

TRABAJO N°2

1. TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE

El teorema central del límite dice que la suma de un gran número de variables aleatorias independientes tiende a seguir de manera asintótica una distribución normal, por lo tanto el promedio muestral $\left(\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}\right)$ también seguirá dicha distribución $(\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n))$ donde μ y $\sigma^2 < \infty$ son la media y la varianza de la variable X .

Una de las ventajas prácticas que tiene el teorema es que no especifica que x tenga una distribución de probabilidad determinada (solo que $\sigma^2 < \infty$ y que los x_i sean independientes), pero el problema es determinar exactamente para que valor de n se presenta una buena aproximación $(\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n))$

El objetivo de este trabajo es responder las siguientes dudas:

¿Para que valor de n se puede afirmar el cumplimiento del teorema?

¿La distribución de probabilidad de X afecta la convergencia?

¿Los parámetros de la distribución de probabilidad de X afecta la convergencia?

2. SIMULACIÓN

Para resolver las dudas anteriores es necesario realizar simulaciones, para ello se plantea el siguiente algoritmo:

(1) Se selecciona una distribución de probabilidad (Cada grupo tendrá dos diferentes).

$$X \sim \phi(\theta_1, \dots, \theta_k), \quad \mu_x, \sigma_x^2$$

(2) Se selecciona una combinación de parámetros $(\theta_1, \dots, \theta_k)$.

(3) Se genera una muestra aleatoria de tamaño n y se calcula \bar{X} .

(4) Se repite 100 veces el paso (3), para tener una distribución empírica de los promedios $(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_{100})$.

(5) Se realiza una prueba de bondad de ajuste para verificar normalidad (la prueba que consideren mejor) a un nivel de significancia propuesto

$$H_0 : \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \sim \text{Normal}(0, 1)$$

(6) Repetir K veces los pasos (4) y (5) y luego observar el número de veces que no se rechaza la hipótesis nula.

(7) Repetir los pasos anteriores para diferentes tamaños de muestra (n) y para diferentes combinaciones de parámetros de la distribución de probabilidad de X .

3. PRUEBA DE NORMALIDAD

Dada la importancia que representa la normalidad para diferentes metodologías estadísticas han surgido varias pruebas de normalidad. Por lo cuál el objetivo de este punto es socializar las diferentes pruebas de normalidad. Algunas pruebas de normalidad son:

- Shapiro-Wilk
- Cramer-Von Mises
- Jarque-Bera
- Shapiro-Francia
- Anderson-Darling

4. METODOLOGÍA

A cada grupo de estudiantes se les asignaran dos distribucion de probabilidad y una prueba de bondad de ajuste. Cada grupo escribe su propio informe escrito que debe contener como mínimo:

- Una introduccion donde describe el trabajo que desarrollo.
- Descripcion detallada de la prueba de bondad de ajuste utilizada.
- La metodología utilizada para realizar la simulación.
- Resultados obtenidos.
- Conclusiones llegadas a partir de los resultados observados.
- Bibliografa utilizada.

5. CONDICIONES

El trabajo debe entregarse en grupos de 2 integrantes.

El documento no debe exceder de 8 páginas.

La presentación o debe exceder de 8 transparencias.

El informe, la presentación y el código del trabajo deben subirse al campus virtual en los enlaces para tal efecto.

6. GRUPOS

Grupo	Integrantes	Distribución	Prueba de Bondad de Ajuste
1	Kevin Ortiz, Karol M. Sandoval	Weibull, B. Negativa	Shapiro-Wilk
2	Julieth Salazar, Maveyn Sterling	$F - Fisher$, Triangular	Cramer-Von Mises
3	Valentica Chavarria, Nicolas Lenis	Exponencial, Beta	Jarque-Bera
4	Angie D. Millán, Juan M. Perea	Hipergeométrica, Multinomial	Shapiro-Francia
5	Bradley Campo, Manuel Luna	Gamma, Cauchy	Anderson-Darling
6	Victor H. Cifuentes, Angie Duque	Bin. Negativa, Pareto	Shapiro-Wilk
7	Cesar Saavedra, Kevin S. García	Distr. Poisson, Distr. Logística	Cramer-Von Mises
8	Diana C. Arias, Cesar A. Correa	Erlang, Gamma	Jarque-Bera
9	Alexader Cajiao, Camilo Cadena	Beta, Log Normal	Shapiro-Francia
10	Kevin Quinto, Sebastian Barrios	χ^2 , $\chi^2 - \text{No Central}$	Anderson-Darling
11	Juan D. Gutierrez, Daniel Delgado	$t - \text{student}$, $t - \text{student no Central}$	Shapiro-Wilk

12	Cesar A. Vasquez, Jessica Vergara	Binomial, Inversa Gaussiana	Cramer-Von Mises
13	Diana M. López, Yeimi T. Marín	Geométrica, Rayleigh	Jarque-Bera
14	Karen D. López, Juan D. Espinoza	Gumbel, , F – No Central	Shapiro-Francia
15	Juan S. Diaz, Catalina Gómez		
16	Juan P. Arce, Andrés F. Plaza		

Los últimos dos grupos tienen asignados temas sobre generación de variables con cadenas de Markov: 1) Muestreador de Gibbs, 2) Algoritmo de Metropolis - Hastings. Las condiciones son las mismas excepto que la metodología será la siguiente:

- Una introducción donde describe el trabajo que desarrollo.
- Descripción detallada de la estrategia de generación asignada.
- La metodología utilizada para realizar la simulación.
- Resultados obtenidos.
- Conclusiones llegadas a partir de los resultados observados.
- Bibliografía utilizada.