328
Pulp	-0.6320766	0.7018089
Typicity	-0.8054955	0.3978624

Se observa que el primer grupo de variables que corresponde a Color, Odor y Attack tienen el mismo signo en sus coordenadas de la primera componente, lo cual no sucede con el otro grupo conformado por las 5 variables restantes. Se puede conformar un índice para el primer grupo (percepción previa) pero no es posible hacerlo para el segundo (percepción posterior) y por consiguiente no se puede realizar un índice global. Los índices de los jugos para el primer grupo (percepción previa) se muestran en la siguiente tabla:



Jugo	Indice
1	11.03415
2	11.823
3	11.16971
4	16.35666
5	14.28656
6	13.58883
7	11.71434
8	11.12588
9	11.61305
10	10.57015
11	10.35774
12	14.9813

Se logra apreciar que los jugos que sobresalen del resto en cuanto a la percepción previa, es decir, los que mayor puntaje tuvieron en esta percepción fueron en orden decreciente el 4,12,5 y 6.

## Referencias

- Brigitte Escofier, J. P. (2008), *Analyses factorielles simples et multiples : Objectifs, méthodes et interprétation*, sciences sup, 4ème édition edn, Dunod.
- Josse, J. & Husson, F. (2016), ‘missMDA: A package for handling missing values in multivariate data analysis’, *Journal of Statistical Software* **70**(1), 1–31.
- Kassambara, A. & Mundt, F. (2017), *factoextra: Extract and Visualize the Results of Multivariate Data Analyses*. R package version 1.0.5.  
\*<https://CRAN.R-project.org/package=factoextra>
- Lê, S., Josse, J. & Husson, F. (2008), ‘FactoMineR: A package for multivariate analysis’, *Journal of Statistical Software* **25**(1), 1–18.
- Vaissie, P., Monge, A. & Husson, F. (2017), *Factoshiny: Perform Factorial Analysis from ‘FactoMineR’ with a Shiny Application*. R package version 1.0.6.  
\*<https://CRAN.R-project.org/package=Factoshiny>
- Wickham, H. (2009), *ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis*, Springer-Verlag New York.  
\*<http://ggplot2.org>